

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

**Théorème concernant le produit de deux nombres premiers
égaux ou inégaux de la forme $120\mu + 31$**

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 6 (1861), p. 201-202.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__201_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

THÉOREME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS ÉGAUX OU INÉGAUX
DE LA FORME $120\mu + 31$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Désignons par m le produit de deux nombres premiers donnés, l'un et l'autre de la forme $120\mu + 31$, mais du reste égaux ou inégaux. On aura au sujet du produit m ce théorème, que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 60x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs, et p un nombre premier qui ne divise pas y . On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p , nous ne lui imposons à priori aucune condition; mais il est évident que notre équation

$$m = 60x^2 + p^{4l+1}y^2$$

ne pourrait pas être vérifiée si l'on n'avait pas, à la fois,

$$p \equiv 5 \pmod{8}$$

et

$$p \equiv 1 \pmod{3}, \quad p \equiv \pm 1 \pmod{5}.$$

On peut donc affirmer que p sera toujours de l'une ou de l'autre des deux formes

$$120g + 61, \quad 120g + 109.$$

Nous nous contenterons de vérifier notre théorème sur deux exem-

ples. Le plus simple est celui de

$$m = 31.31,$$

c'est-à-dire de

$$m = 961.$$

Or on a l'équation canonique

$$961 = 60.3^2 + 421.1^2.$$

On n'a pas d'équation canonique en retranchant 60 de 961, puisque le reste 901 est le produit de 17 par 53.

Soit ensuite

$$m = 151.31,$$

c'est-à-dire

$$m = 4681.$$

Les équations canoniques seront alors au nombre de trois, savoir

$$4681 = 60.1^2 + 4621.1^2,$$

$$4681 = 60.5^2 + 3181.1^2,$$

$$4681 = 60.7^2 + 1741.1^2,$$

où 4621, 3181, 1741 sont des nombres premiers. On n'a pas d'équation canonique en retranchant 60.3^2 de 4681, puisque le reste 4141 est le produit de 41 par 101.

