

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Extrait d'une Lettre de M. Besge à M. Liouville

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 7 (1862), p. 256.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1862_2_7__256_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

EXTRAIT D'UNE LETTRE DE M. BESGE A M. LIOUVILLE.

« Soit m un entier donné : décomposons-le en une somme de
 » deux entiers positifs m' , m'' , de toutes les manières possibles, et con-
 » sidérons la somme

$$\sum \zeta_1(m') \zeta_1(m''),$$

» où je désigne avec vous par $\zeta_1(n)$ la somme des diviseurs de chaque
 » entier n . Vous avez calculé la valeur de cette somme quand m est
 » un nombre premier [*]; mais, quoique votre méthode soit générale,
 » vous n'avez pas écrit cette valeur pour m entier quelconque. Or, au
 » moyen de vos formules mêmes, j'obtiens, quel que soit m ,

$$\sum \zeta_1(m') \zeta_1(m'') = \frac{1}{12} [5\zeta_3(m) - (6m - 1)\zeta_1(m)],$$

» où $\zeta_3(m)$ représente la somme des cubes des diviseurs de m . Cette
 » formule assurément ne peut pas être nouvelle pour vous; mais quel
 » inconvénient y aurait-il à la transcrire dans le *Journal de Mathéma-*
 » *tiques*? Il suffirait, je crois, de prendre pour exemple $m = 4$. Les
 » deux membres sont alors respectivement

$$\zeta_1(1)\zeta_1(3) + \zeta_1(2)\zeta_1(2) + \zeta_1(3)\zeta_1(1),$$

» et

$$\frac{1}{12} [5(1^3 + 2^3 + 4^3) - (6 \cdot 4 - 1)(1 + 2 + 4)] :$$

» leur commune valeur est 17. »

[*] Cahier de juillet 1858, p. 248.