JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

OLIVIER COSTA DE BEAUREGARD

Sur la théorie des moments cinétiques propres en Relativité Restreinte

Journal de mathématiques pures et appliquées 9e série, tome 21 (1942), p. 267-275.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1942_9_21__267_0>

Sur la théorie des moments cinétiques propres en Relativité Restreinte; [1]

Par M. Olivier COSTA de BEAUREGARD.

1. On sait que l'un des éléments du succès de la Théorie de Dirac est l'attribution d'un *moment cinétique propre* à l'électron, moment dont les trois composantes sont représentées à la manière quantique par les matrices

$$S_u = -\frac{h}{4\pi i}\,\alpha_v\,\alpha_w$$

(u, v, w désigne une permutation circulaire des indices d'espace 1, 2, 3); les S_u se trouvent être les composantes spatiales d'un *vecteur matriciel d'Univers*, dont la composante temporelle est

$$S_4 = -\frac{h}{4\pi i}\,i\,\alpha_1\,\alpha_2\,\alpha_3.$$

Il y a là un fait paradoxal, puisqu'un *moment cinétique d'Univers* doit avoir variance de *tenseur antisymétrique du second ordre*. Il est facile de trouver, avec M. Louis de Broglie [2], l'origine de la difficulté : *le moment cinétique d'un corps étendu est défini, à la manière classique, pour des états simultanés;* il s'ensuit que les moments cinétiques d'un même corps définis dans deux systèmes galiléens différents *n'appartiendront pas au même tenseur.* D'une manière générale, si l'on considère un milieu continu et une certaine grandeur finie attachée à ce milieu, représentée par l'intégrale d'une *forme différentielle complète* portant sur la densité correspondante, *la définition de la grandeur considérée sera fonction des instants individuels auxquels les diverses « molécules »* [3] *sont prises* [4].

---

[1] Depuis l'époque de la rédaction du présent article, nous avons notablement étendu et amélioré notre théorie; nous avons l'intention, dans un prochain travail, de l'exposer sous sa forme définitive.

[2] *La variance relativiste du moment cinétique d'un corps en rotation* (*Journ. de Math.*, t. XV, fasc. 1, 1936, p. 89).

[3] Dans un milieu continu, nous prenons le mot « molécule » au sens de *point géométrique du fluide suivi dans son mouvement.*

[4] Il y a exception dans le cas de la charge électrique : *la charge électrique est un invariant conservatif.* Mais cette circonstance est uniquement due à l'existence de l'*équation de continuité.*

Toujours suivant les principes de la Mécanique quantique, la théorie de Dirac attribue au *fluide de probabilité* une *densité de moment cinétique propre* qui est représentée par un *quadrivecteur du genre espace* σ_i, résultat que M. Louis de Broglie a également justifié dans le cas d'un solide en rotation. En Théorie de Dirac, on peut montrer que, d'une façon générale, *le quadrivecteur σ_i est orthogonal au courant d'Univers.*

Le but essentiel de notre travail est de discuter et de justifier ces divers résultats *du point de vue relativiste classique;* nous prendrons non plus un solide tournant, comme M. Louis de Broglie, mais un milieu continu que, *par hypothèse*, nous supposerons doué d'une *densité de moment cinétique propre.* Nous montrerons alors que le caractère *quadrivectoriel* ([1]) de la densité σ est une conséquence de postulats très généraux, et qu'un nouveau postulat, extrêmement naturel en Cinématique relativiste des milieux continus, entraîne pour ce quadrivecteur la propriété d'être *orthogonal au courant d'Univers.*

On sait, et nous le rappellerons, que la Dynamique classique nie en fait l'existence d'une *densité de moment cinétique propre.* Comme les moments cinétiques propres (sinon les densités correspondantes) ont été imposés par l'expérience, il semble qu'il y aurait intérêt à élargir, sur ce point particulier, les conceptions de la Dynamique. Or, le raisonnement relativiste *purement formel* que nous allons donner montre qu'il y aurait à cela de réelles difficultés : il apparaît en effet que le *résultat négatif* en question a des racines très profondes, et que *sa véritable cause est d'ordre cinématique.* Autrement dit, bien qu'on ne puisse pas affirmer en toute rigueur que le problème soit insoluble, du moins faut-il conclure que, dans l'étude des *moments cinétiques propres*, la Physique du Continu classique est bien près de ses possibilités limites.

Dans toute notre étude, u, v, w désignera une permutation *circulaire* des indices d'espace 1, 2, 3, et i, j, k, l une permutation *quelconque* des indices d'Univers 1, 2, 3, 4.

2. Rappel de quelques résultats d'Élasticité et de Dynamique prérelativistes. — Soient, dans un milieu élastiquement tendu, T_{uv} les neuf coefficients qui expriment le vecteur *force superficielle élémentaire* δT_u en fonction du vecteur *aire élémentaire* correspondante (tenseur élastique)

$$\delta T_u = T_{uv}\, \delta s^v\cdot$$

intégrant sur une aire fermée et transformant en intégrale triple, on fait

([1]) En axes cartésiens orthogonaux et d'égale mesure, à l'arbitraire près d'un signe, il n'y a aucune différence entre un quadrivecteur et un tenseur complètement antisymétrique du 3e ordre. En réalité, la densité de spin de Dirac est un tenseur antisymétrique du 3e ordre.

apparaître la *densité volumique de force élastique* f_u

$$\text{(1)} \qquad T_u = \iiint \partial^\nu T_{u\nu}\,\delta u \qquad \boxed{f_u = \partial^\nu T_{u\nu}}.$$

De même, prenons le moment de la force superficielle à l'origine, intégrons et transformons; il apparaît une *densité de moment pondéromoteur propre d'origine élastique* $\mu_{u\nu}$

$$\begin{aligned}
&\iint (T_{uw}x_\nu - T_{\nu w}x_u)\,\delta s^{w} \\
&= \iiint (x_\nu \partial^w T_{uw} - x_u \partial^u T_{\nu w})\,\delta u + \iiint (T_{uw}\partial^w x_\nu - T_{\nu w}\partial^w x_u)\,\delta u \\
&= \iiint (f_u x_\nu - f_\nu x_u)\,\delta u + \iiint (T_{u\nu} - T_{\nu u})\,\delta u,
\end{aligned}$$

$$\text{(2)} \qquad \boxed{\mu_{u\nu} = T_{u\nu} - T_{\nu u}}.$$

Ainsi : (A) *l'Élasticité établit la possibilité d'existence d'une densité de moment pondéromoteur propre, qui est représentée par un tenseur antisymétrique du second ordre, et qui s'annule lorsque le tenseur élastique est symétrique.*

Prenons alors les équations de la Dynamique des milieux continus; f_u désignant la densité de force d'inertie totale, v_u la vitesse du fluide et ρ sa densité, elles s'écrivent

$$\text{(3)} \qquad f_u = \partial^\nu(\rho v_u v_\nu) + \partial^t(\rho v_u).$$

Ainsi, la densité de force d'inertie est la somme d'un terme de forme élastique dérivant du tenseur *symétrique* $\rho v_u v_\nu$, et d'un terme $\partial^t(\rho v_u)$ non réductible à cette forme, c'est-à-dire proprement volumique. Par conséquent, la Dynamique affirme que *la densité de moment de force d'inertie propre est identiquement nulle*, et, en vertu du principe de d'Alembert appliqué aux moments : (B) qu'*il en est de même pour la densité de moment pondéromoteur propre.*

D'ailleurs, il est facile de confirmer ce résultat de la manière suivante : prenons, dans un milieu continu, une gouttelette sphérique de rayon r suivie dans son mouvement; son moment d'inertie est $\frac{8}{15}\pi\rho r^5$, et sa vitesse angulaire $\frac{1}{2}\overrightarrow{\text{rot.}\ v}$. Son *moment cinétique* est donc un infiniment petit du 5^e ordre, *ce qui ne permet pas de définir une densité de moment cinétique propre.* En d'autres termes : (C) *la Dynamique ignore l'existence d'une densité de moment cinétique propre.*

Or, l'existence des moments cinétiques propres à l'échelle atomique est mise en évidence par les expériences gyromagnétiques, par exemple; il semblerait intéressant d'élargir les conceptions classiques de la Physique du Continu de manière à pouvoir attribuer à la matière une densité de moment cinétique propre. De même, l'existence d'un moment cinétique propre de l'électron est mise en évidence par la spectroscopie, et la Mécanique quantique utilise comme intermédiaire de calcul dans l'espace-temps une densité de moment cinétique propre, dont il est intéressant de justifier les propriétés du point de vue relativiste pur.

En fait, nous allons pouvoir montrer que *les propriétés de la densité σ de Dirac sont imposées par le formalisme relativiste comme conséquences nécessaires de postulats très généraux qui s'imposent presque d'eux-mêmes* (n° 3). De plus, on verra que *les résultats négatifs* (B) *et* (C) *de la théorie prérelativiste ont une origine très profonde, et que l'élargissement sur ce point de la Dynamique ancienne ne serait pas facile* (n° 4).

3. Détermination relativiste des propriétés de la densité de moment cinétique propre. — Sous forme finie, la variance relativiste d'un moment cinétique C résulte sans ambiguïté de la considération d'un point matériel de coordonnées x^i et d'impulsion-masse p^i; en effet, d'après la Dynamique ancienne, il ne peut s'agir que du tenseur antisymétrique

$$C^{ij} = p^i x^j - p^j x^i \qquad (i, j = 1, 2, 3, 4), \tag{4}$$

dont les trois C^{uv} représentent le moment cinétique proprement dit à l'origine des espaces ($u, v = 1, 2, 3$).

Quant aux trois C^{4u}, leur interprétation est facile si l'on remplace x^4 et les p^i par leurs valeurs ict et $p^u = mv^u$, $p^4 = icm$; il vient en effet

$$C^{4u} = icm(x^u - v^u t), \tag{4'}$$

et l'on voit qu'il s'agit au facteur ic près du *moment barycentrique à l'origine, généralisé par l'hypothèse de la non-simultanéité*. En particulier, pour t infiniment petit, on retrouve le moment barycentrique habituel à l'instant zéro ($-v^u\,dt$ représentant alors une « correction de non-simultanéité »).

Cela étant, nous savons que nous devons obtenir un tenseur antisymétrique du second ordre δC^{ij} en multipliant convenablement les composantes inconnues de la densité σ par l'*élément de volume généralisé* $[dx^i\,dx^j\,dx^k]$; la composante $[dx^u\,dx^v\,dx^w]$ représente le *volume pur* habituel, les trois autres pouvant être considérées comme engendrées lors d'un changement de repère galiléen. Réciproquement, on pourra se donner un *état non simultané quelconque* d'un ensemble de molécules fluides, en prenant, dans un tube de courant d'Univers, une hypercloison quelconque astreinte seulement à être partout *du genre espace;* en effet, il est évidemment nécessaire que la *simultanéité locale* puisse être assurée dans un repère galiléen convenable, ce qui a bien lieu grâce à la condition précédente : le *système de simultanéité locale* est celui dont l'axe temporel est orthogonal à l'hypercloison au point d'Univers considéré.

On voit donc que la grandeur inconnue σ est nécessairement un tenseur, dont il faut déterminer l'ordre n et éventuellement les symétries. Soit m le nombre de ses indices muets, qui viendront *saturer* certains indices du $[dx^i\, dx^j\, dx^k]$, s celui de ses indices significatifs. Les trois entiers n, m et s sont essentiellement positifs et au plus égaux à 4, et l'on peut écrire les relations d'homogénéité

$$2 = (3 - m) + s \quad \text{ou} \quad m = 1 + s,$$
$$m + s = n \quad \text{ou} \quad n = 1 + 2s.$$

Pour $s = 0$, il vient $m = 1$, $n = 1$;
» $s = 1$, » $m = 2$, $n = 3$;

l'hypothèse $s = 2$ n'est pas à retenir, puisqu'elle donnerait $n = 5$.

Ainsi, la densité σ, *si elle existe* (Postulat I), est nécessairement un *tenseur du* 1er *ou du* 3e *ordre.*

Étudions d'abord la première hypothèse. Elle s'écrit

$$\delta C^{ij} = \sigma_k [dx^i\, dx^j\, dx^k], \tag{5}$$

formule grâce à laquelle *l'antisymétrie du tenseur produit* δC *est garantie quel que soit le choix de l'élément trilinéaire d'intégration,* ce qui, évidemment, était *a priori* nécessaire. De plus, on voit que, *dans l'hypothèse de la simultanéité,* où seule la composante $[dx^1\, dx^2\, dx^3]$ n'est pas nulle, *on retrouve pour la densité* σ *la définition usuelle d'une densité vectorielle*, en ce sens : 1° que les trois composantes δC^{uv} du moment cinétique proprement dit ne comprennent qu'un seul terme dans leur expression, celui en σ^{w}; 2° que les trois composantes du moment barycentrique δC^{4v} sont nulles.

Si l'on introduit les compléments $ic\,\delta B^{kl}$ et $ic\,\delta u^l$ des deux tenseurs antisymétriques figurant dans (5), il vient la nouvelle écriture

$$\boxed{\delta B^{kl} = \sigma^k\, \delta u^l - \sigma^l\, \delta u^k}. \tag{5'}$$

Prenons maintenant l'hypothèse $n = 3$, et postulons que : (II) *l'antisymétrie du tenseur produit doit rester assurée quel que soit le choix de l'élément trilinéaire d'intégration;* nous sommes alors obligés d'adopter, non plus le simple produit contracté sur deux indices, mais la combinaison classique

$$\delta B^j_i = \frac{1}{2} \{ \sigma_{jkl} [dx^i\, dx^k\, dx^l] - \sigma_{ikl} [dx^j\, dx^k\, dx^l] \}. \tag{5''}$$

Postulons alors que : (III) *dans l'hypothèse de la simultanéité, le caractère vectoriel d'espace doit être retrouvé pour la densité* σ. Nous remarquons de suite que, pour un couple donné des indices muets, chacun des termes non nuls de l'expression précédente est en réalité la somme de deux termes en général différents, correspondant à la permutation de ces indices dans σ; par conséquent, nos postulats imposent déjà l'antisymétrie du tenseur σ par rapport aux deux indices muets, condition nécessaire et suffisante pour que les deux termes visés soient toujours égaux. On peut alors les grouper ensemble, et négliger le coefficient $\frac{1}{2}$. Toujours dans l'hypothèse de la simultanéité, cela nous permet d'écrire (la convention de sommation n'étant pas utilisée, et u, v, w désignant une permutation circulaire des indices d'espace 1, 2, 3)

$$\delta B_{uv} = (\sigma_{vvw} + \sigma_{uuw}) \,|\, dx^1\, dx^2\, dx^3 \,|, \qquad \delta B_{w4} = \sigma_{4uv} \,|\, dx^1\, dx^2\, dx^3 \,|.$$

Faisons alors jouer à nouveau le postulat (III). Il faut que, en vertu d'une propriété intrinsèque du tenseur σ, l'un des deux groupes de composantes qui viennent d'être écrites soit nul, et que l'autre ne comporte qu'un seul terme dans son expression. Le second groupe ne peut être nul, car alors les composantes σ_{uuw} et σ_{vvw} devraient être toujours égales entre elles, ce qui n'est possible que si elles sont nulles : le tenseur σ serait alors identiquement nul, hypothèse inacceptable. Il faut donc que les σ_{4uv} ne soient pas nulles, mais que les σ_{vvw} le soient toujours : cela n'est possible que si le tenseur σ est antisymétrique par rapport aux deux premiers indices. Finalement, le tenseur σ doit être complètement antisymétrique, de sorte que l'écriture (5″) vient en coïncidence avec l'écriture (5′), avec le corollaire que *le moment barycentrique est nul dans l'hypothèse de la simultanéité.*

Ajoutons alors aux postulats précédents : (IV) *la nécessité de retrouver le caractère vectoriel d'espace de la grandeur σ dans le système galiléen entraîné;* nous voyons que la composante σ_4 doit s'annuler dans ce système, c'est-à-dire que *le quadrivecteur σ doit être orthogonal au courant d'Univers*

$$(6) \qquad \sigma_i\, dx^i = 0 \qquad \text{ou} \qquad \boxed{\sigma_4 = \frac{i}{c}\left(\vec{\sigma}.\vec{v}\right)}$$

($\vec{\sigma}$ désignant le vecteur d'espace ayant les trois σ^u pour composantes, et $\vec{v}$ la vitesse du fluide au sens habituel).

On sait que, en Théorie de Dirac, la densité σ est un tenseur antisymétrique du 3e ordre et que la relation (6) est effectivement vérifiée. Finalement, nous avons bien retrouvé l'ensemble des propriétés de la densité σ de Dirac moyennant les quatre postulats généraux : d'*existence* (I); d'*arbitraire de l'élément trilinéaire d'intégration* (II); de *densité vectorielle retrouvée dans le système de simultanéité* (III), *et dans le système entraîné* (IV).

4. Étude de l'intégrale d'hyperparoi. La densité de moment pondéromoteur propre. — Il est nécessaire que nous complétions notre étude de la manière suivante : nous prendrons l'intégrale triple de l'expression (5′) sur le domaine particulier constitué par deux hypercloisons différentes relatives aux mêmes molécules, et par l'hyperparoi du tube de courant d'Univers correspondant. En effet, pour pouvoir affirmer que l'ensemble des deux intégrales d'hypercloisons représente bien la *variation du moment cinétique-moment barycentrique* d'une même goutte fluide, il faut que nous sachions interpréter l'intégrale triple d'hyperparoi, et aussi l'intégrale quadruple obtenue au second membre par transformation.

L'élément trilinéaire d'hyperparoi contient par hypothèse le quadrivecteur élément de trajectoire dx^i; il est donc partout du *genre temps;* pour achever de le définir, on prendra deux quadrivecteurs élémentaires δx_1^i et δx_2^i du *genre espace*, de sorte que ses diverses composantes seront les déterminants extraits du tableau

$$\left\| \begin{matrix} \delta x_1^1 & \delta x_1^2 & \delta x_1^3 & \delta x_1^4 \\ \delta x_2^1 & \delta x_2^2 & \delta x_2^3 & \delta x_2^4 \\ dx^1 & dx^2 & dx^3 & dx^4 \end{matrix} \right\|.$$

Il est bien clair que le produit extérieur des quadrivecteurs δx_1^i et δx_2^i représente l'*élément d'aire généralisée* de la goutte fluide suivie dans son mouvement, les trois composantes en (u, v) correspondant à l'aire proprement dite, et les trois composantes en $(w, 4)$ pouvant être considérées comme engendrées lors d'un changement de repère galiléen [6].

Si l'on introduit le tenseur $ic\delta s^{ij}$ complémentaire du produit extérieur précédent, on constate que l'élément trilinéaire d'hyperparoi prend la forme du produit contracté

$$\delta u^j \doteq \delta s^{ij}\, dx_i,$$

les $ic\delta s^{u4}$ représentant l'aire habituelle. *Sur l'hyperparoi*, on a donc, en vertu de (5'),

$$\delta B^{kl} = (\sigma^k \delta s^{il} - \sigma^l \delta s^{ik})\, dx_i, \tag{7}$$

formule grâce à laquelle l'antisymétrie de δB^{kl} reste automatiquement assurée.

Le fait capital sur lequel il faut insister, c'est que, compte tenu de la relation entre la densité σ et l'élément de trajectoire d'Univers [formule (6)], *la nullité de l'intégrale d'hyperparoi n'est pas automatiquement assurée* [7]. Dans ces conditions, nous allons envisager successivement plusieurs hypothèses.

1re *hypothèse : l'intégrale d'hyperparoi est identiquement nulle, quelle que soit l'hyperparoi*. Cela revient à dire que les choses doivent se passer dans notre problème actuel comme dans les problèmes classiques de la *charge électrique* et de l'*impulsion-masse*.

---

(6) Par une formule identique à celle connue, en Électromagnétisme relativiste, sous le nom de *formule de Frenkel*.

(7) On sait en effet que, dans le problème de la charge électrique, la nullité de l'intégrale d'hyperparoi résulte de la colinéarité du quadrivecteur densités de courant-charge à l'élément de trajectoire d'Univers dx^i; et que, dans le problème de l'impulsion-masse, il en est de même en vertu de la proportionnalité du tenseur matériel au tenseur symétrique $dx^i dx^j$.

Prenons deux hypercloisons planes et perpendiculaires à l'axe de temps, infiniment voisines dans le temps, intégrons, et transformons en intégrale quadruple; au premier membre, il vient la *variation du moment cinétique-moment barycentrique*, et l'on peut écrire, en introduisant au second membre le produit $\delta u_4\, dt$ d'un volume pur par un temps pur

$$dB^{kl} = dt \iiint (\partial^l \sigma^k - \partial^k \sigma^l)\, \delta u; \tag{8}$$

ainsi, *le complément μ^{ij} du rotationnel d'Univers de la densité σ représente par ses trois μ^{uv} la densité de moment pondéromoteur propre*, en pleine conformité avec le résultat d'élasticité (A), [formule (2)] :

$$\mu^{uv} = \frac{1}{ic} (\partial^4 \sigma^w - \partial^w \sigma^4). \tag{9}$$

Cette formule (9) est tout à fait analogue à la formule classique (1); dans les deux cas, la *densité pondéromotrice* est une dérivée de la *densité inertique*.

Malheureusement, tous ces résultats satisfaisants ne peuvent pas être réalisés en fait. En effet, dire que l'intégrale de (7) doit être identiquement nulle, c'est dire que *la densité σ doit être identiquement nulle*. Nous retombons donc sur les *résultats négatifs* (B) et (C) de la Dynamique, mais la Relativité Restreinte a le mérite de nous montrer que *ces résultats ont au fond une origine cinématique* : l'hypothèse de *nullité de l'intégrale d'hyperparoi* à elle seule nous ramène au cas classique, puisqu'elle suffit à entraîner le résultat positif (A) et les résultats négatifs (B) et (C).

2^e *hypothèse : l'intégrale d'hyperparoi n'est pas nulle, mais l'intégrale quadruple est identiquement nulle*. Ce qui rend séduisante *a priori* cette hypothèse, dont l'expression est

$$\partial^j \sigma^i - \partial^i \sigma^j = 0, \tag{9'}$$

c'est qu'elle permet en principe de remplacer la notion défaillante de *densité volumique de moment pondéromoteur* par celle de *densité superficielle*. Introduisant en effet la vitesse du fluide dans les (7), on peut mettre l'intervalle de temps dt en facteur, de sorte que les coefficients des $\delta s^{ij}.dt$ seront les composantes de la *densité superficielle de moment pondéromoteur propre*.

Malheureusement, on tombe encore sur une difficulté tout à fait analogue à la précédente. En effet, explicitant les expressions de notre densité dans l'hypothèse de la simultanéité ($\delta s^{uv} \equiv 0$), il vient, *pour l'intégrale d'hyperparoi*,

$$\left\{ \begin{aligned} \delta B^{uv} &= (\sigma^u \delta s^v - \sigma^v \delta s^u)\, dt = -\left[\vec{\sigma} \wedge \vec{\delta s}\right]^{uv} dt, \\ ic\, \delta B^{u4} &= \sigma^u \delta s^v\, dx_v + \sigma^4 \delta s^u\, dx_4 \\ &= \left\{ \sigma^u (\vec{\delta s}.\vec{v}) - (\vec{\sigma}.\vec{v})\, \delta s^u \right\} dt = \left[\vec{v} \wedge (\vec{\sigma} \wedge \vec{\delta s})\right]^u dt; \end{aligned} \right. \tag{10}$$

et comme, toujours dans l'hypothèse de la simultanéité, les δB^{uv} *d'hypercloison* sont identiquement nulles, nous en concluons ($\vec{\delta s}$ désignant l'élément d'aire de la goutte fluide considérée d'une manière simultanée)

$$(10') \qquad \vec{\sigma} \wedge \vec{\delta s} \equiv 0,$$

et par suite la nullité de σ^i. L'hypothèse actuelle, tout comme la précédente, aboutit donc à *nier l'existence des moments propres.*

3^e *hypothèse : l'intégrale d'hyperparoi et l'intégrale quadruple ne sont pas nulles.* Il résulte de ce qui précède que cette hypothèse est nécessaire pour sauver l'existence des moments propres. De plus, elle est en accord avec la Théorie de Dirac, où le quadrivecteur σ n'est pas irrotationnel. *Mais on ne peut pas l'interpréter du point de vue classique :* en effet, la disparition de l'une et l'autre des restrictions précédentes fait de la transformation de l'intégrale triple en intégrale quadruple une pure tautologie, *qui ne permet pas de définir une densité de moment pondéromoteur propre.* Faute de cela, la notion de *densité de moment cinétique propre* n'a guère de sens *au point de vue classique;* pour la justifier, il faudrait faire appel à une hypothèse étrangère à la fois à la pure Cinématique et à la Dynamique traditionnelle, c'est-à-dire à une hypothèse tout à fait artificielle dans l'état actuel de nos connaissances.

Comme le progrès de ces connaissances se fait très nettement dans le sens quantique, le plus sage est probablement de conclure que l'étude précédente fait bien sentir, sur un point particulier, la limite des possibilités d'explication de l'ancienne Physique du Continu.