

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Extrait d'une Lettre adressée à M. Liouville

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 19 (1874), p. 423-424.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1874_2_19_423_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

Extrait d'une Lettre adressée à M. Liouville;

PAR M. BESGE.

« ... Soient α une constante positive ou négative, mais d'une valeur absolue α qui est < 1 , et x une variable indépendante de 0 à π . Désignons d'ailleurs par la caractéristique $f(t)$ une fonction développable en série d'après la formule de Maclaurin, suivant les puissances de sa variable supposée réelle ou imaginaire; enfin considérons l'intégrale définie

$$A = \int_0^\pi \frac{dx [f(e^{x\sqrt{-1}}) + f(e^{-x\sqrt{-1}})]}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos x + \alpha^2}}.$$

» Je dis que cette intégrale est susceptible d'une grande réduction et qu'elle est simplement égale au double de la suivante :

$$\int_0^\pi \frac{f(a \sin^2 x) dx}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 x}}.$$

» Voilà du moins ce que j'ai cru constater par une méthode assez délicate, il est vrai. Si mon théorème est exact, comme j'en ai la confiance, nos jeunes géomètres en auront bientôt obtenu la démonstration.

» Ils verront ensuite bien aisément qu'on peut aussi traiter le cas où l'on aurait $a > 1$, et qu'il se ramène sans peine à celui de $a < 1$.

» La manière de passer de l'un de ces cas à l'autre est trop facile à voir *a priori* pour que j'y insiste. »

