JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

PAUL DAMIANI

Loi de mortalité par accident

Journal de la société statistique de Paris, tome 128 (1987), p. 232-238
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1987__128__232_0>

LOI DE MORTALITÉ PAR ACCIDENT

Paul DAMIANI,
Administrateur de l'INSEE, secrétaire général des Sociétés de statistique [1]

On a essayé de déterminer une loi de mortalité donnant par âge, suivant le sexe, la probabilité de décès par accident. Pour cela, on a utilisé la méthode employée pour établir une loi de mortalité non accidentelle, dans laquelle on avait défini une nouvelle échelle des temps basée sur les variations de poids avec l'âge. La loi de mortalité accidentelle trouvée diffère de la loi de mortalité non accidentelle par un terme supplémentaire représentant la mortalité non biologique.

We tried to find a law of mortality by accident giving probability of death, according sex and age. For this purpose, we used the same method as for searching a law of non accidental mortality, where we defined a new scale of time based on variations of weight according age. The law of mortality by accident we found has an additional expression according to the non biological mortality.

INTRODUCTION

Pour étudier la mortalité humaine, on a été amené, dans des travaux antérieurs, à définir une nouvelle échelle des temps à partir des variations de poids d'un individu avec l'âge. En utilisant cette nouvelle échelle des temps, on a pu établir une loi générale de mortalité, accidents exclus, et une loi de mortalité suivant la cause du décès. Ces lois donnent des probabilités annuelles de décès, par année d'âge, suivant le sexe.

Dans la présente étude, on a appliqué la même méthode pour déterminer une loi de mortalité par accident. On a suivi ensuite l'évolution dans le temps des paramètres de cette loi, de 1925 à 1974.

LOI GÉNÉRALE DE MORTALITÉ NON ACCIDENTELLE

On rappelle, tout d'abord, la méthode employée et les principaux résultats obtenus pour déterminer une loi générale de mortalité non accidentelle [1]. Pour établir cette loi, on a été amené à définir une nouvelle échelle des temps.

Définition du temps propre

On propose un changement d'échelle des temps, basé sur la théorie de la relativité restreinte. On remplace le temps t observé par un *temps propre* t_o défini par :

$$\frac{dt}{dt_o} = \frac{P}{P_0} \qquad (1)$$

(1) Institut national de la statistique et des études économiques, 18, boulevard A. Pinard, 75675 Paris Cedex 14.

où P, P_0 sont les poids d'un individu respectivement à l'âge t et à la naissance.

Cette formule s'applique également à la période comprise entre la conception et la naissance, en remplaçant le poids de l'individu par celui de l'ensemble : mère et fœtus.

Si on appelle t_i et t_{i+1}, P_i et P_{i+1} les temps et les poids observés correspondant aux temps propres t_{oi} et $t_{o,\,i+1}$, on a en première approximation :

$$\Delta t_{oi} = \frac{2P_0}{P_i + P_{i+1}} \Delta t_i \tag{2}$$

Cette formule permet de calculer Δt_{oi} à partir de Δt_i, connaissant les variations de poids suivant le sexe et l'âge, tirées d'une étude précédente de P. DAMIANI [2]. On détermine t_{oi} en supposant que l'origine du temps propre correspond à l'origine du temps observé, c'est-à-dire au moment de la conception.

Quotient propre de mortalité

On considère une population fermée que l'on suit de la conception à la mort et soumise à une mortalité donnée. On établir une table de mortalité comprenant les éléments suivants :

l_i, nombre de survivants à l'âge i,

d_i, nombre de décès entre i et $i+1$.

Le quotient annuel de mortalité à l'âge i est la probabilité pour un individu d'âge i de mourir avant l'âge $i+1$; il a pour expression :

$$q_i = d_i/l_i.$$

Au quotient annuel de mortalité q_i, correspond le *quotient propre de mortalité* q_{oi} défini par la relation :

$$q_{oi} = q_i \frac{\Delta t_i}{\Delta t_{oi}} \tag{3}$$

D'après (2), on a :

$$q_{oi} = q_i \frac{P_i + P_{i+1}}{2P_0} \tag{4}$$

A l'aide de la formule (4), on calcule, pour chaque sexe, les quotients propres de mortalité q_{oi} correspondant aux quotients annuels de mortalité tirés d'une table de mortalité par maladie établie par l'INSEE, pour la population de France, pour la période 1966-1970 [3].

Loi générale de mortalité non accidentelle

On trouve la loi générale de mortalité non accidentelle suivante, quel que soit le sexe :

$$\text{Log } q_{oi} = - ct_i \exp \{-\lambda t_{oi}\} \tag{5}$$

avec : $c = 12{,}8942$

$\lambda = 1{,}130$

Interprétation de la loi

On démontre que le logarithme du quotient propre de mortalité doit être de la forme :

$$\text{Log } q_{oi} = K + \beta\, E_i \tag{6}$$

où E_i est le niveau d'énergie atteint à l'âge t_{oi}.

Or, d'après la définition adoptée pour le temps propre, l'énergie E_i est égale à t_i. Il s'ensuit, en comparant avec la formule (5), que le coefficient β a pour expression :

$$\beta = A \exp \{-\lambda t_{oi}\}$$

où A est une constante.

On admet que le coefficient λ est un facteur correctif tenant compte de l'amoindrissement de l'énergie avec l'âge.

Résultats

Les principaux résultats figurent dans le tableau 1. On y trouve, suivant le sexe, les valeurs de t_i en fonction de t_{oi}. On a indiqué également les valeurs du coefficient pondéral : $w_i = (P_i + P_{i+1})/2P_0$. Les valeurs de t_i et w_i sont calculées d'après les formules proposées par ailleurs dans l'étude considérée.

Loi de mortalité par cause

Dans une étude de P. DAMIANI et H. MASSÉ, on a appliqué la même méthode de changement de l'échelle des temps pour déterminer une loi de mortalité par cause, à l'exclusion des accidents [4].

Quotient propre de mortalité par cause

On note $q_i^{(k)}$ le quotient annuel de mortalité de la cause k à l'âge i ou probabilité de décès par la cause k entre l'âge i et l'âge $i+1$.

Il lui correspond le quotient propre de mortalité $q_{oi}^{(k)}$ défini par :

$$q_{oi}^{(k)} = q_i^{(k)}\, w_i$$

où w_i est le coefficient pondéral défini précédemment.

Les données de base sont les taux de mortalité par cause, suivant le sexe et le groupe d'âge, de la période 1970-1974, données rectifiées pour tenir compte des décès de cause non spécifiée [5].

Loi de mortalité par cause

Pour une cause k et un sexe donné, on trouve la loi de mortalité suivante :

$$\text{Log } q_{oi}^{(k)} = -a_k - c_k\, t_i \exp \{-\lambda_k t_{oi}\} \tag{7}$$

où a_k, c_k, λ_k sont des paramètres positifs dépendant de la cause et du sexe.

TABLEAU 1

Temps et coefficient pondéral, suivant le sexe, en fonction du temps propre, pour la mortalité non accidentelle[1]

Temps propre t_{0i}	Temps observé calculé (2) t_i	Coefficient pondéral (3) w_i
	Sexe masculin	
0	0	1,2027
0,5	0,366	1,6839
1	1,121	2,6025
1,5	2,512	3,9430
2	4,711	5,5924
2,5	7,827	7,6268
3	12,152	10,6020
3,5	18,326	14,9769
4	26,943	19,8061
4,5	37,640	22,3671
5	48,700	20,7875
5,5	58,166	16,4744
6	65,570	12,7569
	Sexe féminin	
0	0	1,2389
0,5	0,392	1,7937
1	1,199	2,7474
1,5	2,688	4,1916
2	5,041	5,9612
2,5	8,375	8,1367
3	13,003	11,3190
3,5	19,609	16,0051
4	28,829	21,1834
4,5	40,275	23,9373
5	52,109	22,2586
5,5	62,238	17,6443
6	70,160	13,6799

1. Valeurs calculées à partir des formules proposées dans l'étude sur la mortalité.
2. En années à partir de la conception.
3. On a : $q_{oi} = q_i\, w_i$, avec : $w_i = (P_i + P_{i+1})/2\, P_0$

LOI DE MORTALITÉ PAR ACCIDENT

Données de base

Les données de base sont tirées d'une étude de M. AUBENQUE, P. DAMIANI et L. DERUFFE [5] qui donne l'évolution des taux annuels de mortalité par accident, par sexe et par groupe d'âge, de 1925 à 1974. Les taux observés ont été rectifiés pour tenir compte des décès de cause non spécifiée. Les groupes d'âge retenus sont les suivants : moins d'un an, 1-14, 15-44, 45-64, 65-74, 75 et plus.

Calcul des quotients propres de mortalité

On a calculé, pour la présente étude, les taux annuels moyens de mortalité par accident pour les périodes suivantes : 1925-1936, 1940-1944, 1945-1959, 1960-1974.

On a admis que, pour un sexe donné, le taux annuel moyen d'un groupe d'âge était égal au quotient annuel de mortalité $q_i^{(a)}$ de l'âge central i de ce groupe d'âge.

Connaissant la relation entre t et t_o, on en déduit graphiquement les valeurs de ce quotient pour différentes valeurs de t_o. On calcule ensuite les valeurs du quotient propre de mortalité correspondant $q_{oi}^{(a)}$, en fonction de t_o, par la relation :

$$q_{oi}^{(a)} = q_i^{(a)} w_i$$

Proposition de loi de mortalité par accident

Pour représenter la mortalité par accident, on propose la loi suivante qui s'ajuste bien aux données :

$$\text{Log } q_{oi}^{(a)} = - kt_i - c_a t_i \exp \{- \lambda_a t_{oi}\} \tag{8}$$

où k, c_a, λ_a sont des paramètres positifs dépendant du sexe et de la période considérée.

Calculs pratiques

On applique la méthode suivante.

Pour différentes valeurs de k, on calcule :

$$u_i = - \frac{\text{Log } q_{oi}^{(a)}}{t_i} - k$$

Sur les données correspondant à des valeurs de t_o comprises entre 1 et 6, on ajuste le modèle de régression linéaire :

$$\text{Log } u_i = \text{Log } c_a - \lambda_a t_{oi}$$

On conserve la valeur de k pour laquelle l'ajustement est le meilleur.

On en déduit les valeurs de c_a et λ_a correspondantes.

On notera qu'on avait essayé à l'origine le modèle plus général :

$$\text{Log } q_{oi}^{(a)} = - h - kt_i - c_a t_i \exp \{- \lambda_a t_{oi}\}$$

En appliquant la méthode ci-dessus pour différentes valeurs de h, on avait constaté que la valeur de l'ajustement n'était pas améliorée par l'introduction du paramètre h. On en avait déduit qu'on pouvait supposer $h = 0$.

Résultats

Le tableau 2 donne, par période, les valeurs des paramètres k, c_a et λ_a suivant le sexe.

Paramètre λ_a

Mise à part une augmentation au cours de la période 1940-1944, la valeur de λ_a varie peu dans le temps. Entre les périodes 1925-1936 et 1960-1974, cette valeur diminue légèrement de 1,341 à 1,302, pour le sexe masculin, et augmente faiblement de 1,170 à 1,184 pour le sexe féminin. La valeur du sexe masculin est supérieure à celle du sexe féminin de 15 p. 100 en 1925-1936 et de 10 p. 100 en 1960-1974.

Paramètre c_a

On constate une faible variation dans le temps de la valeur du paramètre c_a. Entre les périodes 1925-1936 et 1960-1974, il y a une diminution de 10 p. 100 de la valeur de ce paramètre, pour le sexe masculin, et une augmentation de 1 p. 100 pour le sexe féminin. La valeur du sexe masculin est, en moyenne, supérieure de 33 p. 100 à celle du sexe féminin.

Paramètre k

Les valeurs du paramètre k sont pratiquement les mêmes quel que soit le sexe. En ne tenant pas compte de la baisse importante de la valeur de ce paramètre au cours de la période 1940-1944, on constate une diminution dans le temps de 8 p. 100 entre les périodes 1925-1936 et 1960-1974.

TABLEAU 2

Valeurs des paramètres de la loi de mortalité par accident, par période, suivant le sexe

Période	Sexe masculin			Sexe féminin		
	k	c_a	λ_a	k	c_a	λ_a
1925 1936	0,0563	20,6105	1,341	0,0568	14,8738	1,170
1940 1944	0,0467	19,6740	1,409	0,0456	14,0370	1,229
1945 1959	0,0550	18,7801	1,309	0,0538	14,5414	1,168
1960 1974	0,0516	18,6119	1,302	0,0528	15,0910	1,184

Interprétation

La formule de loi proposée décompose le logarithme du quotient de mortalité par accident, en deux termes.

1) Le terme : $-c_a t_i \exp\{-\lambda_a t_{oi}\}$ se retrouve également dans la loi de mortalité par maladie. Il représente donc la part de mortalité d'origine biologique, c'est-à-dire la probabilité de décès par accident liée au comportement de l'individu.

On peut supposer que λ_a est lié à la probabilité pour un individu d'avoir un accident, cette probabilité étant d'autant plus grande que la valeur de λ_a est plus élevée. On peut admettre aussi que c_a se réfère à la probabilité que cet accident soit mortel, cette probabilité étant d'autant plus faible que la valeur de c_a est plus élevée.

2) Le terme : $-kt_i$ représente la part de mortalité non biologique, c'est-à-dire celle due aux conditions extérieures. C'est la probabilité d'avoir un accident quelle que soit la nature de l'individu considéré. Dans la formule donnant le quotient propre de mortalité, ce terme intervient sous la forme d'un facteur multiplicatif : $\exp\{-kt_i\}$, qui diminue avec l'âge.

En différenciant, on trouve qu'à âge égal, le quotient de mortalité varie en sens contraire de k.

Validité des résultats

Compte tenu des erreurs d'observation sur les données qui peuvent être non négligeables, les valeurs trouvées pour les paramètres de la loi doivent être considérées comme des approximations des valeurs réelles. D'autres formules pourraient sans doute être proposées; celle choisie dans cette étude a le mérite d'être simple.

CONCLUSION

L'utilisation de la nouvelle échelle des temps basée sur les variations de poids d'un individu avait permis d'obtenir une forme simple pour la loi de mortalité par maladie. On a montré, dans cette étude, que l'emploi de cette échelle fournissait également une expression presque aussi simple de la loi de mortalité par accident. Un autre avantage de cette méthode est la possibilité d'interpréter la signification des paramètres des lois ainsi obtenues.

RÉFÉRENCES

[1] DAMIANI P. — Recherche d'une loi générale de mortalité. *Journal de la Société de statistique de Paris*, tome 126, nº 2, 1985, 63-76.

[2] DAMIANI P. — Évolution du poids du corps humain avec l'âge. *Journal de la Société de statistique de Paris*, tome 118, nº 2, 1977, 154-164.

[3] DINH Q.C. — Table de mortalité de la population de la France pour la période 1966-1970. Collection de l'INSEE, D 49, novembre 1976, 3-96, 163-170.

[4] DAMIANI P., MASSÉ H. — Loi de mortalité par cause. *Journal de la Société de statistique de Paris*, tome 118, nº 3, 1987, 163-170.

[5] AUBENQUE M., DAMIANI P., DERUFFE L. — La mortalité par cause en France de 1925 à 1974. *Journal de la Société de statistique de Paris*, tome 119, nº 3, 1978, 276-295.