

ROGER LÉOPOLD NJIKI

Coïntégration et test d'efficienne sur les marchés dérivés

Journal de la société statistique de Paris, tome 139, n° 2 (1998),
p. 35-59

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1998__139_2_35_0

© Société de statistique de Paris, 1998, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COÏNTÉGRATION ET TEST D'EFFICIENCE SUR LES MARCHÉS DÉRIVÉS

Roger Léopold NJIKI

Maître de Conférences

Université Paris XII Val-de-Marne

Résumé

Jusqu'à la fin des années 80, les tests proposés pour étudier l'efficience des marchés financiers recouraient aux procédures statistiques indifférentielles sans se soucier des problèmes liés à l'instabilité des séries dans le temps, ce qui fait que les résultats obtenus n'étaient pas pertinents et comportaient des biais. Cet article se démarque des tests précédents et s'inscrit dans la nouvelle vague des tests d'efficience en utilisant les récents développements économétriques de la coïntégration pour tester l'efficience du marché à terme du cacao à Paris sur la période 1987-1990. Les résultats des investigations montrent que les séries des prix spot et à terme en niveau ne sont pas stationnaires et sont intégrées d'ordre 1. Une différenciation unique suffit pour les rendre stationnaires. En travaillant sur des séries intégrées d'ordre 1, il devient intéressant d'effectuer des tests de coïntégration. Les conclusions de ces derniers tests nous montrent que les prix spot et à terme sont coïntégrés et plaident en faveur de l'efficience du marché. Afin de compléter cette étude de l'efficience par la coïntégration, nous nous sommes intéressés à la capacité de ce marché à révéler des anticipations. Sur cette question, nous observons que les prix à terme sont des estimateurs non biaisés des prix au comptant le jour de l'échéance.

Nous remercions R. Dupuis pour ses remarques constructives, ses suggestions et sa contribution pour la réalisation de la partie théorique de ce travail.

INTRODUCTION

Initié par BACHALIER (1900) puis repris et développé par FAMA (1970), le concept d'efficience reste plus de vingt-cinq ans après l'un des sujets de recherche le plus traité dans la littérature financière.

Pour Fama, un marché efficient est un marché dont le prix d'équilibre à un moment donné reflète intégralement l'ensemble de l'information disponible. Cela signifie qu'à tout moment, les opérateurs anticipant les prix en fonction de l'information dont ils disposent à cet instant, vont initier les opérations déterminant les prix présents.

Malgré l'abondance des tests effectués pour valider cette théorie, les résultats ne peuvent que permettre de constater le caractère incertain¹ des conclusions obtenues, jetant un doute sur le concept même d'efficience. Ces constatations ont conduit certains auteurs comme BOURGUINAT et ARTUS (1989), ARTUS (1988), FAMA et FRENCH (1987), etc. à s'interroger sur la validité de l'efficience, se posant parfois la question de savoir si les prix des actifs ne pourraient pas s'éloigner durablement des valeurs fondamentales dans un marché efficient et un contexte d'anticipations rationnelles.

Jusqu'à la fin des années 70, la majeure partie des études économiques tendent d'évaluer et formaliser les relations théoriques économiques et financières qui existent entre certaines variables en recourant aux procédures statistiques indifférentielles. La majeure partie des analyses économétriques se basant sur l'hypothèse que les processus suivis par les données analysées étaient stationnaires. Les tests portaient uniquement sur les séries brutes qui connaissaient des évolutions caractéristiques des séries non stationnaires. Ainsi, beaucoup de variables économiques et financières ont vu leur moyenne et leur variance varier fortement dans le temps : « Trend in Mean » et « Trend in Variance », ce qui fait que la plupart des tests conventionnels proposés n'étaient pas pertinents.

Pour résoudre ces problèmes, quelques auteurs ont proposé de différencier les variables de façon à enlever les tendances associées à ces dernières ; cependant, certains auteurs se sont opposés à cette pratique en précisant que ceci pouvait engendrer des problèmes économétriques et, de plus, entraînait la perte d'information donnée par la tendance à long terme. Les récents progrès de

1. Dans des articles récents, les études remettent de plus en plus en cause l'hypothèse d'efficience des marchés. Des études comme celles de LEHMANN (1990), CHOPRA, LAKONISHOK et RITTER (1991), JEGADEESH et TITMAN (1993) montrent que les actifs ayant une mauvaise rentabilité sur une période de trois à cinq ans obtiennent une bonne rentabilité sur la période suivante, l'inverse étant aussi vrai. ZARAWIN (1989), ABARNABELL et BERNARD (1992) montrent que sur les marchés, les investisseurs ont des réactions excessives et qu'il existe des possibilités d'arbitrage. De plus, des comportements anormaux ont été détectés dans les articles de DEBONDT et THALER (1985 ; 1987) (effet week-end, janvier, vacances), BECKAERT et HODRICK (1992). Enfin FAMA et FRENCH (1987) montrent que l'on peut prévoir 25 à 45 % des rentabilités des titres.

la recherche statistique permettent de développer une approche fondée sur la notion de coïntégration susceptible de réduire considérablement l'imprécision des résultats précédents.

Le concept de coïntégration introduit par GRANGER (1981), GRANGER et WEISS (1983) et ENGLE et GRANGER (1987) produit désormais un cadre rigoureux et fiable pour déceler les tendances explosives. La coïntégration permet de préciser la réalité et la nature des divergences entre deux séries théoriquement liées entre elles et à modéliser le comportement de ces variables.

Ces dernières années, l'étude de l'efficience des marchés utilise les techniques de la coïntégration qui est d'autant plus intéressante qu'elle permet de travailler sur les séries non stationnaires. Si le concept de coïntégration permet de bénéficier d'un cadre aussi rigoureux et fiable pour réaliser des études approfondies d'efficience, nous retenons ce dernier pour étudier l'efficience du marché à terme du cacao sur la place de Paris. Après avoir présenté les notions de stationnarité et de coïntégration, nous finirons cette étude par une présentation des résultats de nos investigations.

I. SÉRIES TEMPORELLES ET STATIONNARITÉ

I-1. Notion de stationnarité des séries temporelles

Les recherches menées sur les séries économiques et financières ont montré que ces dernières souffrent d'une instabilité dans le temps de leurs moyennes et de leurs variances, ce qui implique que ces dernières ne sont pas stables. Une série est dite stationnaire si sa moyenne et sa variance sont constantes, finies et indépendantes du temps. A ces deux conditions de stationnarité viennent également s'ajouter les mêmes propriétés concernant les autocorrélations et les covariances de la série. JOHNSTON (1985), résume ces quatre conditions dans le cas le plus simple de stationnarité : celui d'un processus de bruit blanc (ε_t) où les ε_t sont indépendants du temps et de même loi $N(0, \sigma^2)$. Un tel processus stationnaire est dit intégré d'ordre 0 et possède les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} E(\varepsilon_t) &= 0 && \text{pour tout } t \\ \text{Var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2) &= \sigma^2_\varepsilon && \text{pour tout } t \\ \lambda_k = \text{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) &= E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-k}) = 0 && \text{pour tout } t \text{ et } k \neq 0 \\ \eta_k &= \lambda_k / \lambda_0 = 1 && \text{pour } k = 0 \text{ et pour } k \neq 0 \end{aligned}$$

De manière générale, une série intégrée d'ordre 0 peut s'écrire en faisant référence à un processus autorégressif d'ordre 1 de type :

$$(1) \quad X_t = \vartheta X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{avec } \vartheta < 1$$

On peut dire d'une telle série qu'elle a une tendance permanente à retourner à la moyenne et à la croiser sans cesse. Chaque valeur de la série qui est trop éloignée de la moyenne sera en principe suivie d'une valeur qui se rapproche de celle-ci. La moyenne est alors comme le mentionne DUPUIS (1994), une sorte « d'aimant permanent ».

Une série non stationnaire est dite intégrée d'ordre d s'il faut la différencier d fois pour pouvoir parvenir à une série stationnaire. La plupart des séries financières de prix sont intégrées d'ordre 1 : CHOWDHURY (1991), GRANGER (1987). Dans ce cas, une différenciation unique suffit pour la rendre stationnaire. Une série intégrée d'ordre 1 n'a pas « d'aimant », c'est-à-dire qu'elle ne retourne pas à une valeur particulière. L'expression la plus simple d'un processus intégré d'ordre 1 est la marche au hasard :

$$(2) \quad X = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

L'équation (2) possède une racine unitaire ; une différenciation unique de la série X_t suffit à obtenir un bruit blanc.

$$X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t$$

Dans l'équation (1), on pourra dire que la série est intégrée d'ordre 1, c'est-à-dire qu'elle suit une marche au hasard si $\theta = 1$. On retrouve ainsi l'expression de l'équation (2). D'après les vastes analyses réalisées par GRANGER (1966), BOX et JENKINS (1970) ou NELSON et PLOSSER (1982), de nombreuses séries macro-économiques s'avèrent des processus $I(1)$. GRANGER résume par quatre propriétés les différences essentielles entre les processus $I(0)$ et $I(1)$:

Un processus d'ordre $I(0)$ est caractérisé par :

- une variance finie, invariante au temps,
- une mémoire de passé limitée, car les effets d'innovation sont transitoires,
- des fluctuations autour de la moyenne qui est une sorte « d'aimant »,
- des autocorrélations qui déclinent rapidement avec les décalages.

En revanche, un processus $I(1)$ se caractérise par :

- une variance dépendante du temps qui tend vers l'infini,
- une mémoire infinie du passé²,
- des autocorrélations proches de l'unité pour des décalages élevés,
- une probabilité nulle que le processus retrouve une valeur passée.

La méthode la plus développée pour déterminer l'ordre d'intégration d'une série est fondée sur le test de racine unitaire élaboré par DICKEY et FULLER (1981).

I-2. Tests de Dickey et Fuller et détermination de l'ordre d'intégration

Afin d'évaluer la stationnarité des séries, DICKEY et FULLER (1981) suggèrent de tester une équation légèrement différente de la précédente de type :

$$(3) \quad X_t - X_{t-1} = \theta X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Pour tester la marche au hasard et retrouver l'expression de l'équation (2), il faut tester ici $\theta = 0$. L'équation de base de DICKEY et FULLER intègre en plus une constante permettant d'observer une tendance linéaire d'évolution, ainsi

2. La notion de mémoire infinie a été développée par MANDELBROT (1962).

qu'un trend temporel dont il faudra tester la significativité. L'équation finale est donc la suivante :

$$(4) \quad \Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_t + \varepsilon_t$$

avec $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$

Dans l'équation (4), si $\theta = 0$, il y a existence d'une racine unitaire, on retrouve une marche au hasard et la série est dite intégrée d'ordre (1).

Dans la plupart des séries, ε_t n'est pas un bruit blanc, ce qui signifie dans ce cas que l'hypothèse selon laquelle les erreurs sont identiquement et indépendamment distribuées, de moyenne nulle et de variance constante n'est pas satisfaite. Dans un tel cas, les résidus de l'équation (4) apparaissent autocorrélés, ce qui signifie que l'on a à faire à un processus autorégressif d'ordre p . Dans ce cas, la procédure de DICKEY et FULLER ne s'applique pas. Pour contourner cette difficulté, DICKEY et FULLER proposent alors une solution paramétrique qui consiste à ajouter dans le membre de droite de l'équation (4) des valeurs retardées de la variable expliquée. Le principe consiste à ajouter autant de retards qu'il en faut pour s'assurer que les résidus deviennent un bruit blanc. L'équation de DICKEY et FULLER Augmentée (DFA) est la suivante :

$$(5) \quad \Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-1} + \varepsilon$$

Si cette dernière solution permet de contourner la difficulté liée à l'autocorrélation des résidus, elle fait naître un autre problème, celui de la détermination de la quantité de retards à inclure dans l'équation (5), ce nombre étant *a priori* inconnu. Certains auteurs préconisent de prendre un nombre de retards assez important. En effet, si le nombre de retards est trop élevé, la régression est libre de les fixer à 0 en contrepartie d'une légère perte d'efficacité. En revanche, si le nombre de retards est trop faible, il restera une autocorrélation des résidus dans l'équation (5) et les tables de valeurs critiques seront inapplicables. On peut, bien évidemment, conduire des tests d'autocorrélation des résidus de l'équation (5). Certains préconisent à cet égard d'inclure des retards jusqu'à ce que la valeur du coefficient du dernier retard soit significativement égale à 0. Si le $n^{\text{ième}}$ retard remplit cette condition, l'équation de DFA sélectionnée sera la précédente, c'est-à-dire l'équation de DFA à $n-1$ retards. D'autres préconisent la même méthode, mais dans le sens inverse : partir d'un DFA à 12 retards par exemple et les laisser tomber un par un de manière à observer l'égalité à 0 du dernier retard. Ces deux méthodes s'avèrent en fait plutôt lourdes surtout lorsque le nombre de séries à tester pour la stationnarité est élevé. Un consensus apparaît pour admettre que le nombre de retards utilisé n'influence pas significativement les résultats des tests de stationnarité (à moins bien entendu que ce nombre soit trop faible). Il semble que le nombre de retards choisis ne soit pas forcément compatible avec les valeurs critiques qui existent. C'est pourquoi la plupart des auteurs décident du nombre de retards

de manière arbitraire³. Une fois résolu le problème du nombre de retards à introduire dans l'équation (5), reste celui de l'interprétation des tests. En présence d'une série de données, la première étape de la procédure pour tester la stationnarité consiste à exécuter les équations (4) et (5). Les conclusions sont tirées en fonction de la valeur du ratio- t du coefficient ϑ . Si le ratio- t est inférieur à la valeur critique (ou supérieur en valeur absolue), on rejette l'hypothèse d'existence d'une racine unitaire. Dans un tel cas la série brute de données est stationnaire. Si en revanche, le ratio- t est supérieur à la valeur critique, le coefficient ϑ est considéré comme statistiquement égal à 0 au seuil de 5 % et l'hypothèse de racine unitaire est acceptée. On retombe ainsi sur une marche au hasard et la série est dite au moins intégrée d'ordre 1. Il se peut cependant que la série soit intégrée d'un ordre supérieur à 1. Il faut donc tester l'intégration d'ordre 2. Ce test revient à reconduire les équations (4) et (5) en prenant la différence seconde de la série. Si le ratio- t est inférieur à la valeur critique, on rejette l'hypothèse d'existence d'une racine unitaire. La série en variation est donc stationnaire : il y a confirmation que la série brute de données est intégrée d'ordre 1 et qu'une différenciation unique suffit à la rendre stationnaire. Dans le cas contraire, la série est au moins intégrée d'ordre 2 et il faut refaire la démarche pour savoir si elle n'est pas intégrée d'ordre 3. La recherche de l'ordre d'intégration constitue la première étape statistique dans l'analyse de la coïntégration. Après cette présentation, la notion de coïntégration et ses apports dans l'étude de l'efficience peuvent être développées.

II. LA COÏNTÉGRATION

II-1. La notion de coïntégration

Les formalisations de la théorie économique permettent d'admettre que certaines variables qui sont liées entre elles par une relation économique théorique ne doivent pas diverger l'une de l'autre dans le long terme. De telles variables peuvent se séparer dans le court terme ou à cause d'effets saisonniers, mais si elles devaient diverger sans limites, une relation d'équilibre de long terme entre ces variables ne pourrait pas exister. L'écart à un état d'équilibre stable doit être stochastiquement limité et d'une certaine manière, doit diminuer au cours du temps. La coïntégration peut être interprétée comme l'expression statistique de la nature de telles relations d'équilibre. Selon CHOWDHURY (1991), la plupart des séries financières de prix ne sont pas stationnaires,⁴ mais généralement intégrées d'ordre 1. Si deux séries X_t et Y_t sont toutes deux intégrées d'ordre 1, une combinaison linéaire de ces deux séries a toutes les chances d'être également intégrée d'ordre 1, c'est-à-dire qu'elle sera stationnaire après sa première différence. Il existe cependant une possibilité pour

3. H. DE LA BRUSLERIE (1992), par exemple, procède par essais successifs en retenant les valeurs arbitraires de 4, 6, 8, et 10 retards. Nous adoptons dans l'application qui va suivre les valeurs arbitraires de 1, 2, 3 et 4 retards.

4. Pour plus de détail sur la non stationnarité des séries, voir MA et HEIN (1990).

que cette combinaison linéaire soit intégrée d'ordre 0. Une telle combinaison linéaire peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(6) \quad Y_t = \alpha + \beta X_t + \mu_t$$

Le terme résiduel μ_t est une combinaison linéaire des deux séries X_t et Y_t , ce qui apparaît nettement visible en reformulant l'équation (6) de la manière suivante :

$$\mu_t = Y_t - \alpha - \beta X_t$$

L'équation (6) exprime le lien entre X et Y . En présence d'une théorie économique sous-jacente de type « X_t doit expliquer Y_t », on peut s'attendre à ce que la série μ_t soit stationnaire. Si elle possède une racine unitaire, alors sa variance va exploser. X_t serait alors de très peu d'utilité pour expliquer Y_t . Si en revanche μ_t est stationnaire, Y_t et X_t sont dites coïntégrées. Elles vont tendre à varier ensemble dans le temps et peuvent subir des déviations momentanées d'origine conjoncturelle, saisonnières dont les effets se compensent, mais ne peuvent diverger sans limites. Dans ce cas, la relation (6) traduit une relation de long terme ou d'équilibre et μ_t mesure la déviation par rapport à la valeur d'équilibre, μ_t est appelé erreur d'équilibre. Plus généralement, deux variables ou plus sont dites coïntégrées si elles ne sont pas stationnaires individuellement, mais s'il existe une combinaison linéaire des variables qui soit stationnaire. Les composantes des séries temporelles peuvent avoir des moments, tels que moyennes, variances, et covariances qui varient avec le temps, mais une combinaison linéaire de plusieurs de ces séries qui définit la relation d'équilibre peut avoir des propriétés indépendantes du temps. La combinaison linéaire est appelée régression de coïntégration. Selon ENGLE et GRANGER (1987), tester la coïntégration revient donc à opérer un test de racine unitaire sur les résidus de l'équation de coïntégration.

Ce test de racine sur les résidus⁵ de l'équation de coïntégration est fondé sur le même principe que les tests de stationnarité. Il s'agit ici d'effectuer la régression suivante :

$$(7) \quad \Delta \hat{\mu}_t = a \hat{\mu}_{t-1} + \varepsilon_t$$

avec (ε_t) les résidus estimés de la régression de coïntégration. Si le coefficient estimé $\hat{a}$ est positif et significativement différent de 0, les résidus de l'équation de coïntégration sont considérés comme stationnaires et l'hypothèse de coïntégration est acceptée. Si le ratio- t du coefficient $\hat{a}$ est inférieur à la valeur critique (ou supérieur en valeur absolue), alors il y a rejet de l'existence d'une racine et acceptation de la coïntégration. Dans le cas contraire, la combinaison linéaire des deux séries $I(1)$ est également $I(1)$ et les deux séries ne sont pas coïntégrées. Le test de DICKEY et FULLER Augmenté (DFA) est également réalisé en conduisant l'équation de DF et en y ajoutant autant de retards sur la variable expliquée qu'il en faut pour s'assurer que les résidus de la régression soient un bruit blanc. La régression de (DFA) est donc la suivante :

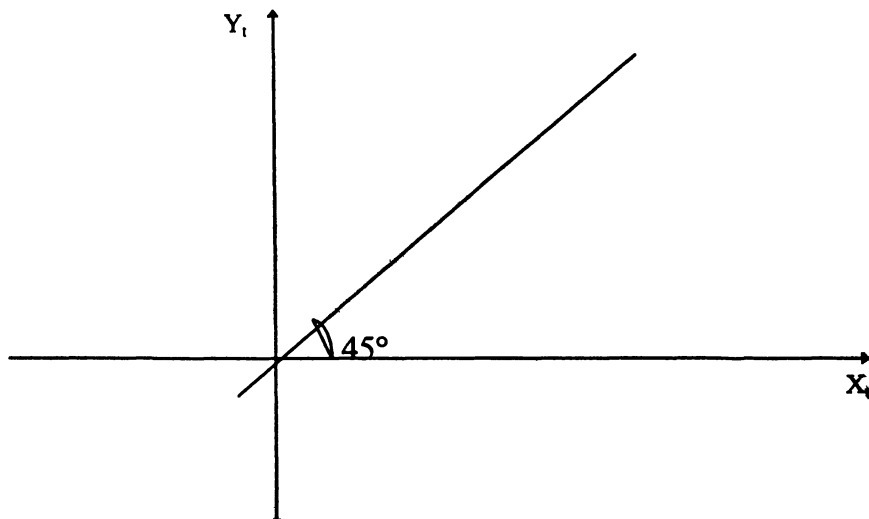
5. Pour GRANGER (1986), μ_t a des propriétés temporelles différentes de celles de X_t et Y_t .

$$(8) \quad \Delta \mu_t = a \hat{\mu}_{t-1} + \sum_{i=1}^p b_i \Delta \hat{\mu}_{t-i} + \varepsilon_t$$

Accepter l'hypothèse de cointégration, c'est dire qu'une combinaison linéaire intégrée d'ordre 0 existe, et que dans un tel cas, il y a une relation d'état stationnaire entre les deux séries de variables. Les deux séries vont alors avoir une tendance commune à évoluer dans le même sens. Tout écart ponctuel par rapport à l'équilibre est alors aléatoire et tend à se corriger. La cointégration implique et est impliquée par un modèle de correction d'erreurs (MCE) : c'est un mécanisme qui force la déviation de court terme par rapport à l'équilibre à une période donnée à revenir à la période suivante.

II-2. Le modèle de correction d'erreurs

Suite aux travaux d'ENGLE et GRANGER (1987), un certain nombre d'études sur l'efficienne des marchés à terme vont estimer des MCE afin de pouvoir proposer un modèle de prévision des cours. C'est le cas de BESSLER et COVEY (1991), HAKKIO et RUSH (1989) ou encore GHOSH (1993). Selon ENGLE et GRANGER (1987), les séries cointégrées peuvent être représentées par un MCE. Le principe repose sur le fait qu'une proportion du déséquilibre d'une période soit corrigée au cours de la période suivante. On peut, selon DUPUIS (1994) comprendre la notion de cointégration à l'aide du graphique suivant. Si l'on considère X_t et Y_t comme deux séries temporelles et que les deux séries sont mises respectivement en abscisse et en ordonnée d'un graphique, on aimerait avoir comme courbe la bissectrice du graphique. Sans obtenir la bissectrice parfaite, il serait intéressant que celle-ci agisse comme un « aimant » avec un mécanisme faisant que, dès que l'on s'en éloigne trop, il puisse y avoir une tendance à retourner vers celle-ci.



A cause de l'incertitude, des problèmes de flexibilité... , le mécanisme peut ne pas ramener immédiatement les points vers la bissectrice. A n'importe quel moment, les chocs de l'économie peuvent éloigner les points de la ligne, mais il y aura au dessus de tout une tendance à les ramener vers elle. La bissectrice est alors un équilibre de type centre de gravité. On comprend alors pourquoi deux séries ne doivent pas trop s'éloigner l'une de l'autre. La coïntégration permet de tester cette hypothèse, le MCE permet d'en expliquer et d'en déduire le mécanisme. Par le théorème de représentation, GRANGER (1986) démontre que deux variables coïntégrées peuvent s'exprimer sous la forme d'un modèle à correction d'erreur du type SARGAN ou SALMON. Pour HAKKIO et RUSH (1989) qui reprennent SARGAN (1964), DAVIDSON, HENDRY et *al*, (1978), CURRIE (1981) et SALMON (1982), la forme principale d'un modèle à correction d'erreur est la suivante :

$$X_t - X_{t-1} = a (X_{t-1} - d Y_{t-1}) + b (Y_t - Y_{t-1} + \text{lagged } (\Delta Y_t; \Delta X_t)) + \varepsilon_t$$

(i)
(ii)
(iii)

On comprend ici l'interprétation du modèle MCE : la variation de X_t est expliquée par :

(i) l'erreur de la période précédente. Celle-ci est basée sur l'équation de coïntégration présentée plus haut : $X_t = dY_t + \mu_t$ où μ_t est $I(0)$. Dans une telle équation en effet, μ_t correspond à l'écart par rapport à l'équilibre et on s'attend à trouver $X_t - dY_t = 0$. On voit que le terme (i) du MCE représente μ_{t-1} , c'est-à-dire l'écart par rapport à l'équilibre à la période $t - 1$. Il est en fait logique que la variation de X_t dépende de cet écart puisque le principe des MCE est bien entendu de corriger l'erreur à la période suivante ;

(ii) l'effet immédiat de court terme de la variation de Y_t ;

(iii) les retards sur les variables du modèle.

Si les coefficients du modèle de correction d'erreurs sont statistiquement non significatifs, la variable ne s'ajuste pas aux écarts par rapport à l'équilibre. Dans le cas contraire, on pourra dire qu'il y a relation d'équilibre de long terme stable et le MCE va pouvoir servir de modèle de référence pour la prévision du cours du sous-jacent le jour de l'échéance. Les études de GHOSH (1993) et BESSLER and COVEY (1991) comparent leur MCE avec des modèles de prédiction naïfs et leurs conclusions montrent que les MCE produisent des résultats plus fiables que les modèles qui ont été testés jusqu'à la fin des années 80 et qui ne tenaient pas compte de la coïntégration indispensable à l'efficiency des marchés à terme. Cependant, si la coïntégration est une condition nécessaire à l'efficiency des marchés, elle n'est pas une condition suffisante.

II-3. Coïntégration et efficience des marchés à terme

Pour HAKKIO et RUSH (1988) et CHOWDHURY (1991), la coïntégration entre les prix à terme et les prix au comptant est une condition nécessaire mais non suffisante à l'efficience d'un marché à terme. En effet, si deux séries de prix ne sont pas coïntégrées, c'est-à-dire si les résidus de l'équation de coïntégration qui représentent le terme d'équilibre ne sont pas stationnaires, les deux séries vont dévier l'une par rapport à l'autre sans limite. Or cette situation est incompatible avec l'hypothèse d'efficience⁶ des marchés à terme.

En effet, l'hypothèse d'efficience des marchés suggère que le prix à terme soit en moyenne un estimateur sans biais du prix au comptant le jour de l'échéance. Cela revient à dire que, lorsque deux séries sont dépendantes l'une de l'autre, c'est-à-dire que l'une est le reflet de l'autre, alors on peut opérer une régression qui va permettre de déterminer des estimateurs de la relation entre les deux séries. Or cette relation doit être stable dans le temps. On comprend alors que l'efficience d'un marché dépend directement de cette stabilité. L'efficience d'un marché à terme revient donc à dire que la relation entre prix à terme et prix au comptant soit stable dans le temps. Une autre manière de formuler cette proposition est de dire que les prix à terme ne doivent pas sous-estimer ou surestimer les prix au comptant. Économétriquement, cette proposition fait appel à la notion de coïntégration. La coïntégration est la possibilité pour deux séries de varier ensemble dans le temps même si elles ne sont pas stationnaires. Si les deux séries ne sont pas coïntégrées, alors les résidus de l'équation de coïntégration ne sont pas stationnaires et les deux séries vont avoir tendance à dévier l'une de l'autre sans bornes précises. Dans un tel cas, chaque série suit son propre chemin, mais le plus grave est qu'il n'existe pas de chemin commun aux deux séries. Pour que le marché soit efficient, il faut que la relation entre les deux séries soit stable dans le temps. Si cette condition est remplie, les prix à terme ne sous-estiment pas ou ne surestiment pas les prix au comptant. Il va de soi que cette condition ne peut être remplie si les deux séries deviennent l'une par rapport à l'autre sans bornes et sans mécanisme correcteur. Il s'ensuit que les estimateurs de la relation entre les deux séries ne sont pas stables. C'est pourquoi plusieurs auteurs considèrent que la coïntégration est une condition nécessaire à l'efficience des marchés. A ce stade, on peut se demander pourquoi elle n'est pas une condition suffisante. Afin de préciser la condition suffisante de l'efficience des marchés, si on reprend l'équation de coïntégration :

$$(10) \quad \mu_t = Y_t - \alpha - \beta X_t$$

les résidus de cette régression sont appelés erreur d'équilibre, ils doivent être intégrés d'ordre 0 pour que les séries soient considérées comme coïntégrées. β est appelé vecteur de coïntégration. C'est un scalaire lorsque l'on étudie la coïntégration entre seulement deux séries. Il ne faut pas oublier qu'économiquement, l'efficience d'un marché sous-entend absence de prime de risque et

6. SHEN et WAN (1990) démontrent que sur un marché efficient, les prix spot et à terme doivent être coïntégrés alors que pour GRANGER (1986), si deux prix sur deux marchés spéculatifs différents sont coïntégrés, ceci est source d'inefficience.

utilisation rationnelle de l'information. Or l'efficacité correspond à $\beta = 1$ et l'absence de prime de risque à $\alpha = 0$ dans l'équation (10). La coïntégration n'est donc pas une condition suffisante, car deux séries peuvent avoir un mouvement commun dans le temps, et donc être coïntégrées, mais la stabilité de la relation qui découle de cette coïntégration ne dit rien sur la valeur des estimateurs⁷, c'est-à-dire la valeur du vecteur de coïntégration. Si les séries ne sont pas stationnaires, leurs variances et leurs moyennes varient dans le temps, mais l'existence de coïntégration dit que la nouvelle série représentée ici par la combinaison linéaire μ_t va être stationnaire avec une moyenne et une variance ne fluctuant pas. Cependant, même si cette série est stationnaire, cela ne renseigne en aucun cas sur les valeurs des estimateurs, valeurs importantes pour la détermination ou non de l'efficacité. Si dans les résultats de MARBERLY (1985), ELAM et DIXON, HEIN, MA et MAC DONALD (1990), BAILLIE et MYERS (1991)... la non-stationnarité des séries qui n'ont pas de variances finies remet en cause l'utilisation des tests conventionnels sur les paramètres en produisant un biais dans leur estimation, l'existence d'une coïntégration permet de tirer des renseignements exacts sur la valeur des estimateurs. Ceux-ci n'étant pas biaisés, on peut alors tester la condition d'efficacité du marché de manière économétriquement valide. Les progrès économétriques ont donc amené les chercheurs à distinguer entre les régressions significatives et les régressions non significatives. En effet, régresser des séries temporelles prises en niveau alors qu'elles ne sont pas stationnaires n'a de sens que si les variables sont coïntégrées. Le test de coïntégration est donc une manière utile de distinguer les régressions significatives de celles qui ne le sont pas. Les critiques récentes sur la littérature des années 80 concernant l'efficacité des marchés à terme ont donc tout lieu d'être. Les études pré-coïntégration appartiennent à la classe des régressions non significatives⁸. Puisque la coïntégration n'est qu'une condition nécessaire à remplir pour tester l'efficacité des marchés à terme, il faut à ce stade déterminer comment tester efficacement la condition suffisante. Si une relation coïntégrée se transcrit à l'aide d'un modèle de correction d'erreurs, c'est l'interprétation des paramètres du MCE qui va permettre de donner une réponse sur la manière de tester l'efficacité des marchés à terme. La condition suffisante à l'efficacité est donc recherchée dans le MCE. C'est pourquoi il est nécessaire d'établir le lien entre le MCE et la théorie économique dictant les conditions d'efficacité. Lorsque deux séries sont coïntégrées, alors elles suivent un modèle de correction d'erreurs. Tester l'hypothèse d'efficacité des marchés à terme par un modèle de correction d'erreurs rejoint exactement les tests standards utilisés dans les années 80. En effet, cette méthode permet de tester l'hypothèse jointe d'absence de prime

7. HAKKIO et RUSH (1989) montrent que la coïntégration est une condition nécessaire, mais pas suffisante pour accepter l'efficacité des marchés. Pour que le marché soit efficace, le vecteur de coïntégration doit être égal à 1. Pour eux, la coïntégration montre uniquement que les résidus sont *stables* alors que la condition d'efficacité est que les résidus doivent être un *bruit blanc*.

8. Sans remettre en cause les résultats pré-coïntégration, on peut simplement les confirmer en les actualisant par la coïntégration.

de risque et d'utilisation rationnelle de l'information. Prenons le cas d'un modèle de correction d'erreurs sans retards comme le présentent HAKKIO et RUSH (1989). Lorsque deux séries X_t et Y_t sont coïntégrées, elles suivent un mécanisme qui s'écrit sous sa forme principale de la manière suivante :

$$(11) \quad X_t - X_{t-1} = a(X_{t-1} - d Y_{t-1}) + b(Y_t - Y_{t-1}) \text{ avec } a \text{ et } b \neq 0$$

L'hypothèse selon laquelle le prix spot $S_{t,t}$ serait coïntégré avec le prix à terme $F_{t,t-i}$ se formule donc en remplaçant dans l'équation (11) X_t par $S_{t,t}$ et Y_t par $F_{t,t-i}$ dans le MCE.

$$(12) \quad S_{t,t} - S_{t-1,t} = a(S_{t-1,t} - d F_{t-1,t-i}) + b(F_{t,t-i} - F_{t-1,t-i})$$

En remplaçant les coefficients par les valeurs $a = -1$, $b = 1$ et $d = 1$, cette équation s'écrit :

$$(13) \quad S_{t,t} - S_{t-1,t} = -S_{t-1,t} + F_{t-1,t-i} + F_{t,t-i} - F_{t-1,t-i}$$

$$(14) \quad S_{t,t} - S_{t-1,t} = F_{t,t-i} - S_{t-1,t}$$

Ce modèle n'est rien d'autre que l'équation (15) qui est utilisée dans la plupart des études sur l'efficacité des marchés à terme.

$$(15) \quad S_{t,t} - S_{t-1,t} = \alpha + \beta (F_{t,t-i} - S_{t-1,t})$$

En remplaçant les coefficients par les valeurs $\alpha = 0$ et $\beta = 1$, on retrouve le MCE :

$$(16) \quad S_{t,t} - S_{t-1,t} = F_{t,t-i} - S_{t-1,t}$$

Tester les valeurs $-a = 1$, $b = 1$ et $d = 1$ dans le modèle de correction d'erreurs revient donc à tester l'efficacité des marchés à terme de la même manière que les études pré-stationnarité, mais cette fois sans biais économétrique. Outre la coïntégration, le modèle de correction d'erreurs permet donc de tester l'hypothèse jointe d'absence de prime de risque et d'utilisation rationnelle de l'information. La coïntégration est bien une condition nécessaire à l'efficacité des marchés à terme, mais la condition supplémentaire, à savoir $-a = b = d = 1$ dans le MCE doit également être respectée⁹. Pour résumer, l'hypothèse d'efficacité d'un marché à terme doit donc être acceptée après avoir vérifié les trois propositions suivantes :

- la série des prix à terme doit être coïntégrée avec la série des prix au comptant ;
- le vecteur de coïntégration doit être égal à 1 ;
- les coefficients du MCE doivent prendre les valeurs suivantes : $-a = b = d = 1$.

Bien qu'il existe plusieurs manières de tester la coïntégration, un consensus semble apparaître pour considérer les tests DF et DFA comme étant les

9. HAKKIO et RUSH (1989) après avoir accepté la coïntégration sur les marchés du deutschmark et de la livre sterling, ont d'ailleurs été contraints de rejeter l'hypothèse d'efficacité sur ces deux marchés suite au rejet de la condition suffisante ($-a = b = d = 1$).

plus fiables¹⁰. La quantité de tests ne remplaçant en rien leur qualité, nous appliquerons uniquement, dans l'application qui va suivre les tests DF et DFA. Tester la première proposition revient donc à faire un test de racine unitaire sur les résidus de la régression de coïntégration. Tester la seconde et la troisième proposition revient à estimer les coefficients des MCE ainsi que le vecteur de coïntégration pour ensuite tester chaque hypothèse séparément à l'aide d'un test de Student. La procédure à adopter dans l'application qui va suivre est donc la suivante :

- Tests de stationnarité
- Tests de coïntégration
- Dans la mesure où les séries seraient stationnaires, estimation de l'équation de coïntégration (équation 21 ci-après) et interprétation de la valeur des coefficients α et β afin de se prononcer sur la capacité prédictive des prix à terme et donc sur l'efficience du marché.

III. APPLICATION DE LA COÏNTÉGRATION A LA RELATION PRIX SPOT-PRIX A TERME SUR LE MARCHÉ DU CACAO ET CAPACITÉ PREDICTIVE DES PRIX A TERME

La littérature financière considère comme hypothèse de base que le prix à terme F_{t-} constitue un prédicateur non biaisé du prix spot S_t . Une telle analyse a des implications économétriques importantes puisqu'elle permet de savoir si les transactions à terme sur le cacao ont rendu plus efficient l'allocation des ressources dans ce secteur et si les prix à terme peuvent servir de guide fiable dans les processus de prise de décision. Dans cette démarche, notre propos consiste à tester l'efficience par l'absence de cloisonnement entre marché spot et à terme en recourant à la coïntégration. La coïntégration du prix spot S_{t-} et du prix à terme F_{t-} s'avère ainsi une condition nécessaire, mais non suffisante à l'efficience des marchés qui doit être testée. Ce test de coïntégration est complété par l'estimation et l'interprétation des coefficients des équations de coïntégration qui constitue la condition suffisante. En d'autres termes, il s'agit d'étudier la capacité prédictive des marchés à terme indispensable à la coïntégration et donc à l'efficience du marché.

10. S'il est vrai que dans la plupart des travaux, les uns et les autres utilisent les tests classiques (ENGLE et GRANGER), GONZALO (1994) démontre la supériorité en terme de puissance du test de coïntégration de JOHANSEN (1988). Cependant, nous n'appliquerons pas ce test dans notre étude, car ce dernier est mieux approprié pour les cas multivariés.

III-1. Données et méthodologie

Les données nécessaires à cette étude sont de deux types : la série des prix spot (S_t) et les séries des prix F_{t-i} des contrats à terme venant à maturité dans 3,5,7,9, et 12 mois. Ces données couvrent les années 1987 à 1991. Elles sont classées en 12 catégories qui représentent chacune le prix i semaines avant la date de livraison ($i = 1, \dots, 12$). Puisqu'il existe cinq livraisons par an, l'étude sur une seule année aurait donné cinq observations seulement pour chacune des douze catégories, c'est pourquoi nous avons considéré 4 ans, ce qui nous a permis d'avoir 20 observations par groupe de prix.

Ces séries sont des séries temporelles construites de la manière suivante :

- une première série (S_t) correspond au cours du comptant sur le cacao à chaque échéance (dernier jour de chaque mois d'échéance) ;
- la deuxième série (F_t) correspond au cours du contrat à terme le jour de l'échéance et est théoriquement égal à (S_t) ;
- la troisième série (F_{t-1}) est constituée d'observations correspondant au cours du contrat à terme sur le cacao une semaine avant chaque échéance (elle possède donc le même nombre de données que la première) ;
- les autres séries sont construites de la même manière que la troisième mais à 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 semaines de l'échéance. Ces séries sont bien des séries chronologiques, même si elles sont construites selon le principe de la coupe instantanée. Leurs moyennes et leurs variances ont donc une signification effective et il se peut tout à fait qu'elles soient non-stationnaires.

Les données de bases ont été relevées de mardi à mardi. Il semble important de conserver des intervalles de temps égaux à 7 jours plutôt que d'essayer de prendre en compte l'effet week-end. Ceci pour les raisons suivantes : la condition d'efficience d'un marché requiert que toute l'information disponible soit effectivement reflétée dans le prix à chaque moment du temps. L'intervalle de temps doit être absolument fixe, car si l'on cherche à étudier l'efficience d'un marché à une semaine de l'échéance et que certains points de cette série se situent aléatoirement à 5,6 ou 7 jours de l'échéance, il est clair que l'information disponible¹¹ n'est pas la même et que ce biais va avoir une forte influence, surtout lorsqu'on se situe si proche de l'échéance. Conserver un intervalle d'exactly 7 jours est donc de ce fait capital.

Ces données nécessaires au test de coïntégration sont des séries brutes de prix. Avant de mener un test de coïntégration, il faut en premier lieu rechercher l'ordre d'intégration des séries, puis mener le test d'hypothèse de coïntégration d'ordre (1,1) : $(S_t, F_{t-i}) \approx CI(1, 1)$.

11. Patrick ROGER (1988) fait la distinction entre information disponible et information utilisée par le marché.

III-2. Le test de stationnarité

Le principe du test a été présenté précédemment. Dans un premier temps, la stationnarité de chaque série va être testée en employant les équations de DF ainsi que celles de DFA avec 1,2,3,4 retards. Les équations à conduire sont les suivantes :

$$(17) \quad \Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{sans trend}$$

$$(18) \quad \Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{avec trend}$$

Comme il a été mentionné précédemment, l'observation des résultats (DF et DFA 1,2,3,4 retards) permet de déterminer si les séries brutes de données sont stationnaires ou si elles sont au moins intégrées d'ordre 1. Les résultats sont les suivants :

Tableau (1)

Test de stationnarité sur les séries brutes de prix
et détermination de l'ordre d'intégration

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{sans trend}$$

	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4
Valeur critique	-3,0294	-3,0401	-3,0522	-3,0660	-3,1004
S_t	-1,7963	-1,5201	-2,0036	-2,3054	-2,5546
F_t	-1,6721	-1,4721	-2,1020	-2,1565	-1,5767
F_{t-1}	-1,2680	-1,3028	-1,7283	-1,3386	-0,1822
F_{t-2}	-1,0808	-1,1560	-2,0742	-1,2455	-0,1711
F_{t-3}	-1,0434	-0,9183	-1,6748	-1,1293	-0,1035
F_{t-4}	-0,6434	-0,8075	-1,2292	-0,9652	0,6701
F_{t-5}	-0,6385	-0,9738	-0,4413	-0,9703	0,6568
F_{t-6}	-0,6199	-0,7762	-0,7097	-0,7949	0,3953
F_{t-7}	-1,2548	-1,1132	-0,9745	-1,4789	-0,0441
F_{t-8}	-1,2591	-0,8664	-0,9586	-1,5096	-0,1181
F_{t-9}	-1,0312	-1,0421	-1,0090	-1,3155	-0,1272
F_{t-10}	-1,3565	-0,8979	-0,8319	-0,4164	-0,0960
F_{t-11}	-1,0846	-0,9616	-1,0610	-1,2991	-0,0445
F_{t-12}	-1,2152	-1,0151	-1,1734	-1,1779	-0,0630

Tableau (2)

**Test de stationnarité sur les séries brutes de prix
et détermination de l'ordre d'intégration**

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{avec trend}$$

	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4
Valeur critique	-3,6746	-3,6921	-3,7119	-3,7347	-3,7921
S_t	-2,9726	-2,2157	-2,0689	-2,5269	-1,9365
F_t	-2,6373	-2,5032	-1,1743	-2,6373	-1,9467
F_{t-1}	-3,2846	-3,9180	-1,7571	-2,8109	-5,4263
F_{t-2}	-2,9030	-3,3530	-2,8199	-2,8021	-4,8865
F_{t-3}	-3,1026	-2,9318	-3,1224	-2,8558	-5,2267
F_{t-4}	-2,8851	-3,0744	-2,9656	-3,0053	-1,7807
F_{t-5}	-2,9922	-3,4082	-2,1605	-2,4669	-1,1972
F_{t-6}	-3,2259	-2,7853	-2,7836	-2,5718	-1,5687
F_{t-7}	-3,5459	-2,6158	-2,2097	-3,6699	-2,7871
F_{t-8}	-3,6448	-2,9577	-2,1079	-3,0798	-3,1198
F_{t-9}	-2,8564	-3,0868	-2,5988	-3,0549	-2,0819
F_{t-10}	-2,7664	-2,9294	-3,4138	-2,8276	-1,5933
F_{t-11}	-2,6088	-2,7008	-3,3567	-3,4454	-2,3709
F_{t-12}	-2,6639	-2,3016	-3,5137	-3,7247	-1,7727

Les résultats du *tableau 1* sans trend et du *tableau 2* avec trend montrent clairement que les séries brutes de données ne sont pas stationnaires. Ce résultat est d'ailleurs compatible avec la plupart des autres études sur les marchés à terme¹². Ces résultats montrent que la formation des prix conduit à des séries qui sont généralement intégrées d'ordre 1.

Afin de vérifier ce propos, il faut donc conduire des tests sur la différence première de chaque série. Rejeter l'hypothèse de racine unitaire dans un tel cas revient à dire que la différence première est stationnaire et donc que la série brute est intégrée d'ordre 1. Pour s'en assurer, nous avons conduit la deuxième vague des tests sur la différence première des prix et les résultats sont les suivants :

12. BORDES et STRAUSS KAHN (1989) ont mis en évidence la non stationnarité des variables monétaires et des taux d'intérêt, FONTAINE (1990) celle des indices du marché des actions, H. de la BRUSLERIE (1992) celle des rentabilités obligataires, LAÏ et LAÏ celle du marché à terme des devises, BESSLER et COCEY (1991) celle du marché du bétail et CHODHURY (1991) celle de quatre métaux.

Tableau (3)

$$\Delta X_t = \alpha + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{sans trend}$$

	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4
Valeur critique	-3,0401	-3,0522	-3,0660	-3,0819	-3,1223
ΔS_t	-5,5880	-4,1847	-3,5515	-3,1771	-3,7826
ΔF_t	-5,6834	-4,3637	-3,7375	-3,2715	-3,8137
ΔF_{t-1}	-4,4329	-6,6226	-3,4347	-3,5301	-4,2417
ΔF_{t-2}	-4,2883	-4,9110	-3,8257	-3,4356	-4,1676
ΔF_{t-3}	-4,9842	-3,9442	-3,6743	-3,9093	-4,0652
ΔF_{t-4}	-4,3229	-3,6782	-3,9288	-3,2867	-3,5769
ΔF_{t-5}	-4,0987	-4,7299	-3,7722	-3,6997	-3,3484
ΔF_{t-6}	-4,9170	-3,4210	-3,1737	-3,1924	-3,2596
ΔF_{t-7}	-6,1140	-4,0949	-3,3794	-3,7251	-3,4388
ΔF_{t-8}	-6,2730	-4,6135	-3,4416	-3,1074	-4,7947
ΔF_{t-9}	-4,4371	-3,8756	-3,5522	-3,3156	-4,2957
ΔF_{t-10}	-4,9129	-3,0931	-3,4993	-3,3919	-3,7482
ΔF_{t-11}	-4,5688	-3,9917	-3,9278	-3,2335	-3,9005
ΔF_{t-12}	-5,1167	-3,6486	-3,6943	-3,5212	-3,4043

Tableau (4)

$$\Delta X_t = \alpha + \beta t + \theta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} \rho_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \quad \text{avec trend}$$

	p=0	p=1	p=2	p=3	p=4
Valeur critique	-3,6921	-3,7119	-3,7347	-3,7612	-3,8288
ΔS_t	-5,7343	-4,2907	-3,8003	-3,8191	-4,2374
ΔF_t	-5,8234	-4,3027	-4,7321	-4,7137	-4,7315
ΔF_{t-1}	-4,2781	-6,7477	-4,5234	-4,2154	-3,8455
ΔF_{t-2}	-4,1456	-5,0555	-3,8369	-3,8757	-3,8921
ΔF_{t-3}	-4,8261	-4,8261	-3,9837	-3,9327	-3,8629
ΔF_{t-4}	-4,1784	-4,5621	-3,8515	-3,8533	-3,9424
ΔF_{t-5}	-3,9246	-4,5554	-4,7620	-4,2353	-3,9817
ΔF_{t-6}	-4,7625	-4,2960	-3,8877	-4,9259	-4,5433
ΔF_{t-7}	-5,9479	-3,9914	-4,4128	-4,5897	-3,9425
ΔF_{t-8}	-6,0551	-4,5003	-4,4521	-4,0039	-4,9444
ΔF_{t-9}	-4,2949	-3,7755	-4,4839	-4,0426	-4,2305
ΔF_{t-10}	-4,7153	-3,9833	-4,0947	-4,0511	-4,5096
ΔF_{t-11}	-4,4260	-3,9013	-4,8452	-4,0490	-4,9752
ΔF_{t-12}	-4,9646	-4,5697	-4,6073	-4,1684	-4,8019

Dans ces dix régressions, on voit clairement que l'hypothèse de racine unitaire est rejetée pour toutes les séries de données. Les séries brutes de données sont intégrées d'ordre 1. Non seulement ce résultat est en accord avec les différentes études réalisées sur les marchés à terme, mais en plus, il a un caractère intéressant : en travaillant sur les séries intégrées d'ordre 1, il devient possible de faire des études de coïntégration afin de déterminer si une combinaison linéaire de deux séries intégrées d'ordre 1 peut être stationnaire. Cette propriété est très largement exploitée dans les études sur l'efficacité des marchés à terme.

III-3. Estimation des régressions de coïntégration

Un test de coïntégration commence par la création d'une combinaison linéaire de deux séries qui prend la forme suivante :

$$(19) \quad \varepsilon_t = Y_t - \alpha - b X_t$$

Accepter la stationnarité de ε_t revient à accepter la coïntégration entre les deux séries. Dans ce cas, le résidu ε_t de l'équation de coïntégration doit être stationnaire et suit alors une marche au hasard. Dans le cas contraire, Y_t et X_t peuvent diverger sans limites en contradiction totale avec les fondements de l'efficacité. Cette combinaison linéaire prend le nom d'équation de coïntégration ayant pour résidus le terme ε_t , et se reforme de la façon suivante :

$$(20) \quad Y_t = \alpha + b X_t + \varepsilon_t$$

Chaque série de cours du contrat à terme cacao correspondant à des éloignements divers de l'échéance doit donc être combinée avec la série des cours au comptant le jour de l'échéance. Il se peut en effet que la série des cours à terme une semaine avant l'échéance soit coïntégrée avec la série des cours au comptant alors que la série 5 ou 10 semaines avant l'échéance ne le soit pas. Il faut donc estimer les équations de coïntégration :

$$(21) \quad S_T = \alpha + b F_{t-i}^T + \varepsilon_t$$

où i est le nombre de semaines avant la livraison ($i = 1, 2, \dots, 12$).

III-3.1 Tests de racine unitaire sur les résidus des équations de coïntégration

Le test de coïntégration consiste à effectuer un test de racine unitaire sur les résidus des équations de coïntégration. Ces tests de coïntégration de la même manière que dans l'étude de la stationnarité consistent à conduire les équations de DF et DFA. Cette dernière équation pose le problème du nombre de variables retardées à retenir. Un essai sur le nombre de retards nous indique qu'au-delà de deux retards la régression de DFA fixe les coefficients des retards supplémentaires à 0.

Nous conduirons les tests de DF, DFA (1) et DFA (2) qui correspondent respectivement aux équations suivantes :

$$(22) \quad \Delta \varepsilon_t = a \varepsilon_{t-1} + \sigma_t$$

$$(22a) \quad \Delta \varepsilon_t = a \varepsilon_{t-1} + b(\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-2}) + \sigma_t$$

COÏNTEGRATION ET TEST D'EFFICIENCE SUR LES MARCHÉS DÉRIVÉS

$$(22b) \quad \Delta \varepsilon_t = a \varepsilon_{t-1} + b_1 (\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_{t-2}) + b_2 (\varepsilon_{t-2} - \varepsilon_{t-3}) + \sigma_t$$

Ce qui revient à :

$$(23) \quad \Delta \varepsilon_t = \sigma_t + a \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} b_i \Delta \varepsilon_{t-1}$$

Le tableau suivant nous donne la valeur du ratio-t de $\hat{a}$ ainsi que la valeur critique permettent de déduire ou non la cointégration. Il faut toutefois rappeler ici que l'interprétation des tests de racine unitaire des résidus se fait de la manière suivante : si le coefficient estimé est positif et significativement différent de 0, les résidus de l'équation de cointégration sont considérés comme stationnaires, et l'hypothèse de cointégration est acceptée. En termes plus clairs, si le ratio-t de $\hat{a}$ est supérieur en valeur absolue à la valeur critique, alors il y a rejet de l'existence d'une racine unitaire et acceptation de la cointégration. Dans le cas contraire, la combinaison linéaire des deux séries est intégrés d'ordre 1 ($I(1)$) et les deux séries ne sont pas cointégrées.

Tableau (5)

Résultats des tests de cointégration des
séries des prix – tests de stationnarité des
résidus des équations de cointégration.

$$\Delta \varepsilon_t = \sigma_t + a \varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^{i=p} b_i \Delta \varepsilon_{t-1}$$

	p=0	p=1	p=2
Valeur critique	-3,6968	-3,7176	-3,7455
F_t	-6,7317	-4,2775	-6,4817
F_{t-1}	-6,3836	-4,1773	-6,4388
F_{t-2}	-6,2224	-4,1648	-6,8605
F_{t-3}	-6,0944	-4,2741	-6,6714
F_{t-4}	-4,9447	-3,4916	-6,9667
F_{t-5}	-6,0278	-4,2504	-5,8550
F_{t-6}	-5,5108	-4,1014	-6,4851
F_{t-7}	-5,0276	-4,1817	-5,7656
F_{t-8}	-6,0847	-4,2416	-5,2744
F_{t-9}	-6,1774	-4,4500	-4,7881
F_{t-10}	-5,9315	(-3,5751)*	(-3,2744)*
F_{t-11}	-6,0784	-4,4414	-4,7512
F_{t-12}	-5,4377	-4,6691	-4,7577

** non cointégrée

Les résultats de ce tableau sont satisfaisants, puisque toutes les séries F_{t-i} sont coïntégrées avec la série des cours au comptant le jour de l'échéance sauf F_{t-10} , ce qui veut dire que les prix à terme sont de meilleurs estimateurs du prix spot futur. Ces résultats sont en accord avec la plupart des études sur l'efficience des marchés à terme où la coïntégration est aisément admise et sont aussi en accord avec la théorie financière, car il est logique que les séries des prix à terme et des prix au comptant ne dévient pas l'une et l'autre sans limites. En d'autres termes, et afin de rappeler le principe de coïntégration, même si les séries prises individuellement ne sont pas stationnaires et suivent leur propre chemin, il existe une tendance commune d'évolution entre chaque série de cours futurs et la série de cours au comptant. Cette propriété fait partie d'une des propriétés nécessaires à l'efficience d'un marché à terme où les prix à terme sont des estimateurs sans biais du prix spot futur, comme c'est le cas sur le marché du cacao à Paris. Toutefois, comme il a été mentionné ci-dessus, la coïntégration n'est pas la seule condition suffisante et nécessaire pour la validité de l'efficience des marchés à terme. La condition suffisante doit être vérifiée. Afin d'admettre l'hypothèse d'efficience, il est nécessaire de se pencher sur la prise en compte des anticipations à venir dans la formation des cours. Pour cela, il convient d'estimer les équations de coïntégration et d'interpréter les coefficients α et b de l'équation (21) afin de se prononcer définitivement sur la capacité prédictive du marché à terme et donc sur l'efficience du marché.

III-3.2 Efficience et révélation des anticipations

Les résultats précédents nous montrent que les séries des prix spot S_t et des prix à terme F_{t-i} sont coïntégrées, ce qui dans l'approche d'ENGLE et GRANGER permet d'admettre que le marché est efficient. Cependant, d'après HAKKIO et RUSH (1989), la coïntégration n'est qu'une condition nécessaire, mais pas suffisante pour admettre l'efficience des marchés. C'est pourquoi, nous nous penchons sur l'étude de la condition suffisante, ce qui revient dans l'équation (21) à tester $\alpha = 0$ et $b = 1$. Puisque les séries sont stationnaires, ceci permet de conduire des régressions sur ces deux séries sans crainte d'existence des biais.

Le tableau (6) donne les résultats de l'estimation des douze équations $S_T = \alpha + b F_{t-i}^T + \varepsilon_i (i = 1 \text{ à } 12)$. De cette dernière équation, on peut faire une interprétation économique autour de deux points essentiels :

- l'appréciation du marché à terme par rapport à sa capacité de révélation des anticipations,
- le contenu informationnel réciproque des prix à terme et du prix du physique du produit.

Tableau (6)

Equation de coïntégration : $S_T = \alpha + b F^T_{t-i} + \varepsilon_t$
 Capacité prédictive des prix à terme
 Marché à terme de Paris

i	$\hat{\alpha}$	t-student/ $\alpha = 0$	$\hat{\beta}$	t-student/ $\beta = 1$	R^2	SE
1	34.80	(.89)*	.97	(-0.65)	.97	39.54
2	21.61	(.52)	.97	(-0.51)	.97	39.99
3	56.39	(.91)	.95	(-0.77)	.92	62.68
4	64.97	(1.27)	.93	(-1.30)	.94	52.49
5	84.00	(1.24)	.90	(-1.39)	.90	69.80
6	75.54	(.81)	.92	(-0.77)	.83	91.56
7	96.00	(.97)	.90	(-0.44)	.81	97.88
8	89.89	(.85)	.89	(-0.93)	.79	103.01
9	28.39	(.85)	.97	(-0.43)	.94	55.50
10	116.23	(2.30) ¹	.87	(-2.36) ²	.94	54.90
11	161.57	(1.47)	.81	(-1.71)	.75	113.56
12	174.36	(1.59)	.81	(-1.87)	.74	114.30

* Les chiffres entre parenthèses représentent le T de Student

(1) $-2.10 < T < 2.10$,

– (1) hypothèse $\alpha = 0$ rejetée avec intervalle de confiance de 95%

– (2) hypothèse $\beta = 1$ rejetée avec intervalle de confiance de 95%

Sur la question de révélation des anticipations, trois grands indicateurs seront étudiés. D'une part, l'hypothèse que les prix sont des estimateurs sans biais, ce qui revient à vérifier $\alpha = 0$ $b = 1$. D'autre part, la capacité à prévoir les prix spot à venir, d'où un R^2 assez élevé et des faibles erreurs de prévision S.E.

Du point de vue de l'absence des biais dans les prix à terme, les résultats trouvés au tableau (6) confirment cette hypothèse sur l'ensemble des i ($i = 1, \dots, 12$) semaines avant la date de mise en filière, sauf pour $i = 10$. **Ces cours sont donc des estimateurs non biaisés des prix du physique à venir.** Ces résultats n'ayant aucune remarque particulière contrairement aux cas de LEUTHOLD (1975) et de DA SILVA (1986) où les prix à terme pour les échéances rapprochées étaient des estimateurs biaisés des prix spot à venir. LEUTHOLD explique cette situation sur le marché de bétail sur pied par l'existence d'un cycle court du comportement des prix que les échangistes sur le marché n'arrivent pas à détecter ni à refléter dans les cours. La structure des R^2 que nous avons trouvé n'a rien de particulier ; aucun signal n'apparaît. Les résultats sont fort confortables (74 à 97 %) et plaident en faveur d'une bonne révélation des anticipations.

La structure constante de nos R^2 est similaire à ceux trouvés par GILLES et GOSS (1980), CAMPBELL (1978), GOSS (1981), mais contraire à ceux de LEUTHOLD (1975), BIGMAN-GOLDFARB (1983), KOFFI (1973), DA SILVA (1986) où le R^2 a une structure décroissante. La diminution du R^2 avec l'éloignement du délai de maturité n'a rien d'étonnant puisqu'il traduit le fait que les contrats rapprochés sont des estimateurs plus fiables des prix spot que ceux des contrats éloignés puisque de nouvelles informations vont s'ajouter aux données du moment. L'information au temps t est déjà contenue dans l'ensemble des informations de toutes les périodes ultérieures. C'est-à-dire $\phi_{t+T} > \phi_t$ où $T \geq 0$. Il est donc normal, voire évident, que les prévisions ou les anticipations s'améliorent au fur et à mesure que l'on se rapproche de la maturité du contrat.

– L'examen des erreurs de prévisions nous donne des résultats meilleurs que ceux réalisés sur d'autres marchés. Ces erreurs de prévision (SE) assez faibles permettent de conclure que le marché à terme de cacao à Paris a une bonne capacité à prévoir les prix spot à venir.

III-3.3 La prédiction par les cours au comptant passés

Dans ce cadre, l'objectif revient à tester la proposition suivante : si le marché à terme se définit effectivement comme un marché prévisionnel, l'utilisation des cours à terme pour prévoir le cours comptant doit donner de meilleures rentabilités que l'utilisation des cours au comptant passés. Dans le cas où l'observation des cours décalés du physique aurait été un meilleur révélateur des anticipations, le problème de l'utilité des prix à terme dans la prédiction des prix spot futurs serait remis en cause. Nous avons mené une telle investigation¹³ en régressant le prix spot S_T sur les prix spot passés $S_{t,t-i}$, i allant de 1 à 12, c'est-à-dire :

$$S_T = \alpha + \beta S(t-i) + \mu_t$$

Les résultats sont les suivants :

13. Les tests de stationnarité non reportés ici montrent que les deux séries S_t et S_{t-i} sont intégrées d'ordre 1 et coïntégrées

Tableau (7)

Equation de coïntégration : $S_T = \alpha + \beta S(t - i) + \mu_t$
 Capacité prédictive des prix au comptant
 Marché au comptant

i	$\hat{\alpha}$	t-student/ $\alpha = 0$	$\hat{\beta}$	t-student/ $\beta = 1$	R^2	SE
1	212.16	(1.10)*	.69	(-1.53)	.62	140.89
2	206.73	(1.07)	.71	(-1.33)	.64	137.96
3	209.84	(1.54)	.62	(-0.86)	.63	140.05
4	34.29	(.17)	.89	(-1.03)	.75	114.99
5	277.63	(1.21)	.61	(-1.62)	.60	145.18
6	111.21	(.50)	.77	(-.097)	.68	130.07
7	-49.28	(-.24)	.95	(-.019)	.76	112.41
8	102.21	(.54)	.80	(-1.02)	.70	125.82
9	161.41	(.73)	.72	(-1.23)	.63	140.22
10	125.30	(.83)	.76	(-.59)	.60	145.86
11	62.75	(.31)	.82	(-.088)	.72	121.61
12	28.95	(.14)	.86	(-.068)	.74	116.34

* Les chiffres entre parenthèses représentent le T de Student

Lorsqu'on compare le pouvoir explicatif des modèles des tableaux (6) et (7), on constate la suprématie du R^2 du tableau (6) sur chacune des périodes. Ces résultats moins intéressants sur le marché du physique confirment le rôle d'anticipation des prix à terme qui révèlent plus d'informations que ceux du physique.

CONCLUSION

L'étude de l'efficience des marchés jusqu'à la fin des années 70 portaient sur les prix en niveau, ignorant les problèmes économétriques que ces derniers pouvaient engendrer. En effet, les études récentes montrent que les séries de données en niveau ne sont pas stationnaires et qu'en travaillant sur de telles données, les résultats obtenus sont biaisés. Pour contourner cette difficulté, plusieurs auteurs ont proposé de rendre les séries stationnaires. C'est pourquoi les dernières études sur l'efficience des marchés tiennent compte des problèmes de la non stationnarité des séries d'une part, et d'autre part de l'existence de lien entre les séries. Nous étudions dans ce cadre l'efficience du marché du cacao à Paris sur la période 1987-1990. Les résultats des investigations montrent que les séries des prix en niveau ne sont pas stationnaire et intégré d'ordre 1. Les résultats de nos investigations par la coïntégration montrent que le marché du cacao est efficient et que les prix à terme sont des estimateurs non biaisés des prix au comptant le jour de l'échéance.

Références

- ARTUS P. (1988) "Efficiency et cloisonnement des changes et des marchés financiers en France 1970-1986", *Cahiers Economiques et monétaires*, n° 31, p. 49-116.
- BACHALIER L. (1964) *Théorie de la spéculation*, Gauthier Villars, Paris 1900, repris dans Cootner(ed).
- BESSLER D. A et COVEY T. () "Coïntégration : Some Result on U.S. Cattle Prices", *The Journal of Futures Market*, vol. 11, pp 461-474.
- BIGMAN D., GOLDORF D. et SCHECHTMAN E. (1983) "Futures Markets Efficiency and the Time Content of the Information Sets", *Journal of Futures Markets*, Vol 3, n° 3, pp 321-334.
- BOURGUINAT H. et ARTUS P. (1989) *Théorie économique et crise des marchés financiers*, Economica
- BORDES C. et STRAUSS KAHN M. (1989) "Coïntégration et demande de monnaie en France", *Cahiers Economiques et Monétaires de la Banque de France*, pp 161-197.
- BOX G.E.P. et JENKINS G.M. (1970) *Times series Analysis Forecasting and Control*, San Francisco, Holden Day.
- CAMPBELL R.G. (1978) *Futures Markets and Intertemporel Price Relations : Further Evidence from the Live Hog Futures Markets*, Unpublished Paper, University of Wisconsin.
- CAMPBELL J.Y et SHILLER R.J. (1987) "Coïntégration and Test of Present Value Models", *Journal of Political Economy*, Vol. 95, n° 5, pp 33-52.
- CHOWDHURY A.R (1991) *Futures Market Efficiency : Evidence from Coïntégration Test*, *The Journal of Future Market*, 11, n° 5, pp 577-589.
- CROWDER W.J ET HAMED A. (1993) "A Coïntégration Test for Oil Futures Market Efficiency", *The Journal of Future markets*, Vol 13, n° 8, décembre 1993, pp 933-943.
- CURRIE D. (1991) "Some Long-Run Features of Dynamic Times Series Models", *Economic Journal*, September 1981, pp 704-715.
- DA SILVA R. (1986) *Le marché au comptant et à terme de l'huile de palme : Une analyse économique et financière*, Thèse de Doctorat d'Etat, p. 381 Orléans.
- DAVIDSON, JAMES E.H., DAVID F. HENDRY, FRANK SRBA and STEPHEN YEO (1978) "Econometric Modeling of the Aggregate Time Series Relationship between Consumer's Expenditure and Income in the United Kingdom", *Econometric Journal*, December 1978, Vol. 88, pp 661-692.
- DE LA BRUSLERIE H. (1992) "Etude empirique de la stabilité intertemporelle de la structure des rentabilités obligataires internationales", *Journal de la Société de Statistique de Paris*, Tome 133, n° 2, pp 24-46.
- DICKEY D. et FULLER W. (1981) "Likelihood Ratio Statistic for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, Vol. 49, pp 1057-1072.
- DUPUIS. R. (1994) *Efficiency de marché et coïntégration : le prix du contrat à terme CAC 40 est-il un estimateur sans biais du prix de l'indice à l'échéance*, Mémoire de DEA Economie et Finance. Université d'Orléans.
- ELAM E. et DIXON B.L. () "Examining the Validity of a Test of Futures Markets Efficiency", *Journal of Futures Markets*, Vol 8, pp 365-372.

COÏNTEGRATION ET TEST D'EFFICIENCE SUR LES MARCHÉS DÉRIVÉS

- ENGLE R.F. ET GRANGER W.J. (1987) "Co-Integration and Error Correction Representation Estimation and Testing", *Econometrica* n° 2, pp 251-276.
- ENGLE R.F. et YOO B.S. (1987) "Forecasting and Testing in Co-Intégration System", *Journal of Econometrica*, Vol. 35, pp 143-159.
- FAMA E. (1970) "Efficient Capital Markets : a Review of Theory and Empirical Work", *Journal of Finance*, Vol. 25, n° 1.
- FAMA E.F. et FRENCH K.R. (1987) "Business Cycles and Behavior of Metal Prices", *The Journal of Finance*, Vol. 43, pp 383-417.
- FONTAINE P. () "Peut-on prédire l'évolution des marchés d'actions à partir des cours et des dividendes passés ? (Tests de marche au hasard et de coïntégration)", *Journal de la Société de Statistique de Paris*, Tome n° 19, pp 17-39.
- GILES D.E.A. et GOSS B.A. (1981) "Futures Prices as Forecasts of Commodity Spot Prices : Live Cattle and Wool", *Australian Journal of Agriculture Economy*, Avril 1981, 25 (1), pp 1-13.
- GONZALO J. (1994) "Fives Alternatives Methods of Estimating Long-Run Aquilibrium Relationship", *Journal of Econometrics*, Vol. 60, pp 203-233.
- GOSS B.A. (1981) "The Forward Pricing Function of the London Metal Exchange", *Applied Economics*, Vol. 13, pp 133-150.
- GRANGER C.W.J. (1986) "Developpements in the Study of Co-Integration Economic Variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 48 pp 213-228.
- GRANGER C.W.J. et WEISS A.A. (1983) "Times Series Analysis of Error Correction Models", in Karlin-Amemiya-Goodman (eds) *Studies in Econometric Time Series and Multivariate Statistics*, New-York, Academic Press.
- HAKKIO C.S. et RUSH M. (1989) "Market Efficiency and Cointegration : an Application to the Sterling and Deutschmark Exchange Markets", *Journal of International Money and Finance*, Vol. 8, pp 75-88.
- KOFI T.A. (1973) "A Framework for Comparing the Efficiency of Future Markets", *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 55, pp 584-594.
- LAI K.S. et LAI M. (1991) "A Cointegration Test for Market Efficiency", *The Journal of Future Markets*, 11,n° 5, pp 567-575.
- LEUTHOLD B.N. (1975) "Evaluation of Price Performance of the Live Beef Cattle Futures Contracts", *Illinois Agricultural Economy*, Vol. 15, pp 21-25.
- MA C. et HEIN S.E. (1990) "Testing Unbiasedness in Futures Markets : Further Evidence", *Working Paper, Texas Tech University*.
- MABERLY E.D. (1985) "Testing futures markets efficiency - A restatement", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 5, pp 425-432.
- NELSON C.R. et PLOSER C.I. (1982) "Trends and Random Walk in Macro-Economic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 10, pp 139-162.
- NJIKI R. (1994) *Le marché au comptant et à terme du cacao sur la place de Paris : Une Analyse économique et financière*, Thèse de doctorat. Université d'Orléans.
- RAUSSER G.C. et CARTIER C. (1983) "Futures Markets Efficiency in the Soybean Complex", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 55, n° 3.
- ROGER P. (1988) "Théorie des marchés efficients et asymétrie d'information : une revue de la littérature", *Finance*, Vol. 9, pp 57-98.
- SALMON M. (1982) "Error Correction Mecanisms", *The Economic Journal*, Vol. 92, pp 615-629.
- SARGAN J.D (1964) "Wages and Prices in the United Kingdom : a Study in Methodology", in *Econometric Analysis for National Economic Planing*, Hart-Mills-Wittaker (eds), London.