

FERNAND VANDENBOGAERDE

Analyse de « Nomos Alpha » de I. Xénakis

Mathématiques et sciences humaines, tome 24 (1968), p. 35-50

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1968__24__35_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1968, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ANALYSE DE « NOMOS ALPHA » DE I. XÉNAKIS

par

Fernand VANDENBOGAERDE¹

« NOMOS ALPHA » DE I. XÉNAKIS

« Nomos Alpha », « Musique symbolique pour violoncelle seul, possède une architecture « Hors-temps » fondée sur la théorie des groupes de transformations. Il y est fait usage de la théorie des cribles, théorie qui annexe les congruences modulo m et qui est issue d'une axiomatique de la structure universelle de la musique. Cette œuvre veut rendre hommage aux impérissables travaux d'Aristoxène de Tarente, musicien, philosophe et mathématicien fondateur de la Théorie de la Musique, d'Evariste Galois, mathématicien fondateur de la Théorie des Groupes et de Félix Klein son digne successeur. »

Cette œuvre fut créée en mai 1966, par Siegfried Palm à Brême.

Dans cette œuvre plus que dans toute autre de Xénakis, l'organisation s'effectue simultanément du niveau élémentaire (hauteur, durée, intensité, etc.) aux autres niveaux d'organisation de l'œuvre; et inversement, d'un élément de forme aux points, par filtrages successifs.

I. — STRUCTURE GÉNÉRALE DE L'ŒUVRE.

« La forme n'est jamais la résultante d'une juxtaposition, mais le conduit vivant d'une organisation formulée. » G. Amy.

« *Nomos Alpha* » se divise en six séquences principales, constituant la voie B entre lesquelles sont intercalées six séquences secondaires: la voie Δ (primitivement l'œuvre devait compter quatre voies: A B Γ Δ).

Chacune des parties des voies B et Δ répond dans le domaine des hauteurs à la théorie du criblage du total chromatique, l'enchaînement des expressions logiques de deux cribles à modules différents, s'effectuant par le principe des résidus. Les indices des modules des cribles se modifiant en fonction de règles pré-établies.

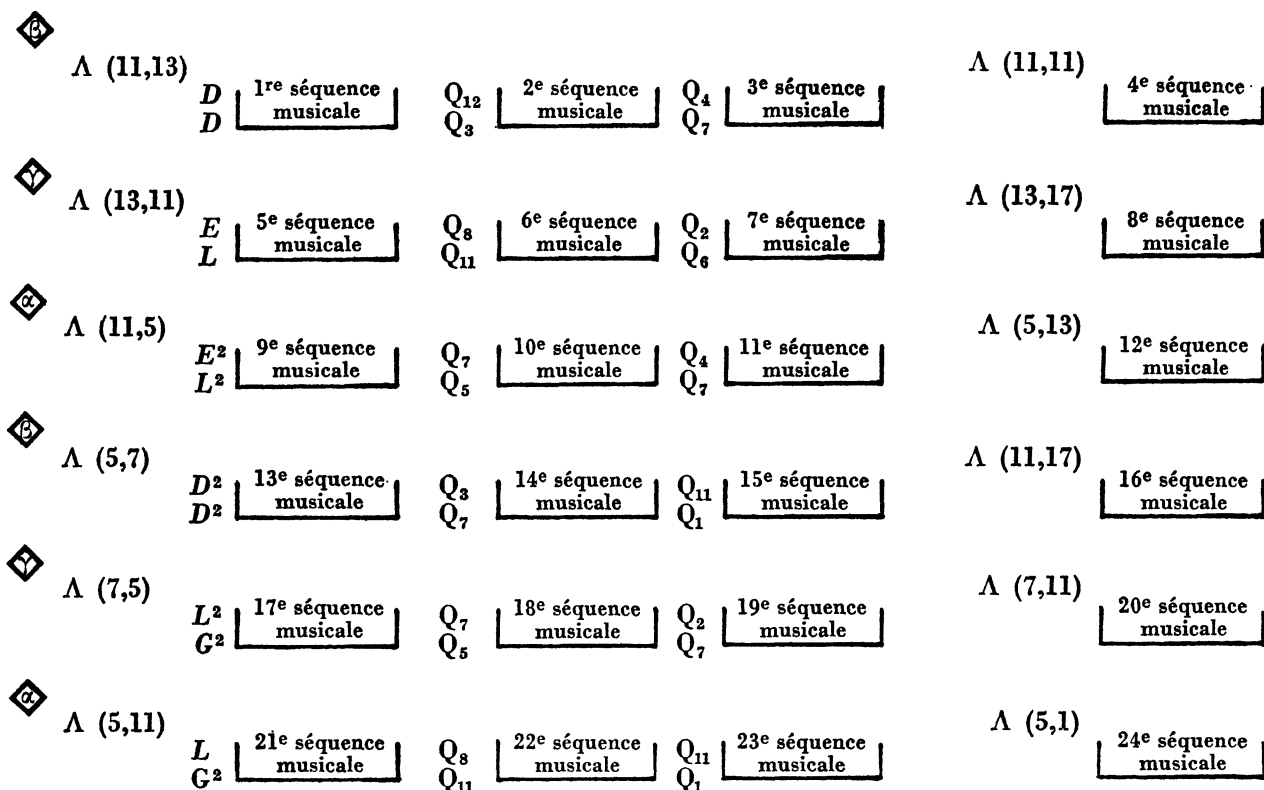
Les six parties principales, consistant en deux cycles de trois types de transformations (α , β , γ) différents, régissant les modes de jeu, les durées et les intensités — dans l'ordre β , γ , α , β , γ , α — pouvant être assimilés aux trois positions différentes d'un triangle de sommets α , β , γ .

1. Schola Cantorum - 1967

L'intérieur de ces parties est divisé en trois, pour la répartition des modes de jeu d'une part, des durées et des intensités d'autre part, leur ordre répondant à des suites de permutations des *huit premiers* nombres, selon les possibilités de *transformation du cube* en lui-même, l'enchaînement de ces suites de permutations s'effectuant par les résultats des produits entre eux de ces transformations.

Les séquences de la voie Δ répondent sur le plan des hauteurs à un choix différent du diagramme cinématique des expressions logiques et dans les autres domaines à un élargissement des durées en ne conservant que deux types de jeu : « arco » et « pontecello » et deux modes de jeu : « tenue » et « glissando » (les tenues peuvent être considérées comme des glissandi de vitesse nulle).

Schématiquement, l'œuvre se présente comme suit :



$\Lambda (m, n)$ indique le crible utilisé;

D, Q_n, E, L, G , etc., représentent une des transformations du cube en lui-même.

La ligne supérieure : $D Q_{12} Q_4 E Q_8 \dots$ s'applique aux modes de jeu, la ligne inférieure : $D Q_3 Q_7 L Q_{11} \dots$ à une combinaison densité, durée, intensité.

II. — LES CRIBLES ET LEURS ENCHAINEMENTS.

Rappel de l'axiomatisation de la structure d'ordre total de l'échelle chromatique tempérée, inspirée de celle des nombres de Peano.

On considère : O = arrêt origine; n = un arrêt; n' = l'arrêt issu du déplacement de n ; D = l'ensemble des valeurs de la caractéristique sonore envisagée (hauteur, densité, intensité, durée, vitesse, ordre...).

En identifiant les valeurs aux arrêts des déplacements :

Axiomes : 1) arrêt $O \in D$

2) arrêt $n \in D \Rightarrow ad\ n' \in D$

3) $n \in D$ et $m \in D$, si $n' = m' \Leftrightarrow n = m$

4) $n \in D \Rightarrow n' \neq O$

5) si des éléments appartenant à D ont une propriété P telle que l'arrêt origine l'ait, et si, pour tout élément n de D ayant cette propriété, l'élément n' l'a aussi, les éléments de D ont *tous* la propriété P (possibilité de raisonner par récurrence).

Sur cette échelle on peut en définir une autre, mais dont le déplacement unitaire sera un multiple de la première. On pourra l'exprimer par la notion de congruence modulo m .

Deux entiers x et y sont dits congrus modulo m , si m est un facteur de $x - y$; notation : $x \equiv y$ (modulo m). Deux entiers sont donc congrus modulo m s'ils diffèrent de m ou d'un multiple entier positif ou négatif.

Exemple : $4 \equiv 19 \pmod{5}$ $-3 \equiv 13 \pmod{8}$ $14 \equiv 0 \pmod{7}$

Tout entier est donc congru modulo m à *un et à un seul* des nombres n ; $n = (0, 1, 2, 3, \dots, m-2, m-1)$. Ces nombres forment chacun une « classe résiduelle modulo m ».

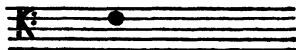
Exemple : $x \equiv n \pmod{m}$ $x = n + km$. $k \in Z$ (entiers relatifs, $Z = (0, 1, -1, 2, -2, \dots)$).

Pour un n donné et pour $k \in Z$ les nombres x appartiennent par définition à la classe résiduelle n modulo m , notée : m_n .

La première expression logique de « Nomos Alpha » est basée sur des classes résiduelles de 11 et 13 :

$$\Lambda(11, 13) = [(\overline{13_3 \cup 13_5 \cup 13_7 \cup 13_9}) \cap 11_2] \cup [(\overline{11_4 \cup 11_6}) \cap 13_0] \cup 13_0 \cup 13_1 \cup 13_8$$

L'origine étant prise :



et l'unité = 1/4 ton

$$\begin{aligned} 13_3 &= DO \# SOL \# RE \uparrow LA \quad RE \# LA \# MI \uparrow \dots \text{ dans le sens positif,} \\ &\quad SOL \quad DO \uparrow FA \# SI \uparrow FA \quad LA \# \dots \dots \dots \text{ dans le sens négatif,} \\ 13_5 &= RE \uparrow LA \quad RE \# LA \# MI \uparrow SI \quad FA \uparrow DO \dots \text{ dans le sens positif,} \\ &\quad SOL \# DO \# SOL \quad DO \uparrow FA \# SI \uparrow \dots \dots \dots \text{ dans le sens négatif,} \end{aligned}$$

Fig. 1

et ainsi de suite, en effectuant chaque groupe d'opérations.

La barre au-dessus d'un groupe indique qu'il faut prendre le complémentaire du résultat trouvé.

Voir page 39, le détail des opérations du développement de l'expression $\Lambda(11, 13)$.

Pour une meilleure utilisation des résultats, les indices de la troisième partie ($13_0 \cup 13_1 \cup 13_8$) ont été augmentés de six unités : $13_6 \cup 13_7 \cup 13_{12}$ et le 0 a été déplacé de 20 unités dans le sens négatif.

On obtient donc les hauteurs suivantes :

$\Lambda(11, 13) =$

$>0 =$ DO DO $\sharp$ DO $\sharp$ RE $\sharp$ FA $\sharp$ FA $\sharp$ SOL $\sharp$ LA $\sharp$ SI DO $\sharp$ DO $\sharp$ RE $\sharp$
 MI MI $\sharp$ SOL $\sharp$ SOL $\sharp$ LA LA $\sharp$ LA $\sharp$ RE RE $\sharp$ RE $\sharp$ FA SOL $\sharp$
 LA SI $\sharp$ etc...
 $<0 =$ SOL $\sharp$ SOL FA $\sharp$ FA $\sharp$ FA $\sharp$ RE DO $\sharp$ DO $\sharp$ SI $\sharp$ SI SOL $\sharp$ FA $\sharp$
 FA MI $\sharp$ RE DO $\sharp$ etc...

Fig. 1 bis

Enchaînement des expressions logiques : Transformation métabolique utilisée : les plus petits résidus qui soient premiers envers un nombre r .

Soit $r = 18$, les résidus 1, 5, 7, 11, 13, 17 sont premiers avec 18 et leurs produits après réduction modulo 18 ne sortent pas de cet ensemble $R = (1, 5, 7, 11, 13, 17)$.

Exemple : $5 \in R$ ($\in$ = appartient à)
 $7 \in R$
 $5 \times 7 = 35 \equiv 17 \pmod{18}$ et $17 \in R$.

La conversion des cribles s'effectuera par multiplication des classes résiduelles modulo 18.

Partant du couple 11, 13 de R (choix sans conséquence car R est un groupe, toute transformation par multiplication et réduction modulo 18 sera cyclique), on obtient la chaîne cinématique des modules des cribles :

$11 \times 13 = 143 \equiv 17 \pmod{18}$
 $13 \times 17 = 221 \equiv 5 \pmod{18}$
 $17 \times 5 = 85 \equiv 13 \pmod{18}$
 $5 \times 13 = 65 \equiv 11 \pmod{18}$

ET AINSI DE SUITE jusqu'à ce que le cycle soit terminé, c'est-à-dire lorsque l'on retombe sur 11, 13, 17...

Cette chaîne cinématique est :

11, 13, 17, 5, 13, 11, 17, 7, 11, 5, 1, 5, 5, 7, 17, 11, 7, 5, 17, 13, 5, 11, 1, 11.

Pour la voie B, les modules des cribles sont pris consécutivement deux à deux, en ne gardant qu'un couple formé sur deux :

11 13 17 5 13 11 17 7 11 5 1 5 5 7 17 11 7 5 17 13 5 11 1 11

Les expressions logiques de la voie B seront donc dans l'ordre :

$\Lambda(11, 13) \rightarrow \Lambda(13, 11) \rightarrow \Lambda(11, 5) \rightarrow \Lambda(5, 7) \rightarrow \Lambda(7, 5) \rightarrow \Lambda(5, 11)$.

Pour la voie Δ , les modules des cribles sont choisis de la même façon, à partir du couple 11, 11 (dernier et premier membres de la chaîne) mais en les gardant tous, seuls les six premiers seront naturellement utilisés :

11 13 17 5 13 11 17 7 11 5 1 5 5 7 17 11 7 5 17 13 5 11 1 11

1/4 rem.

9

Handwritten musical notation on a staff, featuring various notes, rests, and dynamic markings. The notation includes a series of vertical lines representing notes and rests, with some notes having stems and flags. The staff is divided into measures by vertical bar lines. The notation is written in a cursive, handwritten style.

Handwritten musical notation on a staff, featuring a series of notes and rests. The notation is written in a cursive, handwritten style.

$\wedge(11, 13) =$

> 0 : do - dot - do - ré - fa - sol - la - si - do # - do # - ré - mi - mit - sol # - la - la # - ré - ré - ré - fa - sol - la - si - do # - etc ...
 < 0 sol - sol - fa - fa - fa - ré - dot - sit - sit - sol - fa - mit - ré - do - etc ...

Les expressions logiques de la voie Δ seront donc dans l'ordre :

$$\Lambda(11, 11) \rightarrow \Lambda(13, 17) \rightarrow \Lambda(5, 13) \rightarrow \Lambda(11, 17) \rightarrow \Lambda(7, 11) \rightarrow \Lambda(5, 1).$$

Modification des indices des cribles : Soit K_o un indice quelconque (m_{K_o}).

Règles donnant le nouvel indice du crible transformé :

Première règle : augmentation de 1 unité ($K_o + 1$) avec réduction modulo le crible correspondant s'il y a lieu.

Deuxième règle : si tous les indices sont égaux, à la prochaine transformation mise en progression arithmétique, modulo le crible correspondant.

Troisième règle : coefficientage de l'indice :

Le passage du module		5	au module	5	donne le coefficientage		5/5 = 1
»	»	7	»	5	»	»	7/5 = 1,4
»	»	11	»	5	»	»	11/5 = 2,2
»	»	13	»	5	»	»	13/5 = 2,6
»	»	17	»	5	»	»	17/5 = 3,4
»	»	7	»	7	»	»	7/7 = 1
»	»	11	»	7	»	»	11/7 = 1,57
»	»	13	»	7	»	»	13/7 = 1,85
»	»	17	»	7	»	»	17/7 = 2,43
»	»	11	»	11	»	»	11/11 = 1
»	»	13	»	11	»	»	13/11 = 1,2
»	»	17	»	11	»	»	17/11 = 1,54
»	»	13	»	13	»	»	13/13 = 1
»	»	17	»	13	»	»	17/13 = 1,3
»	»	17	»	17	»	»	17/17 = 1

III. — TRANSFORMATIONS DU CUBE.

L'étude des transformations du cube, les propriétés de certaines d'entre elles, leurs diverses classifications, les chemins différents et les graphes qui en découlent, constituent l'archétype moteur de l'œuvre, ainsi que ses lignes de force et ses suprastructures.

Il existe 24 transformations d'un cube en lui-même, par correspondance des sommets, assimilables à 24 permutations des 8 premiers nombres (chaque sommet porte un numéro de 1 à 8 correspondant aux 2 tétraèdres 1 2 3 4 et 5 6 7 8).

Ces transformations se classent en trois catégories :

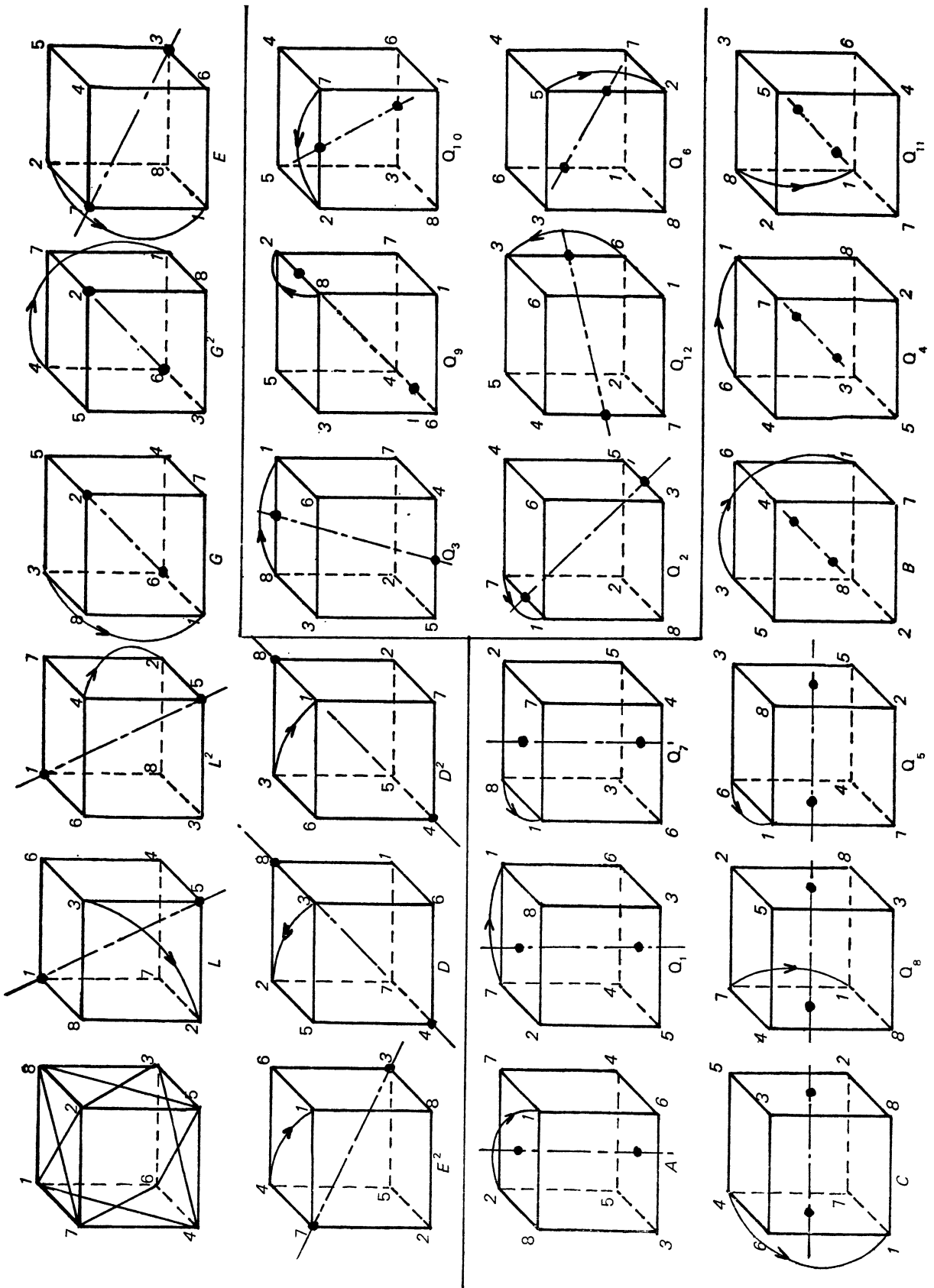
Rotations autour d'une grande diagonale : de $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$ avec les diagonales joignant les sommets 1 - 5 2 - 6 3 - 7 4 - 8.

Rotation de π autour d'un axe joignant les milieux de deux arêtes opposées (6 axes).

Rotations autour d'un axe joignant les milieux de deux faces opposées : de $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$ (trois couples de faces).

L'ordre des sommets après transformation, en se référant au cube initial donne une suite de 8 chiffres correspondant à une permutation.

Cube initial		I	1 2 3 4 5 6 7 8
axe 1 – 5 rotation $\frac{2\pi}{3}$		L	1 3 4 2 5 7 8 6
axe 1 – 5 rotation $\frac{4\pi}{3}$		L^2	1 4 2 3 5 8 6 7
axe 2 – 6 rotation $\frac{2\pi}{3}$		G	3 2 4 1 7 6 8 5
axe 2 – 6 rotation $\frac{4\pi}{3}$		G^2	4 2 1 3 8 6 5 7
axe 3 – 7 rotation $\frac{2\pi}{3}$		E	2 4 3 1 6 8 7 5
axe 3 – 7 rotation $\frac{4\pi}{3}$		E^2	4 1 3 2 8 5 7 6
axe 4 – 8 rotation $\frac{2\pi}{3}$		D	2 3 1 4 6 7 5 8
axe 4 – 8 rotation $\frac{4\pi}{3}$		D^2	3 1 2 4 7 5 6 8
arête 1 – 8 et 4 – 5		Q_3	8 6 7 5 4 2 3 1
arête 2 – 8 et 4 – 6		Q_9	5 8 7 6 1 4 3 2
arête 2 – 7 et 3 – 6		Q_{10}	5 7 6 8 1 3 2 4
arête 1 – 7 et 3 – 5		Q_2	7 6 5 8 3 2 1 4
arête 3 – 8 et 4 – 7		Q_{12}	5 6 8 7 1 2 4 3
arête 1 – 6 et 2 – 5		Q_6	6 5 7 8 2 1 3 4
face 1 8 2 7 rotation π		A	2 1 4 3 6 5 8 7
face 1 8 2 7 rotation $\frac{\pi}{2}$		Q_1	7 8 6 5 3 4 2 1
face 1 8 2 7 rotation $\frac{3\pi}{2}$		Q_7	8 7 5 6 4 3 1 2
face 3 5 2 8 rotation π		C	4 3 2 1 8 7 6 5
face 3 5 2 8 rotation $\frac{\pi}{2}$		Q_8	7 5 8 6 3 1 4 2
face 3 5 2 8 rotation $\frac{3\pi}{2}$		Q_5	6 8 5 7 2 4 1 3
face 2 5 4 7 rotation π		B	3 4 1 2 7 8 5 6
face 2 5 4 7 rotation $\frac{\pi}{2}$		Q_4	6 7 8 5 2 3 4 1
face 2 5 4 7 rotation $\frac{3\pi}{2}$		Q_{11}	8 5 6 7 4 1 2 3



Exemple : Dans la transformation Q_8 , on a la substitution suivante :

1	2	3	4	5	6	7	8
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
7	5	8	6	3	1	4	2

On peut effectuer tous les produits des 24 transformations entre elles.

On remarque que l'ensemble des transformations constitue un groupe non-commutatif, les résultats de tous les produits appartiennent à l'ensemble de départ : $A B \dots Q_{11} Q_{12}$.

De plus cet ensemble de transformations contient deux sous-ensembles : $A B C \dots L^3$ et $Q_1 Q_2 \dots Q_{12}$ qu'on désignera de façon plus générale A et Q et dont les produits se répartissent comme suit :

$\rightarrow$	A	Q
A	A	Q
Q	Q	A

(I)

Le sous-ensemble A est donc un sous-groupe non-commutatif.

Le sous-ensemble A contient en fait les transformations changeant le premier tétraèdre en lui-même (et par suite le second en lui-même également), et le sous-ensemble Q les transformations changeant le premier tétraèdre en le second et réciproquement.

Chacun des sous-ensembles A et Q se décompose en trois parties (trois nouveaux sous-ensembles) dans l'étude des produits :

$$\begin{array}{l|l}
 A & \begin{array}{l} V_1 = \{ I, A, B, C \} \\ V_2 = \{ D, E^2, G, L^2 \} \\ V_3 = \{ D^2, E, G^2, L \} \end{array} \\
 \\
 Q & \begin{array}{l} V_4 = \{ Q_6, Q_{12}, Q_7, Q_1 \} \\ V_5 = \{ Q_8, Q_{10}, Q_3, Q_5 \} \\ V_6 = \{ Q_2, Q_4, Q_{11}, Q_9 \} \end{array}
 \end{array}$$

Tous les produits possibles des éléments d'une des parties ci-dessus par les éléments d'une autre partie appartiennent à un même sous-ensemble.

Exemple :

$$\begin{array}{ccccccc}
 D^2 \in V_3 & D^2 \in V_3 & G^2 \in V_3 & L \in V_3 & & & \\
 D \in V_2 & E^2 \in V_2 & E^2 \in V_2 & G \in V_2 & & & \dots\dots
 \end{array}$$

$$D^2 \cdot D = I \in V_1; \quad D^2 \cdot E^2 = C \in V_1; \quad G^2 \cdot E^2 = B \in V_1; \quad L \cdot G = C \in V_1.$$

On peut donc écrire : $V_3 \cdot V_2 = V_1$. On obtient le tableau suivant :

$\rightarrow$	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_1	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6
V_2	V_2	V_3	V_1	V_5	V_6	V_4
V_3	V_3	V_1	V_2	V_6	V_4	V_5
V_4	V_4	V_6	V_5	V_1	V_3	V_2
V_5	V_5	V_4	V_6	V_2	V_1	V_3
V_6	V_6	V_5	V_4	V_3	V_2	V_1

(II)

A remarquer l'analogie de construction des tableaux I et II.

A partir du tableau II on peut tracer les différents graphes possibles à partir de chacune des six parties.

Par exemple à partir de V_2 avec V_1 :

$$\begin{array}{ccccccccc}
 V_2 \cdot V_1 = V_2 & V_1 \cdot V_2 = V_2 & V_2 \cdot V_2 = V_3 & V_2 \cdot V_3 = V_1 & V_3 \cdot V_1 = V_3 \\
 V_1 \cdot V_3 = V_3 & V_3 \cdot V_3 = V_2 & V_3 \cdot V_2 = V_1 & V_2 \cdot V_1 = V_2
 \end{array}$$

mais le cycle est terminé. On a donc la chaîne :

$$V_2 \quad V_1 \quad V_2 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_1 \quad V_3 \quad V_3.$$

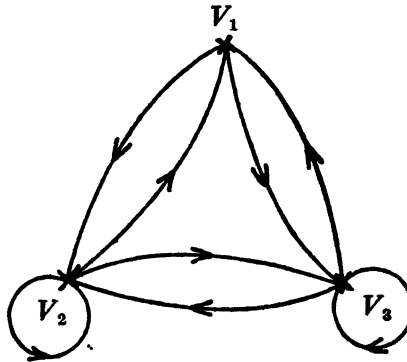


Fig. 2

De même avec V_2 et V_2 :

$$V_2 \cdot V_2 = V_3 \quad V_2 \cdot V_2 = V_1 \quad V_3 \cdot V_1 = V_3 \quad V_1 \cdot V_3 = V_3 \quad V_3 \cdot V_3 = V_2 \quad V_3 \cdot V_2 = V_1.$$

On a donc la chaîne :

$V_2 \ V_2 \ V_3 \ V_1 \ V_3 \ V_3 \ V_2 \ V_1$.

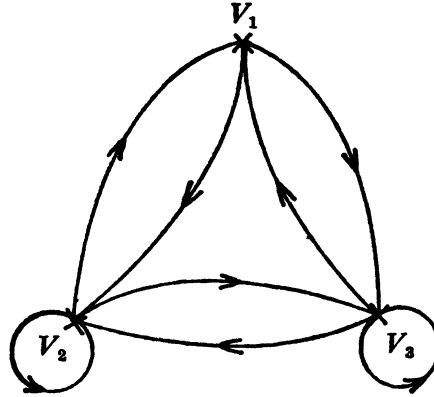


Fig. 3

Et ainsi de suite...

Les deux graphes utilisés dans « Nomos-Alpha » sont construits à partir de V_2 avec V_4 d'une part, et V_3 avec V_5 d'autre part.

1) $V_2 \cdot V_4 = V_6 \quad V_4 \cdot V_6 = V_3 \quad V_6 \cdot V_3 = V_5 \quad V_3 \cdot V_5 = V_6 \quad V_5 \cdot V_6 = V_2 \quad V_6 \cdot V_2 = V_4 \dots$

Le chemin est donc :

$V_2 \ V_4 \ V_6 \ V_3 \ V_5 \ V_6$

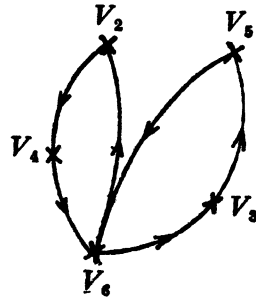


Fig. 4

2) $V_2 \cdot V_5 = V_4 \quad V_5 \cdot V_4 = V_3 \quad V_4 \cdot V_3 = V_6 \quad V_3 \cdot V_6 = V_4 \quad V_6 \cdot V_4 = V_2 \quad V_4 \cdot V_2 = V_5 \dots$

Le chemin est donc :

$V_2 \ V_5 \ V_4 \ V_3 \ V_6 \ V_4$

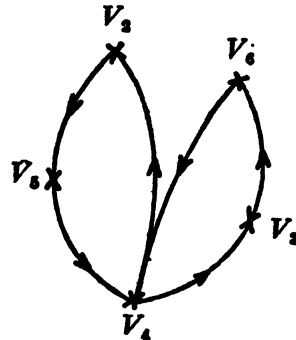


Fig. 5

Ces circuits permettent différentes suites de transformations, car les sous-ensembles comportent 4 permutations distinctes (ex. : $V_2 = D, E^2, G, L^2$). A partir du choix V_2 avec V_4 , il existe $4 \times 4 = 16$ suites différentes de transformations formant elles aussi des chaînes fermées.

Chaînes choisies dans « Nomos-Alpha » :

1) avec V_2 et V_4

$$\begin{array}{ll} D \in V_2 & \\ Q_{12} \in V_4 & \\ D \cdot Q_{12} = Q_4 & Q_{12} \cdot Q_4 = E \text{ et ainsi de suite...} \\ \downarrow & \downarrow \\ V_6 & V_3 \end{array}$$

D'où la chaîne :

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} D & Q_{12} & Q_4 & E & Q_8 & Q_2 & E^2 & Q_7 & Q_4 & D^2 & Q_3 & Q_4 & L^2 & Q_7 & Q_2 & L & Q_8 & Q_{11} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ V_2 & V_4 & V_6 & V_3 & V_5 & V_6 & V_2 & V_4 & V_6 & V_3 & V_5 & V_6 & V_2 & V_4 & V_6 & V_3 & V_5 & V_6 \end{array}$$

(3 répétitions du cycle des sous-ensembles $V_2 V_3 \dots$)

2) avec V_2 et V_5

$$\begin{array}{ll} D \in V_2 & \\ Q_3 \in V_5 & \\ D \cdot Q_3 = Q_7 & Q_3 \cdot Q_7 = L \text{ et ainsi de suite...} \\ \downarrow & \downarrow \\ V_4 & V_3 \end{array}$$

D'où la chaîne :

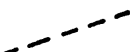
$$\begin{array}{cccccccccccccccccccc} D & Q_3 & Q_7 & L & Q_{11} & Q_6 & L^2 & Q_5 & Q_7 & D^2 & Q_9 & Q_1 & G & Q_5 & Q_6 & G^2 & Q_{11} & Q_1 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ V_2 & V_5 & V_4 & V_3 & V_6 & V_4 & V_2 & V_5 & V_4 & V_3 & V_6 & V_4 & V_2 & V_5 & V_4 & V_3 & V_6 & V_4 \end{array}$$

(3 répétitions du cycle des sous-ensembles $V_2 V_3$)

La première suite de transformations $D, Q_{12}, Q_4 \dots$ sera appliquée aux modes de jeu, la seconde $D, Q_3, Q_7 \dots$ à des combinaisons de densités, intensités et durées, selon le principe des substitutions décrit page 43.

Modes de jeu, au nombre de 8, correspondant chacun à un sommet du cube :

Nuage de son :  (ataxique) } ou frapper con legno.

Pizzicati ascendant ou descendant : 

Pizzicati sur une seule note : 

Glissandi avec nuage de sons :  (ou tenue en granulation ou battements)

Réseaux de glissandi : 

Glissandi ascendant ou descendant : 

Tenues :  (avec ou sans granulation ou battements)

Glissandi contraires : 

Fig. 6

Leur correspondant avec un sommet du cube initial (ou ordre de ces modes de jeu) varie selon le type de transformations (α, β, γ).

Les intensités au nombre de 4 dans la voie B (mf, f, ff, fff) sont des intensités moyennes pour la séquence envisagée. Pour la voie Δ les intensités moyennes se situent entre p et f.

IV. — DÉTERMINATION DES AUTRES ÉLÉMENTS.

La transposition en hauteurs de notes du crible choisi ne détermine pas l'ordre des notes. Cette détermination, ce filtrage, s'effectue à partir de quatre types de jeu : pizzicato, frapper con legno, arco et pizzicato glissé, et d'une division en quatre parties de la tessiture du violoncelle (ou d'une partie de cette tessiture). Le mode de jeu déterminé au moyen des transformations appartient à l'un des quatre types cités ci-dessus et délimite un intervalle dans lequel seront prises les notes appartenant au crible, par un tableau tel que celui-ci muni d'un circuit entre les cases :

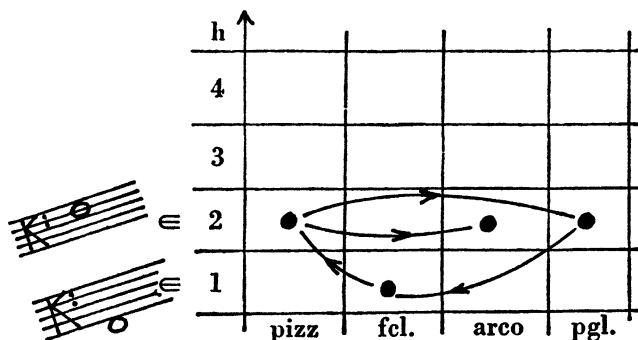


Fig. 7

La distribution des durées des silences répond de même à un circuit dans un tableau; la pente des glissandi est également répartie suivant le même principe, calculée en quarts de ton par seconde, elle obéit à la règle de la Section d'Or.

V. — ANALYSE DÉTAILLÉE DU DÉBUT DE LA PARTITION (A (11, 13))

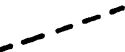
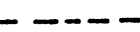
Le crible (11, 13) a été analysé page 39 et donne les hauteurs suivantes :

>O = DO DO † DO # RE # FA † FA # SOL # LA † SI DO # DO # RE †
MI MI † SOL † SOL # LA LA # LA # RE RE † RE # FA SOL #
LA SI † etc...

<O = SOL # SOL FA # FA # FA † RE DO # DO † SI † SI SOL † FA #
FA MI † RE DO etc....

Fig. 8

L'ordre appliqué aux modes de jeu (s_n) et aux combinaisons densités, intensités, durées (k_n) sont pour la transformation β :

$s_1 =$		$k_1 = 1$	mf
$s_2 =$		$k_2 = 2,25$	fff
$s_3 =$		$k_3 = 22,5$	fff
$s_4 =$		$k_4 = 10$	mf
$s_5 =$		$k_5 = 2,83$	f
$s_6 =$		$k_6 = 3,72$	ff
$s_7 =$		$k_7 = 7,98$	ff
$s_8 =$		$k_8 = 6,08$	f

Première séquence :

	1	2	3	4	5	6	7	8
$(s_n) =$	s_2	s_3	s_1	s_4	s_6	s_7	s_5	s_8
$(k_n) =$	k_2	k_3	k_1	k_4	k_6	k_7	k_5	k_8
	2,25	22,5	1	10	3,72	7,98	2,83	6,08
	fff	fff	mf	mf	ff	ff	f	f

Fig. 9

Extrait 1¹

The musical score for Extrait 1 consists of five staves. The first staff is marked with a 'D' and 'd=75 MM'. It begins with a pizzicato (pizz.) and a glissando (gliss.) on a DO note. The notation includes various rhythmic values, accidentals, and dynamic markings such as fff, mf, ff, and f. The second staff continues the melodic line with similar markings. The third staff introduces a 'frapper con legno' (strike with mallet) on DO and DO# notes. The fourth staff shows a transition to 'arco normal' (normal bow). The fifth staff features a sequence of notes with dynamic markings and a final glissando.

Cette partie débute donc par un pizzicati glissé dont la pente est d'abord nulle, puis très faible (1/4 ton en 2,5 secondes) sur la note DO origine du crible, et fff (le glissement débutant ppp).

La partie s_3 consiste en un « frapper con legno » sur DO + DO# RE, fff (avec passage p au centre).

Dans la partie s_8 introduction de battements obtenu en haussant le SOL ## vers LA (dispersion).

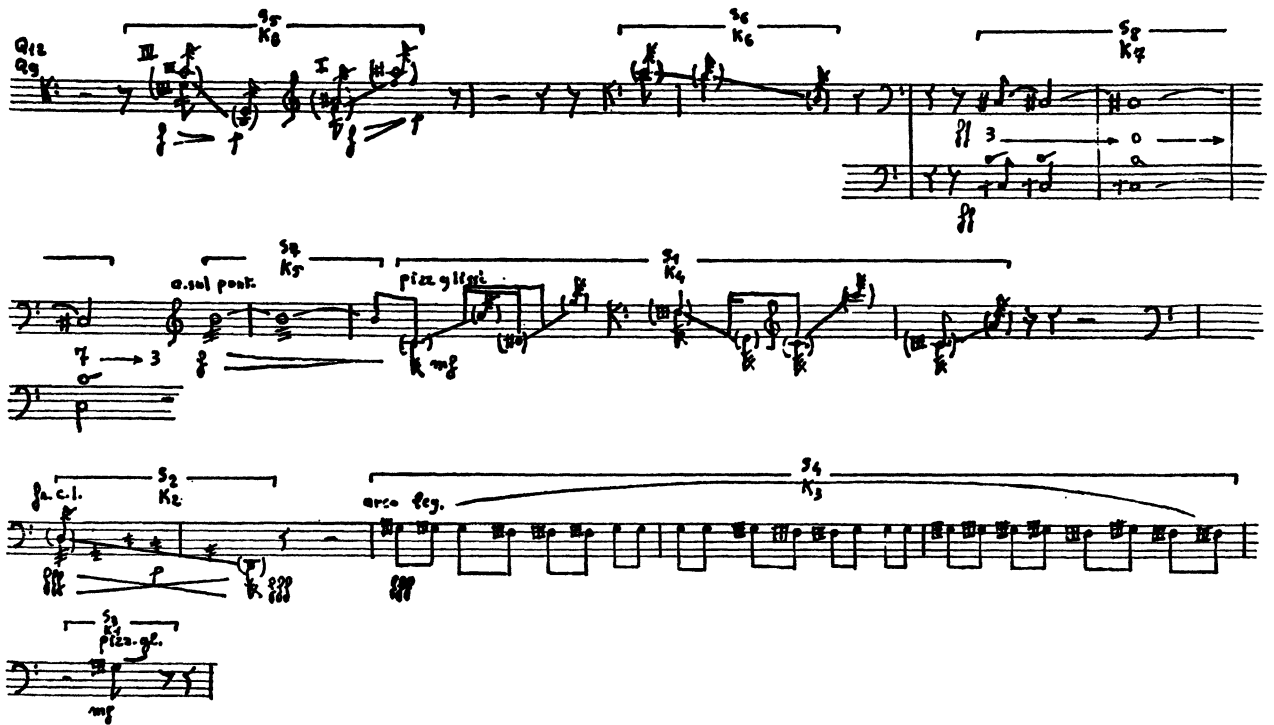
Deuxième séquence :

	1	2	3	4	5	6	7	8
$Q_{12}(s_n) =$	s_5	s_6	s_8	s_7	s_1	s_2	s_4	s_3
$Q_3(k_n) =$	k_8	k_6	k_7	k_5	k_4	k_2	k_3	k_1
	6,08	3,72	7,98	2,83	10	2,25	22,5	1,0
	f	ff	ff	f	mf	fff	fff	mf

Fig. 10

1. Nous remercions M. Xenakis et les éditions Boosey et Hawkes, d'avoir autorisé la publication dans *M.S.H.* de cet extrait de *Nomos-Alpha*. (N.d.l.R.)

Extrait 2 ¹



On remarquera comme dans la partie précédente, le resserrement des valeurs des durées préalablement calculées.

La partie s_1 durant plus d'une seconde, est non-ataxique.

Troisième séquence :

	1	2	3	4	5	6	7	8
$Q_4(s_n) =$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
	s_6	s_7	s_8	s_5	s_2	s_3	s_4	s_1
$Q_7(k_n) =$	k_8	k_7	k_5	k_6	k_4	k_3	k_1	k_2
	6,08	7,98	2,83	3,72	10	22,5	1,0	2,25
	f	ff	f	ff	mf	fff	mf	fff

Fig. 11

Dans la partie s_8 les pentes des glissandi de sens contraires sont nulles. L'élargissement dans la partie s_4 est produit par le déplacement de la ligne inférieure et la provocation de battements; le nuage étant introduit par un pizzicato sur la quatrième corde, obtenu par appui de l'index sur la note placée entre crochets, effectué avec le pouce sur la partie de la corde comprise entre le sillet et l'index, le résultat sonore étant la note entre parenthèses.

1. Voir note page 48.

Extrait 3 ¹

Cette œuvre très personnelle de Xénakis, entièrement pensée, et calculée à partir du phénomène des rotations du cube est d'une grande difficulté d'exécution, tous les effets sonores introduits ne peuvent être tous techniquement reproduits intégralement, l'écriture rompant souvent avec la tradition de la littérature classique du violoncelle.

Violente, saisissante, envoûtante, mais musicale avant tout, cette partition, comme toutes celles de Xénakis, d'une esthétique parfaitement cohérente, parfaitement pensée, est le reflet de la véritable sensibilité de notre temps.

1. Voir note page 48.