

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 7 (1862), p. 103-104.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1862_2_7__103_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

SUR LA FORME

$$x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2;$$

PAR M. J. LIOUVILLE.

La forme

$$x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2,$$

que nous voulons considérer ici, est liée intimement à la forme

$$x^2 + y^2 + 2z^2 + 4t^2,$$

dont il a été question dans l'article précédent. Nous aurons de nouveau à employer les fonctions numériques $\omega_1(m)$, $O_1(m)$, et voici comment on trouvera, suivant les cas, le nombre N des représentations propres ou impropres comme aussi le nombre M des représentations propres de n ou 2^m par la forme actuelle

$$x^2 + y^2 + 4z^2 + 8t^2.$$

1° Pour n impair, $n = m$, on aura

$$N = 4\omega_1(m), \quad M = 4O_1(m),$$

si $m = 4l + 1$, mais

$$N = 0, \quad M = 0,$$

si $m = 4l + 3$.

2° Pour n simplement pair, $n = 2m$, on aura

$$N = 4\omega_1(m), \quad M = 4O_1(m),$$

quelle que soit la forme linéaire de m .

3° Pour n pair, $n = 2^\alpha m$, $\alpha > 1$, on a

$$N = 2(2^\alpha - 1) \omega_1(m)$$

si $m = 8k \pm 1$, mais

$$N = 2(2^\alpha + 1) \omega_1(m)$$

si $m = 8k \pm 3$. Quant à la valeur de M , il faut distinguer les trois cas de $\alpha = 2$, $\alpha = 3$, $\alpha > 3$.

Pour $\alpha = 2$, $n = 4m$, on a

$$M = 2O_1(m)$$

si $m = 8k + 1$, mais

$$M = 6O_1(m)$$

si $m = 8k - 1$ ou $8k - 3$, enfin

$$M = 10O_1(m)$$

si $m = 8k + 3$.

Pour $\alpha = 3$, $n = 8m$, on a

$$M = 10O_1(m)$$

si $m = 8k \pm 1$, mais

$$M = 14O_1(m)$$

si $m = 8k \pm 3$.

Enfin pour $n = 2^\alpha m$, avec $\alpha > 3$, on a généralement

$$M = 3 \cdot 2^{\alpha-1} O_1(m),$$

quelle que soit la forme linéaire de m .

