

NICOLAS WESNER

**Prévision non linéaire et efficacité informationnelle :
une application à la dynamique du CAC40**

Journal de la société française de statistique, tome 142, n° 3 (2001),
p. 89-109

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_2001__142_3_89_0>

© Société française de statistique, 2001, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société française de statistique » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PRÉVISION NON LINÉAIRE ET EFFICIENCE INFORMATIONNELLE : UNE APPLICATION À LA DYNAMIQUE DU CAC40 *

Nicolas WESNER **

RÉSUMÉ

Cet article se propose d'évaluer la profitabilité d'une stratégie d'investissement fondée sur les prévisions du sens des variations quotidiennes de l'indice CAC40. Ces prévisions fournies par la méthode du plus proche voisin (Farmer et Sidorowich 1987) ont été comparées à celles du modèle de la martingale et de la méthode de la valeur moyenne pour six périodes de trente jours relativement dissemblables en termes de risque et de rendement. Les résultats obtenus montrent que la méthode du plus proche voisin est incapable de battre la méthode de la valeur moyenne pour les prévisions en niveau mais qu'elle s'avère sensiblement efficace pour la prévision du sens des variations. L'étude montre également qu'une stratégie d'investissement basée sur ces prévisions permet, lors des périodes de forte volatilité et pour des coûts de transactions relativement faibles, de battre une stratégie passive.

Classification JEL : C53, F31.

ABSTRACT

This paper investigates the forecastability of daily CAC40's returns using a nonlinear local forecasting technique. For six periods relatively different in term of risk and return, the performances of the nearest neighbour prediction method (Farmer and Sidorowich (1987)) are compared with those by two simple benchmark predictors : the martingale model and mean-value predictor. The results indicate that the local method can't beat significantly the last model in the prevision of rate of returns but that it performs well in the prediction of the signs of variations. Finally a technical trading rule based on local predictions of the signs of variation is shown to exhibit higher profitability than a buy and hold strategy in the presence of low transaction costs, especially during high volatility periods.

JEL Classification : C53, F31.

* L'auteur tient à remercier G. Prat, G. Hatout et T P. Maury ainsi que les deux rapporteurs anonymes pour leurs remarques et suggestions.

** MODEM Université de Paris X Nanterre, 200 avenue de la République, 92400 Nanterre cedex. E-mail : wesner@u-paris10.fr

1. Introduction

La prévisibilité de la dynamique du cours des actifs intéresse autant les praticiens que les théoriciens de la finance. L'hypothèse d'efficience informationnelle, qui constitue le principal fondement de la théorie financière orthodoxe (Fama et Miller (1972), Merton (1987)), postule que les prix d'actifs reflètent toute l'information disponible de sorte qu'il est impossible de tirer profit d'une information en l'exploitant pour prévoir les cours futurs (Fama (1965)). Afin d'apporter un contenu empirique à l'hypothèse, Fama (1970) a proposé trois définitions de l'efficience informationnelle : l'efficience au sens faible qui signifie qu'il est impossible de prévoir les cours futurs à partir d'informations contenues dans les cours passés, l'efficience au sens semi-fort qui signifie qu'il est impossible de prévoir les cours sur la base de l'ensemble des informations publiques et l'efficience au sens fort qui signifie que les cours sont imprévisibles quelle que soit la nature, publique ou privée, de l'information utilisée. Depuis quelques années des travaux empiriques de plus en plus nombreux étudient la prévisibilité des cours et semblent contredire l'hypothèse d'efficience informationnelle. En effet, comme le notent Campbell et al. (1997)

« Les avancées économétriques récentes et l'évidence empirique semblent suggérer que les rendements des actifs financiers sont prévisibles dans une certaine mesure. » (Campbell et al. (1997) p. 80).

Du point de vue des praticiens il est aisé de constater que l'hypothèse d'efficience informationnelle ne fait pas l'unanimité. Ainsi, l'usage répandu de l'analyse technique ¹, qui représente un ensemble d'outils destinés à guider les décisions d'investissement, s'avère en totale contradiction avec l'hypothèse d'efficience au sens faible. En effet, ces outils, qui supposent l'existence d'une mémoire dans la dynamique des cours, exploitent l'information contenue dans les cours passés afin de prévoir les fluctuations (voir Murphy (1999)).

Cependant, comme l'ont noté de nombreux auteurs depuis Jensen (1978), l'efficience informationnelle ne signifie pas qu'il est impossible de prévoir les cours mais qu'il est impossible de tirer profit de ces prévisions compte tenu des coûts d'information et de transaction. Cette définition de l'efficience, que Fama (1991) qualifia de plus opérationnelle et d'économiquement plus réaliste, semble plus robuste à l'observation empirique. En effet, si de nombreux travaux font état de la prévisibilité des cours boursiers ou de taux de change, peu d'entre eux étudient la profitabilité de ces méthodes de prévision et lorsque c'est le cas, les résultats sont contradictoires. Certains auteurs ont dès lors proposé d'appréhender l'efficience comme une notion relative, c'est-à-dire une propriété imparfaite et circonstancielle (Campbell et al. (1997)). Dans cette optique, les véritables questions, celles qui intéressent aussi bien

1. D'après une enquête d'opinion réalisée par Taylor et Allen (1992), 90% des opérateurs interrogés sur le marché des changes de Londres reconnaissent avoir recours à l'analyse technique lorsqu'ils adoptent une stratégie de court terme. Les travaux de Lui et Mole (1998) confirment ces résultats pour le marché des changes de Hongkong. Les auteurs observent que plus de 85% des opérateurs interrogés ont recours à l'analyse technique à court terme et à long terme.

les praticiens que la théorie économique, sont de savoir dans quelle mesure et dans quelles circonstances les prévisions des cours futurs permettent d'élaborer une stratégie d'investissement dont le rendement, compte tenu des coûts de transaction, dépasse le rendement du marché.

L'application qui suit se propose d'étudier l'efficacité relative du marché français des actions à partir de la méthode du plus proche voisin. Cette méthode de prévision locale, qui consiste à identifier des régularités géométriques au sein des trajectoires d'une série temporelle, s'apparente à une forme systématisée de l'analyse chartiste (Elms (1994)), un des outils les plus anciens de l'analyse technique. La méthode du plus proche voisin, dont Farmer et Sidorowich (1987) ont montré l'efficacité pour la prévision des séries chaotiques, représente un cas particulier de la méthode de la régression localement pondérée de Cleveland et Devlin (1988). La tentation de recourir à ces méthodes de prévisions locales pour la prévision des séries financières remonte à Meese et Rose (1990) et Diebold et Nason (1990) qui concluent à leur inefficacité. Depuis, plusieurs travaux obtiennent des résultats contradictoires mais aucun d'entre eux n'a étudié la profitabilité, nette des coûts de transaction, de la méthode pour les cours boursiers.

Après en avoir présenté les fondements, les performances de la méthode du plus proche voisin ont été comparées à celles du modèle de la martingale et de la méthode de la valeur moyenne pour six périodes relativement distinctes en termes de risque et de rendement. Les performances des différents modèles ont été évaluées pour les prévisions en niveau et pour la prévision du sens des variations. Pour finir, la profitabilité d'une stratégie d'investissement fondée sur les prévisions locales du sens des variations quotidiennes a été comparée à celle d'une stratégie passive qui consiste à conserver l'investissement du début jusqu'à la fin de la période considérée. En particulier, le coût de transaction critique, qui permet d'égaliser les profits associés aux stratégies passive et active, a été calculé. L'étude conclut à l'inefficacité relative du marché français lors des périodes de forte volatilité.

2. Une version systématisée de l'analyse chartiste

L'analyse chartiste, pratiquée depuis le début du 20^e siècle sur les marchés financiers, consiste à identifier des régularités géométriques intermittentes à travers les trajectoires des cours. Longtemps considérée comme dépourvue de fondements scientifiques, cette approche géométrique de la prévision peut désormais recevoir un cadre formel.

2.1. Les fondements de l'approche géométrique

La présence de régularités géométriques dans les trajectoires d'une série temporelle s'apparente à la propriété de corrélation spatiale, une propriété caractéristique des séries déterministes. Ainsi, l'efficacité des méthodes géométriques de prévision dépend de manière cruciale de la nature, déterministe ou aléatoire, du système sous jacent aux séries étudiées. L'hypothèse de

processus déterministe constitue donc le fondement théorique de l'approche géométrique ².

2.1.1. Système déterministe et continuité des trajectoires

D'une manière générale, si un système dynamique peut être décrit par une application continue f , alors, il peut être qualifié de déterministe :

$$\begin{aligned} f : M &\longrightarrow M, \\ x(t+1) &= f(x(t)) \end{aligned} \quad (1)$$

où f est une application uniformément continue, dérivable et inversible, le vecteur $x(t) \in M$ est composé des différentes variables endogènes du système et M est un espace vectoriel normé de dimension finie D .

L'uniforme continuité de l'application f implique alors la propriété suivante : Pour toute paire de points (x_1, x_2) dont la distance est inférieure à un nombre α arbitrairement faible, on peut montrer que la distance entre leurs images est inférieure à un nombre δ :

$$\begin{aligned} \text{si } \|x_1 - x_2\| < \alpha, \text{ alors } \|f(x_1) - f(x_2)\| < \delta, \text{ si } \alpha \text{ est faible,} \\ \text{alors, } \delta \approx \|\alpha \nabla f(x)\| \end{aligned} \quad (2)$$

où ∇f est le gradient de f et $\|\cdot\|$ désigne la norme de l'espace M .

Cette propriété de continuité permet de réaliser l'approximation d'une trajectoire à partir d'une autre trajectoire, pourvu que celle-ci soit suffisamment proche, δ s'interprète alors comme l'erreur associée à cette approximation. Pour les séries chaotiques, du fait de la propriété de sensibilité aux conditions initiales, cette approximation n'est réalisable qu'à court terme.

2.2. Une méthode de prévision locale

2.2.1. La reconstruction des données dans un espace des phases

L'investigation d'un système expérimental, dont on ne connaît ni l'application f , ni l'espace de référence M , ne peut souvent être réalisée qu'à l'aide d'une seule variable observable : $\{r(t)\}, (t = 1, \dots, N)$. Dans ces conditions, il est nécessaire, afin de pouvoir observer la nature déterministe du système étudié, de « reconstruire » les trajectoires dans un espace des phases.

La méthode la plus couramment utilisée à cet effet est la méthode des séries décalées. La procédure consiste à transformer l'échantillon initial en une séquence de sous échantillons de tailles égales constitués de variables retardées. Ces vecteurs, appelés m -histoires, décrivent les états successifs du système (1). De manière formelle, cette procédure peut s'écrire :

$$\begin{aligned} h : M &\longrightarrow M' = \mathbb{R}^m \\ y(t) &= h(x(t)) = (r(t), r(t-\tau), \dots, r(t-\tau(m-1))) \end{aligned} \quad (3)$$

2. De nombreux modèles théoriques permettent de justifier l'hypothèse de processus déterministes non linéaires ou de processus chaotiques en économie et en finance (voir Brock (1988) et Benhabib (1992)).

où $y(t), (t = m, \dots, N) \in \mathbb{R}^m$, la fonction h est continue et non observable, τ est le délai de coordonnée et m la dimension de l'espace des phases appelée la dimension de plongement.

Takens (1981) a démontré que, pour un choix adéquat du délai de coordonnée et de la dimension de plongement ($m \geq 2D - 1$, où D représente la vraie dimension du système (1)), il est possible de construire une application g , dite topologiquement conjuguée à l'application f , qui présente les mêmes propriétés dynamiques que l'application f (dimension et structure de l'attracteur et degré de sensibilité aux conditions initiales). L'auteur définit l'application Φ , dite de reconstruction, qui, aux variables non observables $x(t)$, associe la séquence des vecteurs $y(t)$:

$$\begin{aligned} \Phi : M &\longrightarrow \mathbb{R}^{m^2} \\ \Phi(x) &= [h(x), h(f^{-\tau}(x)), \dots, h(f^{-\tau(m-1)}(x))]^T \end{aligned} \quad (4)$$

où Φ est continue, inversible et différentiable et où T désigne l'opérateur de transposition.

Ainsi, dans le cas d'un système strictement déterministe et pour un choix adéquat des paramètres m et τ (m^* et τ^*), la fonction g est définie par la relation :

$$g(y(t)) = \Phi \circ f \circ \Phi^{-1}(y(t)) \quad (5)$$

Pour les séries empiriques, il est habituel de fixer τ à l'unité. Ainsi, l'application g s'écrit :

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R}^{m^2} &\longrightarrow \mathbb{R}^{m^2} \\ y(t+1) &= g(y(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

L'application g présente les mêmes propriétés de continuité que l'application f . En particulier, avec α arbitrairement faible, $g(y)$ vérifie :

$$si \ \|y_1 - y_2\| < \alpha, \text{ alors, } \|g(y_1) - g(y_2)\| < \delta \quad (7)$$

Ainsi, une reconstruction adéquate permet de conserver la continuité des trajectoires dans l'espace des phases. Il est important de noter que le théorème de Takens (1981) n'est applicable qu'à des séries non bruitées. En présence de bruit dynamique ou expérimental, l'application g ne peut pas être considérée comme déterministe. Des simulations numériques montrent cependant que la méthode de reconstruction reste valable pour des processus chaotiques faiblement bruités (Packard et al.(1980)). En outre, les premières applications de la méthode des séries décalées aux séries économiques (Benzécri (1987), Hatout (1989)), qui ne faisaient pas état de la propriété de déterminisme, ont montré la capacité de cette méthode à mettre en évidence des phénomènes non observables à partir des méthodes traditionnelles.

2.2.2. La méthode du plus proche voisin

L'étude du voisinage du point dont on veut prévoir l'évolution caractérise les méthodes de prévision qualifiées de locales. Ces méthodes, qui reposent sur la propriété de continuité des trajectoires dans l'espace des phases, s'avèrent parfaitement adaptées à la prévision des séries chaotiques (voir Farmer et Sidorowich (1987)). La méthode du plus proche voisin constitue un cas particulier puisque seule la trajectoire passée la plus proche est utilisée pour la prévision. Pour une série bruitée, l'approximation de la trajectoire future est donc nécessairement imparfaite, c'est également le cas d'une série chaotique non bruitée puisque, pour ce type de processus, les trajectoires ne se croisent jamais dans l'espace des phases. Autrement dit, la valeur asymptotique de l'erreur moyenne associée à la méthode du plus proche voisin n'est pas nulle. L'objectif n'est donc pas de réaliser des prévisions parfaites. Concrètement, la prévision du point $y(t)$ fournie par la méthode du plus proche voisin est $y(t')$, $t' < t$ où $y(t')$ est le successeur, dans l'ordre temporel, du plus proche voisin de $y(t-1)$. Le plus proche voisin de $y(t-1)$ est le vecteur $y(t'-1)$ qui vérifie :

$$y(t'-1) = \operatorname{argmin}\{d(y(t-1), y(s)) \mid s \in [m, t-1]\}$$

où $d(x, y)$ représente la distance entre les vecteurs x et y .

De la même manière, la prévision de l'observation $r(t)$ est $r(t')$, avec $t' < t$ et où $r(t')$ est la première composante de $y(t')$.

Cette version la plus simplifiée des méthodes de prévision locales présente l'avantage de n'avoir qu'un seul paramètre à estimer, à savoir la dimension de plongement. Casdagli (1989) propose d'utiliser l'estimation de ce paramètre comme un moyen de différencier les séries déterministes des séries aléatoires. D'après l'auteur, l'efficacité des méthodes locales peut être interprétée comme un signe de la présence d'une structure déterministe. En effet, les simulations montrent que, pour les séries chaotiques, même faiblement bruitées, les distances entre les images de points proches diminuent avec l'accroissement de la dimension de plongement, puis se stabilisent à partir d'une certaine valeur. Cette valeur, appelée dimension de plongement optimale minimale, correspond généralement à la valeur entière juste supérieure à la dimension fractale de l'attracteur. Depuis, de nombreuses méthodes destinées à identifier la présence d'une structure déterministe au sein d'une série temporelle ont été élaborées en suivant cette approche (voir Aleksic (1990), Kennel et al. (1992), Wayland et al. (1993) et Cao (1997)).

Un certain nombre d'études ont mis en évidence l'efficacité des méthodes locales pour la prévision des séries financières. Ces travaux ont été réalisés à partir de données aussi diverses que les taux de change (Elms (1994), Lisi et Medio (1997), Soofi et Cao (1999), Fernandez et al. (1999)(a)), les cours boursiers (LeBaron (1992), Gençay et Stengos (1997), Fernandez et al. (1999)(b)) et les cours de l'or et du cuivre (Agnon et al. (1999)). L'application suivante s'intéresse à l'efficacité de la méthode du plus proche voisin dans l'exercice de la prévision de la dynamique de l'indice CAC40.

3. Une application aux données du CAC40

L'efficacité de la méthode du plus proche voisin a été mesurée pour la prévision des taux de variation puis pour la prévision du sens des variations. Dans un dernier temps la capacité de la méthode à battre le marché a été évaluée en tenant compte des coûts de transaction. L'étude a été menée de façon comparative dans la mesure où les performances prédictives de la méthode locale ont été comparées à celles de la méthode de la valeur moyenne et du modèle de la martingale. D'autre part, différentes périodes, relativement distinctes en termes de risque et de rendement, ont servi de base aux prévisions.

3.1. Examen préliminaire et méthodologie

3.1.1. Les données

L'application suivante a porté sur les taux de variations quotidiens du CAC40 :

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_t}, \text{ où } P_t \text{ représente le cours de clôture au jour } t.$$

L'échantillon original contient 2369 observations et recouvre une période qui s'étend de septembre 1987 à mars 1997.

3.1.2. Le test de non linéarité de Brock, Dechert, Scheinkman et LeBaron

Le test non paramétrique de Brock et al. (voir Brock et al. (1996)) fut souvent présenté comme un test statistique destiné à la détection de chaos déterministe. La procédure proposée par les auteurs permet en fait de tester l'hypothèse nulle d'observations indépendantes et identiquement distribuées. Les travaux de Hsieh (1991) ont montré que les séries temporelles donnant lieu à un rejet de l'hypothèse nulle pouvaient être d'origines diverses, aussi bien stochastiques que déterministes. La statistique du test repose sur le calcul de l'intégrale de corrélation (Grassberger et Proccacia (1983)). Pour une série $\{r(t)\}$, $(t = 1, \dots, N)$, l'intégrale de corrélation $C_m(R)$ mesure la fréquence avec laquelle deux points, y_t et $y_{t'}$, choisis au hasard dans un espace des phases de dimension m , sont espacés d'une distance inférieure ou égale à R . On peut interpréter cette fréquence comme une mesure de probabilité et écrire :

$$C_m(R) \simeq Pr [\| y_t - y_{t'} \| < R]$$

Ainsi, $C_m(R)$ mesure une relation de dépendance, non pas entre des observations successives, mais entre des séquences d'observations temporellement éloignées. L'estimation de $C_m(R)$ est relativement simple à réaliser. Pour une valeur de R arbitrairement faible (habituellement égale à l'écart type lorsque la norme maximale est utilisée), on calcule $C_m(R)$ la manière suivante :

$$C_m(R) = (1/n^2) \times \sum_{i,j=1(i \neq j)}^n Z(R - \| y_i - y_j \|)$$

où $n = N - m - 1$ est le nombre de vecteurs d'observations, $\|y_i - y_j\|$ désigne la distance entre y_i et y_j et la fonction $Z(x)$ est définie de la manière suivante :

$$Z(R - \|y_i - y_j\|) = 1 \text{ si } R - \|y_i - y_j\| > 0 \text{ et } Z(R - \|y_i - y_j\|) = 0 \text{ sinon}$$

Ainsi, Brock et ses coauteurs ont montré que l'indépendance des observations $r(t)$ implique :

$$C_m(R) = (C_1(R))^m$$

Cette égalité peut se comprendre de manière intuitive en associant $C_m(R)$ à une mesure de la probabilité que deux points, y_t et $y_{t'}$, choisis au hasard dans un espace des phases de dimension m , soient espacés d'une distance inférieure ou égale à R , $C_1(R)$ s'interprète alors comme la probabilité que deux observations $r(t)$ soient espacées d'une distance inférieure ou égale à R . L'indépendance des observations et l'identité de leurs lois impliquent alors l'égalité précédente. La statistique du test, qui converge en distribution vers la loi normale centrée réduite, est définie de la manière suivante :

$$BDS = \frac{C_m(R) - (C_1(R))^m}{V_{R,m,T} \sqrt{T}} \longrightarrow N(0, 1)$$

La variance théorique est définie de la manière suivante :

$$V_{R,m,T} = 4 \left[K^m + 2 \sum_{j=1}^{m-1} K^{m-j} C^{2j} + (m-1)^2 C^{2m} - m^2 K C^{2m-2} \right]$$

où $C = C(R) = \int [F(z+R) - F(z-R)] dF(z)$, $K = K(R) = \int [F(z+R) - F(z-R)]^2 dF(z)$ et F est une fonction non dégénérée. $C(R)$ est estimé par $C_1(R)$ et $K(R)$ par : $K(R) = (6/T^3) \sum h(y_i, y_j, y_k)$ où $h(a, b, c) = (1/3)[Z(R, a, b)Z(R, b, c) + Z(R, a, c)Z(R, c, b) + Z(R, b, a)Z(R, a, c)]$ et où la fonction $Z(x)$ est définie ainsi :

$$Z(R, a, b) = Z(R - \|a - b\|) = 1 \text{ si } R - \|a - b\| > 0$$

$$\text{et } Z(R - \|a - b\|) = 0 \text{ sinon}$$

Pour de larges valeurs de la statistique BDS , l'hypothèse nulle est rejetée. La statistique BDS a été calculée pour des valeurs de la dimension de plongement allant de 2 à 7 (la règle $\frac{N}{m} > 200$ fixée par les auteurs³ est respectée puisque l'échantillon comprend 2369 observations). Le tableau 1 représente la statistique BDS pour chaque valeur m de la dimension de plongement.

Les valeurs estimées de la statistique BDS conduisent au rejet de l'hypothèse nulle d'observations indépendantes et identiquement distribuées au niveau de 5% pour chaque valeur de la dimension de plongement considérée. Ce résultat ne certifie pas l'existence de non-linéarités exploitables pour la prévision mais

3. La règle $N/m > 200$ n'a pas de fondement statistique, elle sert néanmoins de référence dans l'application du test.

PRÉVISION NON LINÉAIRE ET EFFICIENCE INFORMATIONNELLE

TABLEAU 1. – La statistique *BDS* en fonction des valeurs de la dimension de plongement.

<i>m</i>	2	3	4	5	6	7
<i>BDS</i>	4.00	6.02	8.51	12.58	11.92	3.47

il constitue une condition nécessaire à l'applicabilité de la méthode du plus proche voisin.

3.1.3. Périodes étudiées

Six périodes caractéristiques de 30 jours ouvrables, relativement dissemblables en termes de risque et de rendement ont été retenues (voir tableau 2).

TABLEAU 2. – Caractéristiques des différentes périodes; rendement moyen μ , écart-type σ , progression de l'indice (en points) et amplitude (cours le plus haut - cours le plus bas).

	μ	σ	Prog.	Ampl.
27/07/90-10/09/90	-0.56%	0.0247	-304	419
04/11/91-14/02/91	0.25%	0.0193	+142	302
21/07/92-31/08/92	-0.15%	0.0116	-78	134
18/11/94-29/12/94	-0.05%	0.0088	-32	89
26/08/96-04/10/96	0.21%	0.0064	+132	182
26/12/96-06/02/97	0.38%	0.0101	+255	302
10/09/87-27/03/97	0.03%	0.0121	+1126	1815

Les trois premières périodes sont les plus volatiles de l'échantillon après la période d'octobre 1987. Cette dernière n'a pu être retenue pour réaliser des prévisions hors échantillon du fait qu'elle se situe en début d'échantillon. La quatrième période présente la particularité d'être plus ou moins dénuée de tendance. La cinquième période constitue la période la moins volatile de l'ensemble des six périodes. Enfin, la dernière période, qui se situe en fin d'échantillon, présente un rendement moyen et un risque relativement élevés. Ainsi, trois de ces périodes peuvent être assimilées à des situations de « marché haussier », deux, à des situations de « marché baissier » et une autre semble plus ou moins dénuée de tendance.

3.1.4. Les modèles concurrents

Trois modèles ont été expérimentés :

La méthode du plus proche voisin exploite la propriété de corrélation spatiale caractéristique des séries déterministes. La prévision de l'observation $r(t)$ fournie par la méthode locale s'écrit : $r_{p1} = r(t')$, $t' < t$ où $r(t')$ représente la première composante du vecteur $y(t')$ qui est le successeur, dans l'ordre

temporel, du plus proche voisin de $y(t-1)$. La distance euclidienne a été retenue pour le calcul des distances entre les points de l'attracteur.

Le modèle de la martingale, souvent associé à l'hypothèse d'efficience (Black et Scholes (1973)), consiste à réaliser des prévisions naïves : $r_{p2} = r(t-1)$

La méthode de la valeur moyenne constitue la méthode la mieux adaptée à la prévision des séries d'observations indépendantes et identiquement distribuées. Les prévisions sont constantes : $r_{p3} = R$ où R représente la moyenne des rendements calculée sur l'échantillon précédent $\{r(s)\}, (s = 1, \dots, t)$.

3.2. Les prévisions en niveau

Dans un premier temps, les performances des trois modèles ont été évaluées et comparées pour la prévision du niveau des taux de variations.

3.2.1. La mesure des performances relatives

L'efficacité relative de ces trois modèles a été mesurée à partir de la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne $PRMSE$ et du pourcentage de meilleures prévisions. Le premier critère s'écrit : $PRMSE12 = 1 - \frac{MSE1}{MSE2}$ où $MSE1 = \sum (r_{p1}(t) - r(t))^2$

Cette quantité mesure la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne apportée par le modèle 1 par rapport au modèle 2. Lorsque $PRMSE12 > 0$, le modèle 1 est jugé plus performant que le modèle 2.

L'étude de la significativité statistique de la supériorité relative d'un modèle est assurée par l'application d'un test destiné aux petits échantillons. Ce test, introduit par Diebold et Mariano (1995), repose sur le calcul du signe des différences entre les erreurs de prévision. En notant $\{e1_t\}$ et $\{e2_{t'}\}$ ($t, t' = 1, \dots, N$) les résidus de deux modèles de prévision, l'hypothèse nulle d'égalité des performances prédictives prend la forme suivante :

$$H_0 : \text{med}(l(e1_t) - l(e2_t)) = 0 \iff \Pr(l(e1_t) > l(e2_t)) = \Pr(l(e1_t) < l(e2_t))$$

où l représente une fonction de perte (par exemple l'erreur quadratique) et med la médiane.

La statistique du test est définie de la manière suivante :

$$S^+ = \sum_{t=1}^N I_+(E_t) \text{ avec } E_t = l(e1_t) - l(e2_t) \text{ et } I_+(E_t) = 1 \text{ si } E_t > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon.}$$

Sous l'hypothèse nulle, lorsque N est faible (ici $N = 30$ pour chaque période), S^+ est distribuée selon une loi binomiale $B(N, 1/2)$, lorsque N est élevé ($N = 180$ pour l'ensemble des six périodes), $\frac{(S^+ - 0.5N)}{\sqrt{0.25N}}$ suit une loi normale centrée réduite.

3.2.2. Performances prédictives et dimension de plongement optimale

Calculée sur l'ensemble des six périodes, l'erreur quadratique moyenne de la méthode locale ne semble pas significativement décroissante suivant la valeur de la dimension de plongement. Comme l'indique le graphique 1, l'erreur semble osciller autour d'une valeur moyenne. Ainsi, il semble que ces résultats ne permettent pas de conclure à la présence d'une structure déterministe de faible dimension dans la dynamique de l'indice CAC40. Il faut noter que la taille de l'échantillon disponible pour réaliser les prévisions des deux premières périodes ne permettait pas d'envisager des valeurs supérieures de la dimension de plongement (voir Smith (1992) pour une analyse du rôle de la taille de l'échantillon dans l'estimation de la dimension d'une série chaotique bruitée).

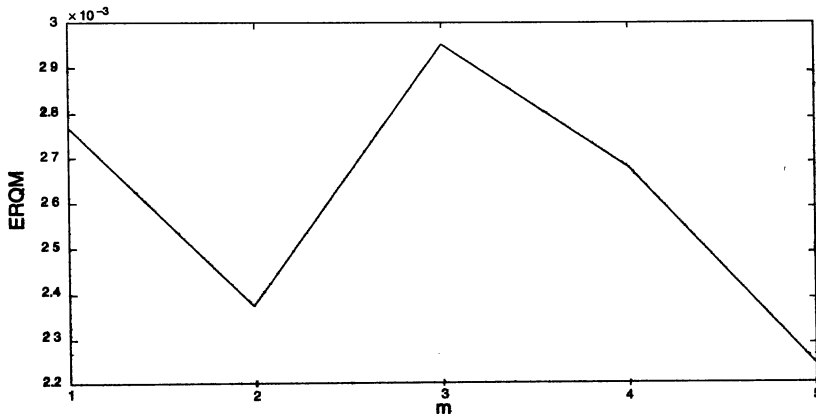


FIGURE 1. – L'erreur quadratique moyenne de la méthode du plus proche voisin, calculée sur les six périodes, est représentée en fonction des différentes valeurs de la dimension de plongement.

Suivant le critère de l'erreur quadratique moyenne, la méthode locale réalise les meilleures performances lors de la période la moins volatile et les plus faibles lors de la plus volatile. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par LeBaron (1992) à partir des rendements de l'indice de l'agence de notation Standard & Poor's des actions de la bourse de New York : l'indice S&P500. D'après l'auteur, lors des périodes les moins volatiles, les trajectoires seraient moins déformées par l'influence du bruit et donc plus prévisibles. L'étude des performances relatives des différents modèles permet de préciser ce résultat.

3.2.3. Performances relatives

Globalement, la méthode du plus proche voisin s'avère plus performante que le modèle de la martingale. Suivant le pourcentage de meilleures prévisions et pour un choix adéquat de la dimension de plongement, la méthode locale surclasse la martingale à chaque période. Cette supériorité est statistiquement significative lors de trois périodes. Selon le critère de l'erreur quadratique moyenne, les prévisions naïves sont plus efficaces uniquement lors de la période

PRÉVISION NON LINÉAIRE ET EFFICIENCE INFORMATIONNELLE

TABLEAU 3. – Ce tableau représente la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne apportée par la méthode du plus proche voisin vis-à-vis du modèle de la martingale et le pourcentage de meilleures prévisions fournies par la méthode locale en fonction des différentes périodes et des différentes valeurs de la dimension de plongement considérées. Une étoile (deux étoiles) indique(nt) que l'hypothèse nulle d'égalité des erreurs est rejetée au seuil de 10% (5%)

	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
27/07/1990-10/09/1990	-0.21	0.09	-0.31	0.09	0.12
	63%*	53%	50%	60%	63%*
04/11/1991-14/02/1991	0.12	0.26	0.34	0.08	0.55
	47%	60%	53%	53%	80% **
21/07/1992-31/08/1992	-0.02	0.22	0.02	-0.57	-0.11
	57%	47%	53%	47%	43%
18/11/1994-29/12/1994	0.08	-0.63	-0.55	-0.41	-0.39
	40%	50%	50%	50%	57%
26/08/1996-04/10/1996	-0.89	-0.25	-1.33	-0.86	-1.01
	60%	47%	47%	47%	53%
26/12/1996-06/02/1997	0.46	0.12	-0.17	0.34	-0.01
	63%*	57%	57%	67% **	57%
Total 6 périodes	55%*	52%	52%	54%	59% **

la moins volatile. Cependant, dans aucun cas, la supériorité du modèle de la martingale n'est statistiquement significative.

Sur l'ensemble des six périodes et selon le critère de l'erreur quadratique moyenne, la méthode de la valeur moyenne surclasse la méthode du plus proche voisin. Cette supériorité est statistiquement significative dans la majorité des cas. Néanmoins, lors de la période de marché haussier de 96-97, selon le second critère, la méthode du plus proche voisin est plus efficace que la méthode de la valeur moyenne.

Comparativement et sur l'ensemble des six périodes, la méthode de la valeur moyenne fournit les meilleures performances prédictives, suivent la méthode du plus proche voisin et le modèle de la martingale. Ces résultats, qui ne sont pas forcément en contradiction avec le rejet de l'hypothèse nulle d'observations indépendantes et identiquement distribuées, peuvent signifier que la nature, en partie aléatoire de la série, ne permet pas d'exploiter d'éventuelles dépendances (linéaires ou non linéaires) pour les prévisions en niveau. Ils ne remettent donc pas forcément en cause la capacité de la méthode locale à prévoir les mouvements futurs de la dynamique des cours et en particulier de prévoir le sens des variations. Cette tâche, moins ambitieuse, est moins sensible à l'influence du bruit et elle paraît plus appropriée à la nature approximative de la méthode du plus proche voisin. Enfin, elle est

PRÉVISION NON LINÉAIRE ET EFFICIENCE INFORMATIONNELLE

TABLEAU 4. – Ce tableau représente la proportion de réduction de l'erreur quadratique moyenne apportée par la méthode du plus proche voisin vis-à-vis de la méthode de la valeur moyenne et le pourcentage de meilleures prévisions fournies par la méthode locale.

	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
27/07/1990-10/09/1990	-1.22	-0.66	-1.4	-0.66	-0.61
	37%*	50%	50%	53%	57%
04/11/1991-14/02/1991	-0.98	-0.66	-0.49	-1.06	-0.016
	23% **	33% **	30% **	30% **	60%
21/07/1992-31/08/1992	-0.99	-0.52	-0.91	-2.05	-1.16
	40%	33% **	33% **	27% **	33% **
18/11/1994-29/12/1994	-0.69	-1.97	-1.83	-1.56	-1.53
	30% **	33% **	43%	33% **	33% **
26/08/1996-04/10/1996	-2.12	-1.04	-2.83	-2.07	-2.31
	33% **	47%	30% **	20% **	33% **
26/12/1996-06/02/1997	-0.17	-0.92	-1.54	-0.43	-1.19
	53%	57%	53%	60%	60%
Total 6 périodes	36% **	42%*	40% **	37% **	46%

économiquement plus significative puisque ce type de prévision permet de déterminer des signaux d'achat et de vente.

3.3. La prévisibilité du sens des variations

La capacité des trois modèles à prévoir le signe des variations a été évaluée pour les six périodes. Dans ce cas, la méthode de la valeur moyenne consiste à anticiper un retour vers la moyenne. Ainsi, lorsque le taux de variation à la date t est inférieur à la moyenne, la variation prévue pour la date $t + 1$ est positive. Le modèle de la martingale prédit une variation positive lorsque la variation passée est positive et inversement. Comme précédemment, la méthode locale base ses prévisions sur la trajectoire passée la plus proche dans l'espace des phases.

Afin d'associer une mesure statistique aux performances prédictives, un test inspiré du test des signes de Diebold et Mariano (1995) a été appliqué. Le principe du test, dont l'hypothèse nulle est l'incapacité du modèle à prévoir correctement le signe des variations, est le suivant. L'inefficacité de la méthode implique que la probabilité d'obtenir une bonne prévision est égale à la probabilité d'en obtenir une mauvaise, comme dans un jeu de pile ou face. Ainsi, en notant $r_{p_1}(t)$ la prévision de l'observation $r(t)$ fournie par le modèle 1, l'hypothèse nulle s'écrit :

$$H_0 : Pr(r_{p_1}(t).r(t) > 0) = Pr(r_{p_1}(t).r(t) < 0) \forall t$$

La statistique du test est simplement le nombre D de prévisions correctes :

$$D = \sum_{t=1}^N I_+(dt) \text{ avec } I_+(dt) = 1 \text{ si } r_{p1}(t).r(t) > 0 \text{ et } 0 \text{ sinon.}$$

Comme pour les prévisions en niveau, sous l'hypothèse nulle :

lorsque $N = 30$, $D \rightarrow B(N, \frac{1}{2})$, lorsque $N = 180$, $\frac{D - 0.5N}{\sqrt{0.25N}} \rightarrow N(0, 1)$.

Les performances de la méthode locale s'avèrent nettement meilleures que pour les prévisions en niveau. Pour quatre des six périodes étudiées, un choix adéquat de la dimension de plongement permet de rejeter l'hypothèse nulle. Ainsi, sur l'ensemble des six périodes, la méthode locale permet de prévoir correctement le sens des variations avec une probabilité supérieure à un demi pour une valeur de la dimension de plongement égale à 3. On peut noter qu'ici encore le choix optimal du paramètre dépend de la période considérée, il paraît donc difficile d'associer la dimension optimale à un invariant. Enfin, contrairement à précédemment, c'est lors de la période la plus volatile que l'efficacité de la méthode locale est la plus grande.

TABLEAU 5. – Pourcentages de bonnes prévisions fournies par le modèle de la martingale, la méthode de la valeur moyenne et la méthode du plus proche voisin pour les différentes périodes et les différentes valeurs de la dimension de plongement.

	P. naïves	P. v.m.	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
27/07/90-10/09/90	43%	60%	40%	60%	67%**	63%*	60%
04/11/91-14/02/91	53%	47%	40%	47%	43%	47%	63%*
21/07/92-31/08/92	67%**	33%**	43%	47%	53%	43%	47%
18/11/94-29/12/94	40%	60%	53%	40%	63%	43%	53%
26/08/96-04/10/96	53%	47%	47%	57%	50%	53%	50%
26/12/96-06/02/97	47%	53%	67%**	57%	50%	53%	50%
Total 6 périodes	51%	50%	47%	51%	56%**	47%	54%

On constate par ailleurs que la hiérarchie des performances observée pour les prévisions en niveau n'est pas conservée. Ainsi, la méthode de la valeur moyenne et le modèle de la martingale sont incapables de prévoir correctement le sens des variations.

3.4. Étude de la rentabilité : stratégie active contre stratégie passive

Cette section se propose d'évaluer la rentabilité d'une stratégie d'investissement basée sur les prévisions fournies par la méthode locale. Cette stratégie est comparée à une stratégie passive qui consiste à acheter un portefeuille représentant l'indice au début de la période et à le revendre en fin de période.

PRÉVISION NON LINÉAIRE ET EFFICIENCE INFORMATIONNELLE

La prise en compte des coûts de transaction permet de tester la propriété d'efficience au sens de Jensen (1978), l'objectif étant de déterminer si la méthode locale est capable de "battre le marché".

3.4.1. Description de la stratégie d'investissement active

On considère la stratégie active qui consiste à définir des signaux d'achat et de vente à partir des prévisions fournies par la méthode du plus proche voisin. Concrètement, un signal d'achat est donné lorsque la prévision du rendement quotidien est positive et inversement un signal de vente est défini par une prévision négative. Ainsi, pour chaque jour ouvrable, la procédure détermine la décision d'investir (ou de conserver l'investissement) ou de désinvestir la totalité de la somme mise en jeu. La possibilité d'alterner entre le marché des actions et le marché monétaire (ou un autre) n'est pas considérée et les versements de dividendes ne sont pas pris en compte. Afin de tenir compte de la variabilité de la dimension de plongement optimale, ce paramètre est estimé à partir des cinq jours qui précèdent le début de la période étudiée. La valeur retenue est celle qui minimise l'erreur quadratique sur ces cinq jours. Contrairement à précédemment, la valeur du paramètre est estimée ex ante. On peut noter que ce choix ne s'avère pas toujours optimal ex-post (voir tableaux 5 et 6).

Dans un premier temps, les profitabilités des stratégies active et passive ont été évaluées brutes des coûts de transaction :

$$\pi_{pas} = \left[\prod_{s=1}^n (1 + r(s)) \right] - 1$$

$$\pi_{act} = \left[\prod_{s=1}^n (1 + ir(s)) \right] - 1 \text{ avec } i = 1 \text{ si } r_{p1}(t) > 0 \text{ et } i = 0 \text{ sinon}$$

La stratégie active dégage un profit brut supérieur à celui de la stratégie passive lors de quatre périodes sur les six étudiées. Sur l'ensemble des six périodes, le rendement dégagé par la stratégie active est nettement supérieur à celui du marché.

TABLEAU 6. – Dimension de plongement optimale estimée m^* , pourcentage de prévisions correctes et profits bruts associés aux stratégies actives et passives.

	m^*	%	π_{act}	π_{pas}
27/07/90-10/09/90	3	67%**	1.35%	-16.26%
04/11/91-14/02/91	5	63%*	14.98%	7.35%
21/07/92-31/08/92	2	47%	-0.95%	-4.70%
18/11/94-29/12/94	5	53%	-2.25%	-1.73%
26/08/96-04/10/96	1	47%	3.73%	6.53%
26/12/96-06/02/97	1	67%**	12.07%	11.74%
Total 6 périodes	-	57%**	28 99%	2.93%

3.4.2. Risque et coûts de transaction

Afin de tenir compte du risque associé aux deux stratégies, leurs performances respectives ont été comparées à l'aide du ratio de Sharpe :

$$S_{pas}(t) = \frac{\mu_r(t)}{\sigma_r(t)}$$

$$S_{act}(t) = \frac{\mu_{r1}(t)}{\sigma_{r1}(t)}$$

où $\mu_{r1}(t)$ et $\sigma_{r1}(t)$ représentent la moyenne et l'écart type des rendements de la stratégie active et $\mu_r(t)$ et $\sigma_r(t)$, la moyenne et l'écart type des rendements de la période considérée.

Le ratio de Sharpe peut s'interpréter comme une mesure du rendement moyen par unité de risque. La comparaison est valable uniquement lorsque les rendements moyens des deux stratégies sont positifs ou de signes opposés. L'étude de la rentabilité de la stratégie active ne serait pas complète sans la prise en compte de l'incidence des coûts de transaction, c'est-à-dire le coût d'entrée et de sortie du marché. Afin d'obtenir un résultat général, on considère que ce coût est fixe et défini comme un pourcentage de la somme investie. Plutôt que de fixer une valeur arbitraire, il a paru plus intéressant de calculer le coût de transaction critique C_{crit} qui égalise le profit net des stratégies passive et active. Cette quantité permet de mesurer la rentabilité nette des coûts de transaction : plus C_{crit} est élevé, plus la stratégie est profitable :

$$C_{crit} = \frac{\pi_{act} - \pi_{pas}}{No - 2}$$

où π_{act} et π_{pas} représentent les profits bruts (en %) associés aux stratégies actives et passives et No le nombre d'opérations d'entrée et de sortie de la stratégie active.

Selon le critère du ratio de Sharpe, la stratégie active surclasse la stratégie passive lors de quatre périodes sur six (tableau 7). La rentabilité ajustée au risque de la stratégie active est plus élevée lors des périodes de marché haussier mais elle reste positive lors de la période de marché baissier de 1990.

La valeur du coût de transaction critique diffère d'une période à l'autre et suggère une plus grande rentabilité de la méthode lors des deux premières périodes. Néanmoins, l'interprétation de cette mesure théorique nécessite l'intégration de deux faits. Premièrement, tous les investisseurs ne font pas face aux mêmes coûts de transaction, souvent, les opérateurs effectuant les transactions des montants les plus élevés font face aux coûts les plus faibles. D'autre part, depuis le début des années 90, les coûts de transaction manifestent une tendance fortement marquée à la baisse. Ainsi, un coût de transaction de 0.02% peut paraître particulièrement faible en 1990, mais ne l'était pas forcément en 1997, de même, un coût de 1.76% peut sembler très élevé en 1997 mais pas forcément en 1990. En tenant compte de ces éléments, sur l'ensemble des six périodes, il semble que l'on puisse conclure

PRÉVISION NON LINÉAIRE ET EFFICIENCE INFORMATIONNELLE

TABEAU 7. – Ratios de Sharpe des stratégies passive et active, différence entre les profits bruts associés aux stratégies actives et passives, nombre d'opérations et coût de transaction minimal pour les différentes périodes.

	S_{pas}	S_{act}	$\pi_{act} - \pi_{pas}$	N_0	C_{crit}
27/07/90-10/09/90	-0.23	0.06	17.60%	12	1.76%
04/11/91-14/02/91	0.13	0.61	7.63%	10	0.95%
21/07/92-31/08/92	-0.13	-0.05	3.74%	16	0.27%
18/11/94-29/12/94	-0.06	-0.30	-0.52%	22	-0.026%
26/08/96-04/10/96	0.33	0.40	-2.80%	14	-0.23%
26/12/96-06/02/97	0.38	0.76	0.33%	18	0.021%
Total 6 périodes	0.007	0.217	25.99%	92	0.49%

à la rentabilité de la stratégie active en présence de coûts de transaction relativement faibles.

Ces résultats semblent établir la supériorité de la stratégie active sur les plans de la rentabilité nette et de la rentabilité ajustée au risque. Il paraît cependant difficile de conclure à l'inefficacité du marché dans la mesure où, en dépit du fait que sur l'ensemble des six périodes la stratégie active permet de battre le marché, son efficacité n'est pas systématique. En effet, lors de deux périodes, le profit brut des coûts de transactions dégagé par la stratégie active est inférieur à celui de la stratégie passive. Ainsi, ces résultats paraissent plutôt en accord avec la notion d'efficacité relative de Campbell et al. (1997). Dans cette optique, l'efficacité est une propriété imparfaite et circonstancielle, par conséquent, certaines périodes sont relativement plus efficaces que d'autres.

3.5. Volatilité et rentabilité

Il est intéressant de constater que la rentabilité de la stratégie active n'est pas uniquement liée aux performances prédictives de la méthode du plus proche voisin. En effet, lors de la troisième période, la méthode locale prédit correctement le signe des variations d'en moins d'un cas sur deux, cependant la stratégie basée sur ces prévisions surclasse la stratégie passive. Outre le nombre d'opérations, dont l'influence est prise en compte par le coût de transaction critique, la volatilité de la période semble constituer un facteur déterminant. En effet, on constate une relation croissante entre la volatilité de la période et l'excès de profit brut de la stratégie active sur la stratégie passive, relation qui s'observe également entre la volatilité de la période et la rentabilité nette de la stratégie active (voir graphiques 2 et 3). Ce lien entre excès de rentabilité et volatilité a déjà été mis en évidence par Kho (1996) pour les taux de change à partir de la méthode des moyennes mobiles.

Cet excès de rentabilité s'accompagne d'un risque plus élevé. Néanmoins, lors des périodes les plus volatiles, la rentabilité ajustée au risque (mesurée par le ratio de Sharpe) de la stratégie active n'est pas inférieure à celle de la

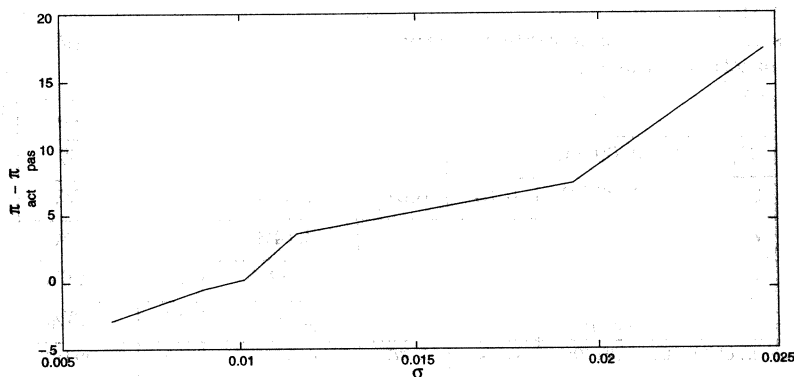


FIGURE 2. – Ce graphique représente l'excès de profit brut (en %) de la stratégie active sur la stratégie passive en fonction de l'écart type de la période étudiée.

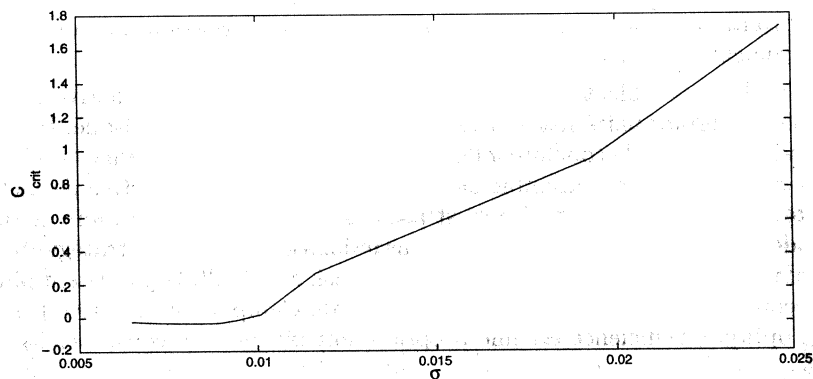


FIGURE 3. – Ce graphique représente le coût de transaction minimal (en %) en fonction de l'écart-type de la période étudiée.

stratégie passive. Ces résultats semblent donc mettre en évidence une relative inefficience informationnelle du marché français lors des périodes les plus volatiles.

4. Conclusion

Les résultats obtenus dans cette étude peuvent être résumés en deux points :

- La méthode du plus proche voisin s'avère plus efficace pour la prévision du sens des variations que pour les prévisions en niveau. Selon le critère de l'erreur quadratique moyenne, la méthode du plus proche voisin est incapable de battre la méthode de la valeur moyenne. En revanche, contrairement à cette dernière et aux prévisions naïves, la méthode locale permet de prévoir le sens

des variations avec une probabilité supérieure à $\frac{1}{2}$ de façon statistiquement significative.

- Une stratégie d'investissement basée sur les prévisions fournies par la méthode locale permet de « battre le marché » lors des périodes les plus volatiles et pour des coûts de transaction relativement faibles. Ce résultat s'accorde avec la notion d'efficacité relative des marchés financiers.

La faible taille de l'échantillon, le caractère approximatif de la méthode du plus proche voisin ainsi que le nombre volontairement limité des valeurs de la dimension de plongement considéré ici expliquent peut être le premier résultat. En effet, cette version la plus simple des méthodes locales peut recevoir différentes extensions afin d'améliorer la précision des prévisions. Il semble néanmoins que même en présence d'une structure déterministe, la composante aléatoire incompressible des séries financières limite considérablement la précision des prévisions en niveau. La prévision du sens des variations constitue une tâche moins ambitieuse et certainement mieux adaptée à l'étude de l'efficacité.

Le lien entre volatilité et excès de profitabilité constitue vraisemblablement un résultat intéressant. Cependant, s'il a reçu d'une certaine manière un écho dans la littérature, son statut de fait stylisé reste encore à établir à partir d'autres séries financières. Les causes de la relative inefficacité des marchés lors des périodes de forte volatilité restent également à déterminer sur un plan théorique.

Références

- AGNON Y., GOLANA A., SHEARER M. (1999), « Nonparametric, nonlinear, short term forecasting : theory and evidence for nonlinearities in the commodity markets », *Economic Letters*, 65, p. 293-299.
- ALEKSIC Z. (1990), « Estimating the embedding dimension », *Physica D*, 52, p. 362-368.
- BENHABIB J. (1992), *Cycles and Chaos in Economic Equilibrium*. Princeton University Press.
- BENZECRI J.P. (1987), « L'analyse des séries chronologiques décalées : exemple de l'histoire monétaire de la France de 1910 à 1945 », *Les Cahiers de L'analyse des Données*, vol. XII, n° 4, p. 291-309.
- BLACK F., SCHOLES M.S. (1973), « The pricing of options and corporate liabilities », *Journal of Political Economy*, 81, p. 637-654.
- BROCK W.A. (1988), « Nonlinearity and Complex Dynamics in Economics and Finance », in *The Economy as an Evolving Complex System*. Eds Anderson P.W., Arrow K.J., Pines D., Addison-Wesley Publishing Company, p. 77-97.
- BROCK W.A., DECHERT W.D., LEBARON B., SCHEINKMAN J.A. (1996), « A test for Independence Based on the Correlation Dimension », *Econometric Reviews*, 15, p. 197-235.
- CAMPBELL J., LO A.W., Mac KINLAY (1997), *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.
- CAO L. (1997), « Pratical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series », *Physica D*, 110, p. 43-50.

- CASDAGLI M. (1989), « Nonlinear prediction of chaotic time series », *Physica D*, 145, p. 133-156.
- CASDAGLI M., EUBANK S., FARMER J.D., GIBSON J. (1991), « State Space reconstruction in the presence of noise », *Physica D*, 51, p. 52-98.
- CLEVELAND W.S., DEVLIN S. (1988), « Locally Weighted Regression », *Journal of American Statistical Association*, 83, p. 596-610.
- DIEBOLD F.X., MARIANO R.S. (1995), « Comparing predictive accuracy », *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, p. 253-263.
- DIEBOLD F.X., NASON J.A. (1990), « Nonparametric Exchange Rate Prediction ? », *Journal of International Economics*, 28(4), p. 315-332.
- ELMS D. (1994), « Forecasting in Financial Markets », *Chaos and Non Linear Model in Economics*, Eds. Creedy & Martin.
- FAMA E. (1965), « Random walks in stock market prices », *Financial Analysts Journal*, 21(5), p. 34-109.
- FAMA E. (1970), « Efficient capital markets : A review of theory and empirical work », *Journal of Finance*, 25, p. 383-417.
- FAMA E. (1991), « Efficient Capital Markets : II », *Journal of Finance*, 46(5), p. 1575-1617.
- FAMA E., MILLER M. (1972), *The Theory of Finance*, Hinsdale, Dryden Press.
- FARMER J.D., SIDOROWICH J.J. (1987), « Predicting chaotic time series », *Physical Review Letters*, vol. 59 n° 8, p. 845-848.
- FERNANDEZ-RODRIGUEZ F., SOSVILLA-RIVERO S., ANDRADA-FELIX J. (1999)(a), « Exchange-rate forecast with simultaneous nearest-neighbour methods : evidence from the EMS », *International Journal of Forecasting*, 15, p. 383-392.
- FERNANDEZ-RODRIGUEZ F., SOSVILLA-RIVERO S., GARCA-ARTILES M.D. (1999)(b), « Dancing with bulls and bears : Nearest-neighbour forecast for the Nikkei index », *Japan and the World Economy*, 11, p. 395-413.
- GRASSBERGER P., PROCACCIA I. (1983), « Characterization of strange attractors », *Physical Review Letters*, n° 50, p. 189-208.
- GENCAY R., STENGOS F. (1997), « Technical Trading Rules and the size of the Risk Premium », *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2(2).
- HATOUT A. (1989), « Mouvement des valeurs d'une cible relativement à un titre pôle », *Cahiers de L'Analyse des Données*, vol. XIII, n° 4, p. 483-494.
- HSIEH (1991), « Chaos and Nonlinear Dynamics : Application to Financial Markets », *The Journal of Finance*, Vol. XLVI, n° 5, p. 1839-1877.
- JENSEN M.C. (1978), « Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency », *Journal of Financial Economics*, Vol. 42, p. 167-247.
- KENNEL M., BROWN R., ABARBANEL H. (1992), « Determining Embedding Dimension for Phase-Space Reconstruction using a Geometrical Construction », *Physical Review*, A45, p. 343-350.
- KHO (1996), « Time-varying Risk premia, volatility, and technical trading rule profits : Evidence from foreign currency future market », *Journal of Financial Economics*, 41, p. 249-290.
- LEBARON B. (1992), « Nonlinear Forecast for the S&P Stock Index », *Nonlinear Modelling and Forecasting*, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Eds. Casdagli Eubank, Vol. XII, p. 381-393.
- LISI F., MEDIO A. (1997), « Is a random walk the best exchange rate predictor ? », *International Journal of Forecasting*, 13, p. 255-267.
- LUI Y.H., MOLE D. (1998), « The use of fundamental and technical analyses by foreign exchange dealers : Hong Kong evidence », *Journal of International Money and Finance*, 17, pp. 335-345.

- MEESE R.A., ROSE A.K. (1991), «Nonlinear, Nonparametric, Nonessential Exchange Rate Estimation», *American Economic Association Papers and Proceedings*, vol. 80, n° 2, p. 191-196.
- MERTON R. (1987), «On the current state of the stock market rationality hypothesis», *Macroeconomics and Finance : Essays in Honor of F. Modigliani*, Cambridge, Massachusetts Institute of Technology Press.
- MURPHY J.J. (1999), *Technical Analysis of the Financial Markets : A Comprehensive Guide to Trading Methods and Applications*, Eds. Prentice Hall Press.
- PACKARD N.H., CRUTCHFIELD J.P., FARMER J.D., SHAW R.S. (1980), «Geometry from a time series», *Physical Review Letters*, 45(2), p. 712-716.
- SMITH R.L. (1992), «Estimating Dimension in Noisy Chaotic Time Series», *Journal of the Royal Statistical Society B*, 54(2), p. 329-351.
- SOOFI A.S., CAO L. (1999), «Nonlinear Deterministic Forecasting of Daily Pesetas Dollar Exchange Rate», *Economic Letters*, Vol. 62, n° 2, p. 175-180.
- TAKENS F. (1981), «Detecting strange attractors in fluid turbulence», In Rand D.A., Young LS (Eds.) *Dynamical System and Turbulence, Lecture notes in mathematics*, 898, Springer Verlag, Berlin, p. 366-381.
- TAYLOR M.P., ALLEN H. (1992), «The use of technical analysis in the foreign exchange market», *Journal of International Money and Finance*, p. 304-314.
- WAYLAND R., BROMLEY D., PICKETT D., PASSAMANTE A. (1993), «Recognizing Determinism in a Time Series», *Physical Review Letters*, Vol. 70, n° 5, p. 580-582.