

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 8 (1863), p. 253-254.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1863_2_8_253_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

SUR LA FORME

$$x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2;$$

PAR M. J. LIOUVILLE.

I. La détermination du nombre

$$N(n = x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2)$$

des représentations d'un entier donné n , par la forme

$$x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2,$$

est facile à présent. On a évidemment

$$N(n = x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2) = 0$$

quand n est de la forme $4q + 3$ ou de la forme $3q + 2$, et aussi quand l'entier n est impairement pair. Pour $n = 4q$, il suffit d'observer que la valeur de

$$N(4q = x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2)$$

est égale à celle de

$$N[q = x^2 + 3(y^2 + z^2 + t^2)]$$

qui a été donnée dans le cahier de juillet (p. 219). Pour $n = 3q$, on remontera au cahier de juin (p. 179); car la valeur de

$$N(3q = x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2)$$

est égale à celle de

$$N(q = 3x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 4t^2).$$

2. Le cas de $n = 12k + 1$ reste donc seul à examiner; et pour arriver dans ce cas au but, on remarquera que le nombre demandé

$$N(12k + 1 = x^2 + 12y^2 + 12z^2 + 12t^2)$$

est égal à celui-ci

$$N(12k + 1 = x^2 + 3y^2 + 12z^2 + 12t^2)$$

dont la valeur a été donnée dans l'article précédent; cette valeur est

$$\sum + \sigma,$$

où

$$\sum, \quad \sigma$$

désignent respectivement les sommes

$$\sum (-1)^{\frac{\delta-1}{2}} \left(\frac{\delta}{3}\right) d, \quad \sum (-1)^{\frac{j-1}{2}} j,$$

relatives d'une part aux diviseurs conjugués d, δ de l'entier

$$12k + 1 = d\delta,$$

d'autre part aux entiers impairs et positifs j que comporte l'équation

$$4(12k + 1) = i^2 + 3j^2,$$

dans laquelle i est aussi impair et positif.

