

J. GARNIER

A propos des conflits du travail. Étude d'un modèle de Herbert Simon

Journal de la société statistique de Paris, tome 110 (1969), p. 58-63

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1969__110__58_0

© Société de statistique de Paris, 1969, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

A PROPOS DES CONFLITS DU TRAVAIL ÉTUDE D'UN MODÈLE DE HERBERT SIMON

1^{re} Partie : INTRODUCTION ET RAPPELS

Le modèle dont il va être question a été exposé dans un article paru (1951) dans *Econometrica* et reproduit dans *Models of Man*, un recueil d'articles de H. A. SIMON (1957) [1, 2].

Ce modèle s'inspire de la théorie des jeux dont les possibilités d'application à l'économie venaient d'être mises en lumière par J. VON NEUMANN et O. MORGENSTERN (*Theory of Games and Economic Behaviour*, 1^{re} édition 1944) [3]. Il a été conçu antérieurement aux théories du marchandage et des jeux coopératifs de NASH [4, 5] dont nous ferons usage plus loin.

Très simplement, on imagine deux joueurs, B (l'employeur), \bar{W} (le travailleur) et deux variables : ω le salaire et x le mode de travail. On se place à une date t où la grève ou le *lock-out* a arrêté le travail. Les discussions portent sur la valeur à donner à ω de façon à obtenir l'accord de B et \bar{W} et reprendre le travail. Mais il s'agit en fait du choix du couple (x, ω) de variables.

La signification exacte de x n'est pas tellement claire; il semble qu'on puisse y voir la façon de servir, la cadence de travail, mais aussi la nature de la tâche confiée à un certain salarié.

Ainsi on aura embauché M. A comme employé de bureau ou manœuvre et l'on pourra l'utiliser dans divers postes de travail suivant les besoins du moment. Pour le personnel qualifié, il est bien connu qu'on l'utilise souvent au-dessus ou au-dessous de son niveau de qualification officiel.

La lettre x désigne en somme un certain point de l'ensemble X des situations possibles, pour chacun des membres du personnel. Pour simplifier, l'auteur fait bien vite de x l'abscisse d'un point sur un axe X, ce qui est certainement abusif.

La lettre ω désigne également un certain point de l'ensemble \mathcal{W} des salaires des divers membres du personnel. On l'assimile également à un point sur un axe, ce qui est admissible dans la mesure où les salaires sont indexés sur une rémunération de base.

Il vaut la peine de poursuivre l'étude, malgré l'arbitraire des schématisations. On considère que les discussions entre B et \bar{W} portent essentiellement sur ω pour un choix donné de x , autrement dit sur la position d'un point (x, ω) sur la verticale (x) .

En revanche, une fois le travail repris, ω ne change plus, mais B essaie de modifier à son avantage la valeur de x : le point (x, ω) se déplace sur l'horizontale (ω) : en effet, l'employeur essaie de tirer le meilleur parti de son personnel, qu'il connaît mieux qu'au moment de l'embauche — qu'il s'agisse d'accroître le rythme de travail ou de changer de poste telle ou telle personne. Inversement le travailleur \bar{W} essaie de modifier x dans une autre direction (cadences moins rapides, etc.) — jusqu'à la prochaine grève ou le prochain *lock-out*.

SIMON s'est proposé de montrer que B et \bar{W} auraient intérêt l'un et l'autre à ce que le contrat de travail ne porte pas sur le choix d'un point (x, w) mais d'un certain ensemble de points (X, w) , c'est-à-dire un ensemble X de points x . L'adaptation des ressources en personnel en vue du meilleur rendement profiterait aussi finalement aux travailleurs en éliminant une partie des pertes de salaires dues aux grèves.

Il ne semble pas *a priori* qu'un modèle de jeu soit tellement bien choisi pour l'étude de ces problèmes. La théorie des jeux suppose qu'il existe chez les deux joueurs une connaissance parfaite des gains et des pertes qui résulteraient pour chacun de sa propre décision et de la décision de l'autre. La seule inconnue est, justement, la décision de l'autre.

Dans le cas présent, au contraire, il convient de supposer que le joueur B ne possède (au moment de la négociation) qu'une connaissance imparfaite des gains que lui fournira le choix de (x, w) ; c'est à l'usage qu'il désire remplacer (x, w) par (x', w) , en accroissant la « productivité » de (x) à (x') . On peut imaginer que les gains de B sont en partie aléatoires, B pouvait donc choisir (x, w) pour maximiser non ses gains, mais tout au plus leur espérance mathématique. C'est un artifice mathématique courant pour traduire une connaissance imparfaite.

On voit que le modèle commence à se compliquer. Peu après SIMON, les conflits du travail ont été aussi traités par ШУБИК (1952) [6] de façon à faire intervenir en outre dans le modèle les cycles économiques; le jeu est alors totalement faussé par la méconnaissance que les joueurs (B ou \bar{W}) ont des conséquences de leurs décisions éventuelles sur les gains et pertes des deux parties. Le but de ce dernier article est alors de faire ressortir l'intérêt d'une politique gouvernementale anticyclique.

Sans nier l'intérêt que présentent les prolongements du modèle initial, nous nous en tiendrons ici au modèle initial de SIMON; mais nous en ferons une étude plus poussée que celle déjà publiée.

2^e Partie : LE MODÈLE DE SIMON. SON ÉTUDE

21. Le modèle

En premier lieu nous poserons avec SIMON :

$$S_1 = F_1(x) - a_1 w \quad (\text{B})$$

$$S_2 = F_2(x) + a_2 w \quad (\text{W})$$

les S_1 étant les *utilités* du choix commun (x, w) respectivement pour l'employeur B et le travailleur \bar{W} . Dans ces formules a_1 et a_2 sont deux constantes positives.

On s'est demandé ce que représentaient a_1 et a_2 . Étant donné que le salaire w est une somme transférée de B vers \bar{W} , on peut imaginer ($a_2 < 1$) qu'une partie du salaire est retenue par la puissance publique (fraction $1-a_2$) et que l'employeur B lui-même est astreint à des taxes et charges sociales proportionnelles à w (taux : $a_1-1, a_1 > 1$).

A vrai dire SIMON ne nous a pas éclairé sur la signification de a_1 et a_2 ; et il est tout aussi admissible de considérer que w est plus utile à W qu'à B, de sorte que ($a_2 > 1, a_1 < 1$) sont des coefficients de conversions destinés à vérifier deux échelles différentes d'utilités. On verra qu'à aucun moment il ne sera nécessaire d'élucider sur ce point la pensée de l'auteur.

De toute manière S_1, S_2 sont des utilités (et non des satisfactions) et nous serons amené à utiliser la combinaison linéaire ($a_1 S_1 + a_2 S_2$) de ces utilités, ce qui suppose (nous semble-t-il) que ce sont des *utilités transférables* au sens de la théorie des jeux classiques :

Il est commode d'envisager les seuils $S_1 = 0$ et $S_2 = 0$ d'utilité nulle.

$S_1 = 0$: le salaire est si élevé ou le rendement si bas que l'employeur n'a plus intérêt à maintenir l'affaire en activité.

$S_2 = 0$: le salaire est si bas ou la cadence est si pénible que le salarié ne travaille que contraint et forcé.

Ces seuils correspondent à deux équations, respectivement

$$\begin{aligned} w &= w_1 = F_1(x) : a_1 \\ w &= w_2 = F_2(x) : a_2 \end{aligned}$$

dont les graphes γ_1 et γ_2 ont (d'après SIMON) la forme donnée, figure 1.

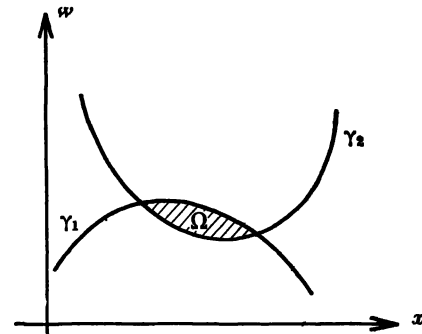


Fig. 1

Pour les valeurs $w > 0$, les courbes d'égale utilité (de B et \bar{W}) se déduisent de γ_1 et γ_2 par une translation parallèlement à l'axe des w :

$$\begin{aligned} &\text{vers le bas } (-a_1 w) \text{ pour } \gamma_1 \\ &\text{vers le haut } (+a_2 w) \text{ pour } \gamma_2 \end{aligned}$$

Il a été admis qu'une aire non vide bornée et convexe (un ensemble Ω non vide borné et convexe de points x, w) existait entre γ_1 et γ_2 . Si une grève doit se terminer par quelque contrat de travail (x, w) , c'est que le choix d'un point (x, w) de l'ensemble Ω aura été fait par B et W.

2.2. Remarques

1. A la différence d'autres schémas de jeu, on n'est pas en présence de 2 variables u et v représentant l'une la décision du joueur U et l'autre celle du joueur V. Présentement, les deux joueurs B et \bar{W} doivent *négoier* pour se mettre d'accord sur le couple de variables (x, w) .

2. La forme de γ_1 et γ_2 peut surprendre. A un niveau d'utilité constant, le travailleur \bar{W} n'accepte d'accroître sa cadence (x) que s'il est mieux payé, et la fonction $w_2(x)$ serait nécessairement croissante. La fatigue l'amènerait à exiger (dw/dx) croissante; et la fonction w_2 serait convexe.

De même (à utilité constante) l'employeur B n'accepterait pas d'accroître w sans croissance du rendement x ; w_1 serait aussi croissante mais plutôt concave, car un accroissement illimité du salaire n'est pas dans les habitudes de B.

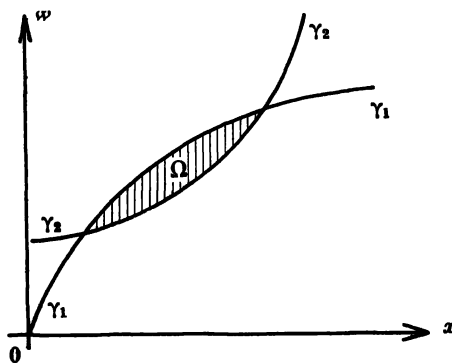


Fig. 2

Il n'est pas vraisemblable par conséquent que, dans l'esprit de SIMON la variable x soit synonyme de rendement; il admet que tant pour \bar{W} que pour B les courbes d'égale utilité présentent un sommet; pour un niveau de salaire w donné, elles offrent 2 valeurs possibles de x . Pour l'employeur B il y a un maximum de salaire qu'il n'est pas disposé à dépasser; pour le travailleur W il existe au contraire un minimum. Bien entendu il ne leur correspond pas du tout la même valeur x .

Sur la figure 2, on a représenté ce qui pourrait être γ_1 et γ_2 si x est assimilable à un rendement, une cadence de travail. L'ensemble Ω existe encore.

L'existence d' Ω et le fait qu'il soit borné et convexe paraissent des conditions requises pour qu'on puisse trouver une fonction d'équilibre : c'est-à-dire un protocole d'accord mettant fin à la grève — comme on va le voir.

2.3. Recherche d'un équilibre, c'est-à-dire du contrat de travail.

SIMON donne la règle suivante : le contrat est conclu de façon que

$$a_2 F_1(x) + a_1 F_2(x) = T(x) \text{ soit maximum}$$

On voit immédiatement qu'il s'agit de

$$a_1 S_1(x, w) + a_2 S_2(x, w)$$

L'employeur B veut en effet maximiser son utilité S_1 , de même que le travailleur \bar{W} entend maximiser son utilité S_2 . Or aucun mathématicien ne sait maximiser simultanément deux fonctions, à moins qu'elles ne dépendent de 2 ensembles disjoints de variables. Le premier problème est celui dit de l'optimum de Pareto :

Trouver l'ensemble de points (x, w) tels qu'on ne puisse accroître S_1 sans réduire S_2 et vice versa.

Dans le cas présent, il se trouve que $(a_1 S_1 + a_2 S_2)$ est fonction de x seul. Si l'on représente par un point (S_1, S_2) tout état du système, le domaine admissible pour le point (S_1, S_2) est un triangle \mathcal{C} d'hypoténuse :

$$a_1 S_1 + a_2 S_2 = \max T(x) = T(\hat{x})$$

Cette hypoténuse est la *courbe de Pareto*. Tout point de celle-ci représente un optimum de PARETO (fig. 3)

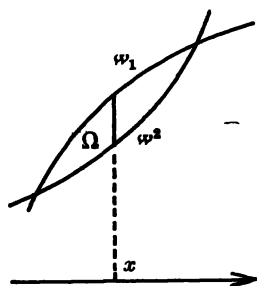
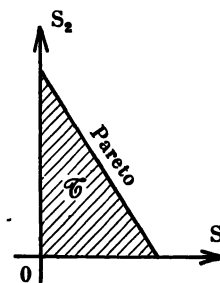


Fig. 4

Revenant au plan (x, w) (fig. 1, 2, 4) tout point de la corde (w_2, w_1) d'abscisse \hat{x} représente un tel optimum.

Il n'est pas possible, pour l'instant, de dire quelle position \hat{w} , $(w_1 < \hat{w} < w_2)$ sera finalement choisie au terme des négociations. En revanche, il est possible de trouver la corde d'abscisse \hat{x} sur les figures 1-2 :

Si $T(x)$ est maximum pour $x = \hat{x}$, on a (sous des conditions assez générales) :

$$T'(\hat{x}) = a_2 F_1'(\hat{x}) + a_1 F_2'(\hat{x}) = 0$$

C'est-à-dire :

$$\frac{dw_1}{dx}(\hat{x}) = \frac{dw_2}{dx}(\hat{x})$$

(1) Les tangentes à γ_1 et γ_2 sont parallèles aux extrémités w_1 w_2 de la corde x . Autrement dit :

$$T(x) = a_2 F_1 + a_1 F_2 = a_1 a_2 (w_1 - w_2)$$

(2) est maximum pour la corde de longueur maximum ($w_1 - w_2$) (cf. fig. 5)

Nota : Dire « la corde » suppose qu'on ait démontré son existence et son unité. Ceci est lié bien entendu à la forme du domaine Ω , c'est-à-dire de ses frontières $\gamma_1 \gamma_2$. Supposons Ω borné. Il y a là matière à raffinements.

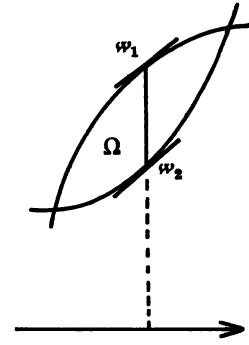


Fig. 5

Il paraît conforme à l'intuition que les hypothèses de convexité de γ_2 et de concavité de γ_1 entraînent l'existence et l'unité de x . Si l'on ne sait pas sur quel salaire on se mettra d'accord, on est au moins d'accord sur le choix de x — du moins si γ_1 et γ_2 ne sont pas « floues » ou aléatoires, et si les 2 joueurs ont un comportement paretien.

2.4 Choix de W optimum : règle de Nash

Nous avons trouvé dans la littérature sur les jeux coopératifs, une règle due à NASH [4, 5] qui permet de choisir rationnellement entre w_1 et w_2 une valeur w optimale. Mais outre que la responsabilité de ce choix n'est endossée ni par SIMON, ni par NASH, mais par nous-même, il faut faire une réserve : la règle de NASH est subtile ; et les expériences faites par Jeremy STONE [7] ne semblent pas prouver que tous les bons esprits jugent bon de la suivre.

Pour NASH, l'optimum de W rendrait maximum le produit

$$(S_1 - \min S_1) (S_2 - \min S_2) = S_1 S_2 \text{ dans le cas présent}$$

A la suite de BISHOP, 1964 [9] et HARSANYI (1956) [8], on dira qu'on a obtenu alors le point de Zeuthen-Nash.

Dans le cas présent considérons les hyperboles d'équation ($S_1 S_2 = \lambda$) et dont l'intersection avec \mathcal{C} n'est pas vide ; lorsqu'il y a contact avec \mathcal{C} , le point de contact est (c'est bien connu) au milieu de la tangente. Avec $\hat{S}_1 = \frac{1}{2} \max S_1$, $\hat{S}_2 = \frac{1}{2} \max S_2$.

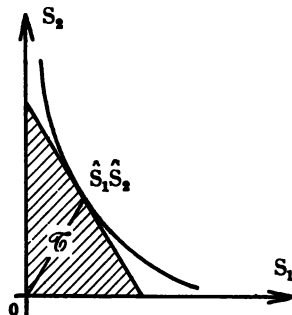


Fig. 6

Alors la tangente et le rayon vecteur sont antiparallèles.

Un calcul élémentaire donne

$$\hat{S}_1 = \hat{T}/2a_2 = \hat{F}_1 - a_1 \hat{w}$$

$$\hat{S}_2 = \hat{T}/2a_1 = \hat{F}_2 + a_2 \hat{w}$$

d'où

$$\hat{W} = \frac{1}{2} (w_1 + w_2) = \frac{a_2 \hat{F}_1 - a_1 \hat{F}_2}{2 a_1 a_2}$$

Conclusion

Le point de ZEUTHEN-NASH se trouve *au milieu* de la corde $W_1 W_2$ (la plus longue entre γ_1 et γ_2)

C'est (si l'on veut) couper la poire en deux.

2.5 *En résumé* : En supposant fondées les théories de PARETO et de NASH, nous avons trouvé quel serait le résultat des négociations entre employeur et salariés, dans l'hypothèse où le modèle de SIMON serait lui-même réaliste — ce qui reste fort douteux bien entendu.

On remarquera qu'en choisissant \hat{X} on se place dans la situation où l'écart est maximum entre le salaire minimum w_2 , au regard de \bar{W} et le salaire maximum w_1 aux yeux de B. Après quoi en choisissant \hat{w} les gains d'utilité par rapport au minimum sont : $a_1 \frac{\Delta w}{2}$ pour B, $a_2 \frac{\Delta w}{2}$ pour \bar{W} .

Ce qui paraît le point faible de la théorie, c'est l'assimilation à une variable continue x à l'emploi qu'on fait du salarié. Sans doute y a-t-il un gros progrès à supposer qu'on n'achète pas de la main-d'œuvre comme tout autre input d'un processus de fabrication; mais est-il raisonnable de supposer *continuer* l'ensemble X des états x , de le placer dans un espace métrique et de ne pas lui donner plus d'une dimension?

Les calculs faits par nous reposent sur ces hypothèses simplificatives de SIMON; il est possible de s'en affranchir, mais on serait conduit à des résultats beaucoup moins simples, comme celui consistant à donner des conditions abstraites très mathématiques pour qu'un accord s'établisse entre B et \bar{W} .

Il serait plus intéressant de savoir si un modèle aussi grossier peut rendre quelque service en économie appliquée, ou encore si l'on peut espérer trouver des données numériques susceptibles d'être confrontées avec le modèle.

P. THIONET.