Journal de la société statistique de Paris

JSFS

Jeux

Journal de la société statistique de Paris, tome 138, n° 3 (1997), p. 97-99

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1997__138_3_97_0>

III

SSP JEUX

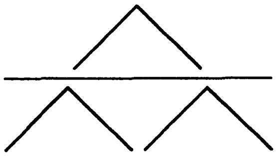
Le JOURNAL est heureux de proposer à ses lecteurs de tester leur capacité en trouvant la solution d'énigmes mathématiques. Cette chronique est proposée et réalisée par un de nos membres qui souhaite garder l'anonymat.

Le JOURNAL étant trimestriel, EURÉKA nous propose trois problèmes.

Château de cartes.

Savez-vous faire un château de cartes ? Pour arriver à un étage, c'est tout simple :

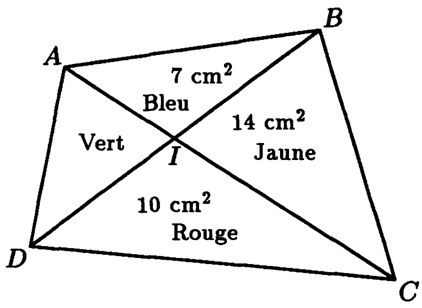
Pour deux étages, ce n'est pas très compliqué non plus :



On continue de façon analogue. Combien d'étages peut-on faire avec un jeu de 52 cartes ?

Les quatre couleurs.

Observez la figure suivante :



Quelle est l'aire coloriée en vert ?

Deux bougies.

Deux bougies cylindriques de même qualité ont des longueurs et des grosseurs différentes. La rouge se consume en 3 heures et demi et la blanche en 5 heures. Si on les allume en même temps, elles ont la même longueur au bout de 2 heures. Si la rouge mesure 21 centimètres de long et 2,5 centimètres de rayon, quelle est la longueur de la blanche ?

SOLUTIONS DES PROBLÈMES PRÉSENTÉS DANS LE N° 2 DE 1997

Le termite et le magic-cube.

Un termite contemplait un magic-cube formé de 27 petits cubes de bois de toutes les couleurs. "Je vais, se dit-il, entrer dans l'un d'eux, puis passer dans un cube adjacent, et ainsi de suite jusqu'à aboutir au cube central, après avoir pénétré une fois et une seule dans chacun de ces cubes. Quel joli programme !" Qu'en pensez-vous ?

SOLUTION

Numérotons nos cubes avec des 1 et des 0 de telle sorte que 2 cubes adjacents n'aient pas le même numéro. Les 8 cubes d'angle ont le même numéro, 1 par exemple. Les 27 cubes sont alors composés de 14 cubes 1 et de 13 cubes 0. Le tunnel du termite devra ainsi commencer et terminer par un cube marqué 1. Or le cube central ne peut porter qu'un 0 si les cubes d'angle portent des 1 : notre termite ne pourra pas réaliser son programme en y terminant son tunnel.

De la Pizza marinara aux Kjött bolletter.

Sur un énorme cargo de la compagnie Vikingströms basée à Stockholm, 70 % de l'équipage est formé d'Italiens, le reste de Suédois. Le nouveau cuisinier, sourd-muet, sert individuellement chaque marin une fois qu'il est assis à la cantine en lui portant des "Kjött bolletter" s'il est blond et une "Pizza marinara" dans le cas contraire. L'inconvénient pour lui de servir une "Pizza marinara" à un Suédois est six fois plus grand que celui de servir des "Kjött bolletter" à un Italien qui, ayant un rôle subalterne sur le cargo, n'a guère le droit de se plaindre. Sachant que 2 Suédois sur 3 sont blonds, tout comme un Italien sur 10, n'aurait-il pas intérêt à servir systématiquement tout le monde avec de la "Pizza marinara" ou bien avec des "Kjött bolletter" ?

SOLUTION

Imaginons 100 membres d'équipage. Diagramme correspondant :

	Italiens	Suédois	
Bruns	63	10	
Blonds	7	20	100
	70	30	

Soit i l'inconvénient de servir des "Kjött bolletter" à un Italien.

Risque selon la première méthode (actuelle) : $7i + 60i = 67i$.
Risque en ne servant que des "Kjött bolletter" : $70i$.
Risque en ne servant que des "Pizza marinara" : $30 \times 6i = 180i$.

Mieux vaut conserver le système actuel.

30 équations du second degré.

Un livre d'exercices pour la classe de première pose trente équations successives du type $x^2 + ax + b = 0$. Sachant que les coefficients a et b sont des nombres quelconques inférieurs respectivement à 10 et à 25 en valeur absolue, quel est le nombre approximatif de ces équations qui admettent des solutions ?

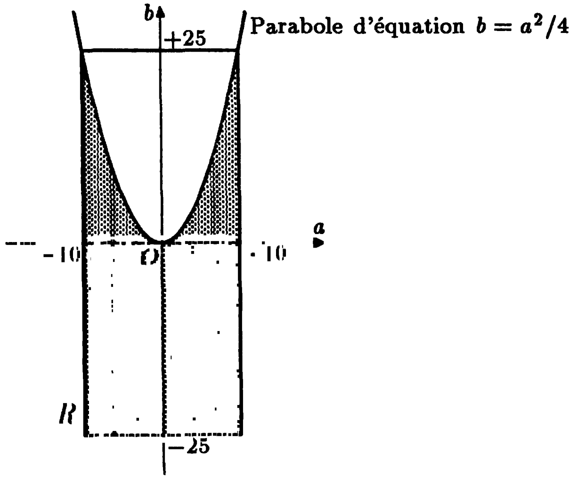
Remarque : ce problème demande la connaissance des primitives de x^n.

SOLUTION

Pour qu'une telle équation admette des solutions, il faut et il suffit que son discrimant $\Delta = a^2 - 4b$ soit positif, ce qui équivaut à :

$$b \leqslant \frac{a^2}{4}.$$

Considérons ici le domaine des possibilités pour a et b (le rectangle R ci-dessous).



Si $b < 0$, l'inéquation est vérifiée. Elle l'est aussi, si $b \geqslant 0$, pour tous les couples (a, b) situés en-dessous de la parabole tracée sur le schéma.

La proportion de surface vérifiant l'inéquation est égale à :

$$\frac{\text{surface hachurée}}{\text{surface de } R} = \frac{20 \times 25 + \displaystyle\int_{-10}^{+10} \frac{x^2}{4}\,dx}{50 \times 20}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\left[\dfrac{x^3}{12}\right]_{-10}^{+10}}{1000} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}.$$

Les $\frac{2}{3}$ des équations offrent donc des solutions.

On peut donc s'attendre, dans notre exemple, à trouver à peu près 20 équations avec solutions.