

SANDRINE LARDIC

AUGUSTE MPACKO PRISO

**L'analyse bayésienne peut-elle inciter les experts à réviser
le mode de formation de leurs anticipations ?**

Journal de la société statistique de Paris, tome 137, n° 4 (1996),
p. 35-67

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1996__137_4_35_0

© Société de statistique de Paris, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**L'ANALYSE BAYÉSIENNE
PEUT-ELLE INCITER
LES EXPERTS A RÉVISER
LE MODE DE FORMATION
DE LEURS ANTICIPATIONS ?**

Sandrine LARDIC
Auguste MPACKO PRISO¹
MODEM
Université Paris X-Nanterre

1. Les auteurs tiennent à remercier le référé anonyme de la revue pour ses remarques. Toutes erreurs et omissions restent bien entendu de leur entière responsabilité.

ABSTRACT

The aim of this paper is to study if one can predict better some economic variables like industrial production index, consumer price index and stock price index with the alternative bayesian vectoriel autoregressif (BVAR) methodology than do experts. The bayesian approach corresponds to a statistical method which incorporates simultaneous *a priori* knowledge of the model builder and informations contained in the data. Contrary to the constrained VAR models, The bayesian setup does not exclude any variable *a priori* but acts as a filter to extract all usable information. It thus avoids the so-called over-parameterization associated with unrestricted VAR models.

Our strategy is based on that one developed by DOAN, LITTELMAN and SIMS (1984), who constructed a procedure for improving time series forecasts by tightening vector autoregression coefficient estimates toward a prior view that vector time series are well-described as collections of independant random walks, an atheoretical prior. We refer here to an *a priori* package currently called "Minnesota prior informations".

In a first part, we describe the BVAR methodology and specificities of these models for forecasting. In a second part, we apply BVAR strategy.

Bayesian models provides best out-of-sample forecasts than those from vector autoregressions, univariate autoregressive and from economic specialists especially for STANDARD AND POORS industrial stock price index at six months and from experts and naïves ones at twelve months for the same index.

RÉSUMÉ

L'objet de cet article est d'étudier si l'on peut réussir à mieux prévoir l'évolution de certaines variables que les experts de l'économie à l'aide d'une modélisation alternative correspondant aux modèles bayésiens vectoriels autorégressifs (BVAR) suggérés par LITTELMAN (1980). L'approche bayésienne correspond à une méthode statistique combinant les *a priori* du modélisateur et l'information contenue dans les données : alors que la théorie économique est la principale source des *a priori* dans les modèles structurels, elle est souvent secondaire par rapport à la théorie statistique et aux observations dans les modèles BVAR.

La théorie de la décision bayésienne permet en fait au modélisateur d'avoir des croyances *a priori* sous la forme de probabilités, ce qui constitue un élément central de flexibilité. Bien entendu, il en résulte que lorsqu'une approche bayésienne est utilisée, chaque modélisateur est libre de choisir ses *a priori* à partir de nombreuses sources et de les exprimer sous des formes diverses et variées. LITTELMAN (1984) a cependant suggéré l'utilisation d'un ensemble d'*a priori* (les "*a priori* du Minnesota") visant à réduire l'impact des choix suggestifs des modélisateurs et par là même à donner davantage de poids aux informations contenues dans les données.

Nous nous intéressons dans ce travail aux relations entre trois variables : les rentabilités de l'indice STANDARD AND POORS 425, le taux de variation de l'indice de la production industrielle américaine et le taux d'inflation américain. La période d'étude va de 1947 à 1990. Dans un premier temps, nous nous attardons sur les spécificités de la modélisation bayésienne, notamment concernant le choix d'*a priori*, avant de nous attacher dans un second temps à la réalisation de prévisions à l'aide de cette technique alternative. Nous comparons pour finir les prévisions issues de divers modèles (naïfs, ARIMA, VAR et BVAR) aux prévisions des experts de l'économie à l'aide de divers critères statistiques. Bien que pour l'indice de la production industrielle et pour l'indice des prix à la consommation la domination des prévisions BVAR sur les prévisions des experts semble modérée, elle paraît substantielle pour la série des rentabilités de l'indice STANDARD AND POORS.

Introduction

Dès lors que l'on s'intéresse à l'analyse des prévisions économiques, on est quelque peu frappé par la diversité des résultats obtenus. Cette diversité est le fruit des outils théoriques employés par les modélisateurs comme des critères d'évaluation de la qualité des prévisions retenus. Cette diversité est enfin le produit du haut degré d'incertitude dans notre compréhension des structures qui causent et propagent les fluctuations des variables économiques. Dans le but de limiter cette incertitude, les modèles structurels généralement utilisés se focalisent sur une théorie particulière et se limitent souvent en conséquence à une facette d'un problème bien plus complexe : les modèles basés sur une seule théorie n'arrivent pas à capter les influences multiples, ce qui amène bien souvent les modélisateurs à "remanier" de façon plus ou moins transparente leurs prévisions.

LITTERMAN (1986) indique qu'une représentation réaliste de l'économie nécessite une prise en compte explicite de cet important degré d'incertitude² caractérisant les structures économiques : l'approche alternative Bayésienne est basée sur l'idée selon laquelle l'information utile pour le futur est susceptible d'être trouvée parmi un spectre très large de variables économiques. Si c'est le cas, une équation qui saisit ce spectre et affecte des poids appropriés à chaque information devrait permettre de meilleures prévisions qu'un modèle Standard basé sur une analyse unique.

L'approche bayésienne est fondamentalement probabiliste. Or, l'avantage d'une approche explicitement probabiliste est qu'elle permet de réduire la part "d'art" non reproductible inhérente aux modèles économétriques et autorise simultanément une représentation plus réaliste de l'incertitude attachée aux résultats des estimations. Une approche bayésienne rend l'incertitude, inhérente en économie, visible et l'incorpore dans des mesures formelles comme par exemple des écart-types associés aux coefficients.

Le premier modèle Bayésien Vectoriel Autorégressif (BVAR) a été construit par la Banque Fédérale de Minneapolis à la fin des années soixante. Les prévisions issues de ce modèle sur une période de quatre ans, sans ajustements subjectifs ou respécification du modèle, sont comparées avec celles issues de prévisionnistes dotés de modèles structurels. Sur 1100 prévisions, le modèle BVAR a été plus précis dans 39 % des cas alors que le meilleur modèle suivant n'a été plus précis que dans 23 % des cas (LITTERMAN, 1984).

Durant les années quatre-vingt, la modélisation BVAR a connu d'importants perfectionnements. La Banque Fédérale de Minneapolis a développé un grand modèle (46 équations) de prévision national mensuel (LITTERMAN, 1984c),

2. On peut se référer à la liste d'arguments que LITTERMAN (1986) avance, par exemple, pour expliquer les cycles des affaires en distinguant les facteurs réels et monétaires... Sa conclusion renvoie à l'existence d'un grand nombre de théories explicatives, chacune ne considérant cependant qu'un côté d'un problème à multiples facettes.

plusieurs modèles BVAR régionaux ou locaux ont été proposés pour les Etats-Unis (AMIRIZADEH et TODD, 1984 ; LESAGE, 1989), ainsi que pour d'autres pays (KUNST et NEUSSER, 1986 ; ARTIS et ZHANG, 1990 ; FUNKE, 1990 ; HOLDEN et BROOMHEAD, 1990). La technique BVAR a également été utilisée dans le but de prévoir les revenus (LITTERMAN et SUPEL, 1983), pour contrôler l'offre de monnaie (LITTERMAN, 1982³) ou pour mesurer les coûts des objectifs intermédiaires de la banque centrale (LITTERMAN, 1984b). GARCIA-FERRER, HIGHFIELD, PALM et ZELLNER (1987) ont montré la supériorité en termes prévisionnels de la modélisation BVAR sur l'univariée concernant les taux de croissance du produit de différents pays.

LITTERMAN (1986) a par ailleurs comparé les prévisions à divers horizons (de un à huit trimestres) issues d'un modèle BVAR aux anticipations des prévisionnistes professionnels (Data Resources Inc., DRI ; Chase Econometric Associations Inc.) sur la période 1980.2-1985.1 en données trimestrielles. Son modèle porte sur les séries du PNB réel, du déflateur du PNB, du PNB nominal et du taux de chômage (LITTERMAN, 1986, p. 35). Il montre au travers de l'erreur de prévisions quadratique moyenne que le modèle BVAR est capable de fournir des prévisions d'une qualité au moins aussi bonne que celles issues des prévisionnistes professionnels.

L'objet de cet article est d'étudier si l'on peut réussir à mieux prévoir l'évolution de certaines variables que les "experts" de l'économie à l'aide d'une modélisation alternative correspondant aux modèles bayésiens vectoriels autorégressifs (BVAR). Dans un premier temps, nous nous attardons sur les spécificités de la modélisation bayésienne, notamment concernant le choix d'*a priori*, avant de nous attacher dans un second temps à la réalisation de prévisions à l'aide de cette technique alternative. Nous comparons pour finir les prévisions issues de divers modèles (naïfs, ARIMA, VAR et BVAR) aux prévisions des experts de l'économie à l'aide de divers critères statistiques.

1. Méthodes de prévision

1.1 Modélisation traditionnelle

Toutes les techniques de prévision peuvent être vues comme des procédures bayésiennes dans lesquelles le rôle des croyances *a priori* n'est pas explicité.

Un modèle de prévision incorporant le minimum de croyances *a priori* peut être construit à partir d'un ensemble de variables à prévoir, autorisant toutes les variables (présentes et passées) à interagir entre elles. De tels modèles sont appelés modèles Vectoriels autorégressifs non contraints (UVAR) car ils reposent sur un ensemble minimal de contraintes *a priori*. Bien entendu, de tels modèles ne peuvent en général pas être estimés dès lors qu'ils comprennent plus

3. LITTERMAN Robert B. (1982) : "Specifying Vector Autoregressions For Macroeconomic Forecasting", Research Dpt Working Paper 208, Federal Reserve Bank of Minneapolis.

de deux ou trois variables, du fait d'une insuffisance du nombre d'observations par rapport au nombre de coefficients à estimer. Du point de vue bayésien, les modèles UVAR sont perçus comme des modèles laissant une large place à l'information contenue dans les données.

De ce fait même, les croyances *a priori* du modélisateur sont rendues dans ces modèles, plus vagues qu'elles ne le sont en réalité : les modèles UVAR reposent implicitement sur l'hypothèse selon laquelle le modélisateur considère toutes les valeurs des coefficients dans chaque équation comme équiprobables.

Un problème de surparamétrisation se pose alors rapidement dans ces modèles : le fait d'avoir trop peu d'observations par rapport au nombre de coefficients à estimer tend à noyer les relations stables entre les variables parmi de nombreux effets aléatoires. La surparamétrisation correspond à cette intégration de relations sans intérêt ou accidentelles dans les valeurs des paramètres du modèle. Elle tend à rendre les prévisions des modèles UVAR peu précises et excessivement sensibles aux moindres variations des variables⁴.

Face aux problèmes de surparamétrisation et d'équiprobabilité supposée des *a priori* des modélisateurs, deux voies sont communément retenues :

- les modèles VAR contraints,
- les modèles bayésiens vectoriels autorégressifs (BVAR).

Soit le modèle général suivant décrivant l'économie :

$$[1] \quad A_{11}(L)x_{1t} + A_{12}(L)x_{2t} = A_1 + e_{1t}$$

$$[2] \quad A_{21}(L)x_{1t} + A_{22}(L)x_{2t} = A_2 + e_{2t}$$

où x_{1t} et x_{2t} sont des vecteurs de variables de taille k_1 et k_2 respectivement.

On suppose en outre que

$$E(e_{it}e'_{jt}) = \Sigma_{ij} \text{ et}$$

$$A_{ij}(L) = A_{ij,0} - A_{ij,1}L - A_{ij,2}L^2 - \dots - A_{ij,m}L^m \quad (i, j = 1, 2)$$

est un polynôme matriciel de retard d'ordre m . A_1 et A_2 sont des constantes.

On peut réécrire le modèle sous forme matricielle comme suit :

$$[3] \quad A(L)x_t = A + e_t$$

où $A(L) = A_0 - A_1L - A_2L^2 - \dots - A_mL^m$ et $E(e_te'_t) = \Sigma$.

Dans le cadre de la modélisation structurelle, que nous n'abordons pas ici, on distingue les variables selon qu'elles sont endogènes (x_{1t}) ou exogènes (x_{2t}). Cette distinction nécessite que l'on impose des contraintes sur les paramètres du modèle, en particulier que $A_{21}(L)$ et Σ_{21} soient nuls.

Dans le cadre d'une modélisation vectorielle autorégressive, on écrit le modèle [3] sous sa forme réduite :

4. Il apparaît fréquemment un problème de multicollinéarité entre les variables explicatives qui tend à masquer les relations entre les variables par la dégradation de la précision des coefficients estimés.

$$[4] \quad H(L) x_t = H + \xi_t$$

où $H(L) = A_0^{-1} A(L)$, $H = A_0^{-1} A$ et $\xi_t = A_0^{-1} e_t$.

Les modèles VAR contraints, les plus usités, astreignent le nombre de variables apparaissant dans chaque équation. La sélection entre les variables (et leurs retards) est en général le fruit d'*a priori* issus des théories économiques : les *a priori* théoriques du modélisateur sont pris explicitement en compte par le biais de contraintes d'exclusion. De tels modèles, fortement dépendants des croyances théoriques, peuvent cependant engendrer des prévisions plus précises que les modèles UVAR par l'élimination du problème de surparamétrisation (les relations stables entre les variables apparaissant alors comme dominantes).

Toutefois, l'interprétation bayésienne des modèles vectoriels autorégressifs permet de mettre en évidence leur manque aigu de flexibilité. En effet, les variables exclues des relations du modèle sont perçues comme des variables dont le coefficient, dans ces équations, est nul. Par ailleurs, le fait de laisser une variable dans une équation indique que l'on ne connaît rien de la valeur de son coefficient. On peut penser que de tels *a priori* "surestiment" ceux des modélisateurs. Par ailleurs, en laissant les données dicter complètement les valeurs des coefficients des variables incluses dans les équations du modèle, on retombe sur le problème d'équiprobabilité supposée des croyances du modélisateur (donc de sous-estimation des croyances du modélisateur) concernant les valeurs des coefficients de ces variables.

1.2 Modélisation Bayésienne vectorielle autorégressive

L'approche bayésienne, plus nuancée, correspond à une méthode statistique visant à combiner les *a priori* du modélisateur et l'information contenue dans les données "ce qui pourrait aider à faire des prévisions économiques plus une science et un moins un art" (TODD, 1984, p. 8).

Cette modélisation a été introduite par LITTERMAN (1980)⁵, elle correspond à une modification de type Ridge de la technique VAR non-contrainte.

A première vue, un modèle BVAR peut sembler analogue à un modèle UVAR puisque sont incluses toutes les variables que l'on cherche à prévoir, ainsi que leurs retards, dans chacune des équations. Cependant, les modèles BVAR imposent, comme les modèles VAR contraints, des restrictions sur les coefficients afin de résoudre le problème de surparamétrisation. Néanmoins, les *a priori* utilisés pour contraindre les équations ne sont pas ceux provenant de la théorie économique, mais pour l'essentiel ceux issus de la théorie statistique et des observations. Par ailleurs, les modélisateurs bayésiens n'essaient pas de contourner les problèmes de surparamétrisation par une réduction du nombre

5. LITTERMAN Robert B. (1980) : "A Bayesian Procedure for Forecasting With Vector Autoregressions", Working Paper, Dpt of Economics, Massachusetts Institute of Technology.

de coefficients (comme dans les modèles structurels), mais cherchent à **limiter** l'influence des données sur la valeur des nombreux coefficients⁶.

Dans la modélisation BVAR, comme dans toute analyse bayésienne, le choix des valeurs *a priori* des paramètres est crucial et c'est en général sur l'aspect plus ou moins arbitraire des décisions concernant ces valeurs que les modélisateurs bayésiens sont critiqués. Dans la modélisation BVAR, ces *a priori* ont pris en général la forme de ce que l'on appelle les "*a priori* du Minnesota".

***Un regard particulier sur la procédure BVAR :
"les a priori du Minnesota"***

Lorsqu'une approche bayésienne est utilisée, il est évident que chaque modélisateur est libre de choisir ses *a priori* à partir de nombreuses sources et de les exprimer sous des formes diverses et variées. Dès lors, il apparaît impossible de parler d'une unique approche bayésienne de prévision.

Toutefois, une approche BVAR s'est développée vers la fin des années soixante-dix au sein d'une équipe de recherche de l'Université du Minnesota et de la Banque Fédérale de Minneapolis.

La première étape de cette modélisation consiste en une limitation de l'ensemble des modèles possibles en :

- choisissant l'ensemble des variables susceptibles d'être introduites dans le modèle,
- spécifiant qu'elles sont reliées par des équations linéaires.

Comme pour les modèles structurels et les VAR, le choix des variables est essentiellement issu du raisonnement économique et de l'expérience propre du modélisateur.

Une fois les variables choisies, les *a priori* portent sur les valeurs des coefficients de chaque variable dans chaque équation du modèle. Ces *a priori* peuvent être exprimés sous la forme de paramètres associés à des ensembles de valeurs donnant les "meilleures" prévisions. Un des *a priori* du Minnesota est que les paramètres peuvent être décrits par :

- un nombre certain (appelé le "meilleur ajustement *a priori*"),
- une mesure de la confiance du modélisateur en ce "meilleur ajustement *a priori*" (c'est-à-dire un intervalle de confiance).

La modélisation se déroule alors en trois temps :

- définition du "meilleur ajustement *a priori*",
- introduction de contraintes *a priori*,
- définition des hyperparamètres.

6. L'apparition de relations d'exclusion (par exemple le coefficient de telle variable dans telle équation est nul) dans les modèles BVAR constitue davantage une volonté de réduire le coût de construction et d'utilisation d'un modèle plutôt qu'un désir d'éviter la surparamétrisation.

a – Définition du “meilleur ajustement *a priori*”

Dans l'approche BVAR, on suppose que chaque coefficient a une distribution normale et indépendante.

Les meilleurs ajustements *a priori* des coefficients sont conçus comme le produit, exactement ou approximativement, d'une marche aléatoire. Cette hypothèse repose sur l'observation statistique (NELSON et PLOSSER, 1982) selon laquelle nombre de variables économiques se comportent comme si les variations de leur valeur étaient totalement imprévisibles. Pour de telles variables, la meilleure prévision de leur valeur future est leur valeur actuelle.

Par ailleurs, GRANGER (1966) a étudié la “forme spectrale typique” des variables économiques. Il a conclu que la plupart des séries économiques ont une densité spectrale caractérisée par de grandes valeurs à de basses fréquences et de faibles valeurs aux hautes fréquences.

L'hypothèse de marche aléatoire implique que tous les coefficients pour toutes les variables dans chaque équation sont nuls sauf le coefficient de la variable endogène retardée d'une période qui est supposé être égal à l'unité.

Toutefois, comme l'approche est bayésienne, le modélisateur n'a pas une confiance illimitée dans ces “meilleurs ajustements *a priori*” issus de l'hypothèse de marche aléatoire et il va fournir en conséquence une mesure quantitative de son degré de confiance dans la valeur de chacun des coefficients.

Bien que ces mesures puissent être exprimées de multiples manières, les chercheurs du Minnesota les ont présentées en termes de ce que les statisticiens bayésiens ont appelé les “variances *a priori*” des coefficients : il s'agit de mesurer à quel point le vrai coefficient est proche du “meilleur ajustement *a priori*”. La distance au meilleur ajustement est égale à la racine carrée de la variance *a priori*, ce qui est connu sous le terme “d'écart-type *a priori*”. Une variance *a priori* petite est équivalente à un intervalle de confiance de faible largeur et indique que le modélisateur est certain que le coefficient permettant l'obtention des meilleures prévisions est proche du “meilleur ajustement *a priori*”.

En pratique, certains modèles BVAR ont des centaines de coefficients, ce qui correspond à un nombre de variances *a priori* à estimer bien trop important. Pour résoudre ce problème, le système d'*a priori* du Minnesota a rendu ce travail plus simple et plus systématique par le biais d'une approximation quasi-automatique des variances *a priori* une fois que le modélisateur a fourni quelques “clés caractéristiques”⁷.

7. La seule exception à cette méthode concerne les variances *a priori* des variables déterministes dans chaque équation : ces variances sont en général très grandes, ce qui revient à dire que le modélisateur considère toutes les valeurs des termes constants comme équiprobables (les valeurs des termes constants étant alors uniquement déterminées par les données). Pour représenter cette ignorance, il utilise un *a priori* non-informatif. Dans ce cas, les “meilleurs ajustements” sont décrits comme issus d'une marche aléatoire avec dérive, le terme constant n'étant pas nécessairement nul.

b – introduction de contraintes visant à spécifier les variances *a priori*

Deux idées sont à l'origine des contraintes :

- la valeur du plus grand retard d'une variable semble moins utile pour la prévision que la valeur du plus petit retard (c'est-à-dire le plus récent), ce qui correspond à un phénomène de perte de mémoire,
- moins une variable est crue importante pour la modélisation, plus la confiance du modélisateur dans le “meilleur ajustement” associé au coefficient de cette variable s'accroît.

La conclusion logique est alors que puisque les valeurs les plus récentes de la variable sont considérées comme plus importantes pour la modélisation que les moins récentes, les variances *a priori* des retards devraient être plus petites (plus resserrées autour du “meilleur ajustement”) quand les retards deviennent plus grands.

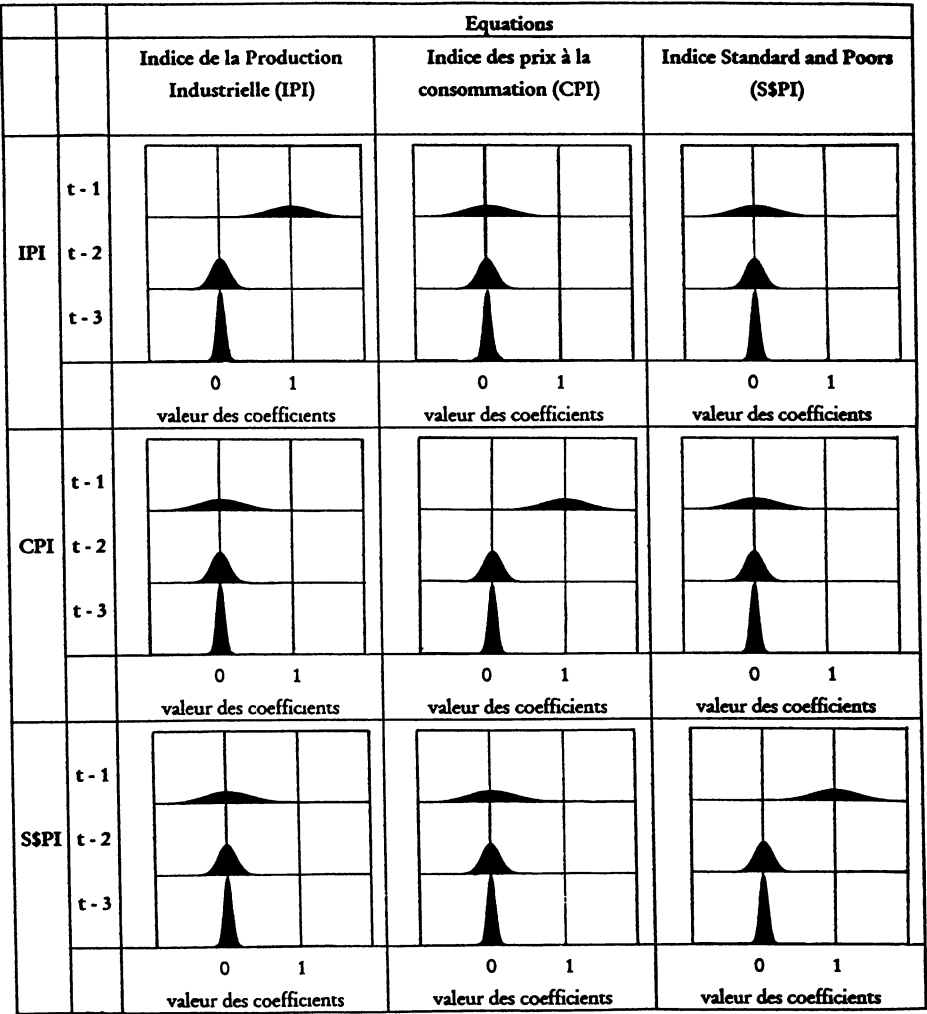
Deux types de restrictions peuvent alors être introduites afin de déterminer l'ensemble des variances *a priori* :

- la première contrainte prend la forme d'une pondération des variances *a priori* des coefficients passés et actuel de la variable x dans l'équation prévoyant x . Ces valeurs sont appelées les “retards propres”. La pondération est $1/(k+1)$ où k est la longueur du retard. Rendre ces variances *a priori* proportionnelles à $1/(k+1)$ signifie que la variance *a priori* de la variable x en $(t-k)$ est $1/(k+1)$ fois moins large que la variance *a priori* de la variable x en t .
- La seconde contrainte prend la forme d'une pondération des variances *a priori* des coefficients des valeurs passées et présentes de toute variable y dans l'équation prévoyant x . Ces valeurs sont appelées les “retards croisés”. Les variances *a priori* des coefficients des retards des variables y ont la même “taille” relative que les variances *a priori* des coefficients des retards de la variable x . En particulier, elles sont pondérées par $1/(k+1)$ de façon à ce que les variances deviennent plus petites lorsque les retards s'accroissent. Elles sont également chacune pondérées par un “facteur de variance propre versus croisée” (“own versus cross variance factor”) ou facteur d'échelle qui rend les unités des variances *a priori* croisées comparables à celles des variances *a priori* propres. Le facteur d'échelle est un rapport d'écart-types : $\frac{\sigma_i}{\sigma_j}$ où σ_i et σ_j correspondent aux écart-types des régressions des variables propre (x) et croisée (y) respectivement sur plusieurs de leurs valeurs passées (spécifiques à une variable croisée donnée).

Les effets combinés des “meilleurs ajustements” et des intervalles de confiance sont illustrés sur le graphique (v. ci-après). Les courbes pour les variables courantes sont plates et larges, ce qui implique qu'une large bande de valeurs possibles pour le coefficient étudié ont une probabilité *a priori* qui n'est pas plus faible que la probabilité associée au “meilleur ajustement” et donc que des valeurs éloignées du “meilleur ajustement” ne sont pas nécessairement à rejeter, ce qui traduit la prudence du modélisateur vis-à-vis d'un coefficient important pour la modélisation. Les courbes associées aux variables retardées

deviennent de plus en plus élevées et concentrées autour du “meilleur ajustement”. Cela traduit le fait que lorsque le retard augmente, le modélisateur est de plus en plus confiant dans le fait que la valeur zéro est acceptable comme valeur pour le coefficient de la variable.

Meilleurs ajustements *a priori* et intervalles de confiance associés



Note : ces graphiques sont établis d'après Todd (1984).

Les contraintes définies ci-dessus caractérisent les variances *a priori* les unes par rapport aux autres.

Une fois cette opération effectuée, on a en fait isolé plusieurs groupes : les variances *a priori* des coefficients des retards propres et les variances *a priori* des coefficients des retards croisés de chaque variable. On a attribué des poids qui déterminent relativement les variances *a priori* à l'intérieur de chaque groupe.

Le modélisateur a alors besoin, pour compléter la spécification des variances *a priori*, de fournir des valeurs numériques déterminant son degré de confiance en ses *a priori*. C'est le rôle des hyperparamètres.

c – Définition des hyperparamètres

Soit le modèle à k variables dont l'équation i ($i = 1, \dots, k$) est de la forme :

[5] $x_{i,t} = h_{0,i} + h_{1i,i}x_{i,t-1} + \dots + h_{lm,i}x_{i,t-m} + \dots + h_{kl,i}x_{k,t-l} + h_{km,i}x_{k,t-m}$
Sims (1989) a proposé la formulation suivante pour calculer l'écart-type *a priori* associé à chaque coefficient :

$$\sqrt{V(h_{jl,i})} = \text{TIGHT} \cdot f(i, j) \cdot D(l) \cdot \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_j}\right)$$

= écart-type du coefficient de la variable $x_{j,t-l}$
dans l'équation prévoyant $x_{i,t}$

$i, j = 1, \dots, k; l = 1, \dots, m$

où

– TIGHT est le paramètre de restrictivité générale, c'est-à-dire l'écart-type associé au coefficient de la variable $x_{i,t-l}$ dans l'équation i . Ce paramètre est central car il détermine tous les autres. De petites valeurs de ce paramètre traduisent une plus grande confiance du modélisateur dans ses *a priori*. A l'inverse, des valeurs élevées indiquent une faible restrictivité générale et élimine ainsi le côté bayésien du modèle BVAR.

– $f(i, j) = 1$ si $i = j$
 < 1 sinon.

Cet hyperparamètre (aussi appelé OTHER) permet de resserrer l'écart-type des coefficients de la variable j dans l'équation i . Les deux principaux types de contraintes associées à cet hyperparamètre sont :

- “symmetric”, qui laisse un seul hyperparamètre libre,

$$f(i, j) = 1 \text{ si } i = j$$

= w sinon, w fixé (en général w prend une valeur autour de 0,5).

Il s'agit de la contrainte la plus simple, elle s'applique essentiellement aux petits modèles. La valeur de w fournit le “resserrement” relatif des “autres” variables dans l'équation i . L'*a priori* symétrique impose une restrictivité identique pour toutes les variables dans toutes les équations du modèle. Une faible valeur pour w indique un haut degré de restrictivité pour les coefficients des “autres” variables dans chaque

équation. Comme le meilleur ajustement *a priori* pour les coefficients de ces variables est zéro, une faible valeur de w élimine à la limite le côté vectoriel du BVAR.

Ainsi, la combinaison d'une grande valeur pour TIGHT et d'une faible valeur pour w renvoie à l'estimation d'un modèle autorégressif univarié par les moindres carrés ordinaires.

- **“general”**, dans ce cas w varie selon la variable. Toutefois cette stratégie est peu intéressante au sens où elle transfère le problème de trop de coefficients à trop d'hyperparamètres à estimer. Elle nécessite en effet du modélisateur qu'il spécifie toute la fonction $f(i, j)$. Elle est surtout utilisée pour les gros modèles. En effet, si le modèle est grand, une valeur de w de 0,5 est trop importante pour contraindre véritablement un système avec plus de six équations. Par ailleurs, rendre w plus petit supprimerait beaucoup d'interactions entre les variables. L'utilisation du type “general” qui permet d'attribuer des poids différenciés aux variables apparaît alors comme plus adapté.

– **D(1)** est une fonction de retards qui assure que les retards éloignés auront un écart-type de plus en plus petit, c'est-à-dire que la confiance du modélisateur dans le fait que les coefficients des variables sont nuls s'accroît. Il existe là encore deux formulations :

- **la formulation harmonique**, $D(1) = 1^{-\text{DECAY}}$ où DECAY est un hyperparamètre à déterminer,
- **la formulation géométrique**, $D(1) = \text{DECAY}^{l-1}$ qui reste cependant moins utilisée car elle tend à donner des valeurs très faibles trop rapidement.

Pour la fonction harmonique, le choix de grandes valeurs pour l'hyperparamètre DECAY implique un resserrement augmentant plus rapidement et donc une diminution accélérée des écarts-types avec l'accroissement de l'ordre du retard. Pour la fonction géométrique, le choix d'une valeur de DECAY plus faible implique un accroissement plus rapide de la restrictivité.

– $\frac{\sigma_1}{\sigma_j}$ est un facteur d'échelle qui tient compte de la taille relative des variables (voir ci-dessus)⁸.

Afin de déterminer les variances *a priori*, il est donc nécessaire de connaître la valeur des hyperparamètres.

Cette troisième étape de définition des hyperparamètres serait relativement simple si le modélisateur avait des *a priori* certains concernant la valeur des hyperparamètres ou s'il était certain de la taille absolue d'au moins une

8. L'écart-type associé au terme constant est donné par :

$\sqrt{V(h_{0i})} = \text{TIGHT.CONREL}.\hat{\sigma}_i$ et est donc proportionnel à l'écart-type du terme d'erreur de la variable endogène de l'équation i .

des variances dans chaque groupe de variances *a priori* relatives. Il suffirait alors d'appliquer les procédures bayésiennes pour réviser les probabilités *a priori* des coefficients et déterminer les prévisions. Le système d'*a priori* du Minnesota généralise cette approche bayésienne en ne demandant pas au modélisateur d'être certain de la valeur des hyperparamètres. Au contraire, le modélisateur peut se présenter comme ignorant concernant les niveaux absolus des différents groupes de variances *a priori*. L'ensemble consiste en l'ajout d'un autre ensemble de probabilités *a priori* déterminant les valeurs des hyperparamètres. Plutôt que de fixer une distribution de probabilité pour les coefficients du modèle, le modélisateur détermine un groupe de différentes distributions de probabilité pour les hyperparamètres. Idéalement, la procédure bayésienne standard serait alors appliquée aux données pour calculer des probabilités *a posteriori* (pour les coefficients) pour chaque ensemble possible d'hyperparamètres. Les probabilités finales des coefficients seraient alors formées par une moyenne pondérée de ces probabilités *a posteriori* associées aux différents ensembles d'hyperparamètres (les poids étant proportionnels à la probabilité que l'ensemble des hyperparamètres qui a engendré les coefficients soit en accord avec les données). Toutefois, le coût exponentiel du calcul de la moyenne a conduit la majorité des modélisateurs BVAR à utiliser une approximation plutôt que cette méthode : au lieu de calculer une moyenne, ils essaient plus simplement de trouver l'ensemble d'hyperparamètres menant aux meilleures prévisions des données⁹.

2 – Comparaison des qualités prévisionnelles des modèles

2.1 – Données et Diagnostics préliminaires

Ce travail utilise les données d'enquêtes LIVINGSTON et les données sur les variables macro-économiques observées collectées à partir du Survey of Current Business. L'enquête LIVINGSTON a été lancée en 1946 par Joseph LIVINGSTON auprès d'un panel de professionnels, tous considérés comme experts de l'économie. Cette enquête est semestrielle et est effectuée aux mois de Juin et Décembre : les experts interrogés reçoivent un questionnaire aux débuts des mois de Juin et de Décembre et doivent le retourner avant la fin du mois concerné. Les experts ont pour charge de donner une prévision chiffrée des valeurs des indices pour les horizons de six et douze mois.

Les anticipations des experts peuvent s'échelonner du jour de la réception du questionnaire au dernier jour du mois d'enquête. Les experts n'étant pas

9. Par ailleurs, DOAN, LITTERMAN et SIMS (1984) indiquent qu'une telle approximation donnera des résultats de prévision proches de ceux issus de la procédure exacte, sous certaines conditions. Une de ces conditions est que les *a priori* du modélisateur doivent être vus comme définissant une catégorie particulière de valeurs des hyperparamètres : toutes les valeurs de la catégorie (intervalle) sont considérées comme équiprobables et toutes les valeurs en dehors de l'intervalle sont considérées comme fortement improbables. Une seconde condition est que dans cet intervalle la qualité des prévisions ne varie pas trop.

invités à indiquer le jour où ils ont rempli le questionnaire, il est impossible de savoir dans l'intervalle du temps qui sépare la réception du questionnaire de la fin du mois, la date à laquelle la prévision a été réalisée. On peut toutefois espérer que les experts répondent le plus tard possible afin d'exploiter au mieux toute l'information du mois de l'enquête. Il s'en suit que la prévision faite pour Juin de l'année i par exemple est confronté à la réalisation de Juin de l'année i .

Au départ, l'enquête portait sur un nombre limité de variables macro-économiques comme le PIB et l'indice des prix à la consommation. Progressivement, de nouvelles variables ont été introduites. L'indice des actions des entreprises industrielles cotées à la bourse de New York (Standard and Poors 425) apparaît dans le questionnaire en Décembre 1952. Depuis l'enquête de Décembre 1990, la prévision des cours boursiers concerne l'indice général (Standard and Poors 500). Afin de conserver l'homogénéité de cette variable, nous avons fixé la date de fin de l'échantillon en Décembre 1990.

Dans un objectif prévisionnel, nous avons retenu des séries longues pour prendre en compte d'éventuels phénomènes de mémoire. Les trois séries retenues (indice de la production industrielle, indice des prix à la consommation et indice Standard and Poors) couvrent la période 1947.1 – 1990.12. Bien que les experts ne réalisent des prévisions que de périodicité semestrielle, nous avons choisi de retenir des données mensuelles afin de nous rapprocher le plus possible de l'ensemble d'informations dont disposent les experts. En effet, plus l'information apportée au modèle par les données sera de périodicité élevée, plus ce dernier se rapprochera de la véritable information détenue par les prévisionnistes professionnels. A partir des données mensuelles, des prévisions à six mois ont été réalisées : par exemple pour prévoir la valeur des variables en juin 1976, on considère l'information connue jusqu'en décembre 1975. Bien entendu, les experts ne connaissent pas l'information sur l'évolution des variables entre ces deux dates. Tous les six mois, nous disposons de six observations mensuelles additionnelles. Il apparaît clair dès lors que notre ensemble d'informations est un ensemble d'informations minimal puisque nous ne retenons dans notre modélisation que trois variables, les experts disposant, eux, d'une infinité d'influences éventuellement explicatives de l'évolution des variables.

Le choix de la période sur laquelle les anticipations des experts sont comparées aux prévisions issues des méthodes alternatives s'est fait de manière arbitraire. La seule contrainte tient au fait que la comparaison soit basée sur un nombre suffisant de prévisions. La date des premières prévisions par les méthodes alternatives est fixée en Juin 1961.

Les diagnostics préliminaires concernent l'étude de la non-stationnarité et des relations de long terme entre les variables. Tous les six mois, à compter de décembre 1960, une étude de la non-stationnarité est réalisée. La taille de l'échantillon varie en conséquence tous les semestres à la suite de l'adjonction de six nouvelles observations. Concernant la non-stationnarité des trois séries, le test de DICKEY-FULLER augmenté a été appliqué du fait de l'existence d'une autocorrélation des résidus dans tous les cas. Bien qu'à certaines périodes

le test conduise à un rejet de l'hypothèse nulle de non-stationnarité, les résultats restent majoritairement en faveur de la présence d'une racine unitaire pour les trois séries. Pour vérifier ces résultats, le test de stationnarité de KWIATKOWSKI, PHILLIPS, SCHMIDT et SHIN (1992) a été appliqué (annexe 1). Les résultats du test indiquent un rejet de l'hypothèse nulle de stationnarité à un seuil de 5 % dans la majorité des cas et à un seuil de 10 % systématiquement (sauf pour la statistique de test η_r correspondant à l'indice de la production industrielle sur la période 1947.1-1960.12 pour un ordre de retard de 15).

2.2 – Modélisation vectorielle autorégressive

Deux techniques de sélection du nombre de retards dans la modélisation VAR ont été retenues : la méthodologie suggérée par TIAO-BOX et celle reposant sur des études préalables de causalité.

La méthode itérative de TIAO-BOX a pour base la comparaison d'un modèle contraint et d'un modèle non-contraint. L'idée est d'ajouter au modèle un retard de chaque variable dans chaque équation tant que cela est "intéressant". Le critère d'arrêt est un test du rapport de vraisemblance entre le modèle avec i retards (modèle contraint) et celui avec $(i+1)$ retards (modèle non-contraint). La statistique de test est la suivante :

$$[6] \quad LR(p) = (T - c)[\log(\det \Sigma_r) - \log(\det \Sigma_u)]$$

où Σ_r et Σ_u sont les matrices de variance-covariance des résidus des deux modèles, T est le nombre d'observations et c est un coefficient correctif du biais de petit échantillon, égal au nombre de variables dans chaque équation du modèle non-contraint. Cette statistique est distribuée asymptotiquement selon un Khi-deux avec un degré de liberté égal au nombre de contraintes.

Sur la période totale (1947.1-1990.12), le Khi-deux a un niveau de significativité supérieur à la borne 0,05 que l'on s'est fixé à partir de quatre retards pour chaque variable dans chaque équation, ce qui correspond à 39 coefficients à estimer dans le modèle. Dans la suite de l'étude des modèles VAR, nous avons considéré cet ordre de retard comme une valeur maximale.

Le problème inhérent à cette procédure correspond au fait que certains retards des variables ne sont pas significatifs dans toutes les équations et qu'il serait donc plus opportun d'autoriser un nombre de retards différencié pour chaque variable dans chacune des équations. Pour cela on utilise une procédure en deux étapes : dans un premier temps sont réalisés des tests de causalité pour déceler les liens entre les variables, dans un second temps un VAR avec contraintes de nullité sur certains coefficients est estimé. Les tests de causalité retenus sont les traditionnels tests de GRANGER (1969). Lors de la seconde étape d'estimation du VAR, un test du khi-deux est mis en œuvre pour tester l'opportunité des contraintes de nullité imposées simultanément sur certains coefficients du modèle.

– Tests de causalité et a priori

La littérature sur ce sujet a traité des liens entre les variables prises deux à deux. Plus précisément, les travaux se sont essentiellement intéressés aux relations entre l'indice boursier et l'indice des prix et entre l'indice boursier et l'indice de l'activité économique.

Concernant les liens entre les cours des actions et les prix des biens et services, le débat porte sur la question de l'influence de l'inflation sur la bourse. Il s'agit de déterminer les canaux par lesquels les variations du niveau général des prix influencent les variations des cours des actions.

L'influence des prix sur l'indice boursier peut être analysée de deux manières : soit au travers du modèle d'évaluation, soit au travers des arbitrages entre les différents types d'actifs. Si l'on considère le modèle d'évaluation, il apparaît que l'impact de l'inflation sur les cours boursiers s'exerce à travers les déterminants des cours : revenu attendu (dividende ou bénéfice) et taux d'actualisation.

Si l'on retient l'optique d'arbitrage entre les différents types d'actifs, il est clair que ces derniers n'offrent pas aux détenteurs la même protection face à l'inflation. Il s'ensuit que l'inflation va modifier les choix des agents en faveur de tel actif ou tel autre (PRAT, 1982, pp. 165-166).

Quant aux relations entre cours des actions et activité économique, "une idée répandue est qu'une augmentation de l'activité économique, par ses effets positifs sur le revenu réel, sur l'emploi et sur les bénéfices, est favorable au cours des actions. Paradoxalement, une idée non moins répandue est que les fluctuations de la Bourse précèdent celles de l'économie" (PRAT, 1982, p. 191). Les deux points de vue paraissent acceptables. En effet, des études empiriques ont montré qu'il existait une précédenace temporelle du cours des actions relativement aux indicateurs d'activité économique (PRAT, 1982, pp. 192-193).

A côté des constatations empiriques, émergent des arguments théoriques établissant l'influence de la Bourse sur l'activité économique. On peut évoquer l'argument selon lequel le cours des actions influencerait l'investissement économique. Par exemple, lorsque les cours des actions augmentent, les entreprises cotées peuvent émettre de nouveaux titres et financer par ce biais leurs investissements. On peut également évoquer l'argument selon lequel le cours des actions influencerait l'acte de dépense au sens large. Par exemple lorsque les cours augmentent, les détenteurs d'actions se sentent plus riches et peuvent être plus facilement incités à la dépense, ce qui influence positivement la demande et l'activité économique.

L'idée d'une influence de l'activité économique sur la bourse est cependant elle aussi vraisemblable. A côté des effets positifs sur le revenu, l'emploi et les bénéfices des sociétés, lesquels sont favorables à la bourse, l'influence de l'activité économique sur la bourse peut également être appréhendée à partir des indicateurs avancés. "En effet, parmi les indicateurs "en avance" sur le cycle de l'activité, on trouve, aux côtés du cours des actions, d'autres variables qui traduisent les désirs actuels des agents économiques quant à l'acte de dépense, qui viennent garnir les carnets de commande, et qui sont les signes précurseurs de la production. Par exemple, l'analyse des décalages temporels entre les points de retournement des séries montre que les nouveaux permis de construire (USA, 1948-76) précèdent la bourse d'en moyenne trois mois. De même, il apparaît qu'en moyenne, la bourse et les nouvelles commandes à l'industrie sont très approximativement en phase" (PRAT, 1982, p. 196.)

A côté de ces *a priori*, qui fournissent quelques premiers indices sur les interdépendances entre les variables, une étude de causalité (au sens de GRANGER) a été effectuée. Cette dernière a été réalisée de manière bi-directionnelle. Autrement dit, pour chaque couple de séries, on a cherché à déceler si l'utilisation de l'une permettait d'améliorer la prévision de l'autre. Par ce choix, on ne privilégie pas une direction de la causalité par rapport à l'autre.

Concernant les résultats des tests de causalité, on note en général une absence de relations de causalité entre les variables qui tend à s'estomper à mesure que l'on intègre de nouvelles observations. Cette évolution est reflétée lors de l'estimation des modèles VAR.

2.3 - Prévision Bayésienne Vectorielle Autorégressive

DOAN, LITTERMAN et SIMS (1984) ont étendu le travail initial de LITTERMAN en autorisant une structure à coefficients variables, reprise dans ce travail. On utilise alors le cadre d'analyse du filtre de KALMAN.

Soit α_t le vecteur des coefficients composé des $h_{j,l,i,t}$ ($i, j = 1, \dots, k; l = 1, \dots, m$) où k correspond au nombre de variables endogènes dans le système et l au nombre de retards de chaque variable dans chaque équation i . $h_{0,i}$ correspond à la valeur de la constante dans l'équation i . L'indexation par le temps de chaque coefficient renvoie à un modèle à coefficients variables.

Un système de type Kalman est composé de deux équations : une équation de mesure et une équation de transition correspondant à chaque équation du modèle BVAR, soit par exemple pour l'équation i :

$$[7] \quad \begin{cases} x_{it} = x_t \alpha_t + \xi_t \\ \alpha_t = \alpha_{t-1} + \eta_t \end{cases}$$

où x_{it} est la variable dépendante de l'équation i et x_t correspond à la matrice de toutes les variables explicatives (les valeurs retardées de toutes les variables du système plus le vecteur unité) :

$$x_t = [x_{t-1}, \dots, x_{t-m}, \dots, x_{t-l}, \dots, x_{t-m}, l].$$

Le filtre de KALMAN fournit un ensemble de prévisions récursives et d'équations de mise à jour. Cependant, pour initialiser le filtre et obtenir les prévisions MMSLE ("minimum mean square linear estimator") de x_{it} étant donnée l'information disponible jusqu'à la date $(t-1)$, on doit spécifier les valeurs initiales :

- α_0 (plus précisément sa moyenne a_0 et sa matrice de variance-covariance associée P_0),

- Q , la matrice de variance-covariance de η_t .

Pour simplifier, on suppose que le scalaire σ^2 , la variance de ξ_t , est déterminé (à remplacer en pratique par la variance estimée d'un modèle à coefficients fixes pour la variable y). Le vecteur a_0 et les matrices P_0 et Q correspondent

à l'information *a priori*. On se réfère alors aux ensembles d'*a priori* définis ci-dessus (*a priori* du Minnesota)¹⁰.

Durant le processus de construction du modèle, il est important de se rappeler que l'objet de l'étude est l'obtention de prévisions de bonne qualité. En conséquence, le critère final pour retenir un modèle spécifique correspond à la précision des estimations plutôt qu'aux résultats des tests classiques de spécification ou tout autre critère en échantillon.

Le BVAR est estimé équation par équation à l'aide de la technique d'estimation "mélangée" proposée par Theil (1963¹¹, 1971¹²), qui utilise l'échantillon pour modifier les *a priori*. Il s'agit en fait d'une procédure de "mélange" entre un simple modèle autorégressif et un modèle VAR non-contraint, aucun des deux n'apparaissant comme satisfaisant. Le but est de conserver simultanément la précision en termes prévisionnels du modèle autorégressif et la capacité à prendre en compte les interactions entre les variables du modèle VAR non-contraint. L'estimateur mélangé spécifie l'information *a priori* du vecteur de coefficients du modèle en "augmentant" les vecteurs de données "d'observations muettes". THEIL (1963) a montré que dans l'équation $y_t = z_t \alpha + v_t$, une distribution *a priori* sur le vecteur des paramètres peut être imposée par le biais d'observations muettes de la forme :

$$[8] \quad r = R\alpha + v$$

où $R_{(k,k)}$ est une matrice composée de constantes connues,
 $r_{k,l}$ est un vecteur de valeurs correspondantes aux moyennes des distributions *a priori* des paramètres,
 v_{kl} est un vecteur d'éléments aléatoires, indépendant de v , de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance σ_v . Ce vecteur reflète l'incertitude concernant les valeurs des moyennes spécifiées dans r .

Ces observations muettes sont utilisées de la manière suivante :

$$[9] \quad \begin{bmatrix} y \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ R \end{bmatrix} \alpha + \begin{bmatrix} v \\ v \end{bmatrix} \text{ où } \begin{bmatrix} v \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_v & 0 \\ 0 & \sigma_v \end{bmatrix}.$$

L'estimateur "mélangé" est alors le suivant :

10. Ainsi, on a par exemple supposé que la plupart des variables macroéconomiques pouvaient être approximées par une marche aléatoire avec dérive ("meilleur ajustement *a priori*"), soit pour une équation i du système :

$$x_{i,t} = h_{01} + x_{i,t-1} + e_{i,t}.$$

Autrement dit, la moyenne *a priori*, a_0 , pour la i ème équation sera centrée sur l'élément $h_{j1,i}$ ($l = 1, \dots, m; i, j = 1, \dots, k$), égal à un pour $j = i$ et $l = 1$ et zéro autrement. A première vue, cette information apparaît comme excessivement contraignante. Cependant, on a vu précédemment que le "degré de contrainte" dépendra de la dispersion associée à chaque coefficient ($\sqrt{V(h_{j1,i})}$).

11. Theil H. (1963) "Use of Incomplete Prior Information in Regression Analysis", *Journal of the American Statistical Association*, 58, pp. 401-414.

12. Theil H. (1971) : *Principles of Econometrics*, Wiley, New-York.

$$[10] \quad \hat{\alpha}_M = (z'z + R'R)^{-1}(z'y + R'r).$$

Les prévisions issues des modèles Bayésiens Vectoriels Autorégressifs (BVAR) sont calculées comme suit : pour chaque variable et chaque horizon temporel de prévision a été retenu un modèle BVAR spécifique. En effet, le modèle BVAR (associé à une certaine combinaison des valeurs des hyperparamètres) qui apparaissait comme "optimal" pour l'une des variables semblait bien maladif en termes de capacités prévisionnelles pour les autres variables. De la même façon, le modèle BVAR optimal retenu pour l'une des variables à un horizon prévisionnel de six mois s'est avéré différent du modèle optimal retenu en vue de prévisions à douze mois pour la même variable.

Par ailleurs, pour comparer les prévisions des modèles à celles des experts, nous aurions dû réestimer nos modèles tous les six mois. Toutefois, une telle estimation est apparue comme excessivement lourde et peu utile : si une réestimation des modèles doit être effectuée à chaque six nouvelles observations, les temps de calcul des prévisions vont rapidement devenir explosifs. Pour remédier à ce "défaut", deux "améliorations" ont été apportées : en premier lieu, tous les modèles (univariés, VAR et BVAR) ont été réestimés tous les cinq ans (soit en 1960.12, 1965.12, 1970.12, 1975.12, 1980.12 et 1985.12) ; en second lieu, comme nous l'avons précédemment signalé, les modèles sont à coefficients variables (utilisation de la méthodologie associée au filtre de KALMAN), ce qui permet d'introduire une certaine flexibilité et tend ainsi à les rapprocher de modèles réestimés tous les six mois.

Pour le choix des modèles BVAR, le critère d'optimalité retenu a été le RMSE (racine de l'erreur quadratique moyenne) et la statistique de Theil : à chaque date d'estimation t d'un modèle, pour chaque variable et pour chaque horizon prévisionnel, une recherche sur un ensemble de valeurs pour les hyperparamètres a été effectuée. Le travail de sélection de modèle s'effectue en deux temps :

Dans un premier temps, les divers modèles sont estimés sur une période plus courte que la période t , soit $(t - \theta)$, dans le but de réaliser des prévisions entre $t - \theta$ et t . Le modèle retenu est celui dont la combinaison des hyperparamètres permet l'obtention d'une statistique de THEIL (calculée sur les erreurs de prévision entre $(t - \theta)$ et t) minimale.

Dans un second temps, le modèle retenu est réestimé jusqu'à la date t et des prévisions sont effectuées à un horizon correspondant à l'horizon retenu initialement. Illustrons notre propos.

Considérons le modèle BVAR estimé sur la période 1947.1-1960.12 pour la variable Indice de la Production Industrielle en vue de prévisions à six mois. Un grand nombre de modèles a été estimé sur la période 1947.1-1957.12 selon différentes combinaisons des valeurs des hyperparamètres. Pour chaque modèle des prévisions à six mois tous les mois ont été réalisées sur la période 1958.1-1960.12. La sélection des modèles s'est alors effectuée sur la base de la statistique de Theil minimale associée à la variable Indice de la Production Industrielle. Une fois le "meilleur" modèle retenu, ce dernier a été réestimé

sur la période 1947.1-1960.12 et des prévisions à six mois tous les six mois (modèle à coefficients variables) ont été réalisées jusqu'en 1965.12, date de réestimation du modèle.

Concernant les valeurs des hyperparamètres, la recherche a été effectuée en premier lieu en fonction des intervalles de valeurs obtenus par différents auteurs : TIGHT a pris les valeurs 0,001 ; 0,005 ; 0,01 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,15 ; 0,2 et 0,25, OTHER a pris les valeurs 0,001 ; 0,005 ; 0,01 ; 0,05 et 0,1 et DECAY a pris les valeurs 1,0 ; 1,5 et 2,0 (soit 120 modèles estimés à chaque fois). A partir des valeurs "optimales" obtenues, un affinement manuel a été systématiquement effectué.

2.4 - Critères de sélection

L'évaluation des prévisions s'effectue traditionnellement à l'aide de critères statistiques. Il s'agit de classer sur une période donnée les différentes prévisions à partir de critères de précision. Les deux statistiques communément utilisées sont l'erreur absolue moyenne (MAE) et la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne (RMSE). Les formules donnant ces statistiques sont :

$$[11] \quad MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| {}_{t+k}z_t^e - z_{t+k} \right|$$

$$[12] \quad RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T ({}_{t+k}z_t^e - z_{t+k})^2}$$

où ${}_{t+k}z_t^e$ est la prévision faite en t pour l'horizon k , z_{t+k} est la valeur observée en $(t+k)$ et T est le nombre de prévisions.

Or ces statistiques peuvent être trompeuses dans certains cas. Par exemple lorsque l'unité de mesure des prévisions est différente : une prévision faite en milliers de francs n'aura pas la même erreur qu'une autre mesurée en millions de francs. Pour éviter ce problème, la statistique de THEIL peut être utilisée (elle résout le problème de dimension). Cette dernière, notée U , peut être appréhendée comme le RMSE d'une prévision divisé par le RMSE d'une prévision naïve. On a alors :

$$[13] \quad U = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T ({}_{t+k}z_t^e - z_{t+k})^2}{\sum_{t=1}^T (z_{t+k} - z_t)^2}}$$

Lorsque l'on est en présence de prévisions parfaites, on a $U = 0$. $U = 1$ implique que la valeur prévue pour $(t+k)$ est la même que la valeur observée

L'ANALYSE BAYÉSIENNE PEUT-ELLE INCITER LES EXPERTS...

en t et $U > 1$ indique que le RMSE de la prévision est plus grand que celui que l'on obtiendrait en anticipant pour $(t + k)$ la valeur observée en t .

TABEAU 1

**Critères statistiques de sélection du meilleur modèle de prévision
à six mois sur la période 1961.1-1990.12 (60 prévisions)**

<i>Indice de la Production Industrielle</i>						
	Experts	Naïves 1	Naïves 2	AR	VAR	BVAR
MAE	3,9406	3,72	3,3489	3,7363	3,5719	3,5338
RMSE	4,7594	4,4035	4,668	4,5135	4,5517	4,4307
U	1,0808	1	1,0601	1,0250	1,0337	1,0062
<i>Indice des prix à la Consommation</i>						
	Experts	Naïves 1	Naïves 2	AR	VAR	BVAR
MAE	1,8773	5,1933	1,8789	2,0611	2,4312	2,0071
RMSE	2,6421	6,6075	6,6457	2,8411	3,4596	2,8742
U	0,3998	1	1,0058	0,4103	0,5236	0,435
<i>Indice Standard and Poors</i>						
	Experts	Naïves 1	Naïves 2	AR	VAR	BVAR
MAE	17,0413	15,0295	19,5932	15,1128	15,041	15,1404
RMSE	24,888	21,5233	32,5557	23,1152	22,8699	22,4036
U	1,1563	1	1,5126	1,0740	1,0626	1,0409

TABEAU 2

**Critères statistiques de sélection du meilleur modèle de prévision
à douze mois sur la période 1961.1-1990.12 (59 prévisions)**

<i>Indice de la Production Industrielle</i>						
	Experts	Naïves 1	Naïves 2	AR	VAR	BVAR
MAE	5,2798	6,2937	5,7320	6,6106	6,6305	5,7142
RMSE	6,5399	7,4966	7,3376	8,1554	8,2270	7,3613
U	1,481	1	0,9788	1,0879	1,0974	0,982
<i>Indice des prix à la Consommation</i>						
	Experts	Naïves 1	Naïves 2	AR	VAR	BVAR
MAE	3,5871	10,361	5,2563	4,1397	5,218	9,2621
RMSE	5,0741	12,8685	7,2631	5,2771	7,044	5,1961
U	0,7263	1	0,5644	0,4101	0,5474	0,4038
<i>Indice Standard and Poors</i>						
	Experts	Naïves 1	Naïves 2	AR	VAR	BVAR
MAE	21,5989	20,8576	23,3658	22,0769	21,9309	20,3296
RMSE	30,0916	28,1129	35,79	30,6327	29,601	27,2745
U	1,3885	1	1,2731	1,0896	1,0529	0,9701

Six "méthodes" de production de prévisions ont été retenues :

– les prévisions des experts réalisées à six mois (tableau 1) et à douze mois (tableau 2) tous les six mois. Concernant le mode de formation de ces anticipations, peu d'informations sont disponibles. Par exemple, dans

le questionnaire Livingston, il n'est pas demandé aux experts comment ils forment leurs prévisions. Il est alors quasiment impossible de savoir si les niveaux prévus des variables proviennent des modèles économiques. Pour certaines prévisions cependant, il est possible d'avoir des informations sur les origines des valeurs prévues. MCNEES (1981) a pu obtenir de telles informations auprès de treize organismes ou entreprises dont une partie non négligeable du chiffre d'affaire provenait de l'activité de prévision. Parmi ceux-ci, deux fournissent gratuitement leurs prévisions aux éventuels utilisateurs, deux autres réalisent des prévisions pour leur propre usage alors que les neuf autres vendent leurs prévisions. Il apparaît que les niveaux prévus des variables proviennent de la combinaison des modèles économiques, du jugement et soit de l'interaction entre les deux, soit de l'analyse des données. Les influences des sources de prévision varient en fonction des années. MCNEES (1981) a pu obtenir approximativement les pourcentages des différentes techniques de prévision utilisées lors de la première année de réalisation des prévisions de chaque organisme. Les modèles économétriques occupent la première place : entre 45 et 100 % des prévisions de la première année proviennent de ces modèles. L'utilisation du jugement des organismes ou entreprises de prévision est la deuxième source de formation des prévisions : entre 20 et 50 % des prévisions de la première année proviennent de cette technique. La troisième technique utilisée influence les prévisions à hauteur de 5 à 10 % : il s'agit de l'interaction des deux techniques précédentes, de l'analyse des données, ... Il aurait été intéressant d'étudier l'évolution des proportions des trois techniques au fil des prévisions selon les organismes. Malheureusement, les entreprises dont les prévisions sont analysées par MCNEES (1981) n'ont pas fourni ces statistiques, pour des raisons évidentes.

- les prévisions naïves (naïves 1) qui consistent à retenir la dernière valeur observée de la série mensuelle, soit la valeur six mois plus tôt pour les prévisions à six mois (tableau 1) et la valeur douze mois plus tôt pour les prévisions à douze mois (tableau 2),
- les prévisions naïves (naïves 2) pour lesquelles on anticipe que le dernier taux de croissance va à nouveau se réaliser,
- les prévisions de modèles univariés de type ARIMA,
- les prévisions de modèles Vectoriels Autorégressifs (VAR). La sélection de modèles s'est faite selon la méthodologie décrite ci-dessus et les critères d'AKAIKE et de SCHWARZ,
- les prévisions issues de modèles Bayésiens Vectoriels Autorégressifs (BVAR).

Le premier tableau donne les résultats des critères de qualité des divers modèles retenus pour des prévisions à six mois réalisées tous les six mois. On observe en premier lieu que dans deux cas sur trois le modèle BVAR bat tous les autres modèles sur la base de la statistique de THEIL (en dehors des prévisions naïves 1) :

- dans le cas de l'indice de la production industrielle la statistique de THEIL est de 7,4 % plus faible pour les prévisions BVAR que pour les prévisions des

experts. Le second meilleur modèle est le modèle univarié. On remarque par ailleurs qu'aucun modèle ne permet de battre les simples prévisions naïves.

– dans le cas de l'indice Standard and Poors 425, la statistique de THEIL est de 11,08 % plus faible pour les prévisions BVAR que pour les prévisions données par les experts. A nouveau, aucun modèle n'est cependant capable de produire des prévisions d'une qualité supérieure aux prévisions naïves 1, du point de vue des critères statistiques retenus.

A l'inverse, pour la série Indice des Prix à la Consommation, la majorité des modèles fournissent des prévisions meilleures que les prévisions naïves. En particulier, les experts, avec une statistique de THEIL de 0,3998 obtiennent les résultats les plus intéressants. L'observation des graphiques des séries indique que cette série est la plus "lisse", ou autrement dit la moins sujette à des évolutions erratiques. L'intuition pousse à conclure qu'elle est également la plus "facile" à prévoir.

Concernant les prévisions à douze mois réalisées tous les six mois, dont on retrouve les critères statistiques associés dans le tableau 2, un fait remarquable apparaît en premier lieu : pour les trois séries retenues non seulement les prévisions issues des modèles BVAR sont de meilleure qualité que celles données par les experts mais de plus elles battent systématiquement les prévisions naïves 1.

Ainsi, pour la série Indice de la Production Industrielle, la statistique de THEIL des prévisions BVAR est de 50,8 % plus faible que celle associée aux prévisions des experts. On note cependant dans ce premier cas que si les prévisions BVAR battent les prévisions naïves 1, elles restent d'une qualité moindre (l'écart étant toutefois faible) par rapport aux prévisions naïves 2.

Pour la série de l'Indice Standard and Poors, la statistique de THEIL associée aux prévisions BVAR a une valeur inférieure à l'unité : ainsi, **le modèle BVAR permettrait de mieux prévoir l'évolution de l'indice boursier qu'un simple modèle de marche aléatoire.**

La conclusion que l'on peut donner à ce niveau est relativement en faveur de la modélisation BVAR, en particulier sur un horizon de prévision long. Par ailleurs, quel que soit l'horizon retenu, les modèles VAR paraissent peu prometteurs en terme prévisionnels, puisque même pour les prévisions à six mois de l'indice des prix à la consommation (où le BVAR est peu performant comparativement aux prévisions des experts et même par rapport à une modélisation univariée), le critère de Theil reste supérieur à celui du modèle BVAR.

A l'inverse des BVAR, on observe une nette détérioration des capacités prédictives des experts pour les trois séries lorsque l'horizon temporel s'allonge.

Conclusion

Les résultats obtenus en termes de critères statistiques de sélection de modèles de prévisions semblent davantage aptes à départager les prévisions. On retiendra en particulier la capacité des modèles BVAR à prévoir l'indice Standard and Poors 425 à douze mois non seulement mieux que les experts, mais également mieux que la simple marche au hasard, cette capacité s'étendant à un horizon prévisionnel de six mois si l'on arrête l'échantillon en 1972.12. Dans tous les cas où les prévisions des modèles BVAR battent les prévisions des experts et/ou de la marche aléatoire, le résultat peut être considéré comme important. En effet, la modélisation BVAR appliquée dans ce travail peut être qualifiée de "minimale" et des améliorations pourraient sans doute y être apportées. Par exemple, les séries indice de la production industrielle et indice des prix à la consommation sont plus ou moins sujettes à une saisonnalité. Des séries corrigées des variations saisonnières ont en conséquence été utilisées dans ce travail. Or RAYNAULD et SIMONATO (1993) signalent à ce sujet qu'il est préférable de travailler sur des séries brutes et d'introduire un hyperparamètre visant à prendre en compte la saisonnalité plutôt que de travailler sur des séries désaisonnalisées. D'autre part, la recherche quant à la valeur des hyperparamètres pourrait être plus précise (cf. annexe 2) en allant jusqu'à trois ou quatre chiffres après la virgule, ou l'on pourrait également construire un modèle BVAR comprenant davantage de variables ... Bien entendu, on peut considérer ces apports comme négligeables et alourdissant considérablement le travail pour le prévisionniste, alors même que l'intérêt des modèles BVAR réside dans le faible nombre de paramètres à estimer par rapport aux modèles structurels¹³.

Nous reprendrons à notre compte la conclusion très bayésienne dans l'esprit (bien que l'auteur apparaisse comme peu convaincu quant à la supériorité en termes prévisionnels des modèles BVAR) apportée par McNees (1986, p. 31) : "Tout comme les modèles macroéconométriques traditionnels ont été "trop vendus" durant les années soixante et le début des années soixante-dix, conduisant à une déception et à un rejet à la fin des années soixante-dix et au cours des années quatre-vingt, il y a un risque que l'approche VAR pour modéliser et prévoir soit à son tour convaincu d'être une alternative supérieure à l'approche plus traditionnelle. Il semblerait plus riche de concevoir les deux approches moins comme des rivales que comme des outils complémentaires qui peuvent projeter différents types de lumières sur notre vision trouble de ce à quoi l'avenir ressemblera et sur ce que nous pouvons faire".

13. Signalons que LITTERMAN (1986) a envoyé ses prévisions BVAR à différents clients de DRI, CHASE et WHARTON EFA, les sociétés qui vendent des prévisions. La différence avec les prévisions BVAR, c'est que ces dernières ne sont pas ajustées en fonction de ce que le client "attend". Or, LITTERMAN (1986) indique que "le coût en terme de perte de crédibilité du fait de s'écarter des résultats des autres prévisionnistes doit être contrebalancé par le profit discutable de positionner sa prévision au delà de celles des autres prévisionnistes" (p. 33).

ANNEXES

ANNEXE 1

Test de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992)

Ces derniers ont proposé une stratégie alternative qui consiste en un test de stationnarité sous l'hypothèse nulle contre l'hypothèse alternative de présence d'une racine unitaire.

La statistique de test de stationnarité en niveau dérivée par KWIATKOWSKI et *alm* est la suivante :

$$\hat{\eta}_{\mu} = T^{-2} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{s^2(l)}$$

où S_t est la somme partielle du résidu de la régression de la variable étudiée sur une constante et $s^2(l)$ est un estimateur convergent de σ^2 , construit à partir des mêmes résidus. On utilise un estimateur de la forme :

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^T e_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^l w(s, 1) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$$

où $w(s, l)$ est une fonction de pondération facultative correspondant au choix d'une fenêtre spectrale. KWIATKOWSKI, PHILLIPS, SCHMIDT et SHIN (1992) retiennent la fenêtre triangulaire suggérée par NEWHEY et WEST (1987) : $w(s, l) = 1 - \frac{s}{l+1}$. Celle-ci garantit la non-négativité de $s^2(l)$.

L'analyse du cas de stationnarité en tendance déterministe est très semblable à celui du cas de stationnarité en niveau. Toutefois, le résidu étudié est issu d'une régression de la variable sur une dérive et le temps :

$$\hat{\eta}_r = T^{-2} \sum_{t=1}^T \frac{S_t^2}{s^2(l)}.$$

KWIATKOWSKI, PHILLIPS, SCHMIDT et SHIN (1992) montrent par ailleurs que le test est convergent et que la taille du test ne dépend que des valeurs de T et de l .

L'ANALYSE BAYÉSIENNE PEUT-ELLE INCITER LES EXPERTS...

Tests de stationnarité de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992)

		<i>Indice de la production industrielle</i>		<i>Indice des prix à la consommation</i>		<i>Indice Standard and Poors</i>	
		η_{μ}	η_{τ}	η_{μ}	η_{τ}	η_{μ}	η_{τ}
1947.1-1960.12	l=5	4,2473	0,2156	4,3222	0,3689	4,3736	0,4741
	l=10	2,1757	0,1233	2,2198	0,1984	2,2238	0,2533
	l=15	1,4905	0,0966	1,5224	0,1449	1,5100	0,1827
1947.1-1965.12	l=5	5,7111	0,4620	6,0115	0,4367	5,9579	0,4666
	l=10	2,9240	0,2525	3,0626	0,2341	3,0354	0,2555
	l=15	1,9967	0,1864	2,0816	0,1701	2,0613	0,1885
1947.1-1970.12	l=5	7,2977	1,3836	7,1554	0,8666	7,6077	0,2899
	l=10	3,6878	0,7114	3,6527	0,4527	3,8403	0,1606
	l=15	2,4866	0,4896	2,4860	0,3165	2,5838	0,1209
1947.1-1975.12	l=5	9,1045	1,2148	7,7878	1,6825	8,9638	0,5535
	l=10	4,5895	0,6309	3,9713	0,8648	4,5259	0,2976
	l=15	3,0839	0,4400	2,6993	0,5931	3,0476	0,2151
1947.1-1980.12	l=5	10,7653	1,2528	8,5320	2,2096	10,3347	1,0936
	l=10	5,4273	0,6500	4,3428	1,1300	5,2423	0,5802
	l=15	3,6472	0,4521	2,9457	0,7704	3,5413	0,4113
1947.1-1985.12	l=5	12,4765	0,9451	9,9793	2,8529	11,1429	0,5492
	l=10	6,2851	0,4919	5,0392	1,4387	5,6600	0,2907
	l=15	4,2211	0,3441	3,3916	0,9674	3,8327	0,2063

Bornes du test à 5% η_{μ} : 0,463 et η_{τ} : 0,146 (borne à 10% pour η_{τ} : 0,119) Le choix des retards l s'est effectué selon la méthodologie de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (1992).

ANNEXE 2

Valeurs des hyperparamètres pour des horizons prévisionnels de six et douze mois

horizon de prévision		six mois			douze mois		
		IPI	CPI	SSPI	IPI	CPI	SSPI
1947.1-1960.12	TIGHT	0,25	0,15	0,0001	0,25	0,1	0,0001
	DECAY	1,5	2,00	2,00	1,00	1,5	2,00
	OTHER	0,1	0,1	0,0001	0,05	0,1	0,001
	U THEIL IPI	0,8923	0,9696	0,9483	0,6954	0,9558	0,8328
	CPI	0,7475	0,5872	0,6102	0,4928	0,3428	0,4413
	SSPI	0,9478	0,9502	0,8978	1,1986	1,0190	0,8908
1947.1-1965.12	TIGHT	0,05	0,05	0,001	0,01	0,05	0,001
	DECAY	2,00	2,00	1,5	2,00	2,00	2,00
	OTHER	0,001	0,1	0,01	0,1	0,1	0,1
	U THEIL IPI	0,5579	0,5716	0,6327	0,5849	0,6025	0,6290
	CPI	0,3464	0,3068	0,3350	0,3388	0,1887	0,2097
	SSPI	0,6928	0,6957	0,6877	0,6642	0,6737	0,6572
1947.1-1970.12	TIGHT	0,5	0,15	0,15	0,90	0,15	0,0001
	DECAY	1,00	1,5	2,00	2,0	1,5	2,00
	OTHER	0,1	0,001	0,0001	0,1	0,0001	0,0001
	U THEIL IPI	0,6935	1,1817	1,2062	0,8994	1,4047	1,1348
	CPI	0,4318	0,3431	0,3716	0,4946	0,4092	0,7288
	SSPI	1,3707	1,1019	1,07783	1,6706	1,2332	1,2091
1947.1-1975.12	TIGHT	0,25	1,00	0,05	2,00	0,25	0,15
	DECAY	2,00	1,00	2,00	1,00	1,00	2,00
	OTHER	0,9	0,0001	0,0001	0,1	0,001	0,001
	U THEIL IPI	0,8560	1,2265	1,1489	0,9201	1,4396	1,4146
	CPI	0,3635	0,3000	0,3836	0,3896	0,3618	0,3952
	SSPI	1,2441	1,1627	1,0372	1,3592	1,2008	1,0794
1947.1-1980.12	TIGHT	0,0001	1,00	0,1	0,0001	1,4	0,15
	DECAY	2,00	1,00	2,00	2,00	0,01	2,00
	OTHER	0,001	0,0001	0,2	0,0001	0,0001	0,1
	U THEIL IPI	0,9776	1,1038	1,2296	1,0141	1,1136	1,6116
	CPI	0,8228	0,2408	0,2868	0,7972	0,2079	0,2848
	SSPI	0,9235	1,0130	0,8754	0,8533	0,9938	0,7663
1947.1-1985.12	TIGHT	0,25	0,05	0,35	0,25	0,05	0,45
	DECAY	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	OTHER	0,25	0,0001	0,05	0,05	0,01	0,01
	U THEIL IPI	0,5520	0,7761	0,5765	0,5241	0,8613	0,7106
	CPI	0,3967	0,3294	0,4134	0,4682	0,3343	0,4530
	SSPI	0,7967	0,9069	0,7035	0,7210	0,8371	0,6626

ANNEXE 3

Représentation graphique des séries des prévisions des experts et des prévisions BVAR

Les graphiques suivants correspondent aux prévisions des experts de l'économie à six et douze mois, aux prévisions réalisées à l'aide des modèles BVAR à six et douze mois ainsi qu'aux réalisations des trois variables étudiées. La légende associée est la suivante :

IP167, CPI67, S\$PI : valeurs observées des indices de la production industrielle, des prix à la consommation et du Standard and Poors 425 respectivement.

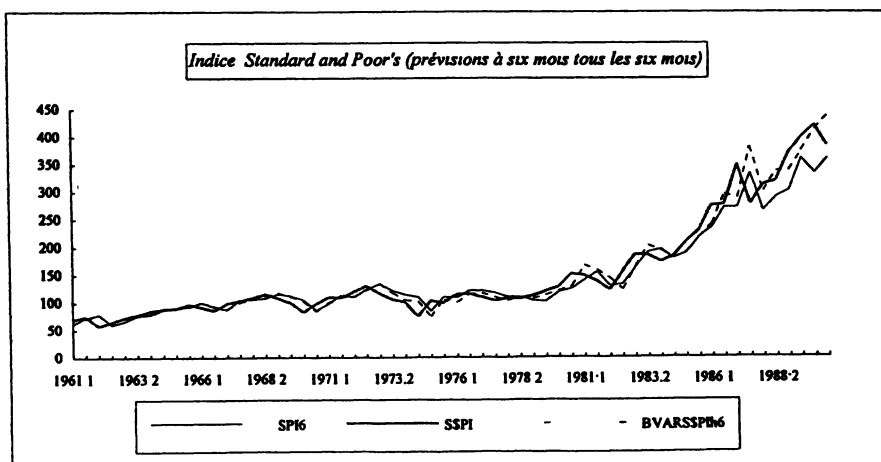
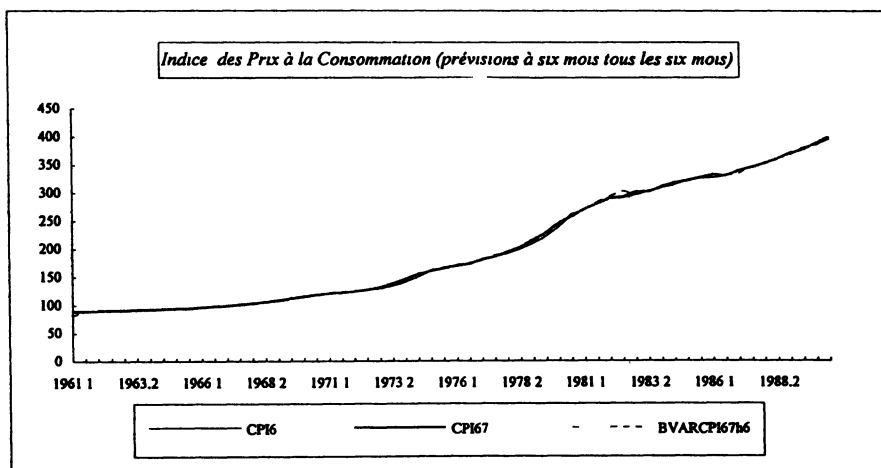
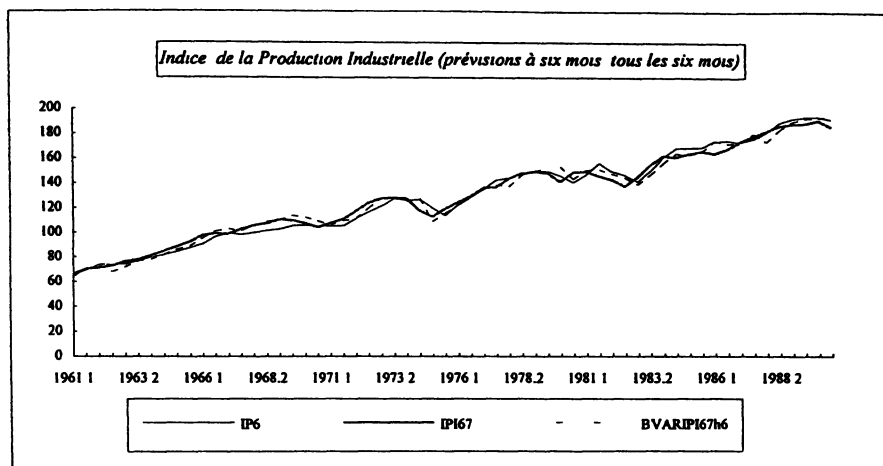
IP6, CPI6, SPI6 : valeurs anticipées à un horizon de six mois par les experts de l'économie des indices de la production industrielle, des prix à la consommation et du Standard and Poors 425 respectivement.

BVARIP167h6, BVARCPI67h6, BVARSS\$pih6 : valeurs prévues à l'aide des modèles BVAR à un horizon de six mois des indices de la production industrielle, des prix à la consommation et du Standard and Poors 425 respectivement.

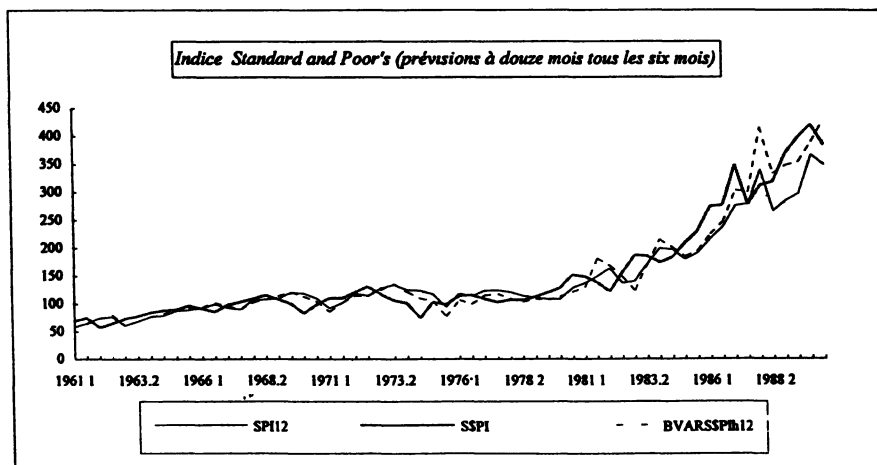
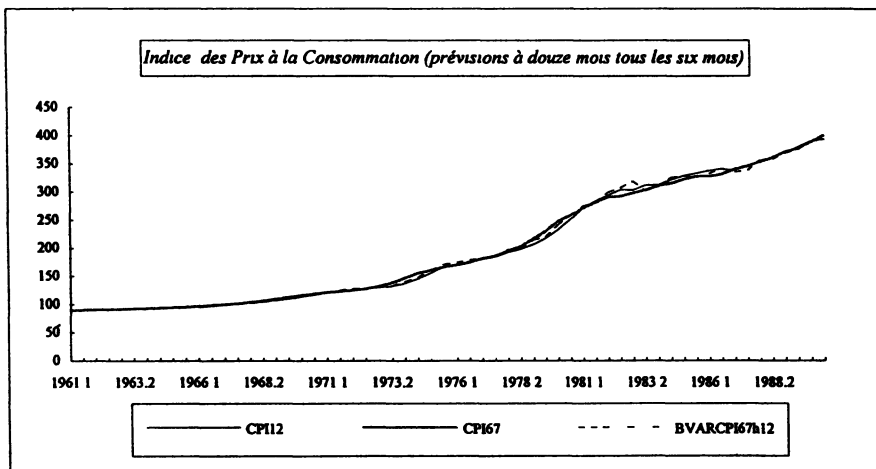
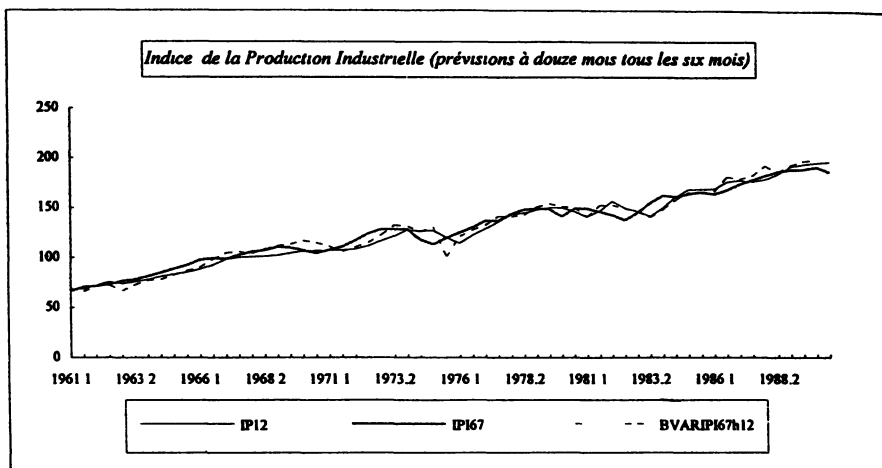
IP12, CPI12, SPI12 : valeurs anticipées à un horizon de douze mois par les experts de l'économie des indices de la production industrielle, des prix à la consommation et du Standard and Poors 425 respectivement.

BVARIP167h12, BVARCPI67h12, BVARSS\$pih12 : valeurs prévues à l'aide des modèles BVAR à un horizon de douze mois des indices de la production industrielle, des prix à la consommation et du Standard and Poors 425 respectivement.

L'ANALYSE BAYÉSIENNE PEUT-ELLE INCITER LES EXPERTS...



L'ANALYSE BAYÉSIENNE PEUT-ELLE INCITER LES EXPERTS...



Bibliographie

- AHLERS D., LAKONISHOK J. (1983) "A Study of Economists' Consensus Forecasts", *Management Science*, vol. 29, n° 10, Octobre, pp. 1113-1125.
- AMIRIZADEH H., TODD R.M. (1984) "More Growth Ahead For Ninth District States", *Quarterly Review*, 8, *Federal Reserve Bank of Minneapolis, Fall*, pp. 8-17.
- ARTIS M.J., ZHANG W. (1990) "BVAR Forecasts for the G-7", *International Journal of Forecasting*, 6, pp. 349-362.
- CANOVA F. (1992) "An Alternative Approach to Modeling and Forecasting Seasonal Time Series", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 10, n° 1, pp. 97-108. January.
- CHA BAEKIN (1993) "External Shocks and the Global Debt Crisis of LDCS : a Quantitative Analysis", *International Economic Journal*, volume 7, n° 1, pp. 49-60, Spring.
- CHARLESON L.R., WEBER E.J. (1993) "Energy Forecasts for Western Australia 1992-2010", *Energy Economics*, pp. 111- 122, Avril.
- CLEMENTS M.P., MIZON G.E. (1991) "Empirical Analysis of Macroeconomic Time Series. Var and Structural Models", *European Economic Review*, 35, pp. 887-932.
- DOAN T. (1990) *User's Manuel : Regression Analysis of Time Series, Version 4.1, Illinois : VAR, Econometrics*.
- DOAN T., LITTERMAN R. and SIMS C.A. (1984) "Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distributions", *Econometric Reviews*, 3(1), pp. 1-100.
- FUNKE M. (1990) "Assessing the Forecasting Accuracy of Monthly Vector Autoregressive Models : The Case of Five OECD Countries", *International Journal of Forecasting*, 6, pp. 363-378.
- GARCIA-FERRER A., HIGHFIELD R.A., PALM F., ZELLNER F. (1987) "Macroeconomic Forecasting Using Pooled International Data", *Journal of Business and Economic Statistics*, 5, pp. 53-68.
- GERLOW M.E., IRWIN S. (1991) "The Performance of Exchange Rate Forecasting Models : an Economic Evaluation", *Applied Economics*, 23, pp. 133-142.
- GRANGER C.W.J. (1966) "The Typical Spectral Shape of an Economic Variable", *Econometrica*, 34, pp. 150-161.
- HAMILTON J.D., COMMENT ON P.J. MILLER, W.T. ROBERDS (1991) "The Quantitative Significance of the Lucas Critique", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol.9, n° 4, p. 388-389, Octobre.

- HOLDEN K., BROOMHEAD A. (1990) "An Examination of Vector Autoregressive Forecasts For the U.K. Economy", *International Journal of Forecasting*, 6, pp. 11-23.
- INGRAM B.F., WHITEMAN C.H. (1994) "Supplanting The 'Minnesota' Prior Forecasting Macroeconomic Time Series Using Real Business Cycle Model Priors", *Journal of Monetary Economics*, 34, pp. 497-510.
- KUNST R., NEUSSER K. (1986) "A Forecasting Comparison of Some VAR Techniques", *International Journal of Forecasting*, 2, pp. 447-456.
- KWIATKOWSKI D., PHILLIPS P.C.B., SCHMIDT P. et SHIN Y. (1992) "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, pp. 159-178.
- LESAGE J.P. (1989) "Incorporating Regional Wage Relations in Local Forecasting Models with a Bayesian Prior", *International Journal of Forecasting*, 5, pp. 37-47.
- LESAGE J.P., MAGURA M. (1991) "Using Interindustry Input-Output Relations as a Bayesian Prior in Employment Forecasting Models", *International Journal of Forecasting*, 7, pp. 231-238.
- LITTERMAN R.B. (1984a) "Forecasting and Policy Analysis With Bayesian Vector Autoregression Models", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, pp.30-41, Fall.
- LITTERMAN R.B. (1984b) "Above-Average National Growth in 1985 and 1986", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, pp.3-7, Fall.
- LITTERMAN R.B. (1986) "Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions- Five Years of Experience", *Journal of Business and Economic Statistics*, January, vol. 4, n°1, pp.25-37.
- LITTERMAN R.B., SUPEL T.M. (1983) "Using Vector Autoregressions to Measure the Uncertainty in Minnesota's Revenue Forecasts", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, pp. 10-22, Spring.
- LIU T., GERLOW M.E., IRWIN S.H. (1994) "The Performance Of Alternative VAR Models In Forecasting Exchange Rates", *International Journal of Forecasting*, 10, pp. 419-433.
- McNESS S.K. (1981) "The Recent Record of Thirteen Forecasters", *New England Economic Review*, pp. 5-21, Septembre-Octobre.
- McNESS S.K. (1985) "Which Forecast Should We Use?", *New England Economic Review*, pp. 36-42, Juillet-Août.
- McNESS S.K. (1986) "The Accuracy of Two Forecasting Techniques : Some Evidence and an Interpretation", *New England Economic Review*, pp. 20-31, Mars-Avril.
- MEESE R. et ROGOFF K. (1983) "Empirical Exchange Rate Models in the Seventies : Do They Fit Out of Sample?", *Journal of International Economics*, vol. 14, pp. 3-24.

- MILLER P.J., ROBERDS W.T. (1991) "The Quantitative Significance of the Lucas Critique", *Journal of Business and Economic Statistics*, vol.9, n° 4, pp. 361-387, Octobre.
- MPACKO PRISO A. (1996) *Anticiper Rationnellement les Cours Boursiers : une Epreuve Hors de Portée ?*, Economie Appliquée.
- NELSON CR., PLOSSER CHARLES I. (1982) "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series", *Journal of Monetary Economics*, 10, pp. 139-162.
- NEWKEY W., WEST K. (1987) "A Simple, Positive Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, vol. 55, n° 3, pp. 703-708, Mai.
- NORDHAUS W.D. (1987) "Forecasting Efficiency : Concepts and Applications", *The Review of Economics and Statistics*, pp. 667-674.
- PRAT G. (1982) *La Bourse et la Conjoncture Economique*, Economica.
- RACETTE D., RAYNAULD J. (1990) *Un Modèle BVAR de Prévision de la Dépense Nominale et d'Analyse de la Politique Monétaire Canadienne*, Document de Travail pour le Séminaire de questions monétaires de la Banque du Canada, 74 p., Juin.
- RACETTE D., RAYNAULD J. (1994) "BVAR Models With Economic Priors : An Application to the Propagation of U.S. Regional Cycles to Canada", *Empirical Economics*, 19, pp. 675-690.
- RAYNAULD J. (1988) "Canadian Regional Cycles : the Québec-Ontario Case Revisited", *Canadian Journal of Economics*, XXI, n° 1, pp. 115-128, Février.
- RAYNAULD J., SIMONATO J.-G. (1993) "Seasonal BVAR Models. A Search Along Some Time Domain Priors", *Journal of Econometrics*, 55, pp. 203-229.
- SIMS C.A. (1991) "a comment on M.P. Clements, G.E. Mizon (1991) : "Empirical Analysis of Macroeconomic Time Series. Var and Structural Models"", *European Economic Review*, 35, pp. 922-932.
- SPENCER D.E. (1993) "Developing a Bayesian Vector Autoregression Forecasting Model", *International Journal of Forecasting*, 9, pp. 407-421.
- TODD R.M. (1984) "Improving Economic Forecasting with Bayesian Vector Autoregression", *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, pp. 18-29, Fall.