JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

**Sur la forme** $2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2$

*Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série*, tome 9 (1864), p. 183-184.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1864_2_9__183_0>

## SUR LA FORME

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2;$$

**PAR M. J. LIOUVILLE.**

La détermination du nombre

$$\mathrm{N}(n = 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2)$$

des solutions de l'équation

$$n = 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2,$$

où $n$ est un entier donné, et $x$, $y$, $z$, $t$ des entiers quelconques, positifs, nuls ou négatifs, ne peut offrir aucune difficulté à ceux qui se souviennent de ce que nous avons donné dans le cahier de septembre 1863 au sujet de la forme

$$x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2.$$

Mais d'abord observons que l'équation proposée est impossible quand

$$n = 3g + 1.$$

En d'autres termes, on a

$$\mathrm{N}(3g + 1 = 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2) = 0.$$

Restent les deux cas de

$$n = 3g + 2$$

et de

$$n = 3g.$$

On traite le premier en observant que la valeur demandée de

$$\mathrm{N}(3g + 2 = 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2)$$

est égale à celle de

$$N(3g + 2 = x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2)$$

qui est connue par l'article cité.

De même on verra que la valeur demandée de

$$N(3g = 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 3zt + 3t^2)$$

est égale à celle de

$$N(g = x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2).$$

La question proposée se trouve ainsi résolue.