JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

J.-J. PERQUEL

Le coût d'opportunité

Journal de la société statistique de Paris, tome 110 (1969), p. 174-183
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1969__110__174_0>

LE COUT D'OPPORTUNITÉ

Introduction

Le coût d'opportunité appelé aussi par le professeur Lassègue « coût de renoncement », est le rendement global moyen qu'un individu peut obtenir d'un placement en actions par l'addition des dividendes distribués et des profits en capital. Dans le cas d'une société « m » où « p_t » représente le cours de bourse à l'instant « t ».

$$r_m = \frac{d + (p_{t+1} - p_t)}{p_t} \tag{1}$$

Ce ratio ressemble beaucoup au taux « i_o » d'une obligation « o » à long terme $i = c/V$ si l'on suppose une certaine stabilité de la monnaie ou que l'on raisonne en monnaie courante. Mais ces rendements « r_m » de l'action « m », où « i_n » de l'obligation « n » peuvent être généralisables à l'ensemble du marché. On parle alors du rendement moyen « r » (ou coût d'opportunité si on l'envisage du point de vue des opérateurs), et du taux « i » de l'argent à long terme.

Mais si dans ce contexte on désire remonter à l'évaluation d'une valeur mobilière (« W » pour une action ou « V » pour une obligation), il faut actualiser les coupons « c » ou dividendes « d » distribués en fonction des taux moyens des marchés, soit « r » ou « i ».

Dans une assemblée aussi brillante que celle où j'ai l'honneur de parler, il n'est pas besoin de rappeler quelle est la valeur actuarielle d'une obligation dont l'amortissement se ferait en une seule fois avec la dernière annuité : elle est égale à la somme des coupons actualisés au taux de l'intérêt à long terme du marché.

$$V_n = \sum_{0}^{K} \frac{c}{(p+i)^t} + \frac{\text{capital employé}}{(1+i)K} \tag{2}$$

De la même façon, la valeur d'une action est égale à la somme des dividendes escomptés, actualisée grâce à ce nouveau taux.

$$W_m = \sum_{0}^{K} \frac{d_t}{(1+r)} + \frac{\text{valeur résiduelle}}{(1+r)K} \tag{3}$$

Bien entendu si

$$K \to \infty,\ V_n \to \sum \frac{c}{(1+i)^t} \tag{2'}$$

$$\text{et } W_m \to \sum \frac{d_t}{(1+r)^t} \tag{3'}$$

ou

si d croît à un taux annuel régulier

$$W_m \to \sum d_1 \frac{(1+g)^t}{(1+r)^t} \tag{3''}$$

Mais, bien entendu, la valeur d'une action est beaucoup plus difficile à calculer, que celle d'une obligation, puisqu'on n'est absolument pas assuré du montant des dividendes futurs. Ainsi, en résumé, le coût d'opportunité tient compte de trois types de données :

1. C'est une notion macro-économique. Il s'agit, bien entendu, de la sommation des dividendes escomptés du marché et des fluctuations de la capitalisation boursière globale au cours de l'année à venir divisée par le nombre de titres cotés. Bien entendu, on peut approfondir cette question et déterminer un coût d'opportunité sectoriel (industrie électrique, chimique, etc.) ou déterminé en fonction du risque prévu (valeurs spéculatives, de père de famille, etc.). Mais ce second type d'analyse est certainement plus arbitraire, même s'il est théoriquement plus valable.
2. C'est la moyenne d'un ensemble de décisions subjectives. En effet, les individus ne raisonnent pas tous de la même façon; ils ont tous, si l'on emploie le jargon économique, une courbe d'utilité différente.
3. C'est une notion aléatoire puisqu'il s'agit d'une analyse prospective où, par conséquent, les risques d'erreurs sont très grands.

Mais cette notion de « coût de renoncement » ou d'opportunité est très enrichissante pour l'analyse économique. Un exemple va en montrer la supériorité sur les notions classiques utilisées en Bourse. Ainsi, les analystes financiers raisonnent en général sur le rendement de l'action (rendement qui peut être calculé en utilisant les rapports à la Capitalisation boursière, du bénéfice distribué sur lequel aucune contestation n'est possible ou du cash flow, ce qui permet de serrer de plus près la réalité économique).

D'autre part, la théorie économique apprend que l'homme est un animal logique. On a du mal à expliquer un curieux phénomène qui s'est produit en France à peu près jusqu'à la première guerre mondiale, c'est-à-dire dans une période de relative stabilité monétaire. Le rendement des rentes d'État de 1815 à 1914 a été très souvent supérieur au rendement des actions, alors que celui-ci est toujours beaucoup plus aléatoire et en particules de 1857 à 1863, de 1865 à 1869 et de 1884 à 1909. Cela s'explique par le gain de capital espéré.

Mais ce type d'analyse par les coûts d'opportunité, oblige par son caractère prospectif, à repenser l'analyse traditionnelle de la Bourse. C'est pourquoi, dans une première partie, nous allons étudier les différentes approches du problème boursier et, dans une seconde partie, nous verrons les utilisations du coût de capital.

*
* *

Il faut distinguer trois types d'analyse :

Les théoriciens classiques admettent que la Bourse est un marché de concurrence pure et parfaite. Les titres y sont fongibles. A la masse des petits acheteurs correspond une masse semblable de petits porteurs capables de vendre. Tous ces opérateurs ont un comportement rationnel; il s'agit là, d'un monde heureux, idyllique. Le cours de bourse, à un instant « *t* » reflète la valeur exacte d'une action en fonction des éléments économiques internes et externes à cet instant. Malgré son peu de réalisme, ce type d'analyse est encore, à l'heure actuelle, trop important pour pouvoir être négligé.

Nous en citerons un exemple. En matière de planification à long terme, on suppose en général que la partie non distribuée des bénéfices nets est réinvestie dans des conditions d'efficacité maximum. Comme le marché est parfait, le cours de Bourse doit se sentir obligé d'évoluer en conséquence. Il monte donc exactement comme si la Société avait distribué ses bénéfices et les avait récupérés *a posteriori* par un appel de fonds à ses actionnaires. Dans les ouvrages les plus récents comme celui d'Argenti qui fait autorité en la matière, on accompagne d'ailleurs l'hypothèse de la cohérence du marché, de réflexions sur le fait que $(p_{t+1} - p_t)$ suit en moyenne ce que l'on en espère.

D'autres économistes ont cherché à avoir une vue précise des fluctuations de cours sans faire appel à une analyse théorique. C'est le cas essentiellement des économistes de l'École de Chicago. Pour eux, la distribution des titres sur une cote est « log normale », l'évolution des indices est assez erratique, mais surtout l'évolution des cours étudiés d'abord au nom d'une dispersion normale, puis log normale, est maintenant considérée comme étant mieux assimilable par une distribution paretienne à moyenne connue mais à variance infinie. Encore les auteurs de ce dernier modèle ont la modestie de remarquer que ce calcul, si compliqué soit-il, est encore insuffisant face aux réalités boursières.

Cette analyse globale est intéressante car elle remet en question les thèses classiques, mais elle est insuffisante parce qu'elle mélange deux types de phénomènes totalement inconciliables : d'une part ce que l'on pourrait appeler les opérations courantes, c'est-à-dire les achats et ventes de titres dans un but de placement, d'autre part des opérations d'investissement industriel que l'on pourrait caractériser en citant la phrase de Keynes : « Il serait absurde, en effet, de créer une entreprise nouvelle d'un certain coût si l'on peut acquérir une entreprise identique à un coût moindre. » Ainsi, une Offre publique d'achat a pour effet de pousser le cours de Bourse brutalement en direction du cours proposé par un opérateur qui peut avoir des raisons personnelles pour son achat, exemple : désir de posséder un parc immobilier, d'acquérir un réseau commercial, etc.

Aussi une troisième forme de raisonnement est apparue : on cherche désormais à comprendre ce que veulent les opérateurs. Ce que d'aucuns appellent leur « utilité ». Mais les raisonnements simples ne conviennent pas. Vous connaissez le paradoxe de Saint-Pétersbourg suivant lequel un individu reçoit une certaine somme si une pièce tombe pile à la première expérience, le double si elle tombe pile deux expériences de suite, le double de la deuxième somme si elle tombe pile une troisième fois, etc.

Vous savez que l'espérance mathématique d'une telle opération est infinie et pourtant il n'y a personne pour payer d'une somme énorme le droit de jouer à ce jeu.

Aussi on a cherché à établir des courbes d'utilité individuelles montrant à quelle correspondance un résultat aléatoire pouvait donner par rapport à un résultat certain. Suivant la forme individuelle de la courbe, convexe ou concave, l'individu accepte de prendre un risque ou s'y refuse.

La généralisation de ces courbes d'utilité devrait permettre la détermination d'une courbe d'utilité du marché, c'est-à-dire la détermination du taux auquel la moyenne des individus désire acheter ou vendre en bourse des suites de résultats aléatoires. Nous arrivons ainsi au coût global d'opportunité.

Vous voyez donc que l'ensemble des théories actuelles admet le coût d'opportunité comme la forme la moins mauvaise pour analyser la bourse; mais cela ne suffirait pas à le justifier; il faut en voir les utilisations, elles sont de deux ordres : la gestion de portefeuille et le rôle du coût d'opportunité pour la détermination du coût global de capital.

*
* *

Un portefeuille est un ensemble de titres réunis par une même personne pour disperser les risques. Statistiquement on peut démontrer que la variance d'un ensemble de séries aléatoires est, en général, plus faible que les variances extrêmes des séries prises

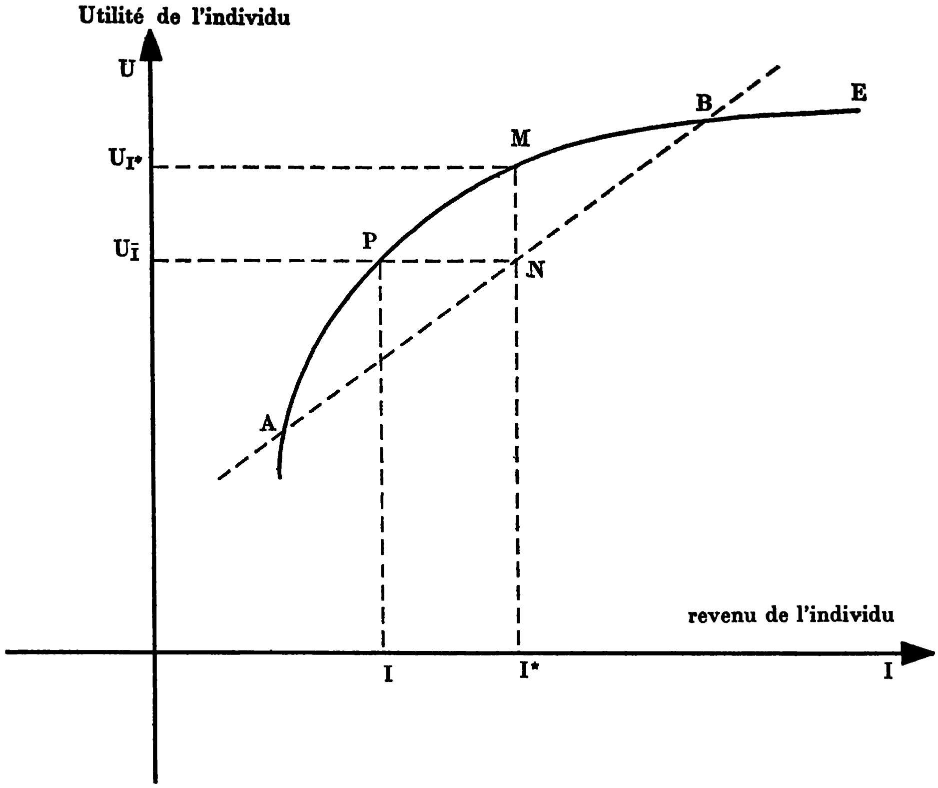

Figure 1

L'individu dont la courbe d'utilité reelle est E préfererait dans la phase AB une certitude représentée par la droite AB de forme $U = a\ I + b$ dont la dérivée par rapport au revenu I est constante. A l'utilité $I^*N = U_{I^*}$ il préfère $I^*N = \bar{I}P = U_{\bar{I}}$. Il perd en assurance $PN = \bar{I} - I^*$

individuellement. Les critiques adressées à l'analyse de l'École de Chicago sont donc moins fortes en matière d'indices globaux ou de portefeuilles qui sont, en fait, des indices pondérés.

Il faut alors déterminer quels sont les portefeuilles les plus efficients.

Soit « N » valeurs. Une analyse basée sur une extrapolation corrigée des résultats des années précédentes permet de déterminer pour ces « N » valeurs les revenus espérés, l'espérance mathématique de ceux-ci « E_m » et leur variance « V_n ». On admet la possibilité de conserver en caisse une partie des fonds à employer (un des « N » titres est à espérance mathématique et variance nulle). On peut même admettre des ventes à découvert en admettant que les paramètres (qui indiquent les quantités) soient négatifs.

On cherche alors, par programmation linéaire ou d'autres méthodes de calcul, à déterminer quels seraient les portefeuilles qui, pour une expérience mathématique donnée, auraient la plus faible variance ou pour une variance donnée, auraient la plus forte espérance mathématique.

Si nous portons un portefeuille à trois valeurs A_1 A_2 A_3 sur un diagramme où l'abscisse représente la valeur « A_1 » et « a » le cas du portefeuille composé de cette seule valeur, l'ordonnée « A_2 » la seconde valeur, où « b » représente le portefeuille composé seulement par une valeur, « $0ab$ » représente le triangle des emplois maxima (si l'on suppose qu'il n'y a pas de vente à découvert. A ce moment-là, l'espérance mathématique du résultat peut être représentée par des droites comme sur le dessin ci-contre, les variances par des ellipses, les points de tangence des droites aux ellipses représentent alors la courbe d'efficience maximum.

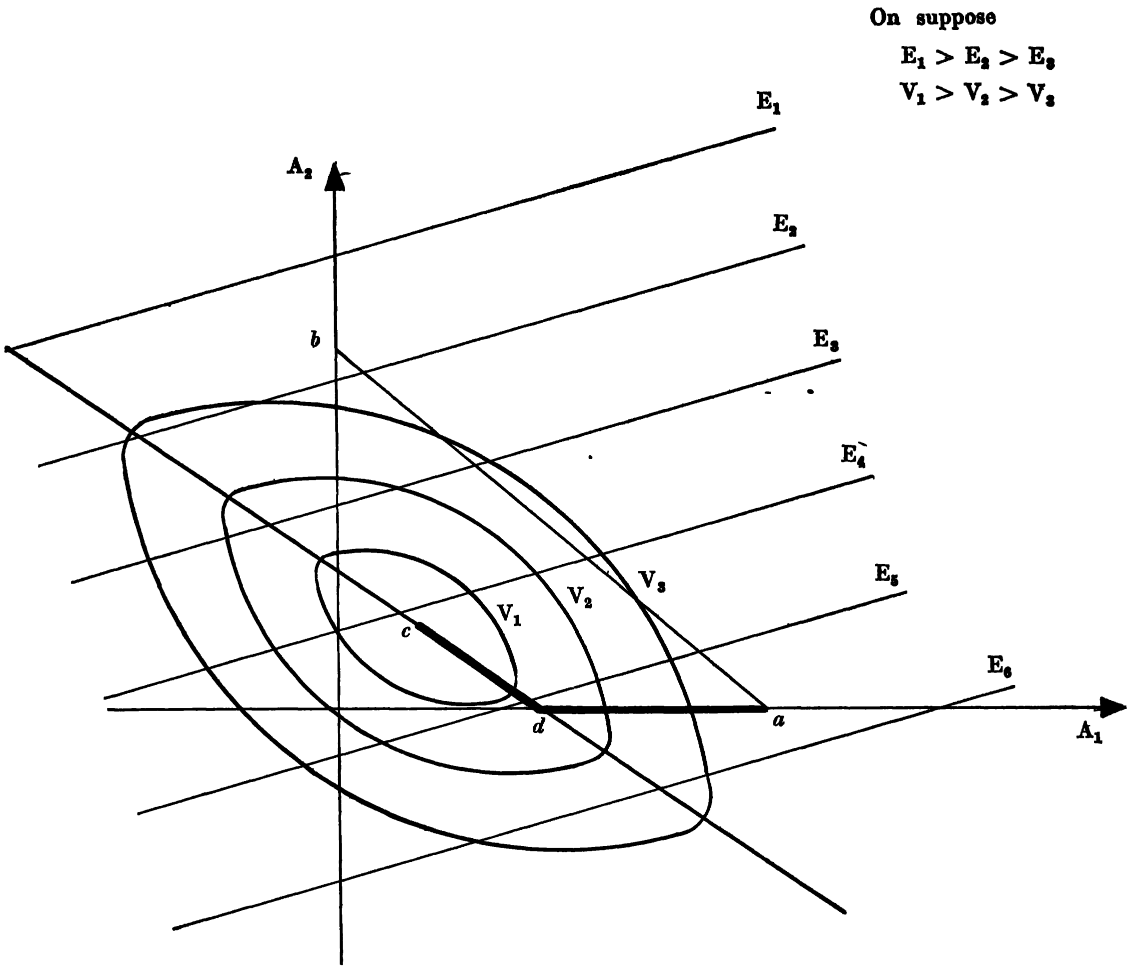

Figure 2

$$E = X_1 r_1 + X_2 r_2 + X_3 r_3 \text{ avec } X_1 + X_2 + X_3 = 1$$

ou

r_m = moyenne du rendement (coût d'opportunité de la société « *m* »)

ou

$$E = X_1 (r_1 - r_3) + X_2 (r_2 - r_3) + r_3. \qquad (\alpha)$$

Les courbes d'isomoyenne E_1, E_2, E_3 représentent cette formule (α)

$$V = X^2_1 \sigma_{11} + X^2_2 \sigma_{22} + X^2_3 \sigma_{33} + 2 X_1 X_2 \sigma_{12} + 2 X_1 X_3 \sigma_{13} + 2 X_2 X_3 \sigma_{23}$$

où σ_{11} représente la variance du rendement du titre « 1 » et
σ_{12} représente la covariance des titres « 1 » et « 2 ».

On a alors en substituant $1 - X_1 - X_2$ à X_3

$$V = X^2_1 (\sigma_{11} - 2 \sigma_{13} + \sigma_{33}) + X^2_2 (\sigma_{22} - 2 \sigma_{23} + \sigma_{33}) + 2 X_1 X_2 (\sigma_{12} - \sigma_{13} - \sigma_{23} + \sigma_{33}) + 2 X_1 (\sigma_{13} - \sigma_{33}) + 2 X_2 (\sigma_{23} - \sigma_{33}) + \sigma_{33} \qquad (\beta)$$

Les courbes d'isovariance V_1 V_2 V_3 de centre *c* représentent la formule (β) *c d a* est la courbe des portefeuilles efficients.

Ces portefeuilles étant déterminés, on va en calculer le rendement espéré grâce à la méthode diagonale. En considérant qu'il existe deux forces pour déplacer le cours de bourse, une tendance générale et une force propre à une valeur donnée.

Nous représentons cette force générale par un indice des cours de bourse « J » (c'est-à-dire d'ailleurs un portefeuille type donné, 30 valeurs pour le Dow-Jones, une centaine pour le C. A. C.). Pour un portefeuille « P » de « N » valeurs.

On a : $$r_p = \sum_{0}^{N} r_m X_m \qquad (4)$$

où « X_m » représente le nombre de titres de la société « m ».

Dans ce contexte, $$r_m = A_m + B_m J + C_m$$

où A_m et B_m sont des paramètres, C_m une variable aléatoire d'espérance mathématique nulle et de variance « Q_m ».

$$r_p = \sum_{0}^{N} X_m (A_m + C_m) + \left[\sum_{0}^{N} X_m B_m\right] I \qquad (5)$$

Appelons X_{N+1} l'influence moyenne pondérée de r_p par rapport au niveau J de l'indice (lui déterminé en fonction de paramètres A_{N+1} et C_{N+1}.

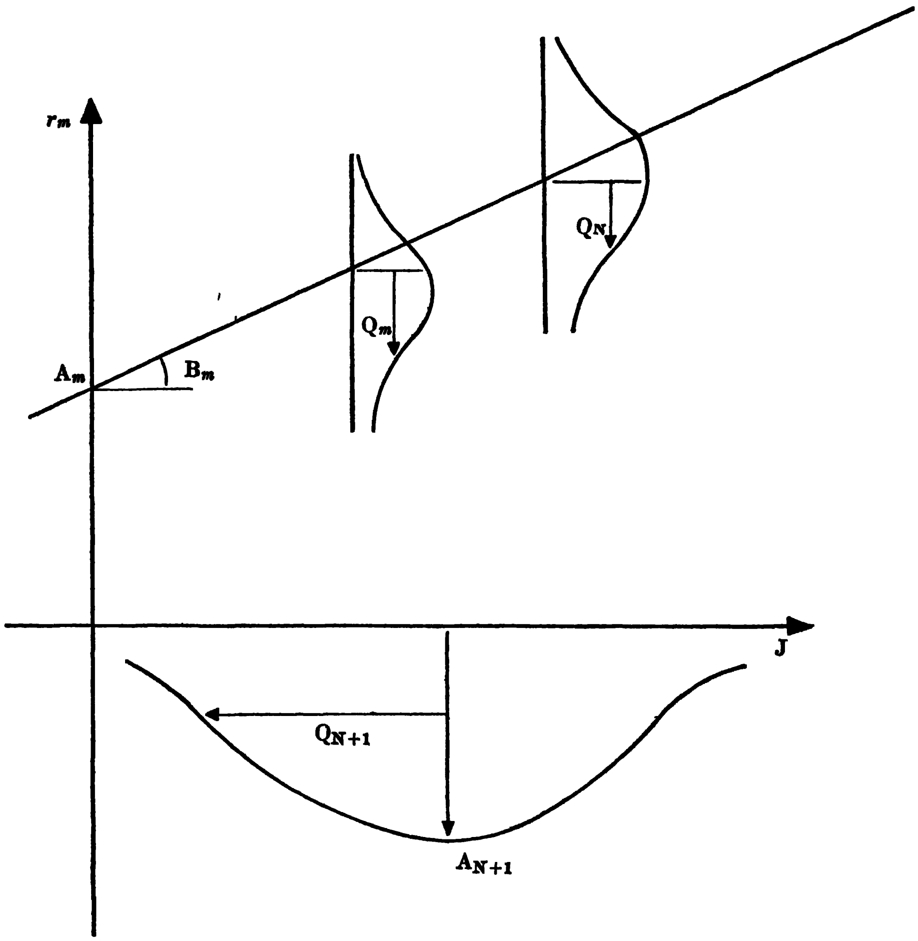

Figure 3

$$rp = \sum_{0}^{N+I} X (A_m + C_m) \qquad (6)$$

d'espérance mathématique $$E = \sum_{0}^{N+I} X_m A_m$$

et de variance $$V = \sum_{0}^{N+I} X_m^2 Q_m$$

Le problème est alors de maximiser $\lambda E - V$ ce qui peut se faire en langage Fortran. Le professeur Sharpe, auteur de ce modèle, déclare que sur I. B. M. 7090 l'analyse d'un portefeuille de 100 valeurs demande 30 secondes et qu'on peut ainsi analyser jusqu'à 2 000 titres.

En analyse financière pratique on utilise parfois des modèles assez perfectionnés comme celui de Molodowski.

Partant de la formule : (3")

$$W_m = \sum d \frac{(1+g)^t}{(1+r)^t}$$

si $d = 1$, g restant stable et égal à un taux θ pendant v années puis décroissant ensuite pendant v' années et devenant nul les années suivantes, Molodowski établit des tableaux à double entrée (en fonction du taux g et de v) suivant le nombre d'années v' et des coûts d'opportunité variant de 5 à 20 %.

Nous avons, dans un mémoire établi en 1967, calculé par ces méthodes qui sont si peu connues en France qu'elles ne peuvent en aucune façon influencer le marché, calculé 5 valeurs importantes : Rhône Poulenc, Lafarge, C. G. E., Oréal, La Redoute. Seul le résultat trouvé sur l'Oréal était aberrant car « g » avait diminué les années précédentes et s'était remis à augmenter très fortement dès 1968.

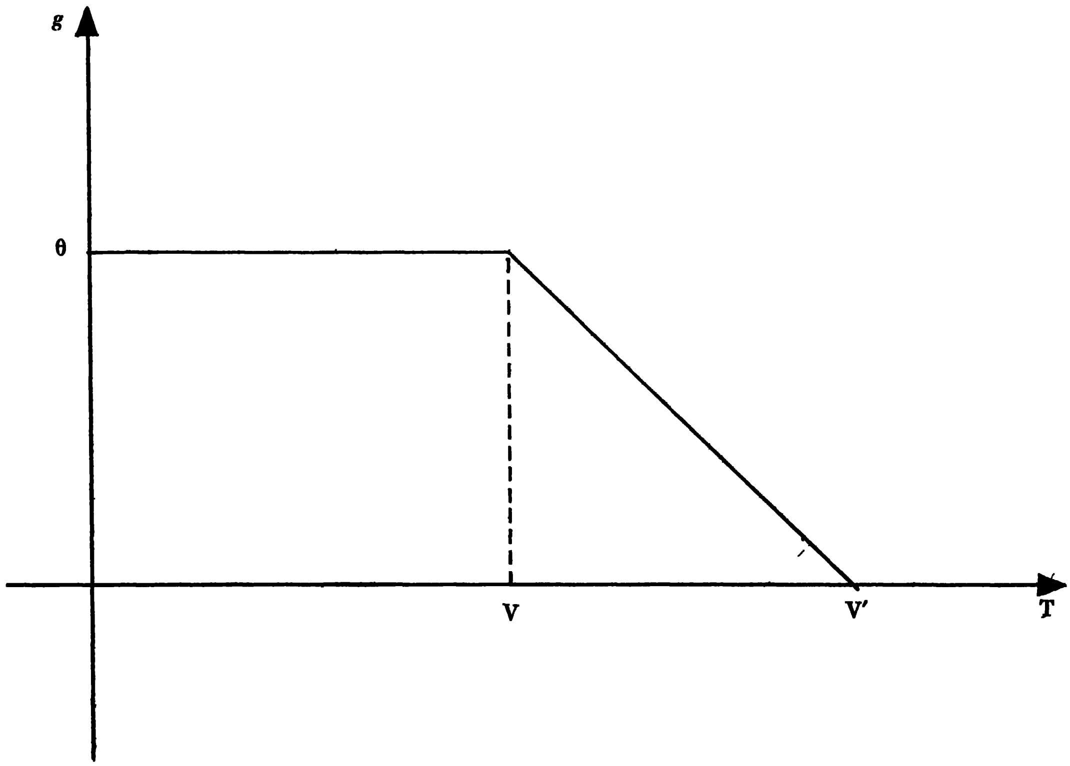

Figure 4

En matière d'Investissement, le coût d'opportunité du marché a également une grande importance. Soit « K » la somme dépensée, « S_n » le revenu espéré à l'année « n » de cet investissement dont la valeur nette :

$$W_m - K = \sum \frac{S_n}{(1+p)^n} + \frac{\text{valeur résiduelle}}{(1+p)^n + K} \tag{7}$$

p porte le nom de coût global de capital.
p est la moyenne pondérée des différents coûts.
Soit un financement de « K » effectué par
K_1 obtenu par autofinancement
K_2 obtenu par une émission d'obligations au taux « i »
K_3 obtenu par une émission d'actions.
On a : $p = p_1K_1 + iK_2 + p_3K_3$

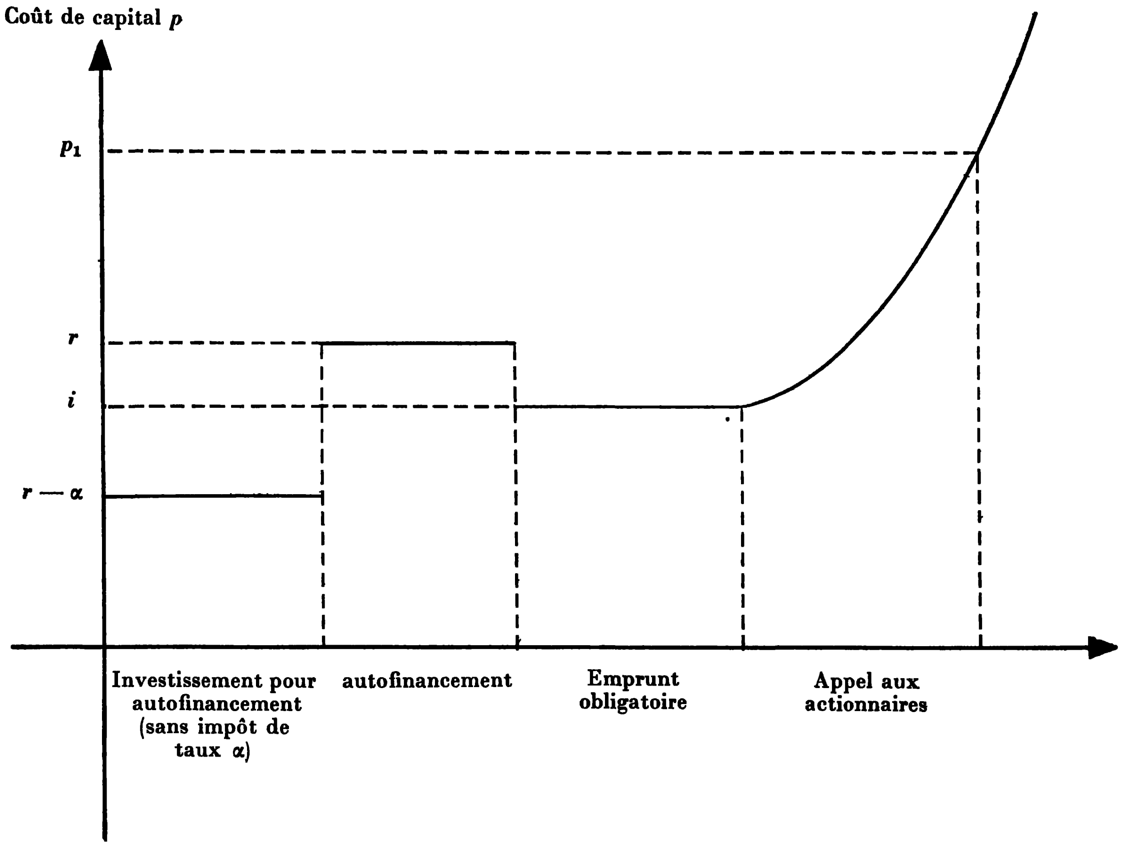

Figure 5
$p = (r - \alpha)\ K_1 + r\ K_2 + i\ K_3 + p_1\ K_4$ avec $K_1 + K_2 + K_3 + K_4 = 1$

Nous voyons ainsi que le coût d'opportunité est à la fois un moyen de mieux analyser la Bourse mais également un moyen de mieux faire face aux différents problèmes économiques posés par l'existence d'un marché financier. Bien entendu, l'élément aléatoire est très important et des solutions statistiques envisagées ne sont encore qu'imparfaites. Cela tient en partie au caractère très récent de ce type d'étude puisqu'elle a été vraiment commencée dans les années 1950.

Mais, d'un autre côté cela apporte une nouvelle justification économique à la notion de Bourse, c'est-à-dire de marché où les « capitaux » au sens économique du terme ont un prix. En effet, à une époque où même en régime socialiste le coût de capital prend une importance énorme comme critère de choix des investissements, on voit l'intérêt d'une détermination externe du coût de l'autofinancement, c'est-à-dire du coût d'opportunité.

J. J. PERQUEL

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

1) *Concernant l'aspect théorique :*

A — Les thèses classiques :

Raymond Barre. — Économie politique, Themis, 5 éd., 1963.

B — Thèses de l'École de Chicago :

Paul H. Cootner ed. — The Random character of Stock Market Prices, M. I. T. Press, 1964.

C — La thèse du Coût d'opportunité :

Karl Menger. — The Role of Uncertainty in Economis (dans Essays in Mathematical Economics), ed. Martin Shubik Princeton, 1967.

Milton Friedman et L. J. Savage. — The Utility Analyses of Choices involving Risks — Journal of Political Economy, août 1948.

2) *La gestion de Portefeuille :*

Harry Markowitz. — Portfolio Selection Cowles Foundation, 1959.

Sharpe. — A Simplified Model for Portfolio Analysis, Management Science, 1963.

Rosenfeld. — Analyse des valeurs nobilières, Dunod 1963.

3) *Le coût de Capital :*

Vuyst et Larcier. — L'analyse financière en Europe, Entreprise moderne d'Édition, 1967.

Perquel J.-J. — « La Bourse est-elle un miroir fidèle de la valeur des actions », mémoire de D. E. S., 1967, non publié.

DISCUSSION

M. Ventura a posé une question très intéressante concernant la formule (1). « Quelle influence a un décalage de plusieurs mois dans le calcul de r_m? »

Prenons un exemple. Évian, société dont les fluctuations ont été assez erratiques mais qui n'a pas subi pendant les 10 dernières années de dilution appréciable de son capital.

Tableau 1 — t = 1. *Janvier*

	(1) p_t	(2) p_{t+1}	(3) $p_{t+1} - p_t$	(4) d	(5) total 3 + 4	(6) r_m	(7) $r_m - \bar{r}_m$	(8) $(r_m - \bar{r}_m)^2$
1959	308	560	252	6	(258	0,86	0,72	0,5184
1960	560	655	95	6	101	0,19	0,05	0,0025
1961	655	1 080	425	7	532	0,81	0,67	0,4489
1962	1 080	1 180	100	8	108	0,10	(0,04)	0,0016
1963	1 180	940	(240)	8	(232)	(0,20)	(0,34)	0,1156
1964	940	891	(49)	10	(39)	(0,04)	(0,18)	0,0324
1965	891	858	(33)	13	(20)	(0,02)	(0,16)	0,0256
1966	858	450	(408)	15	(393)	(0,43)	(0,57)	0,3249
1967	450	480	30	17	47	0,10	(0,04)	0,0016
1968	480	482	2	17	19	0,04	(0,10)	0,0100
					moyenne . . .	1,41		0,1481
							écart-type . . .	0,38

N. B. — Nous avons arrondi les dividendes bruts.

Tableau 2 — t = 30 Juin

	(1) p_t	(2) p_{t+1}	(3) $p_{t+1} - p_t$	(4) d	(5) total 3+4	(6) r_m	(7) $r_m - \bar{r}_m$	(8) $(r_m - \bar{r}_m)^2$
1959	289	366	77	6	83	0,28	0,13	0,0169
1960	366	698	332	6	338	0,92	0,77	0,5929
1961	698	894	196	7	203	0,29	0,14	0,0196
1962	894	1 150	256	8	364	0,40	0,25	0,0625
1963	1 150	1 020	(130)	8	(122)	(0,10)	(0,25)	0,0625
1964	1 020	720	(300)	10	(290)	(0,28)	(0,42)	0,1764
1965	720	792	72	13	85	0,12	0,03	0,0009
1966	792	696	(96)	15	(81)	(0,10)	(0,25)	0,0625
1967	696	391	(305)	17	(288)	(0,41)	(0,56)	0,3136
1968	391	520	129	17	146	0,36	0,21	0,0421
					moyenne . . .	0,148		0,13499
							ecart type . . .	0,37

Un tel décalage dans le temps ne provoque pas une transformation profonde de l'analyse, les moyennes des rendements étant respectivement de 0,141 et 0,148 et les écarts-types de 0,38 et 0,37.

* * *

M. Félix ROSENFELD. — Je partage l'avis de M. Ventura : M. Perquel a présenté beaucoup de choses mais il n'a pas été assez loin dans ses démonstrations, il l'a d'ailleurs dit lui-même. Ce qui apparaît de son exposé, c'est que « en Bourse les capitaux ont un prix » et l'analyse présentée tend, semble-t-il, à déterminer ce prix, appelé aussi coût d'opportunité. C'est un taux d'intérêt. Le passage à la détermination de la valeur des titres est moins clair. Il serait donc utile que M. Perquel présentât dans son texte écrit le cheminement logique et mathématique qui permet de passer du prix des capitaux à la valeur théorique des titres. C'est une présentation plus précise des modèles retenus, de leur signification et des justifications du choix de ces modèles que le texte écrit devrait nous apporter.