

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 9 (1864), p. 181-182.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1864_2_9_181_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

SUR LA FORME

$$x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2;$$

PAR M. J. LIOUVILLE.

On demande une expression simple du nombre

$$N(n = x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2)$$

des solutions de l'équation

$$n = x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2,$$

où n est un entier donné, et x, y, z, t des entiers quelconques, positifs, nuls ou négatifs.

Répondre à cette question sera très-facile si l'on se souvient de ce que nous avons dit dans le cahier de septembre 1863 au sujet de la forme

$$x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2.$$

Mais d'abord observons que l'équation proposée n'a aucune solution quand

$$n = 3g + 2.$$

En d'autres termes, on a

$$N(3g + 2 = x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2) = 0.$$

Restent les deux cas de

$$n = 3g + 1$$

et de

$$n = 3g.$$

Le cas de $n = 3g + 1$ se traite en observant que la valeur de

$$N(3g + 1 = x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2)$$

est égale à celle de

$$N(3g + 1 = x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2),$$

laquelle est connue par l'article cité.

Semblablement la valeur demandée de

$$N(3g = x^2 + xy + y^2 + 6z^2 + 6zt + 6t^2)$$

est égale à celle de

$$N(g = x^2 + xy + y^2 + 2z^2 + 2zt + 2t^2).$$

La question proposée est donc résolue.

