

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant le double du carré d'un nombre premier $8\mu + 3$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 7 (1862), p. 136.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1862_2_7__136_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE DOUBLE DU CARRÉ D'UN NOMBRE PREMIER $8\mu + 3$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Soit m un nombre premier de la forme $8\mu + 3$. Le double de son carré jouit de cette propriété que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$2m^2 = x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs et p un nombre premier (naturellement de la forme $8\nu + 1$) qui ne divise pas y . On admet pour l la valeur zéro.

Ce théorème et celui que nous avons donné dans le cahier de janvier, au sujet de la quatrième puissance de m , ont entre eux une liaison intime, comme on le verra facilement.

Ajoutons deux exemples, et d'abord soit $m = 3$: on trouve une équation canonique

$$2.3^2 = 1^2 + 17.1^2.$$

Soit ensuite $m = 11$. Le nombre des équations canoniques s'élève alors à cinq :

$$2.11^2 = 1^2 + 241.1^2,$$

$$2.11^2 = 3^2 + 233.1^2,$$

$$2.11^2 = 7^2 + 193.1^2,$$

$$2.11^2 = 13^2 + 73.1^2,$$

$$2.11^2 = 15^2 + 17.1^2;$$

le théorème est donc encore vérifié.