

SÉBASTIEN DÉJEAN

ROBERT FAIVRE

MICHEL GOULARD

**Modèle non linéaire à paramètres aléatoires de la
dynamique de cultures observées par télédétection :
comparaison de deux procédures d'estimation**

Journal de la société française de statistique, tome 143, n° 1-2 (2002),
p. 205-213

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_2002__143_1-2_205_0

© Société française de statistique, 2002, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société française de statistique » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

MODÈLE NON LINÉAIRE À PARAMÈTRES ALÉATOIRES DE LA DYNAMIQUE DE CULTURES OBSERVÉES PAR TÉLÉDÉTECTION : COMPARAISON DE DEUX PROCÉDURES D'ESTIMATION

Sébastien DÉJEAN *, Robert FAIVRE *, Michel GOULARD *

RÉSUMÉ

Les données de télédétection par satellite donnent accès à la dynamique de la végétation sur toute une région par l'acquisition régulière de mesures de réflectances. Les méthodes actuelles de traitement de ces données sont basées essentiellement sur une analyse des images pixel par pixel. Notre objectif est de comparer cette approche avec une modélisation par paramètres aléatoires qui traite l'ensemble des pixels simultanément pour ajuster un modèle non linéaire d'évolution temporelle de l'indice de surface foliaire.

Les différentes conditions d'observation (nombre de dates, variance du bruit) et de modélisation (nombre de paramètres à estimer) sont analysées par simulation et une mise en œuvre sur des données réelles est effectuée. La procédure par paramètres aléatoires est plus robuste aux changements de conditions expérimentales.

ABSTRACT

Satellite remote sensing data provide information on crop dynamics over a large area by regular radiometric measurements. Such data are usually analysed with a per-pixel based approach. Our purpose is to compare this per-pixel approach with a random parameter one dealing with the whole pixels together in the concern of modelling leaf area index temporal nonlinear time evolution.

Experimental (number of dates, noise variance) and modelling (number of parameters) conditions are analysed using simulated data. The two approaches are applied on real dataset. Random parameter modelling is more robust to experimental condition changes.

* Unité de Biométrie et Intelligence Artificielle, INRA Toulouse, BP 27, 31326 Castanet Tolosan Cedex; faivre@toulouse.inra.fr

Introduction

Les satellites d'observation de la Terre comme SPOT 4 disposent de capteurs à haute fréquence temporelle (journalière pour le capteur Végétation) permettant un suivi de la végétation sur une large région (fauchée de 2000 km). Les données radiométriques dans le visible et proche infrarouge permettent de caractériser les objets observés; ces longueurs d'onde sont de bons indicateurs de l'activité photosynthétique des couverts végétaux déterminant l'accumulation de biomasse dans la plante (Richardson et Wiegand, 1977). Dans ce contexte, nous nous intéressons à l'évolution temporelle de l'indice de surface foliaire (LAI, Leaf Area Index), défini comme la surface de feuilles par unité de surface au sol, calculable à partir des données radiométriques. Ainsi, nous disposons d'un ensemble de pixels (surfaces élémentaires observées constituant une image) observé au cours du temps; ces informations sont assimilables à des données longitudinales où les individus étudiés sont les pixels des images. L'exhaustivité spatiale et la répétitivité des mesures permettent d'envisager un diagnostic sur les peuplements végétaux et les informations fournies peuvent conduire à la prévision des productions intéressant l'ensemble des acteurs de la chaîne agro-alimentaire, des agriculteurs aux décideurs politiques.

Nous utilisons un modèle paramétrique de l'évolution non linéaire du LAI en fonction du temps proposé par Baret (1986). Ce modèle combine un modèle logistique pour la phase de croissance et un modèle exponentiel négatif pour la sénescence. Notre problématique concerne l'estimation des paramètres de ce modèle. Actuellement, l'estimation des paramètres s'effectue en traitant séparément les données relatives à chaque pixel (Faivre et Delécolle, 1997). Nous proposons d'utiliser une approche de modélisation par paramètres aléatoires traitant l'ensemble des pixels simultanément. En effet, on peut penser que la dynamique observée sur un pixel n'est pas complètement indépendante de la dynamique observée sur un autre pixel. Notre objectif est de comparer ces deux approches. Pour cela, nous procédons à cette comparaison sur des données simulées pour contrôler les effets de différentes sources de variation puis nous mettons en œuvre ces deux méthodes sur un jeu de données réelles.

1. Données et modélisation

1.1. Des réflectances à l'indice foliaire

Les données satellitaires utiles dans le cadre du suivi de cultures sont des mesures de réflectances (pourcentage de rayonnement réfléchi) dans certaines longueurs d'onde, rouge (R) et proche infrarouge (PIR) essentiellement, aptes à dissocier la végétation des autres thèmes observés sur l'image. Ces mesures (mesures analogiques où la valeur observée est un compte numérique entre 0 et $255 = 2^8 - 1$) sont généralement combinées pour calculer des indices de végétation comme par exemple l'indice de végétation de différence normalisée défini par $NDVI = (PIR - R)/(PIR + R)$: plus cet indice est élevé, plus la végétation est active. Dans notre cas, cet indice de végétation sert

d'intermédiaire entre les mesures radiométriques et l'indice de surface foliaire, véritable témoin de l'évolution de la plante. La conversion du NDVI en LAI est effectuée par la relation $LAI = -\frac{1}{\alpha} \log \left(1 - \frac{NDVI - NDVI_{sol}}{NDVI_{max} - NDVI_{sol}} \right)$ où α , $NDVI_{sol}$ et $NDVI_{max}$ sont des constantes caractéristiques de la culture et du type de sol (Baret et Guyot, 1991).

1.2. Modèle d'évolution temporelle du LAI

Le modèle proposé par Baret (1986), où le temps t est exprimé en somme de températures, combine un modèle logistique pour la phase de croissance (K surface maximale sans sénescence, a vitesse maximale de croissance, T_c date où la vitesse relative de croissance s'annule) et un modèle exponentiel négatif pour la sénescence (b vitesse de sénescence, T_r date de récolte) :

$$LAI(t) = f(t, \beta) = K \left(\frac{1}{1 + e^{-a(t-T_c)}} - e^{b(t-T_r)} \right) \text{ avec } \beta = (K, a, b, T_c, T_r). \quad (1)$$

1.3. Modèle statistique

Le modèle statistique que nous proposons pour ajuster les données de LAI notées Y_{ij} s'écrit :

$$\begin{cases} Y_{ij} &= f(t_j, \beta + B_i) + \varepsilon_{ij} \\ B_i &\sim \mathcal{N}(0, \Gamma) \\ \varepsilon_{ij} &\sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2) \end{cases} \quad \text{i.i.d.}$$

où f désigne le modèle de Baret (1), $i = 1, \dots, I$ et $j = 1, \dots, J$ sont les indices respectivement des pixels et des dates. Les dates d'observations t_j sont supposées identiques pour tous les pixels. Les paramètres β , Γ et σ_ε^2 sont les paramètres globaux et les B_i (ou $\beta_i = \beta + B_i$) sont les paramètres individuels. Nous supposons $\Gamma = \text{diag}(\sigma_\beta^2)$ pour simplifier les procédures de simulation et d'estimation. De plus, nous supposons les B_i indépendants car nous nous plaçons dans le cadre d'utilisation d'images prises sur une région relativement restreinte où les différences entre des pixels proches sont essentiellement dues aux pratiques culturales et non pas à des structures spatiales dues au climat ou au type de sol : nous négligeons ainsi l'effet dû aux parcelles chevauchant deux pixels. La variable ε_{ij} est un terme d'erreur de variance σ_ε^2 .

2. Comparaison de procédures d'estimation

2.1. Procédures d'estimation

La première procédure mise en œuvre estime les β_i par moindres carrés dans des régressions par pixel (rpp). Les paramètres globaux sont ensuite estimés par la moyenne et la variance empiriques des estimations individuelles; cette variance empirique est débiaisée en lui retranchant la moyenne $\bar{\Sigma}^*$ des

estimations de la variance asymptotique Σ_i^* des $\tilde{\beta}_i$ (Steimer *et al.*, 1984). Par exemple pour le paramètre a , on calcule la variance empirique des I estimations \tilde{a}_i à laquelle on retire le terme diagonal $\tilde{\sigma}_a^{2*}$ de la matrice $\tilde{\Sigma}^*$ correspondant au paramètre a .

La seconde procédure (nlme) tient compte de la loi des B_i et estime alternativement les paramètres globaux et individuels à chaque étape d'un algorithme itératif visant à maximiser la vraisemblance du modèle à paramètres aléatoires linéarisé par un développement de Taylor de f autour des \hat{B}_i courants (Lindstrom et Bates, 1990).

2.2. Cadre général de l'étude

L'ordre de grandeur du jeu de données est fourni par les caractéristiques techniques du capteur. Nous envisageons l'utilisation du capteur Végétation, qui a une résolution spatiale kilométrique et une fréquence d'acquisition quotidienne. Sur une zone de 30 à 40 km de côté (petite région agricole), les images comportent environ 1500 pixels. Selon les conditions atmosphériques, le nombre d'images exploitables varie. Pour une période d'observation de 6 mois, l'utilisation de synthèses décennales de ces images nous amène à nous placer dans le cadre d'observation de quelques dizaines de dates uniformément réparties selon le cycle de végétation de la culture.

2.3. Plan d'expérience

Un plan d'expérience à 3 facteurs (nombre de dates, nombre de paramètres, variance résiduelle) a été mis en œuvre (Tableau 1) pour répondre aux questions suivantes :

- a) Quelle est l'influence du nombre de paramètres à estimer sur la précision des estimateurs en fonction de la variance du bruit résiduel (configurations 1-2-3-4) ?
- b) Quelle est l'influence du nombre de dates sur la précision des estimateurs en fonction de la variance du bruit résiduel (configurations 3-4-5-6) ?
- c) Dans le cas de données fortement bruitées, comment évolue la précision des estimations en fonction du nombre de dates (configurations 6-4-7) ?

Les variations du nombre de dates permettent de prendre en compte les aléas climatiques, notamment l'enneigement, qui rendent parfois impossible l'exploitation de données. La valeur de référence, 20, correspond à une acquisition tous les 10 jours pendant environ 6 mois.

Les paramètres à estimer sont soit (K, a, b, T_c) , dont les vraies valeurs sont $(8, 7, 3, 0.5)$, soit (a, b, T_c) . Dans ce dernier cas, le paramètre K est fixé car supposé caractéristique de la variété de la plante. Le cinquième paramètre T_r du modèle (1) est ici contraint par $T_r = \log(1 + \exp(a \times T_c))/b$.

Les deux valeurs retenues pour faire varier la variance du bruit sont $\sigma_\epsilon^2 = 0.05^2$ et 0.5^2 : elles correspondent environ à 1% et 10% du LAI maximal. Le faible bruit résulte d'observations quasi-parfaites du LAI. Un bruit plus important peut être dû à l'observation de pixels mixtes (pixels où plusieurs

MODÈLE NON LINÉAIRE À PARAMÈTRES ALÉATOIRES

TABLEAU 1. – Plan d'expérience à 3 facteurs ; $N = 100$ répétitions par configuration.

Configuration	Nombre de dates	Paramètres à estimer	σ_ϵ^2
1	20	(K, a, b, T_c)	0.05^2
2	20	(K, a, b, T_c)	0.5^2
3	20	(a, b, T_c)	0.05^2
4	20	(a, b, T_c)	0.5^2
5	10	(a, b, T_c)	0.05^2
6	10	(a, b, T_c)	0.5^2
7	40	(a, b, T_c)	0.5^2

thèmes cultureaux sont présents ce qui est souvent le cas pour des résolutions kilométriques) nécessitant la mise en œuvre de techniques de désagrégation (Faivre et Fischer, 1997) qui ajoutent un bruit à celui déjà présent dans les données.

2.4. Critères

Sur les N jeux de données, nous comparons les estimations des paramètres globaux selon un critère de biais exprimé en pourcentage relatif, $BPR(\hat{\theta}) = 100 \times \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\hat{\theta}^{(n)} - \theta}{\theta}$ où θ désigne la vraie valeur de β , σ_β ou σ_ϵ et $\hat{\theta}^{(n)}$ le paramètre estimé pour le $n^{\text{ème}}$ jeu de données selon l'une ou l'autre des deux méthodes. Pour les paramètres individuels, nous estimons l'erreur quadratique moyenne de prédiction par $EQMP(\hat{\theta}_i) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left(\hat{\theta}_i^{(n)} - \beta_i^{(n)} \right)^2 \right)$ où $\beta_i^{(n)}$ désigne le vrai vecteur de paramètres sur le pixel i pour le $n^{\text{ème}}$ jeu de données et $\hat{\theta}_i^{(n)}$ est l'estimation correspondante issue de l'une des méthodes.

3. Résultats

3.1. Analyse des simulations

Les calculs des critères pour les régressions individuelles (colonnes **rpp** dans les tableaux 2 et 3) ne tiennent pas compte des pixels sur lesquels l'algorithme de minimisation n'a pas convergé : convergence pour 90% des pixels dans les configurations fortement bruitées et 99% dans les autres.

Comme le notent Steimer *et al.* (1984), la variance d'estimateur est grande quand on dispose de peu de données par individu et/ou d'un bruit résiduel élevé. La présence des * dans le tableau 2 pour les configurations fortement bruitées 2 (4 paramètres à estimer, 20 dates) et 6 (3 paramètres à estimer, 10 dates) est cohérente avec cette remarque. Par exemple, la médiane des estimations de la variance asymptotique des estimateurs individuels du paramètre

MODÈLE NON LINÉAIRE À PARAMÈTRES ALÉATOIRES

TABLEAU 2. – Estimation du biais en pourcentage relatif (BPR) pour les estimations des écarts-types des paramètres par *nlme* et *rpp* pour les vraies valeurs $\sigma_\beta = (0.1, 0.1, 0.1, 0.01)$. Les * indiquent que la moyenne des estimations de la variance asymptotique des estimateurs individuels est supérieure à la variance empirique des estimations individuelles.

BPR	nlme					rpp				
Config.	σ_K	σ_a	σ_b	σ_{T_c}	σ_ε	σ_K	σ_a	σ_b	σ_{T_c}	σ_ε
1	-0.3	-0.02	-0.1	-0.1	0.004	-4	-1	-0.04	-0.1	-1.5
2	40	-80	-5	8	0.2	*	*	*	*	15
3		-0.02	-0.1	-0.05	0.01		0.02	0.04	-0.01	-1
4		-12	5	-20	0.08		170	85	30	-1.3
5		-0.2	-0.6	-0.2	0.3		-7	-0.7	-2	-1.8
6		-30	6	-26	0.2		*	*	*	6
7		0.5	-1	1	-0.04		50	30	8	-0.8

α atteint 70 dans la configuration 2 et 5 dans la configuration 6. Dans les autres cas, cette valeur va de 0.02 dans la configuration 3 à 0.1 dans la configuration 7. Dans les configurations faiblement bruitées correspondantes (1 et 5), la correction est acceptable mais on peut constater que le biais résultant est alors systématiquement négatif *i.e.* que l'estimation débiaisée sous-estime la vraie valeur de l'écart-type du paramètre. L'utilisation de l'estimateur de la variance asymptotique des paramètres et la forte corrélation des estimateurs des paramètres, en raison de la non-linéarité du modèle (1), font que, malgré un bruit résiduel plus faible, la moyenne Σ^* des estimations de la variance asymptotique est encore relativement élevée et corrige trop fortement la variance empirique. Avec seulement 3 paramètres et toujours avec 20 dates (configuration 3), les estimations individuelles sont plus précises que dans la configuration 1, on a donc des variances asymptotiques estimées moins élevées et ainsi la sous-estimation systématique après débiaisage n'apparaît plus.

Les 4 premières configurations (Tableau 2 et Tableau 3) montrent que l'estimation dans le modèle à paramètres aléatoires est moins sensible que les régressions par pixel à l'augmentation du bruit avec 4 paramètres à estimer. Pour la deuxième question (configurations 3-4-5-6), la diminution du nombre de dates est plus préjudiciable avec un bruit important ; les régressions par pixel sont plus sensibles à ce problème. Dans les configurations bruitées (troisième question), *nlme* est meilleur avec peu de dates. En accord avec la théorie (Demidenko, 1997), plus le nombre de dates augmente, plus les résultats sont proches. Les résultats sur les paramètres de moyenne, non présentés ici, sont en accord avec les résultats sur les paramètres globaux de variance et individuels.

MODÈLE NON LINÉAIRE À PARAMÈTRES ALÉATOIRES

TABLEAU 3. – Estimation de l’erreur quadratique moyenne de prédiction (EQMP) pour les paramètres individuels.

EQMP	nlme				rpp				
	Config.	K_i	a_i	b_i	T_{c_i}	K_i	a_i	b_i	T_{c_i}
1		0.02	0.03	0.04	0.0004	0.1	0.06	0.007	0.00003
2		0.8	0.4	0.07	0.0004	80000	400	50	0.02
3			0.04	0.04	0.0004		0.002	0.001	0.00001
4			0.02	0.03	0.0002		0.4	0.2	0.001
5			0.03	0.04	0.0003		0.005	0.004	0.00003
6			0.02	0.03	0.0002		14	1	0.01
7			0.02	0.03	0.0002		0.1	0.06	0.0004

3.2. Illustration sur données réelles

Les données proviennent de 6 scènes SPOT/HRV (résolution 20 m) prises entre le 19 mars et le 16 juillet 1996 sur le site de Chartres; de telles images sont généralement destinées à la détermination du plan d’occupation des sols. Pour le suivi temporel de cultures, un capteur comme SPOT/Végétation est préférable car il dispose d’une fréquence d’acquisition quotidienne (contre 26 jours pour SPOT/HRV) mais d’une résolution spatiale kilométrique. Pour cette illustration, la haute résolution spatiale des données initiales nous permet d’étudier les effets croisés de la procédure d’estimation et de la mise en œuvre de la désagrégation (Faivre et Fischer, 1997) par la création de deux jeux de données correspondant à la résolution spatiale du capteur Végétation (Figure 1).

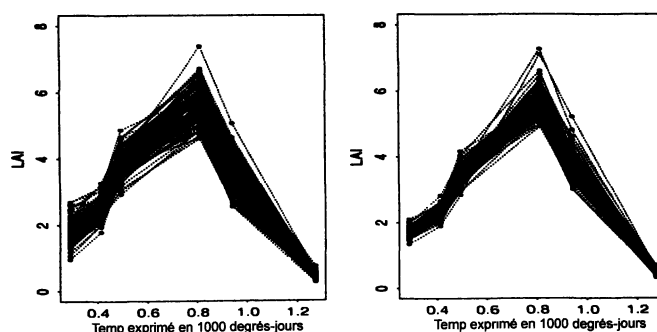


FIG. 1. – Représentation des données moyennées (à gauche) et désagrégées (à droite).

Le premier jeu de données résulte des moyennes kilométriques calculées sur l’ensemble L_i^c des pixels à haute résolution contenant la culture c sur le pixel kilométrique i . L’indice de surface foliaire de la culture c sur le pixel basse résolution est donné par $LAI_i^c = \frac{1}{|L_i^c|} \sum_{l \in L_i^c} LAI_{i,l}^c$ où $|L_i^c|$ est le cardinal de

MODELE NON LINÉAIRE À PARAMÈTRES ALÉATOIRES

L_i^c et $LAI_{i,l}^c$ l'indice de surface foliaire de la culture c sur le pixel l à haute résolution inclus dans le pixel i de résolution kilométrique.

Le second jeu de données est issu de la désagrégation des données initiales à haute résolution dégradées à l'échelle kilométrique :

1. dégradation de l'image initiale tous thèmes confondus $LAI_i = \frac{1}{2500} \sum_{l=1}^{2500} LAI_{i,l}$,
2. extraction de l'indice de surface foliaire (LAI_i^c) de la culture c par désagrégation des thèmes mélangés (Faivre et Fischer, 1997). Pour cela, le modèle de mélange considéré est : $LAI_i = \sum_{c=1}^p x_i^c LAI_i^c + \eta_i$ où $x_i^c = |L_i^c|/2500$ sont les occupations du sol, connues grâce aux images haute résolution, p désignant le nombre de thèmes considérés.

La zone étudiée a été restreinte à une sous-zone de 12 km × 10 km. L'évolution des céréales d'hiver est notre centre d'intérêt ; ce thème représente la majeure partie de l'occupation des sols. Le faible nombre de dates dont nous disposons (d'où l'intérêt en pratique des données de SPOT/Végétation) nous conduit à diminuer le nombre de paramètres à estimer. Pour cela, nous considérons les paramètres K et T_c comme des constantes égales à 8 et 0.45 (valeurs spécifiques de pratiques agricoles locales) de telle sorte que seuls les paramètres a et b sont à estimer.

Les estimations des paramètres de moyenne (Tableau 4) varient très peu d'une méthode à l'autre. Pour les écarts-types $\tilde{\sigma}_a$ et $\tilde{\sigma}_b$, nous nous trouvons dans le cas désigné par * dans le tableau 2. Les valeurs élevées des écarts-types asymptotiques $\tilde{\sigma}_a^*$ et $\tilde{\sigma}_b^*$ ne permettent pas de débiaiser l'estimation de l'écart-type selon la formule précisée dans la section 2.1. On retrouve ici les résultats obtenus sur simulation où un faible nombre de dates ne permettait pas à la méthode rpp de fournir des estimations satisfaisantes notamment les variances globales.

TABLEAU 4. – Résultats des deux méthodes sur les données moyennées et désagrégées.

	nlme			rpp				
	\hat{a}	$\hat{\sigma}_a$	$\hat{\sigma}_\epsilon$	\tilde{a}	$\sqrt{\text{var}(\tilde{a}_i)}$	$\tilde{\sigma}_a^*$	$\tilde{\sigma}_a$	$\tilde{\sigma}_\epsilon$
	\hat{b}	$\hat{\sigma}_b$		\tilde{b}	$\sqrt{\text{var}(\tilde{b}_i)}$	$\tilde{\sigma}_b^*$	$\tilde{\sigma}_b$	
Moy.	9.22	0.44	0.51	9.24	0.98	1.68	*	0.54
	3.71	0.12		3.71	0.45	0.86	*	
Desag.	8.00	0.27	0.51	8.18	0.66	1.49	*	0.56
	3.04	0.21		3.14	0.35	0.77	*	

La désagrégation implique une modification non négligeable des paramètres de moyenne, mais compte tenu des diverses contraintes appliquées au modèle, ces différentes valeurs produisent des courbes très proches aux dates d'observation.

Les écarts-types estimés sont globalement plus élevés sur les données moyennées, et en particulier sur le paramètre a ce qui est cohérent avec l'aspect plus dispersé des courbes moyennées lors de la croissance (Figure 1). Dans les deux cas, l'écart-type résiduel est de l'ordre de celui des configurations fortement bruitées dans les simulations. Des problèmes liés à la superposition temporelle des images et éventuellement à des corrections atmosphériques non homogènes peuvent expliquer cette valeur élevée sur les données moyennées. Ces effets sont en partie réduits par la désagrégation qui, en contrepartie, rajoute de l'erreur par le calcul de prédictions locales. Dans les deux cas, le terme résiduel est aussi alimenté par une erreur probable de modélisation.

4. Conclusion

L'étude présentée ici propose des pistes pour répondre aux attentes des utilisateurs d'images satellites en termes de compromis entre qualité (bruit, valeur de σ_ε^2) et quantité (nombre de dates) des images à acquérir pour assurer un suivi satisfaisant. Elle éclaire également quant à la méthodologie à employer pour estimer les paramètres d'un modèle d'évolution temporelle : si les données sont faiblement bruitées, le recours à un modèle à paramètres aléatoires n'est pas clairement justifié, en revanche, si la variance résiduelle est élevée, comme cela est le cas en pratique, l'estimation par paramètres aléatoires est certainement préférable. Une des perspectives de ce travail est la prise en compte de corrélations spatiales dans le modèle.

RÉFÉRENCES

- BARET F. (1986), Contribution au suivi radiométrique de culture de céréales, *Thèse d'université*, Université de Paris-Sud Orsay.
- BARET F., GUYOT G. (1991), Potentials and limits of vegetation indices for LAI and APAR assessment, *Remote Sensing of Environment*, 35, 161–173.
- DEMIDENKO E. (1997), Asymptotic properties of nonlinear mixed-effects models, *Lecture notes in statistics*, 122, 49–62.
- FAIVRE R., DELÉCOLLE R. (1997), Synthetic Map of Crop Leaf Area Index Dynamics Estimated with Satellite Data. MODSIM'97 : International Congress on Modelling and Simulation, Hobart, Tasmania (Australia), 8-11 December 1997, 228-233.
- FAIVRE R., FISCHER A. (1997), Predicting crop reflectances using data observing mixed pixels. *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics*, 2, 87–107.
- LINDSTROM M. J., BATES D. M. (1990), Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics*, 46, 87–107.
- RICHARDSON A.J., WIEGAND C.L. (1977), Distinguishing vegetation from soil background information, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 43, 1541–1552.
- STEIMER J-L., MALLET A., GOLMARD J-L., BOISVIEUX J-F. (1984), Alternative approaches to estimation of population pharmacokinetic parameters : Comparison with the nonlinear mixed effect model, *Drug Metabolism Review*, 15, 265–292.