Journal de la société statistique de Paris

Bertillon

Détermination de la mortalité

Journal de la société statistique de Paris, tome 10 (1869), p. 57-67
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1869__10__57_0>

JOURNAL

DE LA

SOCIÉTÉ DE STATISTIQUE DE PARIS.

I.

Détermination de la mortalité.

Méthode pour calculer la mortalité d'une collectivité pendant son passage dans un milieu déterminé, que ce milieu soit la société elle-même, ou une prison, un asile, une école, un hospice, un hôpital.

(SUITE ET FIN.)

Erratum. Une erreur grave s'est glissée dans l'article précédent, page 33, 3e ligne; la formule [2] doit être changée en celle-ci $\frac{D}{A - \frac{1}{2} D}$ [2].

VII. *Cas dans lesquels la journée peut être prise pour unité de temps, et le danger de mort journalier comme élément de comparaison et de mesure de l'état sanitaire.* — Nous venons de voir que la durée moyenne du séjour était la seule unité toujours légitime et pendant laquelle on pouvait toujours déterminer sûrement le danger de mort. Mais il y a lieu de constater que cette mortalité, durant ce séjour des individus dans le milieu étudié, ne permettra que rarement la comparaison des diverses maisons de détention, vu l'inégalité de ce séjour dans chacune. En effet, ici, ce sont des asiles de passage, où les gens ne restent que quelques semaines; ailleurs, des prisons où on reste plusieurs mois, et d'autres où le prisonnier séjourne plusieurs années. Il est donc évident que, si la mortalité est seulement calculée en bloc pour toute la durée du séjour, les résultats ne seront nullement comparables. Dans ces circonstances c'est donc une bonne idée que celle de M. Loua, de prendre dans tous ces cas la journée de 24 heures comme unité de temps, et de calculer *le danger de mort journalier* de chacun de ces milieux. Dans ce système on n'a plus, pour ainsi dire, à s'occuper des individus. En effet, l'administration, en même temps qu'elle relève les décès annuels, enregistre avec non moins de soin, pour ses besoins de comptabilité, ce qu'elle appelle les *journées de présence* (J) de l'année, somme du nombre d'individus qu'elle a dû entretenir chaque jour de l'année. Ici la personne est prise autant de fois qu'elle a été entretenue de jours; on peut, si on veut, faire abstraction de l'individu et le supposer faisant autant de personnes qu'il est resté de fois 24 heures; la somme J de toutes ces journées de présence pourra donc être assimilée à un même nombre de personnes ayant été exposées chacune durant 24 heures aux chances de mort du milieu et ayant fourni ensemble dans ce temps D décès: alors le rapport $\frac{D}{J}$ [7] donnera le danger journalier de mort. La comparaison de ce danger dans les différents asiles et maisons pénitentiaires sera dès lors facile et légitime et en fera connaître la mortalité respective; enfin, en multipliant ce danger par le nombre moyen de jours de la détention, on aura la mortalité durant cette détention, mais il importe de ne pas perdre de vue que c'est seulement dans le cas où cette durée moyenne a été de près d'une année ou davantage que l'on pourra légitimement (voy. 2e condition, p. 37), en multipliant cette mortalité par 365 jours, avoir la mortalité annuelle.

Cependant, n'oublions pas que ce procédé, qui considère le danger journalier, suppose nécessairement que le danger de mort de ces asiles est proportionnel au nombre de jours que l'on y passe, puisqu'on partage également entre eux les décès survenus.

VIII. *Cas dans lequel le danger de mort quotidien ne peut pas être pris comme élément de comparaison de l'état sanitaire des milieux.* — L'hypothèse précédente de l'égalité du danger de chaque jour est sans doute suffisamment exacte pour les prisons, les maisons de détention, mais nous avons vu qu'elle ne l'est pas du tout pour les hôpitaux. Je dis même que, dans les hôpitaux, la mortalité est plutôt indépendante de la longueur du séjour qu'elle ne lui est proportionnelle, de sorte que l'appréciation de la mortalité journalière est tout à fait fallacieuse et propre à induire en erreur sur les qualités sanitaires de tel ou tel hôpital. En effet, que dans tel service, tel hôpital, ou en telle saison, les malades du dehors soient peu nombreux, les chefs de service seront moins pressés de renvoyer leurs convalescents, ils les garderont 4 à 5 jours de plus. C'est le contraire qui arrivera en temps d'épidémie et toutes les fois que de nombreuses demandes d'admission seront faites, les convalescents seront promptement renvoyés et remplacés par des malades nouveaux; il est clair que, dans ce dernier cas, le danger journalier, et non celui des personnes, sera bien aggravé, puisque le service hospitalier gardera moins longtemps ses convalescents dont le danger de mort était devenu très-petit et les troquera contre de nouveaux malades. C'est que dans les hôpitaux qui ont pour objet le traitement des maladies aiguës, c'est le malade, et mieux la *maladie, qui est l'unité,* l'élément constitutif du danger de mort, bien plus que le temps plus ou moins long du séjour à l'hôpital; et c'est pourquoi le danger journalier, fort significatif pour les prisons, est fallacieux pour les hôpitaux: il sera faible si on garde longtemps les convalescents, et inversement; c'est ce que M. Loua, qui applique sa méthode aux hôpitaux, ne paraît pas avoir soupçonné, ou il ne s'en est pas préoccupé, pensant échapper à l'erreur en reconstituant au moyen du danger journalier le danger personnel ou par malade; il suffit, en effet, pour cela de connaître le nombre de jours moyen que les malades passent dans l'hospice (soit j ce nombre); en multipliant ce nombre de jours par le danger d'un jour: $\frac{D}{J} \times j$, on obtient évidemment le danger par malade. Constatons d'abord, par un exemple, que pour les hôpitaux cette transformation est indispensable, que c'est le danger par malade, qui seul mesure les chances de mort ou de guérison de l'individu et qu'il n'est pas toujours d'accord avec le danger journalier. En effet, à Paris (1855-1862), l'hôpital Necker est celui qui garde le moins longtemps ses malades (17.4 jours); aussi le danger journalier de mort est-il un des plus forts, et en chiffre rond de 0.007; la Charité est l'hôpital qui les garde le plus (23.6); aussi le danger journalier n'est que de 0.0055, et pourtant, malgré une différence si notable en faveur de la Charité, on y perd vraiment plus de malades qu'à Necker; car, si on prend le danger par malade, on trouve que la Charité a au moins 145 (145.23) décès sur 1,000 entrées, et Necker seulement 121. Ainsi se trouve vérifiée notre critique par l'apparence trompeuse de la mortalité journalière dans les hôpitaux où l'on traite les maladies aiguës. Si, en effet, on en croyait cette mortalité, la Charité offrirait de meilleures conditions que Necker, tandis qu'en fait, si l'on considère le danger personnel, ou par malade, c'est le contraire qui est vrai.

IX. *Durée du séjour, utilité de le déterminer et méthode pour y parvenir; erreurs commises.* — Ainsi il est avéré que dans les hôpitaux la mortalité n'est pas proportionnelle à la durée du séjour, et que ce n'est pas le danger de la journée qui en mesure les conditions sanitaires, mais bien le danger évalué pour la durée de séjour ou par malade, tandis que dans les maisons de détention, où l'on peut admettre que le danger croît avec la durée du séjour, la comparaison des dangers par jour est sans doute le meilleur élément d'appréciation. Cependant, même pour les maisons de détention, il importe beaucoup d'apprécier la durée du séjour, car, au fond, il est probable que le danger de mort y croît plus vite que les jours de détention, de sorte qu'il y a lieu de mettre toujours en regard la durée du séjour. Ainsi, dans tous les cas, il importe de connaître la durée du séjour;

1° Dans les hôpitaux, puisque c'est l'unité selon laquelle doit être appréciée la mortalité, et le danger journalier, si on veut le déterminer, n'est ici qu'un élément, une étape du calcul nullement indispensable et, en tout cas, à laquelle il n'y a pas lieu de s'arrêter, car c'est une valeur qui n'a pas d'existence effective;

2° Dans les prisons, les asiles, les maisons de détention, pour être mise en regard de la mortalité journalière et en compléter la signification. M. Loua l'a bien senti, et partout il a cherché avec raison à déterminer cette durée; mais il l'a fait sans succès, et pour que le lecteur apprécie de suite l'écart qui le sépare de la vérité, je dirai que dans son article: *Influence de la détention sur la mortalité*, inséré dans le *Journal de la Société de statistique* (année 1865, p. 288, et 1866, p. 21), il résulte de ces calculs sur la durée de la détention dans les maisons centrales, que cette durée moyenne serait de 246 jours, tandis qu'elle est de 762 jours!! et ce n'est pas le résultat d'une faute d'impression ou de calcul, mais de méthode; il s'ensuit que la mortalité de 1,000 prisonniers pendant la durée de leur emprisonnement ne serait que de 40.5 d'après M. Loua, tandis qu'elle est en réalité de 124. On voit que ce n'est pas une mince différence qui nous sépare. Il ne me reste plus guère, pour finir ce travail, qu'à montrer la légitimité de mon calcul et l'erreur de celui de M. Loua, et à présenter les conclusions de ce travail.

Formulons d'abord les conditions théoriques d'un établissement pénitentiaire qui, ayant 100 prisonniers (A) le 1er janvier a, dans le cours de l'année, autant d'entrées (E) que de sorties (Σ) (par décès ou autrement); si ces entrées et ces sorties sont en même nombre, il y aura nécessairement encore 100 prisonniers (Z) le 31 décembre, et en supposant les mouvements régulièrement départis dans tout le cours de l'année, la population moyenne de cette prison sera précisément de 100 habitants. Supposons maintenant que l'on y ait noté dans le cours de l'année 100 entrées, et par suite 100 sorties (par décès ou autrement), il est évident que la population entière aura été renouvelée dans le cours de l'année; et si ce mouvement est le même dans les années successives, il est clair que la durée du séjour moyen des individus est justement l'année; car si l'éviction a lieu à tour de rôle, comme il convient de le supposer en moyenne, celui qui est entré le 1er janvier, sortira le 31 décembre suivant, ainsi de suite, de sorte que chacun aura fait un séjour d'une année dans le milieu étudié; mais supposons, au contraire (la population intérieure restant toujours 100), que le renouvellement n'ait lieu que par 50 entrées et 50 sorties dans l'année, il est clair et nécessaire, en moyenne, que celui qui est entré le 1er janvier 1860, devra attendre la fin de la deuxième année, décembre 1861, pour que son tour de sortie soit venu; ainsi, en moyenne, chacun restera 2 ans. Si, la population intérieure restant toujours 100, le mouvement des entrées et des sorties est de 25 chaque année, le prisonnier entré le 1er janvier 1860 devra, en moyenne, attendre la fin de la quatrième année, en décembre 1863, et le séjour moyen de chaque prisonnier sera de 4 ans. Mais si le renouvellement est plus accéléré, et si, toujours pour entretenir en même nombre nos 100 prisonniers, il y a chaque année 200 entrées et 200 sorties, il est clair que le tour régulier de sortie du prisonnier entré le 1er janvier sera le 30 juin, et la sortie de celui qui, pour le remplacer, entrera le 30 juin, sera le 31 décembre, ainsi le séjour moyen sera d'une demi-année; il ne peut y avoir aucun doute sur des raisonnements si simples et ils nous conduisent à formuler la règle suivante: Étant donnée la population *constante* d'une prison (P) (celle du 1er janvier peut souvent être prise pour telle), soit alors (A) cette population, et les entrées (E) durant le cours de cette même année, $\frac{A}{E}$ donnera le temps nécessaire au renouvellement de la population incluse et en même temps *la durée du séjour moyen* de chacun. Il n'arrive pas, il est vrai, que, dans le cours de l'année, la population reste invariablement celle du 1er janvier; et si on avait plusieurs dénombrements dans le cours de l'année, on prendrait la population *moyenne* (P). Ainsi comme on a ordinairement la population au 1er janvier (A) et celle du 31 décembre, soit (Z), on peut donc, pour avoir (P) avec plus d'exactitude, prendre $(A + Z)\ ^1/_2$; de même, et par suite, comme en pratique, les entrées (E) et les sorties (Σ) (décédés compris) ne sont jamais parfaitement identiques, au lieu de (E) on prendra aussi $(E + \Sigma)\ ^1/_2$, et on aura alors le rapport $\frac{(A+Z)\ ^1/_2}{(E+\Sigma)\ ^1/_2}$ ou simplement $\frac{A+Z}{E+\Sigma}$ [8] pour valeur de la durée du séjour moyen (j)[1].

On peut encore appuyer cette formule sur la remarque suivante, c'est qu'il est clair que la population (P) d'un asile est évidemment égale au nombre des individus qui y entrent (E) multiplié par le temps qu'ils y restent j, d'où $P = E \times j$ et par suite $j = \frac{P}{E}$. Nous remarquerons que cette formule est fort connue des statisticiens, car c'est justement celle qui, dans une population supposée stationnaire (et c'est à bien peu près le cas général des maisons de détention), donne la vie moyenne, c'est-à-dire la durée moyenne du séjour de chacun de nous en ce monde. Cette formule $\frac{P}{D}$ ou $\frac{P}{N}$ est justement identique à la nôtre; en effet, A + Z, c'est justement la population moyenne des maisons pénitentiaires; N ou les naissances sont

1. Comme le numérateur $(A + Z)\ ^1/_2$ est ici le représentant de la population moyenne annuelle, et que cette population a pour valeur encore plus exacte la somme générale des Journées de présence (J) divisée par 365, soit $\frac{J}{365}$, on aura encore plus exactement, toutes les fois que J sera connu $\frac{J}{182.5\ (E + \Sigma)}$ [8 *bis*] pour mesure de la durée moyenne du séjour de chaque individu.

les entrées **E**; **D**, les décès, représente les sorties **Σ**, et, dans le cas où il n'y a pas égalité entre ces deux termes, Pirce et ensuite M. Ch. Dupin ont proposé, comme nous, de prendre une moyenne arithmétique entre ces deux termes (**N** + **D**) $^1/_2$; ainsi notre méthode pour calculer la durée du séjour moyen présente toutes les garanties; d'une part, nous en avons donné la démonstration, et de l'autre, elle n'est au fond que l'application à un autre milieu d'une formule fort connue des mathématiciens. Faisons-en maintenant l'application aux maisons centrales, au sujet desquelles une différence si exorbitante existe entre M. Loua et moi; je prendrai les chiffres relatifs et ronds. M. Loua nous apprend que ces maisons ont, par 67 individus présents le 31 janvier, 33 entrées dans le cours de l'année, et que, à quelques centièmes près, ces nombres sont précisément égaux aux sorties (décès compris) et aux présents le 31 décembre suivant. Voilà donc le problème qui est posé dans sa simplicité théorique; notre formule [6] $\frac{A}{E}$ devient $\frac{67}{33}$, et donne un séjour (en année et fraction d'année) de 2.06 qui, convertis en jours, devient 752 journées comme *séjour moyen* des prisonniers, tandis que M. Loua calcule ce séjour de 246 journées, ou environ les deux tiers d'une année! Comment M. Loua ne s'aperçoit-il pas que si une prison, logeant 67 prisonniers le 1^er^ janvier, ne les conservait que les deux tiers d'une année, ce n'est pas 33 entrées qu'il lui faudrait pour compenser les sorties, mais au moins 100 entrées? Et il ne s'aperçoit pas davantage que, s'il était vrai que ces 67 prisonniers ne faisaient dans la maison qu'un séjour de moins d'une année, ils seraient nécessairement tous partis avant la fin de l'année, tandis qu'il nous apprend qu'il n'y a eu que 33 départs! On peut dire qu'il y a là une erreur manifeste et que c'est par distraction qu'elle a échappé au zélé statisticien. Mais comme cette distraction a porté sur la méthode et non sur un calcul, on retrouve partout cette erreur; ainsi, dans le même article, il calcule que, dans les *établissements d'éducation correctionnelle*, la durée du séjour serait de 257 jours, et elle est de 904 jours! que la mortalité pendant le séjour y serait de 22.1 p. 1,000, et elle est de 77.74! Pour les prisons du département de la Seine, il croit le séjour moyen de 52 jours, et il est de 61 jours, et par suite, il dit que la mortalité est de 14.1 par 1,000 prisonniers, et elle est de 16.5! Ces erreurs se retrouvent aussi dans le beau volume publié par le ministère sur l'assistance publique; ainsi, page LXXVII, ce livre annonce la durée du séjour dans les hôpitaux de 34 jours et elle est de près de 36 (35.85); il dit la mortalité de 83.5 par 1,000, elle s'élève à 87.58, et plus loin (p. LXXXI), répétant la même erreur pour les hospices, il croit la durée du séjour de 256 jours pour les adultes, elle est de 880, il la dit de 169 pour les enfants, et elle est de 323! Il trouve que la mortalité de l'ensemble est de 114 par 1,000, et elle est de 357! Je pourrais multiplier beaucoup, on le conçoit, les exemples de ces erreurs, puisqu'elles tiennent à une méthode qu'on retrouve à toutes les pages; ainsi, page LXXXI, on voit que la population moyenne des hospices (nombre rond) est à peu près constamment de 20,000 infirmes et vieillards, etc., se renouvelant par un mouvement annuel et régulier de 11,000 entrées et autant de sorties. N'est-il pas évident qu'en moyenne il faut que chacun reste tout près de 2 ans dans l'asile pour que ce mouvement de 11,000 par an entretienne ces asiles toujours pleins? Et l'auteur y calcule un séjour moyen de 246 jours! Qui ne voit que, si ces infirmes ne restaient en moyenne que 246 jours, les 20,000 présents le 1^er^ janvier seraient tous partis avant la fin de septembre, et pourtant il n'en sort que 11,000 dans toute l'année. Comment donc ce statisticien laborieux et habile a-t-il cette fois été si peu heureux? C'est la considération d'un nombre mal formé qui l'a conduit à cette erreur. C'est ce nombre que, dans les maisons de détention, il appelle la *somme des existences*, et dans les hospices et hôpitaux, le nombre *total des traités;* or, pour former le total, il additionne ceux qui sont présents le 1[er] janvier (**A**) et tous ceux qui sont entrés dans l'année (**E**); il ne s'aperçoit que, au point de vue de la durée du séjour que cette somme va lui servir à déterminer, ces unités ne sont pas comparables, *ne sont pas de la même espèce* et ne peuvent être additionnées; que le nombre de ceux qu'il appelle des existences peut se décomposer sous ce point de vue en trois parts: 1° **A** ceux qui étaient dans la maison au 1[er] janvier et qui, en moyenne, ont évidemment déjà fait *un demi-séjour;* 2° ceux **Z** qui y seront encore le 31 décembre et qui auront fait aussi en moyenne *un demi-séjour;* 3° un troisième groupe **M** qui, entré et sorti dans la même année, y a fait un *séjour complet* (le groupe **M** peut ne pas exister si le séjour moyen est de plus d'une année). Or, par cette méthode, M. Loua assimile la somme entière de ces existences à ce troisième groupe **M**; il décrète que tous ceux qui y sont compris y ont fait un séjour complet, et, en conséquence, il partage également entre eux les *journées de présence;* c'est ainsi qu'il arrive à ces résultats inattendus pour les établissements *d'éducation correctionnelle*, d'attribuer à ceux qui y résident un séjour moyen de 257 jours, au lieu de 904 jours ou 2 ans et 174 jours. Pour les hôpitaux, la circulation est beaucoup plus rapide, c'est pourquoi le nombre de ceux qui s'y rencontrent, soit le 1[er] janvier (**A**), soit le 31 décembre (**Z**), est très-peu de chose comparé au nombre de ceux (**M**) qui entrent et sortent dans le cours de l'année et font ainsi un séjour complet. Il en résulte que l'erreur à laquelle aboutit M. Loua est beaucoup moins considérable. Le nombre qu'il appelle le *total des traités* est toujours entaché du même vice, il comprend comme ayant fait un séjour complet des demi-traités ou malades présents le 1[er] janvier et le 31 décembre et ayant fait seulement un demi-séjour (**A** et **Z**), et d'autres (**M**) qui ont subi les chances d'un séjour entier; mais ceux-ci étant bien plus nombreux que ceux-là, l'erreur qui résulte de ce vice de méthode paraît peser moins sur le résultat; ainsi, nous avons vu qu'à la Charité, d'après les éléments fournis par M. Loua lui-même, la durée du séjour est de 23.58 jours, M. Loua trouve 22.16, ce qui élève la mortalité de 122.7 à 145 par 1,000 malades. Pour tous les services de médecine réunis, la durée du séjour serait, d'après M. Loua, de près de 20 jours (19.93) et elle est vraiment de 21 (20.96), ce qui élève la mortalité par malade de 127 à 133.6, ainsi de suite.

X. Conclusion. — Il ressort de cette longue discussion que si, dans tous les cas, la comparaison des décès à la population qui les a fournis dans l'unité de temps constitue la base de toute mortalité, il convient, vu les conditions particulières des groupes de vivants que l'on étudie et des données dont on dispose, de diviser cette recherche en diverses catégories et d'y appliquer les règles et formules suivantes:

I. En ce qui concerne les *populations libres,* il convient, autant que possible, de diviser les vivants et les décès qu'ils fournissent en divers groupes d'âges, soit, par exemple, $\mathbf{P}_{n..n+1}$ groupe de vivants de l'âge $_n$ à l'âge $_{n+1}$ et $\mathbf{D}_{n..n+1}$ les décédés qu'ils fournissent dans l'*unité de temps,* temps qui, d'après ce qui a été dit, ne saurait dépasser l'intervalle $_{n..n+1}$; on a alors $\frac{\mathbf{D}_{n..n+1}}{\mathbf{P}_{n..n+1}}$ [3] pour expression de la mortalité dans l'unité de temps.

II. *Dîme mortuaire.* — Cependant nous avons vu qu'à la naissance, parce que l'on connaissait plus certainement le nombre des naissances vivantes (S_0) que celui de la population de 0 à 1 an ($P_{0..1}$) on pouvait encore *apprécier approximativement* la mortalité du premier âge par la formule suivante $\frac{D_{0..1}}{S_0}$, rapport toujours différent de la mortalité $\frac{D_{0..1}}{P_{0..1}}$ et que j'appelle *dîme mortuaire.*

III. En ce qui concerne les *populations cloîtrées,* nous avons vu qu'il y avait lieu de distinguer entre les *hôpitaux* où on admet les malades pour *un temps très-court:* quelques semaines, quelques mois, ou, *dans tous les cas, pour un temps toujours moindre que l'année*, et pour des maladies aiguës, milieu dans lequel le danger n'est pas proportionnel à la durée du séjour; dans ce cas, la question de temps ou de *durée* du séjour est tout à fait secondaire, et c'est par maladie ou par séjour, quelle qu'en soit la durée, qu'il convient d'apprécier la mortalité; il faut donc prendre le rapport entre les décès (**D**) et les malades qui les ont fournis; mais pour avoir la somme de ces malades, il importe de ne pas ajouter ceux qui, se trouvant à l'hospice le 1[er] janvier (**A**), et ceux qui, y restant le 31 décembre (**Z**), n'ont fait qu'un demi-séjour avec ceux (**M**) qui, étant entrés et sortis dans la même année, ont supporté les chances d'un séjour entier: appelons **A** le nombre de ceux qui étaient présents le 1[er] janvier, **Z** ceux qui y étaient le 31 décembre, et désignons par **E** le nombre, généralement donné, de ceux qui sont entrés dans le cours de l'année; remarquons que, dans les hôpitaux où les malades restent toujours moins d'une année, ces entrées **E** se composent: 1° de ceux, en nombre **M**, qui sont *entrés* et *sortis* dans le cours de la même année; 2° de ceux **Z**, généralement connus, qui, entrés aussi dans le cours de l'année, sont encore à l'hôpital le 31 décembre. On aura donc $M = E - Z$. On connaît dès lors le nombre (**M**) des malades qui ont subi les chances d'un séjour entier; on a, de plus, le nombre de ceux ($A + Z$) qui ont subi celles d'un demi-séjour; il en résulte la formule $M + \frac{1}{2}(A + Z)$ ou, en substituant à **M** sa valeur $E - Z$, la formule $E + \frac{1}{2}(A - Z)$ qui donneront, l'une comme l'autre, la somme totale de ceux qui ont passé un séjour entier dans l'hôpital, et par suite on aura pour mesure de la mortalité: $\frac{D}{M + \frac{1}{2}(A+Z)}$ [6] ou encore: $\frac{D}{E + \frac{1}{2}(A - Z)}$ [6*bis*]. Mais comme il arrive le plus souvent que $A = Z$, ou à très-peu près, on aura $M + Z$, ou simplement **E** pour le nombre de ces séjours entiers (et *non* $E + A$, comme dit M. Loua); on pourra donc poser le plus souvent avec une approximation suffisante $\frac{D}{E}$ pour la mortalité par malade; c'est la méthode de l'Assistance publique de la ville de Paris; il nous semble que sur ce point elle laisse peu à désirer, si ce n'est la possibilité d'analyse par maladie, par âge, sexe et profession, *desiderata* auquel va satisfaire de plus en plus la belle statistique des hôpitaux de Paris entreprise par M. Husson[1].

1. Ce serait évidemment sortir de la condition expresse dans laquelle nous posons la formule $M = E - Z$, que d'objecter qu'elle n'est pas exacte dans les cas où quelques individus font un séjour de plus d'une année dans le milieu étudié, d'abord parce que jamais ce cas ne se présente dans les hôpitaux où, comme à Paris, l'on ne traite guère que des maladies aiguës, sans jamais garder ni les infirmes, ni les longues ou incurables affections chroniques. Mais veut-on appliquer la formule précédente à ces hôpitaux mixtes, rien de plus facile: il suffira de prendre pour unité de temps, au lieu de l'année, une durée quelconque, mais *égale* ou *supérieure* au plus long séjour

Pour ces hôpitaux, la recherche du danger de mort par journée de séjour est inutile et *fallacieuse,* puisque le danger ne croît pas comme la durée du séjour[1].

Cependant il importera toujours, sous plusieurs points de vue, de faire suivre cette mortalité par malade de la durée du séjour qui sera donnée par la formule $\frac{A+Z}{E+\Sigma}$ [8], dans laquelle **A** est le nombre de ceux présents le 1er janvier, **Z** ceux présents le 31 décembre suivant, **E** le nombre des entrées et **Σ** le nombre des sorties dans l'année (par décès ou autrement); ou mieux encore, quand la somme des journées de présence (**J**) est connue, par la formule : $\frac{J}{182.5\,(E+\Sigma)}$ [8*bis*].

IV. *Le quatrième cas* est celui qui concerne les populations longuement cloîtrées, soit bien portantes, soit atteintes de maladies chroniques de très-longue durée: maisons de détention, de correction, prisons, asiles, et jusqu'à un certain point hospices. *Pour ces populations cloîtrées, le danger* quotidien, d'abord stationnaire, finit très-vraisemblablement, à cause de l'altération graduelle de santé, par croître de jour en jour, ce qui est le contraire de la population des hôpitaux. Pour ces populations, le plus sûr est sans doute de déterminer le danger journalier en divisant les décès **D** par la somme des journées de présence **J**; on a $\left(\frac{D}{J}\right)$ [7]. Comme il importe aussi beaucoup de connaître la durée moyenne du séjour, la formule [8] ou [8*bis*] ci-dessus donnera cette durée moyenne, et en multipliant le danger quotidien par le nombre de jours moyen de l'incarcération, on aura la mortalité pour toute la durée du séjour. Mais c'est seulement dans le cas où cette durée se rapproche de l'année ou la dépasse que l'on peut, multipliant le danger quotidien par 365 jours, se flatter d'avoir le danger annuel (voy. p. 37, § 2).

V. Enfin, il y a des hôpitaux mixtes qui ont en même temps une population de vieillards et d'infirmes, et un service pour les maladies aiguës du dehors; il y a aussi des asiles, des prisons avec des hôpitaux recevant des malades étrangers.

Il est clair que toutes les fois que des éléments aussi disparates sont mêlés, le problème devient de moins en moins déterminable; il faut tâcher d'obtenir de l'administration qu'elle sépare les éléments de ces populations hétérogènes. En attendant, peut-on se former une idée sommaire en recherchant la mortalité d'après les formules [5] et [6], ou mieux [7] et [8] combinées? Cela est possible, sans doute,

---

dans le milieu étudié, de manière qu'à la fin de cette durée *tous* les individus **Z**, qui restent dans l'asile, soient entrés pendant le cours de cette unité de temps, car alors on aura toujours ces restants **Z**, nécessairement égaux aux entrées **E**, diminués de ceux **M**, qui sont entrés et sortis dans le cours de cette même durée, c'est-à-dire $Z = E - M$ et par suite $M = E - Z$. Il est clair alors que, dans la formule subséquente $\frac{D}{M+{}^1/_2(A+Z)}$, **D** sera le nombre des décès survenus pendant la même durée et la mortalité donnée par cette formule sera la mortalité propre à cette même unité de temps; — un calcul de proportion donnerait, s'il y a lieu, la mortalité annuelle, quotidienne, etc. — Mais répétons que, pour les hôpitaux de Paris et beaucoup d'autres, l'année est une unité de temps dont la durée est toujours suffisante.

1. On remarquera que ce danger croît plus vite que la durée du séjour jusqu'à l'heure où la maladie aiguë a atteint son apogée, et *ensuite* que le danger journalier rétrograde et décroît avec le séjour; et comme c'est presque exclusivement sur les derniers jours de convalescence que porte le plus ou moins de durée de séjour dans les hôpitaux, on peut avancer cette singulière proposition : que, *dans ces hôpitaux, le danger quotidien décroit en raison inverse de la durée du séjour,* ce qui sépare nettement cette catégorie de la suivante IV.

mais il ne faut pas perdre de vue que de tels compromis ne peuvent prétendre qu'à des à peu près fort vagues, s'opposent à toute affirmation, et c'est aussi un savoir précieux, qui témoigne d'un esprit sain, que de savoir ignorer ce que la méthode scientifique ne permet pas encore de connaître. Dr BERTILLON.

Le travail qui précède a été, comme on peut le voir, inspiré par les divers articles que j'ai consacrés, dans ce Journal, à la mesure de la mortalité dans les établissements à population variable, comme les prisons, les hospices, les hôpitaux, etc.

M. Bertillon ne conteste pas la méthode que j'ai employée en ce qui regarde les prisons, et il admet que la meilleure mesure de leur mortalité consiste dans la division des décès annuels par le total des journées de présence relevés dans l'année.

Le dissentiment se produit en ce qui regarde les hôpitaux, dans lesquels, dit-il, la mortalité ne se répartit pas uniformément entre les journées de présence, ces dernières comportant des journées de maladie aiguë et des journées de convalescence, lesquelles sont moins exposées que les autres aux chances de décès.

A cela je n'ai qu'une chose à répondre : c'est que les états de situation des hôpitaux ne distinguent pas et ne pouvaient pas distinguer les journées de convalescence de celles de maladie, avec toutes les circonstances de décès et de sortie qu'elles comportent, et que, par conséquent, on s'est trouvé obligé de les confondre.

M. Bertillon admet comme moi (et je suis heureux d'avoir appelé l'attention sur ce point) que la mortalité effective des malades se calcule par la chance mortuaire d'un jour, multipliée par la durée du séjour; mais en ce qui concerne le calcul même de cette durée, M. Bertillon conteste absolument la méthode que j'ai employée.

On a vu la formule sur laquelle il appuie ses propres calculs et qui l'amènent à rejeter complétement les individus présents au 1er janvier de l'année que l'on considère, ces individus ayant, dit-il, fait en moyenne un demi-séjour dans l'année précédente, et n'étant assujettis dans la présente également qu'à un demi-séjour.

Or, comment arrive-t-il à rejeter ce terme? C'est en établissant que le nombre des individus entrés dans l'année et sortis dans la même année est égal aux entrées constatées diminuées des personnes présentes au 31 décembre.

Ce qui se traduit algébriquement par l'équation $M=E-Z$.

Mais c'est un fait que je ne puis admettre à aucun prix; car, dans le terme Z, il peut se trouver, et il se trouve effectivement quand il s'agit des prisons, par exemple, un très-grand nombre de ceux qui constituent le terme A, c'est-à-dire les présents au 1er janvier.

Ainsi, pour n'en donner qu'un exemple, un individu condamné à dix ans de détention, et qui n'est pas mort dans l'intervalle, figure au moins neuf fois de suite dans les présents au 31 décembre, aussi bien que dans les présents au 1er janvier. Dans ce cas, la formule de M. Bertillon, loin de donner les entrées et sorties dans l'année, arrive à un résultat purement négatif.

Il n'y a donc aucune raison de ne pas tenir compte de A, c'est-à-dire des présents au 1er janvier.

J'ai voulu, pour m'en assurer complétement, vérifier le fait sur un état nominatif d'hôpital. J'en présente ici un extrait. Pour simplifier, j'ai pris le *mois* pour unité au lieu du *jour;* mais cela ne change rien au procédé.

Mouvements de l'hôpital d'X.....

Présents au 1er janvier.	Entrées.	Date de l'entrée.	Total des traités.	Décès.	Date du décès.	Sorties.	Date de la sortie.	Présents au 31 décembre.
—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.	11.		16.	4.		6.		6.
Pierre.	Basile.	1er février.		Basile.	1er mars.	Pierre.	1er février.	
Jean.	Siméon.	1er mars.		Jean.	1er avril.	»	»	Siméon.
Louis.	Lucien.	1er avril.		»	»	Lucien.	1er juin.	Louis.
Victor.	Paul.	1er mai.		»	»	Victor.	1er juillet.	Paul.
Charles.	Guillaume.	1er juin.		Guillaume.	1er août.	Charles.	1er février.	»
	Vincent.	1er juillet.		»	»	Vincent.	1er octobre.	»
	Sébastien.	1er août.		Sébastien.	1er octobre.	»	»	»
	Joseph.	1er septemb.		»	»	Joseph.	1er novemb.	»
	Marcel.	1er octobre.		»	»	»	»	Marcel.
	Gilbert.	1er novemb.		»	»	»	»	Gilbert.
	André.	1er novemb.		»	»	»	»	André.

A la seule inspection de ce tableau, on voit que les individus présents au 1er janvier ont été, comme les entrées, soumis aux chances de mortalité, de sortie ou de présence au 31 décembre. En fait, sur 5, 1 est mort, 3 sont sortis, 1 est resté le 31 décembre, et chacun d'eux a fourni un certain nombre de mois de présence.

Faisons pour tous le calcul nominatif des mois de présence :

		Date de l'entrée.	Date de la sortie.	Mois de présence.
		—	—	—
Présents au 1er janvier.	1. Pierre. . . .	1er janvier.	1er février.	1
	2. Jean.	1er janvier.	1er avril.	3
	3. Louis. . . .	1er janvier.	31 décembre.	12
	4. Victor. . . .	1er janvier.	1er juillet.	6
	5. Charles. . .	1er janvier,	1er février.	1
			Total	23
Entrés dans l'année.	6. Basile. . . .	1er février.	1er mars.	1
	7. Siméon. . .	1er mars.	31 décembre.	10
	8. Lucien . . .	1er avril.	1er juin.	2
	9. Paul.	1er mai.	31 décembre.	8
	10. Guillaume. .	1er juin.	1er août.	2
	11. Vincent. . .	1er juillet.	1er octobre.	3
	12. Sébastien. .	1er août.	1er octobre.	2
	13. Joseph . . .	1er septembre.	1er novembre.	2
	14. Marcel . . .	1er octobre.	31 décembre.	3
	15. Gilbert . . .	1er novembre.	31 décembre.	2
	16. André. . . .	1er novembre.	31 décembre.	2
			Total	37
	Le nombre total annuel des mois de présence est de . .			60

Il a été fourni par 16 individus; pour chacun d'eux la durée moyenne du séjour est de $\frac{60}{16} = 3.75$ mois.

Or, il y a eu 4 décès par 60 mois, c'est 0.0666 en moyenne par mois; et en multipliant cette chance mortuaire mensuelle par la durée du séjour, on obtient : $3.75 \times 0.0666 = 0.25$.

Or, c'est précisément le même résultat qu'on trouve en divisant les décès 4 par les traités $16 = 0.25$, soit 25 décès par 100 traités.

Donc, la mortalité par unité de temps permet de trouver la mortalité applicable à une durée quelconque, celle du séjour ou l'année, en la multipliant par le nombre d'unités de temps qui se trouvent dans ces termes.

De plus, la durée du séjour s'obtient en divisant les journées de présence par les traités, lesquels, nous croyons devoir le répéter, se composent des présents au 1er janvier et des entrées.

Nous ne nous dissimulons pas que les présents au 1er janvier ont, en général, un séjour moindre que les entrées, mais *notre durée* telle que nous l'avons calculée s'applique aux deux catégories, et il ne serait possible de connaître effectivement celle qui s'applique à chacune d'elles que si les états officiels fournissaient leur mouvement séparé complet; c'est ce qui n'a pas lieu.

J'ajoute que la durée de séjour que nous avons calculée est *la durée pendant l'année* que l'on considère. C'est pourquoi nous n'avons pas trouvé, comme M. Bertillon, des durées de deux ou trois ans dans les établissements pénitentiaires.

Enfin, quand il s'agit de faire les calculs sur une série d'années, il est essentiel de ne tenir compte des présents au 1er janvier ou au 31 décembre que pour les deux années extrêmes. Il faut les supprimer dans les années intermédiaires comme faisant double emploi.

Dans ce cas, s'il s'agit des hôpitaux, où les entrées sont de beaucoup supérieures aux présents à un jour donné, le calcul permet de négliger ces présents, et on arrive à l'expression de l'Assistance publique, que M. Bertillon adopte, c'est-à-dire à ne tenir compte *au diviseur* que des entrées, mais ce calcul est inapplicable aux hospices et aux prisons, dans lesquels la population moyenne est presque toujours supérieure aux entrées annuelles.

Ces restrictions témoignent de la difficulté de calculer la mortalité des établissements à population variable. Chaque auteur a une méthode différente; mais la mortalité journalière calculée sur les journées de présence, a l'avantage de faire apprécier ces différences et d'en faire connaître la valeur; c'est la seule d'ailleurs qui permette de comparer les milieux les plus différents. (Population, hôpitaux, hospices, prisons, etc.)[1]

A cet égard, il nous sera permis de croire, malgré les critiques de M. Bertillon, que les deux articles qu'il attaque peuvent être utilement consultés. T. Loua.

---

1. Je constate, au dernier moment, que M. von Baumhauer, auteur du programme de la prochaine session du congrès international de statistique, est du même avis que moi sur cette question. (Voir *Idées-mères*, p. 28.)