JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

A. MANNHEIM

Remarques à propos du Mémoire précédent

Journal de mathématiques pures et appliquées 5e série, tome 3 (1897), p. 149-150.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1897_5_3__149_0>

Remarques à propos du Mémoire précédent;

Par M. A. MANNHEIM.

Le Mémoire de M. Bricard, très intéressant en lui-même, a une valeur particulière au point de vue de la *Géométrie cinématique*, parce qu'il constitue un chapitre de l'Étude du déplacement d'un triangle dans l'espace.

M. Bricard, en découvrant des octaèdres déformables, prouve par là que sous certaines conditions un triangle de grandeur invariable peut être déplacé de façon que ses sommets décrivent des arcs de cercles.

En effet, supposons fixe l'une des faces ABC de l'un des octaèdres déformables, pendant la déformation les sommets D, E, F de la face opposée tournent alors autour des côtés de cette face ABC et le triangle DEF est déplacé. Dans le cas d'un octaèdre quelconque, ABC étant fixe, le déplacement du triangle DEF n'est pas possible. On s'en rend compte facilement en remarquant que les sommets de ce triangle ne pouvant décrire que des cercles sont assujettis chacun à deux conditions. Le triangle lui-même est alors assujetti à six conditions : il est donc immobile.

Prenons (*fig.* 2) un octaèdre déformable dont la face ABC est fixe. Le triangle DEF peut alors être déplacé. Les propriétés bien connues, relatives à ce déplacement, conduisent à des propriétés de l'octaèdre. Je vais en donner un seul exemple.

Appliquons ce théorème :

Les plans normaux aux trajectoires des points d'un plan passent par un point de ce plan.

Le plan normal à la trajectoire du point D est le plan de la face BDC. De même, les plans des faces qui passent par AB, AC sont les plans normaux aux trajectoires des sommets F, E. Ces trois plans se coupent alors en un point du plan DEF.

On peut, d'après cela, énoncer ce théorème :

Les plans des faces d'un octaèdre déformable, qui passent par les côtés d'une face de ce polyèdre, se coupent en un point du plan de la face opposée à celle-ci.

Ainsi, on peut trouver des propriétés des octaèdres déformables ; mais indépendamment de ces propriétés, apparaissent d'autres questions relatives au triangle mobile.

Pour un déplacement infiniment petit du triangle, il y a un axe de déplacement : quel est le lieu de ces axes lorsque le déplacement du triangle est continu? Quel est le lieu des foyers du plan du triangle mobile? etc., etc.

On voit qu'après la découverte des octaèdres déformables, l'étude du déplacement d'un triangle se présente dans des conditions particulières et nécessite de nouvelles recherches dignes des efforts des géomètres.