

NADINE DE LA PALLIÈRE

**La coïntégration et l'efficiencia du marché à terme  
des contrats Pibor 3 mois**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 138, n° 3 (1997),  
p. 45-61

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1997\\_\\_138\\_3\\_45\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1997__138_3_45_0)

© Société de statistique de Paris, 1997, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

# LA COÏNTÉGRATION ET L'EFFICIENCE DU MARCHÉ À TERME DES CONTRATS PIBOR 3 MOIS

Nadine de LA PALLIÈRE<sup>1</sup>

CREREG

Centre de REcherche Rennais en Economie et en Gestion

UMR CNRS C6585

INSTITUT DE GESTION DE RENNES

(IAE de Rennes)

## **Remerciements**

*Je tiens à remercier Messieurs les Professeurs Patrice FONTAINE, Patrick NAVATTE et Charles-André VAILHEN pour leurs commentaires et leurs conseils. Les éventuelles erreurs ou omissions me sont totalement imputables.*

---

1. CREREG, IGR (IAE de Rennes), 11, rue Jean-Macé - BP 1997, 35019 Rennes.  
Tél. 02.99.84.78.34 - Fax 02.99.84.78.00.

## LA COÏNTEGRATION ET L'EFFICIENCE DU MARCHÉ À TERME DES CONTRATS PIBOR 3 MOIS

### Résumé

L'objectif de cet article est d'exploiter les développements économétriques de la cointégration pour tester l'hypothèse d'efficacité du marché à terme des contrats Pibor 3 mois. Dans un marché efficient, les prix à terme et les prix au comptant du même actif sous-jacent doivent être cointégrés. Dans cette étude, la procédure statistique de JOHANSEN (1988) est utilisée. JOHANSEN développe une procédure statistique pour tester la cointégration en utilisant la méthode du maximum de vraisemblance. Cette procédure permet de mener des tests de ratio de vraisemblance sur les paramètres de la relation d'équilibre entre des variables non stationnaires. Elle est fondée sur un modèle à vecteur autorégressif qui tient compte de possibles interactions dans la détermination de la relation entre des prix à terme et les prix au comptant. Selon les résultats des tests de JOHANSEN, le marché à terme des contrats Pibor 3 mois est inefficent.

**Mots clés :** marché à terme, efficacité, cointégration, procédure statistique de JOHANSEN (1988).

### Abstract

#### THE COINTEGRATION AND THE EFFICIENCY OF THE 3-MONTH PIBOR FUTURE MARKET

The purpose of this paper is to use the econometric developments of cointegration to test the efficiency hypothesis of the 3-month Pibor future market. In a efficient market, futures prices and spot prices should be cointegrated. In this study, the Johansen's statistical procedure (1988) is used. Johansen devises a statistical procedure for testing cointegration using the maximum likelihood method. This procedure permits to conduct likelihood ratio tests of the parameters of the equilibrium relationship between nonstationary variables. It is based on a vector autoregressive model that allows for possible interactions in the determination of relationship between the futures prices and spot prices. According to the Johansen's results, the 3-month Pibor future market is inefficient.

**Keywords:** future market, efficiency, cointegration, Johansen's statistical procedure (1988).

## INTRODUCTION

En dépit de l'abondante littérature concernant la notion d'efficience des marchés financiers et les tests économétriques s'y rattachant, il n'en ressort aucune conclusion claire et unanime. De plus, comme le souligne FAMA (1991), l'interprétation des tests réalisés dépend du fait que l'on soit, ou non, défenseur de la théorie de l'efficience des marchés. Le caractère ambigu des conclusions des études économétriques peut provenir tant de la méthodologie utilisée que de la définition de l'efficience retenue. Toutefois, même si la définition et la validité du concept de marché efficient sont sujettes à de nombreuses controverses, il n'en demeure pas moins que ce concept est l'une des pièces maîtresses de la théorie financière moderne.

Les marchés à terme possèdent théoriquement plusieurs vertus<sup>2</sup>. Entre autres, il est généralement admis que l'information véhiculée par ces marchés permet d'informer les intervenants les moins "initiés" de façon peu onéreuse et, par là-même, d'améliorer la qualité des anticipations et l'efficience des marchés. Sous cet angle, l'étude de l'efficience d'un marché à terme ne présente d'intérêt que si elle est réalisée en se référant à un autre marché. De nombreuses études se sont attachées à tester l'efficience par l'absence entre le marché à terme et le marché au comptant sous-jacent. Cependant les statistiques utilisées dans la plupart de ces études sont d'élaboration et d'interprétation délicates. Depuis les années quatre-vingts, les progrès de la recherche statistique permettent de développer une approche fondée sur la notion de coïntégration. Cette dernière est susceptible de réduire le caractère relativement flou des conclusions habituelles sur les tests d'efficience. De plus, la technique de coïntégration semble particulièrement bien adaptée au fonctionnement des marchés à terme.

Après une succincte présentation des apports de la coïntégration aux tests d'efficience des marchés à terme, nous exposons la méthodologie de coïntégration vectorielle de JOHANSEN (1988) et nous l'appliquons au marché à terme des contrats Pibor 3 mois.

## I. LES APPORTS DE LA COÏNTÉGRATION AUX TESTS D'EFFICIENCE SUR LES MARCHÉS À TERME

Jusqu'au début des années quatre-vingts, la plupart des études économétriques sur l'efficience tentaient d'expliquer les fluctuations des cours à partir de procédures statistiques d'inférence fondées sur l'hypothèse de la stationnarité des processus suivis par les cours. Or, la majorité des variables économiques

---

2. La littérature est très abondante à ce sujet. Voir notamment ARTUS (1988), BRENNAN et ULVELING (1984), TURNOVSKY (1979) et FIGLEWSKY (1981).

connaissent aujourd'hui des évolutions caractéristiques des séries non stationnaires. Dans ce cas, l'utilisation de procédures statistiques conventionnelles est inappropriée et tend trop souvent à invalider les études empiriques réalisées.

GRANGER (1986), ENGLE et GRANGER (1987), JOHANSEN (1988) et d'autres ont introduit de nouvelles méthodes pour tester l'efficacité d'un marché, à savoir l'approche par les tests de cointégration. Cette dernière permet de tenir compte explicitement du caractère non stationnaire des variables étudiées. "*Deux séries temporelles sont cointégrées si elles sont toutes deux non stationnaires et s'il existe une combinaison linéaire de ces deux variables qui se révèle stationnaire*" [FONTAINE (1990)]. La présence d'une relation de cointégration entre les prix courants des contrats à terme et les prix au comptant sous-jacents est une condition nécessaire à l'efficacité d'un marché à terme.

Il convient de rappeler les propriétés de la cointégration avant de s'intéresser à l'analyse du degré de segmentation entre les marchés au comptant et à terme.

## I.1 La notion de cointégration

Une série temporelle est intégrée d'ordre  $d$ , notée  $I(d)$ , s'il est nécessaire de la différencier  $d$  fois afin de la rendre stationnaire. Les séries financières contiennent souvent une racine unitaire. Elles ne sont donc pas stationnaires<sup>3</sup>. Dans ce cas, ces séries, notées  $I(1)$ , deviennent stationnaires après différenciation du premier ordre<sup>4</sup>. Par définition, une série n'ayant subi aucune différenciation est stationnaire si elle est la réalisation d'un processus  $I(0)$ . Selon Granger (1966), les caractéristiques distinctives des processus  $I(0)$  et  $I(1)$  sont les suivantes.

- Un processus  $I(0)$  est caractérisé par :
  - une variance finie invariante dans le temps ;
  - une mémoire limitée de son passé : les effets d'une innovation sont temporaires ;
  - des fluctuations autour de la moyenne ;
  - des autocorrélations qui déclinent rapidement avec les décalages.
- Un processus  $I(1)$  est caractérisé par :
  - une variance infinie dépendante du temps ;
  - une mémoire infinie du passé : une innovation affecte toutes les valeurs futures ;
  - des autocorrélations proches de un, même pour des décalages importants ;
  - une probabilité quasiment nulle que le processus retrouve une valeur passée.

---

3. Voir à cet égard les études de GRANGER (1966), de BOX et JENKINS (1970) ou de NELSON et PLOSSER (1982).

4. Le plus simple exemple d'une série  $I(1)$  est la marche au hasard puisque dans ce cas, une variable  $X_t$  est générée par  $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$ , où  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc dont la moyenne est nulle.

## LA COÏNTEGRATION ET L'EFFICIENCE DU MARCHÉ À TERME

Considérons deux séries temporelles  $X_t$  et  $Y_t$  dont les processus sont intégrés d'ordre un. Les séries  $X_t$  et  $Y_t$  sont dites coïntégrées, s'il existe une combinaison linéaire unique des deux variables, qui se révèle stationnaire ( $I(0)$ ), de la forme suivante :

$$Z_t = Y_t - bY_t$$

où  $b$  est une constante telle que la variable  $Z_t$  est une variable stationnaire de moyenne nulle (ou bruit blanc).

Dans ce cas, l'équation  $X_t = bY_t$  traduit une relation à long terme, ou d'équilibre, et la variable  $Z_t$  mesure la déviation par rapport à la valeur d'équilibre.  $Z_t$  est appelée l'erreur d'équilibre. Une relation de coïntégration signifie qu'il existe une relation d'équilibre à long terme entre les deux variables,  $X_t$  et  $Y_t$ , pouvant subir des déviations momentanées d'origine conjoncturelle dont les effets se compensent à long terme. Ainsi, la coïntégration implique que même si  $X_t$  et  $Y_t$  évoluent de manière indépendante dans le temps et ne fluctuent pas autour d'une valeur moyenne, il existe entre ces deux séries une relation modélisable par une combinaison linéaire qui se révèle stationnaire.

Suivant le théorème de représentation de GRANGER (1986), lorsque deux les variables  $X_t$  et  $Y_t$  sont coïntégrées, elles peuvent être représentées sous la forme d'un modèle à correction d'erreur (EMC) du type SARGAN (1964), DAVIDSON, HENDRY, SRBA et YEO (1978) ou SALMON (1982) :

$$(X_t - X_{t-1}) = \alpha_1 Z_{t-1} + \beta (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \varepsilon_t$$

$$(Y_t - Y_{t-1}) = \alpha_1 Z_{t-1} + \beta (X_{t-1} - X_{t-2}) + \varepsilon_t$$

où  $Z_{t-1} = X_{t-1} + b Y_{t-1}$  est le terme de correction d'erreur issu de l'estimation de la relation de coïntégration (relation de long terme),

$\varepsilon_t$  est un terme d'erreur stationnaire,

$$|\alpha_1| + |\alpha_2| < 0.$$

Ce théorème a des implications importantes en ce qui concerne l'étude de l'efficience des marchés.

- o Lorsque deux variables  $X_t$  et  $Y_t$  sont coïntégrées, il est possible de construire, sur l'une des variables, un modèle à correction d'erreur décrivant l'évolution des variables en  $t$  à partir de  $Z_{t-1}$  et des variations retardées de l'autre variable.

Ainsi, une des variables<sup>5</sup> permet de prévoir en partie la seconde. Lorsque  $\alpha_1$  est significatif, cela implique une relation de causalité au sens de GRANGER de  $Y$  vers  $X$ , puisque  $X$  s'ajuste après un choc éloignant les variables de leur relation d'équilibre. De même, la significativité de  $\alpha_2$  traduit une causalité de  $X$  vers  $Y$ .

---

5. Il convient de noter que la réciproque simultanée peut exister.

Démontrer que deux séries de prix,  $X_t$  et  $Y_t$ , sont coïntégrées revient à prouver que l'un au moins des deux marchés auxquelles elles appartiennent est inefficent. Lorsqu'un marché est informationnellement efficace, il est admis qu'il est impossible de prévoir les variations  $Y$  en  $t$  à partir du prix de  $X$  à l'instant  $t - 1$ .

Or la relation de coïntégration implique que la variation de  $Y$  en  $t$  est influencée par le prix de  $X$  en  $t - 1$ . Dans ce cas, l'efficience se révèle incompatible avec le concept de coïntégration. Cependant, GRANGER (1986), HAKKIO et RUSH (1989) et SCHROEDER et GOODWIN (1991) ont montré si les deux séries  $X_t$  et  $Y_t$  représentent le même actif <sup>6</sup> et qu'elles sont coïntégrées, les deux marchés sont efficaces.

En définitive, lorsque deux séries sont coïntégrées et qu'elles représentent les prix d'actifs différents, l'un ou les deux marchés sont inefficents. En revanche, si deux séries désignant le même actif sont coïntégrées, les deux marchés sont efficaces. Comme le soulignent HAKKIO et RUSH (1989), SHEN et WANG (1990), cette récente approche de l'efficience fondée sur la notion de coïntégration doit, *a priori*, être en mesure d'atténuer l'incertitude qui pèse sur les conclusions des études empiriques précédentes.

## I.2 La coïntégration et l'efficience des marchés à terme

Normalement, si le prix au comptant du sous-jacent,  $S_t$ , et le prix du contrat futures,  $H_{t-1}$ , sont des processus  $I(1)$ , la combinaison linéaire suivante :

$$Z_t = S_t - a - b H_{t-1}$$

est aussi un processus  $I(1)$ . Cependant, s'il existe  $a$  et  $b$  tel que  $Z_t$  soit stationnaire ou  $I(0)$ , alors  $S_t$  et  $H_{t-1}$  sont dits coïntégrés et la relation :

$$S_t = a + b H_{t-1} + Z_t$$

est qualifiée de la relation d'équilibre (ou de coïntégration), avec  $Z_t$  représentant le terme d'équilibre. Dès lors, selon les principes théoriques énoncés précédemment, lorsque  $S_t$  et  $H_{t-1}$  ne sont pas coïntégrés, il est probable qu'il existe des déviations d'amplitude non limitée entre  $S_t$  et  $H_{t-1}$ . L'absence de coïntégration est donc incompatible avec l'hypothèse d'efficience d'un marché à terme <sup>7</sup>.

La coïntégration entre  $S_t$  et  $H_{t-1}$  représente la condition nécessaire mais non suffisante à l'efficience d'un marché à terme. L'hypothèse d'efficience implique, en plus, que  $H_{t-1}$  soit un prédictor sans biais de  $S_t$ , ce qui se traduit

6. Lorsqu'on parle du même actif, on suppose que le sous-jacent est identique pour les deux marchés (marché au comptant Pibor et marché à terme des contrats Pibor par exemple).

7. Comme le souligne Artus (1988), ces déviations d'amplitude non limitée traduisent un cloisonnement ou une segmentation entre le marché au comptant et le marché à terme.

théoriquement dans la relation ci-avant par  $a = 0$  et  $b = 1$ . La condition suffisante d'efficacité nécessite donc un test formel de restrictions sur les paramètres cointégrés ( $a = 0$  et  $b = 1$ ).

Deux approches de l'efficacité par la cointégration sont souvent présentées. Elles testent la relation théorique entre les deux variables,  $S_t$  et  $H_{t-1}$ , et cherchent à vérifier si cette relation est stable dans le temps. La première approche a été développée par ENGLE et GRANGER (1987) et la seconde est due aux travaux de JOHANSEN (1988) et de JOHANSEN et JUSELIUS (1990).

- o La méthode d'ENGLE et GRANGER est fondée sur une estimation en deux étapes (la relation de long terme puis la dynamique de court terme). Les tests de ENGLE et GRANGER ont recours aux statistiques usuelles de DURBIN WASTON (CDRW : *Cointegration Regression Durbin Waston*), de DICKEY et FULLER (DF) et de DICKEY et FULLER "augmentés" (ADF). Cependant, comme l'ont démontré SHEN et WANG (1990), l'utilisation des statistiques conventionnelles d'ENGLE et GRANGER n'est pas appropriée, puisque les tests sur les paramètres cointégrés ne suivent aucune procédure standard.
- o En revanche, JOHANSEN a développé une méthodologie permettant de résoudre ce problème d'inférence statistique dans les systèmes cointégrés. Il recommande le recours aux tests classiques du  $\chi^2$  pour les tests sur les paramètres cointégrés. C'est cette approche que nous utilisons et qu'il convient donc de détailler.

## II. LA MÉTHODOLOGIE DE JOHANSEN ET L'APPLICATION AU MARCHÉ À TERME DES CONTRATS PIBOR 3 MOIS

La méthodologie de JOHANSEN (1988) est fondée sur un modèle à vecteur autorégressif (VAR). Elle permet à la fois d'estimer et de tester les relations d'équilibre parmi les séries non stationnaires<sup>8</sup>. JOHANSEN a montré que l'hypothèse de cointégration peut être formulée comme l'hypothèse de rang réduit d'une matrice des coefficients de régression estimés à partir de deux équations. Deux tests de rapport de vraisemblance sont proposés : le test de la trace et le test de la valeur propre maximale. Les distributions asymptotiques des statistiques de ces tests ne sont pas standards et ont été tabulées, par simulation, par JOHANSEN et JUSELIUS (1990). Les tests du rapport de vraisemblance consistent à calculer les corrélations canoniques au carré entre les résidus des régressions.

---

8. L'intérêt de la méthodologie de JOHANSEN est qu'elle permet de tester le nombre de vecteurs de cointégration mais qu'elle autorise également l'inférence sur les composantes de ces derniers.



## II.1 La méthodologie de coïntégration vectorielle de Johansen

Considérons un processus multivarié de taille  $p$ , admettant une représentation VAR (Vectorielle Auto-Regressive) d'ordre  $k$  de la forme :

$$X_t = \Pi_1 X_{t-1} + \dots + \Pi_k X_{t-k} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t$$

avec  $t = 1, \dots, T$

où  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T$  constituent un vecteur de bruit blanc gaussien i.i.d.  $N(0, \Lambda)$ ,  
 $X_t$  est un processus stochastique intégré d'ordre 1,  $D_t$  est une matrice de dimension  $(p \times p)$  de variables indicatrices saisonnières,  
 $\mu$  est un vecteur déterministe de dimension  $p$ .

Le modèle VAR peut être exprimé sous la forme d'un modèle VAR en différences premières. Nous obtenons le modèle vectoriel à corrections d'erreurs suivant :

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \Pi X_{t-k} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t$$

où  $\Gamma_i = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_i)$  avec  $i = 1, \dots, k-1$ ,

$$\Pi = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_k),$$

$\Delta = 1 - L$  et  $L$  est l'opérateur de retard,

$\Pi$  est une matrice de dimension  $(p \times p)$  qui a un rang réduit lorsque les variables  $X_t$  sont coïntégrées.

Notons que le modèle est exprimé comme un modèle VAR traditionnel en différences premières sauf pour le terme  $\Pi X_{t-k}$ .

La méthode proposée par JOHANSEN (1988) et JOHANSEN et JUSELIUS (1990) est fondée sur l'analyse du rang ( $r$ ) de la matrice  $\Pi$ . En fait, nous cherchons à savoir si la matrice des coefficients  $\Pi$  contient des informations sur les relations dites de long terme. Trois cas sont à distinguer :

- o Si  $r = 0$ , la matrice  $\Pi$  est nulle et  $X_t$  doit être écrit sous la forme d'un modèle VAR en différences.
- o Si  $r = p$ , la matrice  $\Pi$  est de plein rang et  $X_t$  est stationnaire (hypothèse  $H_1$ ).
- o Si  $0 \leq r \leq p$ , alors il existe des matrices  $\alpha$  et  $\beta$  de dimension respective  $(p \times r)$  telles que :  $\Pi = \alpha \beta'$  (hypothèse  $H_2$ ).

Les colonnes de la matrice  $\beta$  forment les  $r$  vecteurs de coïntégration. Ainsi, les colonnes de  $\beta$  présentent la particularité de rendre  $\beta' X_t$  stationnaire bien que  $X_t$  ne soit pas stationnaire. Les colonnes de  $\alpha$  représentent les coefficients à correction d'erreur qui peuvent plus ou moins être considérés comme la vitesse d'ajustement des paramètres.

L'hypothèse  $H_2$  constitue l'hypothèse nulle où la dimension du sous-espace des vecteurs de coïntégration est  $r$ . L'hypothèse  $H_1$  correspond à l'hypothèse  $H_2$  pour  $r = p$ . Sous les différentes hypothèses  $H_2(r)$ , pour  $r = p, \dots, 0$ , nous pouvons déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres du modèle. Deux statistiques de test sont proposées. Ce sont des rapports de vraisemblance. La première, la statistique de la trace, est le rapport de vraisemblance de l'hypothèse nulle  $H_2(r)$  contre l'hypothèse  $H_1$ . La

seconde, la statistique de la valeur maximale, est le rapport de vraisemblance de l'hypothèse nulle  $H_2(r)$  contre l'hypothèse  $H_2(r+1)$ .

Il existe une relation importante entre le coefficient  $\mu$  et le rang réduit de la matrice  $\Pi$ . Sous l'hypothèse  $H_2$ , lorsque  $\mu \neq 0$ , le processus non stationnaire  $X_t$  contient un *trend* linéaire avec des coefficients qui sont fonction de  $\mu$  seulement au travers de  $\alpha'_\perp \mu$ , où,  $\alpha_\perp$  est une matrice  $p \times (p-r)$  de rang orthogonal aux colonnes de  $\alpha$ . Si  $\mu = 0$ , il est possible d'inclure une constante dans le vecteur de coïntégration en ajoutant une constante au vecteur  $X_t$ . Ainsi que le font remarquer, entre autres, WEST (1990), JOHANSEN et JUSELIUS (1990) et CROWDER et HAMED (1993), la nature de  $\mu$  est importante pour deux raisons :

- o les distributions asymptotiques des statistiques des tests de coïntégration sont sensibles à la présence de *trends* et / ou de constantes dans  $\mu$ ,
- o l'hypothèse d'efficience nécessite que ce terme soit nul. Ceci représente une hypothèse testable sur le paramètre  $\mu$ .

La procédure permettant de déterminer les estimateurs du maximum de vraisemblance contraints est donnée en annexe 1\*. Lorsque le ou les vecteurs de coïntégration ont été précisés, il est possible de tester des hypothèses particulières sur les composantes de ces vecteurs. JOHANSEN (1988) et JOHANSEN et JUSELIUS (1990) recommandent le recours aux tests classiques du  $\chi^2$  pour les tests sur les paramètres coïntégrés. Le test d'efficience d'un marché à terme peut être conduit en vérifiant que  $\beta' = [1, -1, 0]$ . Ce test est détaillé en annexe 2\*.

## II.2 L'application au marché à terme des contrats Pibor 3 mois

Les données utilisées sont les taux postcomptés annualisés relatifs aux cours de clôture quotidiens des contrats Pibor 3 mois et les taux au comptant correspondants. Ces données concernent un échantillon de huit contrats. Le premier est celui d'échéance mars 1993 et le dernier possède pour échéance décembre 1994.

Un préalable indispensable à toute analyse de coïntégration est la détermination de l'ordre d'intégration individuel des séries temporelles étudiées<sup>9</sup>. Pour cela, il convient d'utiliser un test de racine unitaire. Parmi les différents tests proposés, nous retenons ceux de DICKEY et FULLER "augmentés" (1981) et de PHILLIPS et PERRON (1988). Les principes sur lesquels ils reposent sont présentés en annexe 3.\*

\* Trois annexes très bien documentées, faute de place, ont été supprimées :

- o La détermination des estimateurs du maximum de vraisemblance contraints.
- o Le test sur le vecteur de coïntégration.
- o Les tests de racine unitaire.

Les lecteurs intéressés sont invités à les demander directement à l'auteur, à l'adresse indiquée en début de ce chapitre.

---

9. Cependant, il convient de souligner que la mise en oeuvre de la procédure de JOHANSEN n'impose pas de test préalable de détermination de racine unitaire. L'ordre d'intégration peut être différent parmi les variables étudiées.

Les tests de DICKEY et FULLER "augmentés" et de PHILLIPS et PERRON ont été conduits avec des retards de un à quatre, avec une constante et avec et sans la prise en compte d'un *trend* comme variables explicatives. Les résultats, présentés dans les tableaux 1 et 2, ne sont pas sensibles au choix du paramètre  $p$  ou  $q$  de retard. Quel que soit le test retenu, l'hypothèse de stationnarité est rejetée pour les niveaux (séries non différenciées) à un seuil de signification de 1 %. En revanche, pour les séries en différence première, l'hypothèse de stationnarité est fortement acceptée au niveau de signification de 1 %. Ainsi, il semble raisonnable d'admettre que les séries au comptant et à terme sont générées par des processus  $I(1)$ <sup>10</sup>.

Puisque nos variables apparaissent  $I(1)$  en niveau, mais stationnaires en différence première, nous pouvons mener des tests de coïntégration entre les séries de taux au comptant et à terme. Rappelons que lorsqu'un marché à terme est efficient, l'hypothèse nulle de non coïntégration doit être rejetée.

---

10. Comme le fait remarquer ERTUR (1992), les statistiques de ces tests conduisent à conclure qu'il existe une racine unitaire dans la plupart des processus. Par conséquent, nous ne pouvons pas affirmer avec certitude que nos séries soient intégrées d'ordre un.

TABLEAU 1

 LE TEST DE RACINE UNITAIRE  $ADF(p)$  DE  
DICKEY ET FULLER

SÉRIES	CONTRATS	ADF(p) SANS TREND				ADF(p) AVEC TREND			
		p = 1	p = 2	p = 3	p = 4	p = 1	p = 2	p = 3	p = 4
Sans dif.									
COMPTANT	MAR-93	-2,2802	-1,8711	-1,8607	-2,1055	-3,1666	-2,5733	-2,5494	-2,8777
	JUN-93	-0,5843	-0,3187	-0,3995	-0,6300	-1,0510	-0,8299	-0,8934	-1,0858
	SEP-93	-1,0320	-0,8877	-0,6746	-0,9224	-2,1605	-2,0582	-1,9083	-2,1249
	DÉC-93	-0,5818	-0,4344	-0,3112	-0,5133	-2,3551	-2,2664	-2,2197	-2,2891
	MAR-94	-0,6585	-0,6724	-0,5772	-0,7364	-2,2373	-2,1750	-2,0050	-2,1192
	JUN- 94	-0,7706	-0,8578	-0,7549	-0,7888	-2,0278	-2,1790	-1,9300	-2,1232
	SEP-94	-1,9746	-2,1383	-1,8380	-1,9568	-1,7734	-1,9713	-1,5532	-1,7558
	DÉC-94	-1,8348	-2,0888	-1,9165	-1,9940	-1,8978	-2,0256	-1,8658	-1,9611
TERME	MAR-93	-0,8115	-1,1477	-0,8975	-0,8940	-1,2796	-1,5910	-1,3349	-1,3300
	JUN-93	-0,9273	-1,1510	-1,0159	-1,0208	-1,8512	-2,0504	-1,9539	-1,9640
	SEP-93	-1,2765	-1,2196	-1,1327	-1,1185	-2,6414	-2,5594	-2,4444	-2,4371
	DÉC-93	-0,8123	-0,8865	-0,7814	-0,7939	-1,6208	-1,7808	-1,6251	-1,6545
	MAR-94	-1,1928	-1,2331	-1,2249	-1,3048	-0,4517	-0,5903	-0,4698	-0,5428
	JUN- 94	-1,4864	-1,5117	-1,5382	-1,5270	-0,6798	-0,8259	-0,7369	-0,6883
	SEP-94	-2,4729	-2,5084	-2,1966	-2,3411	-1,0536	-1,1281	-0,9110	-0,9530
	DÉC-94	-2,3907	-2,5220	-2,4992	-2,4783	-1,5959	-1,5967	-1,5591	-1,5361
Dif. première									
COMPTANT	MAR-93	-13,7859	-10,6250	-7,9084	-7,2535	-13,7594	-10,6044	-7,8929	-7,2391
	JUN-93	-13,7589	-10,5880	-8,3118	-7,4836	-13,9359	-10,7653	-8,5101	-7,6896
	SEP-93	-15,2294	-13,4949	-9,6277	-8,9740	-15,2677	-13,556	-9,6874	-9,0387
	DÉC-93	-16,0378	-13,7276	-10,1241	-9,4455	-16,0729	-13,7809	-10,1753	-9,7981
	MAR-94	-16,0451	-14,3381	-10,8333	-9,8612	-16,0316	-14,3271	-10,8285	-9,8532
	JUN- 94	-15,1192	-14,1177	-10,9410	-9,8875	-15,1045	-14,1038	-10,9300	-9,8785
	SEP-94	-15,5152	-14,2477	-11,2100	-10,4546	-15,5907	-14,3111	-11,2938	-10,5360
	DÉC-94	-15,7588	-12,9761	-10,9646	-10,8381	-15,9971	-13,2185	-11,2380	-11,1106
TERME	MAR-93	-9,1519	-9,0992	-7,8950	-7,5401	-9,1494	-9,1012	-7,9018	-7,5591
	JUN-93	-11,8092	-10,4799	-8,9929	-8,4564	-11,8525	-10,5412	-9,0634	-8,5400
	SEP-93	-15,1459	-12,7422	-10,7617	-9,1674	-15,1262	-12,7257	-10,7477	-9,1553
	DÉC-93	-13,7171	-12,7891	-10,7354	-9,0305	-13,7023	-12,7749	-10,7236	-9,0207
	MAR-94	-14,8836	-12,9753	-10,6650	-9,3028	-14,9249	-13,0278	-10,7330	-9,3774
	JUN- 94	-14,6490	-12,9057	-11,3268	-9,0296	-14,7122	-12,9740	-11,4183	-9,1291
	SEP-94	-15,9643	-13,1465	-11,5561	-9,5558	-16,2162	-13,3692	-11,8390	-9,8093
	DÉC-94	-19,3920	-15,0028	-12,6030	-10,5241	-19,6989	-15,3522	-12,9932	-10,9191
■ Les valeurs critiques des tests figurent dans les tables de Dickey et Fuller (1979).									
■ Les statistiques en italique ne sont pas significatives aux seuils de 1 % et 5 %. Dans ce cas, l'hypothèse de stationnarité est rejetée.									

# LA COÏNTEGRATION ET L'EFFICIENCE DU MARCHÉ À TERME

TABLEAU 2

## LE TEST DE RACINE UNITAIRE $Z_t(q)$ DE PHILLIPS ET PERRON

SÉRIES	CONTRATS	Z <sub>t</sub> (q) SANS TREND				Z <sub>t</sub> (q) AVEC TREND			
		q = 1	q = 2	q = 3	q = 4	q = 1	q = 2	q = 3	q = 4
Sans dif.									
COMPTANT	MAR-93	-2,0815	-2,3004	-2,4582	-2,3926	-2,4506	-2,2685	-2,2701	-2,6451
	JUN-93	-0,4579	-0,4797	-0,4868	-0,4728	-1,0945	-0,9958	-1,0221	-1,1055
	SEP-93	-1,1568	-1,2289	-1,3478	-1,3267	-1,4523	-1,4456	-1,4023	-1,4516
	DÉC-93	-0,5187	-0,5421	-0,5772	-0,5687	-1,9069	-1,8812	-1,8823	-1,8902
	MAR-94	-0,6599	-0,6680	-0,7071	-0,6986	-1,0816	-1,0715	-1,0564	-1,1021
	JUN- 94	-0,8842	-0,8579	-0,9041	-0,8935	-1,1654	-1,2397	-1,0745	-1,1787
	SEP-94	-2,3226	-2,3017	-2,4059	-2,4140	-2,4785	-2,2315	-2,1295	-2,4098
	DÉC-94	-2,5001	-2,4964	-2,5280	-2,5346	-2,6032	-2,5485	-1,5571	-2,6100
TERME	MAR-93	-0,7995	-1,0189	-0,8674	-0,8620	-1,1532	-1,4921	-1,3325	-1,3406
	JUN-93	-1,1835	-1,1096	-1,1152	-1,1122	-2,2078	-2,2879	-2,2169	-2,2758
	SEP-93	-1,5703	-1,5999	-1,6499	-1,6790	-2,7054	-2,6901	-2,6555	-2,5478
	DÉC-93	-0,8252	-0,9126	-0,8334	-0,8678	-1,6789	-1,7732	-1,6666	-1,6709
	MAR-94	-1,1963	-1,0846	-1,0908	-1,0809	-0,7042	-0,8564	-0,7131	-0,8198
	JUN- 94	-2,1570	-1,7896	-1,8123	-1,7985	-0,6558	-0,7771	-0,7456	-0,6789
	SEP-94	-2,6758	-2,3084	-2,5550	-2,5811	-1,8069	-1,9023	-1,4325	-1,4236
	DÉC-94	-2,5596	-2,4614	-2,5329	-2,5579	-1,4523	-1,4823	-1,4603	-1,4389
Dif. première									
COMPTANT	MAR-93	-15,3921	-17,7559	-17,6778	-17,5225	-17,7896	-17,6755	-17,4597	-17,2365
	JUN-93	-17,0840	-18,3713	-18,3507	-15,4503	-17,1052	-18,2836	-18,2201	-15,1264
	SEP-93	-16,5272	-16,7341	-17,7982	-17,5548	-16,6023	-16,7099	-17,7014	-17,4591
	DÉC-93	-16,5468	-17,7447	-17,7141	-17,1388	-17,4389	-17,4916	-17,5021	-17,0268
	MAR-94	-16,6355	-16,0969	-17,1998	-16,9272	-16,0585	-16,1058	-17,0565	-16,8925
	JUN- 94	-15,8668	-14,8428	-15,6907	-15,3731	-16,0236	-14,8789	-15,8323	-15,4321
	SEP-94	-17,2470	-17,0202	-17,8381	-16,3922	-17,3232	-16,9908	-17,7800	-16,2777
	DÉC-94	-16,0118	-16,3483	-16,7887	-16,7214	-16,1821	-16,3132	-16,7321	-16,7009
TERME	MAR-93	-14,7610	-14,0016	-13,9909	-13,9661	-14,7700	-14,0112	-13,9356	-13,9025
	JUN-93	-16,2694	-15,7260	-15,7397	-15,7138	-16,2015	-15,7277	-15,7584	-15,7365
	SEP-93	-17,8801	-17,2227	-17,7986	-17,1677	-16,2818	-17,3099	-17,6909	-17,0912
	DÉC-93	-16,3955	-15,8052	-16,0547	-16,1134	-16,1232	-15,7989	-16,0299	-16,1209
	MAR-94	-17,0958	-16,5986	-16,6384	-16,4163	-17,2312	-16,4334	-16,5623	-16,3712
	JUN- 94	-17,8721	-17,2650	-16,2114	-15,4415	-17,8909	-17,2022	-16,1943	-16,3900
	SEP-94	-16,4818	-16,4773	-16,3258	-16,4026	-16,8514	-16,4200	-16,3925	-16,4382
	DÉC-94	-19,8945	-17,7608	-17,4516	-17,8560	-20,0879	-18,0457	-17,6588	-17,9667
<div>■ Les valeurs critiques des tests figurent dans les tables de Dickey et Fuller (1979).</div> <div>■ Les statistiques en italique ne sont pas significatives aux seuils de 1 % et 5 %. Dans ce cas, l'hypothèse de stationnarité est rejetée.</div>									

A l'instar de LAI et LAI (1991) et de BARNETO (1996), nous testons l'hypothèse d'efficience en analysant les relations de cointégration sous la spécification  $X_t = [S_t, H_{t-1}]'$ <sup>11</sup>.

Les résultats relatifs au rang  $r$  de la matrice  $\Pi$ , c'est-à-dire au nombre de relations de cointégration, sont reportés dans le tableau 3. Une étape préliminaire consiste à déterminer le nombre de retards  $k$  commun. Le critère d'information de SCHWARTZ (1978) et celui de HANNAN et QUINN (1979)<sup>12</sup> nous ont conduit à retenir des retards de un à quatre.

Les résultats du tableau 3 montrent qu'il existe au moins une relation de cointégration entre les taux au comptant et à terme. En effet, selon les tests de la trace et de lambda-max, l'hypothèse de non cointégration,  $r = 0$ , est rejetée au niveau de 1 %. La cointégration entre  $S_t$  et  $H_{t-1}$  représente la condition nécessaire mais non suffisante à l'efficience des marchés à terme. L'hypothèse d'efficience implique en plus que  $H_{t-1}$  soit un prédicteur sans biais de  $S_t$  ce qui se traduit par  $b = 1$  et  $a = 0$ . Le modèle a été réestimé en ne retenant qu'un seul vecteur de cointégration.

Le tableau 4 donne les vecteurs qui entrent dans la relation de cointégration<sup>13</sup> et les résultats des tests des hypothèses concernant les composantes de ces vecteurs. LAI et LAI (1991) préconisent de tester non seulement l'hypothèse selon laquelle  $b = 1$  et  $a = 0$  mais également celle où  $b = 1$  et  $a \neq 0$ . Selon MARTIN et GARCIA (1981), si  $b = 1$  et  $a \neq 0$ , les taux terme peuvent expliquer en partie les mouvements dans les taux au comptant même si les taux à terme sont des prédicteurs biaisés des taux *spot* futurs.

Les estimateurs du vecteur de cointégration,  $\beta = [1, -b, -a]$  normalisés par rapport au coefficient de  $S_t$  ne sont pas proche de 0 et de 1 de façon significative. De plus, l'hypothèse d'efficience  $\beta = [1, -1, 0]$  est rejetée à 95 % et 99 % pour tous les contrats puisque les restrictions sur  $a$  et  $b$  ne sont pas acceptées. Par conséquent, *le taux à terme est un prédicteur biaisé du taux au comptant futur*. L'hypothèse selon laquelle  $b = 1$  et  $a \neq 0$  est rejetée statistiquement dans la majorité des cas. Ainsi, à l'exception des contrats mars 93 et décembre 94, il ne semble pas possible au sens de MARTIN et GARCIA (1981) d'expliquer les mouvements des taux au comptant à partir des taux à terme.

---

11. LAI et LAI (1991) ont imposé l'absence de *trend* sans tester sa validité lors d'une étude empirique sur le marché *forward* des devises. Nous supposons donc que  $\mu = 0$ .

12. Ces critères s'attachent à rechercher la valeur qui maximise le critère.

13. Les vecteurs de cointégration sont normalisés de façon à ce que le premier coefficient ( $S_t$ ) soit égal à un.

# LA COÏNTEGRATION ET L'EFFICIENCE DU MARCHÉ À TERME

TABLEAU 3

## LES TESTS DE LA TRACE ET DU LAMBDA-MAX

CONTRATS	k	TRACE TEST		LAMBDA-MAX	
		r = 0	r ≤ 1	r = 0	r ≤ 1
MARS 93	4	96,3297 *	7,8821	88,4476 *	7,8821
JUIN 93	4	108,9515 *	5,0634	103,8881 *	5,0634
SEPTEMBRE 93	2	124,5398 *	4,8627	119,6771 *	4,8627
DÉCEMBRE 93	1	121,8438 *	2,5919	119,2519 *	2,5919
MARS 94	1	138,9572 *	3,4441	135,5131 *	3,4441
JUIN 94	4	145,6088 *	4,9514	140,6574 *	4,9514
SEPTEMBRE 94	2	143,9202 *	3,7621	140,1581 *	3,7621
DÉCEMBRE 94	2	134,6115 *	2,5956	132,0159 *	2,5956

□ Les valeurs critiques relatives aux statistiques lambda-max et trace test sont données par Johansen et Juselius (1990).  
 □ \* : rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 1 %.

TABLEAU 4

## LES VECTEURS DE COÏNTEGRATION $\beta = [1, -b, -a]$

CONTRATS	k	PARAMÈTRES ESTIMÉS			HYPOTHÈSES TESTÉES SUR $\alpha$	
		1	-b	-a	b = 1	a = 0 et b = 1
MARS 93	4	1	-1,0721	0,0015	1,7622	49,3710 *
JUIN 93	4	1	-1,1114	0,0005	9,3723 *	66,8763 *
SEPTEMBRE 93	2	1	-1,1261	0,0015	12,0001 *	74,8835 *
DÉCEMBRE 93	1	1	-1,1223	0,0017	11,6377 *	82,5771 *
MARS 94	1	1	-1,1255	0,0018	11,8876 *	78,3212 *
JUIN 94	4	1	-1,1218	0,0013	11,5790 *	79,7608 *
SEPTEMBRE 94	2	1	-1,1024	0,0014	9,3710 *	76,6500 *
DÉCEMBRE 94	2	1	-1,0690	0,0016	1,7236	50,0479 *

□ Les statistiques relatives aux tests de l'hypothèse b = 1 et de l'hypothèse a = 0 et b = 1 ont une distribution  $\chi^2$  avec respectivement un et deux degrés de liberté.  
 □ \* : rejet de l'hypothèse à 95 % et 99 %.

## CONCLUSION

Le problème majeur pour tester l'efficacité d'un marché à terme réside dans le fait que la plupart des séries temporelles ne sont pas stationnaires. Dans ce cas, l'application des méthodes de coïntégration aux tests d'efficacité doit permettre de mener une analyse plus pertinente. Il s'agit de vérifier si une relation théorique entre deux variables se révèle stable dans le temps. L'utilisation de la technique de coïntégration développée par JOHANSEN apparaît adaptée pour tester l'hypothèse d'efficacité des marchés à terme. *Selon les résultats des tests de Johansen, le marché à terme des contrats Pibor 3 mois est inefficace.* Il convient de souligner que les conclusions auxquelles nous aboutissons doivent être interprétées avec une grande prudence, puisqu'elles sont conditionnées par la méthodologie choisie et la période retenue.

## BIBLIOGRAPHIE

- ALEXANDRE H. et ERTUR K.C. (1994) "Impact de l'intervalle d'échantillonnage sur les tests d'efficacité : application au marché français des actions", *Finance*, vol. 15, pp. 7-27.
- ANDERSON T.W (1984) *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, John Wiley, New York.
- ARTUS P. (1988) "Efficacité et cloisonnement du marché des changes et des marchés financiers en France (1970-1986)", *Cahiers Economiques et Monétaires*, n° 31, pp. 49-117.
- BARNETO P. (1996) *Le marché à terme espagnol de taux d'intérêt : efficacité et primes de risque*, Thèse de Doctorat ès Sciences de Gestion, Université de Bordeaux IV-Montesquieu.
- BOX G.E.P. et JENKINS C.M. (1970) *Time Series Analysis Forecasting and Control*, Holden Day, San Francisco
- BRENNAN P. et ULVELING E. (1984) "Considering an Informational Role for Future Market", *The Review of Economic Studies*, vol. 51, pp. 33-52.
- CROWDER W. et HAMED A. (1993) "A Cointegration Test for Oil Futures Market Efficiency", *The Journal of Futures Markets*, vol. 13, pp. 933-941.
- DAVIDSON J.E., HENDRY D.F., SRBA F. et YEO S. (1978) "Econometric Modeling of the Aggregate Time Series Relationship between Consumer's Expenditure and Income in the United Kingdom", *Economic Journal*, n° 88, pp. 661-692.
- DICKEY D.A. et FULLER W.A. (1979) "Distribution of Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, pp. 427-431.



## LA COÏNTEGRATION ET L'EFFICIENCE DU MARCHÉ À TERME

- DICKEY D.A. et FULLER W.A. (1981) "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, vol. 49, pp. 1057-1072.
- ENGLE R.F. et GRANGER C.W.J. (1987) "Cointegration and Error Correction : Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, vol. 55, pp. 251-276.
- ERTUR K.C. (1992) *Tests de non-stationnarité : application aux PIB réel*, Thèse de Doctorat ès Sciences Economiques, Université de Bourgogne.
- EVANS G.B.A. et SAVIN N.E. (1984) "Testing for Unit Roots : 2", *Econometrica*, vol. 52, pp. 1241-1269.
- FAMA E.F. (1991) "Efficient Capital Markets : II", *The Journal of Finance*, vol. 46, pp. 1575-1617.
- FIGLEWSKI S. (1981) "Futures Trading and Volatility in GNMA Markets", *The Journal of Finance*, vol. 36, pp. 445-456.
- FONTAINE P. (1990) "Peut-on prédire l'évolution des marchés d'actions à partir des cours et des dividendes passés ? (Tests de marche au hasard et de co-intégration)", *Journal de la Société Statistique de Paris*, tome 131, pp. 16-36.
- GRANGER C.W.J. (1966) "The Typical Spectral Shape of an Economic Variable", *Econometrica*, vol. 34, pp. 150-166.
- GRANGER C.W.J. (1986) "Developments in the Study of Cointegrated Economic Variables", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 48, pp. 213-228.
- HAKKIO C.S. et RUSH M. (1989) "Market Efficiency and Cointegration : An Application to the Sterling and Deutschmark Exchange Markets", *Journal of International Money and Finance*, vol. 8, pp. 75-88.
- HANNAN E. et QUINN B. (1979) "The Determination of the Order of an Autoregression", *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 41, pp. 190-191.
- JOHANSEN S. (1988) "Statistical Analysis of Cointegration Factors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, n° 12, pp. 231-254.
- JOHANSEN S. et JUSELIUS K. (1990) "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 52, pp. 169-210.
- LAI K.S. et LAI M. (1991) "A Cointegration Test for Market Efficiency", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, pp. 567-575.
- MARTIN L. et GARCIA P. (1981) "The Price-Forecasting Performance of Futures Markets for Live Cattle and Hogs : A Disaggregated Analysis", *American Journal of Agricultural Economics*, vol. 63, pp. 209-232.

- NELSON C.R. et PLOSSER C.I. (1982) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series : Some Evidence and Implications", *Journal of Monetary Economics*, vol. 10, pp. 139-162.
- NEWKEY W.K. et WEST K.D. (1987) "A Simple Positive Definitive Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, vol. 55, pp. 703-708.
- PERRON P. (1988) "Trends and Random Walk in Macroeconomic Time Series : Further Evidence from a New Approach", *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 12, pp. 297-332.
- PHILLIPS P.C.B. (1987) "Time Series Regression with a Unit Root", *Econometrica*, vol. 55, pp. 277-301.
- PHILLIPS P.C.B. et PERRON P. (1988) "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika*, vol. 75, pp. 335-346.
- RAO C.R. (1973) *Linear Statistical Inference and its Applications*, 2<sup>e</sup> ed., John Wiley, New York.
- SAID S.E. et DICKEY D.A. (1984) "Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order", *Biometrika*, vol. 71, pp. 599-607.
- SALMON M. (1982) "Error Correction Mechanisms", *Economic Journal*, vol. 92, pp. 615-629.
- SARGAN J.D. (1964) "Wages and Prices in the United Kingdom : A Study in Econometric Methodology", in Hart-Mills, Whittaker (eds), *Econometric Analysis for National Economic Planning*, Butterworths, Londres.
- SCHROEDER T.C. et GOODWIN B.K. (1991) "Price Discovery and Cointegration for Live Hogs", *The Journal of Futures Markets*, vol. 11, pp. 685-696.
- SCHWARTZ G. (1978) "Estimating the Dimension of a Model", *Annals of Statistics*, vol. 6, pp. 461-464.
- SCHWERT G.W. (1987) "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots in Macroeconomic Data", *Journal of Monetary Economics*, vol. 20, pp. 73-103.
- SHEN C.H. et WANG L.R. (1990) "Examining the Validity of a Test of Futures Market Efficiency : A Comment", *The Journal of Futures Markets*, vol. 10, pp. 195-196.
- VELU R.P., REINSEL G.C. et WICHERN D.W. (1986) "Reduced Rank Models for Multiple Time Series", *Biometrika*, vol. 73, pp. 105-118.