

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

**Théorème concernant le produit de deux nombres premiers, l'un
de la forme $40\mu + 23$, l'autre de la forme $40\nu + 27$**

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 6 (1861), p. 199-200.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__199_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS,
L'UN DE LA FORME $40\mu + 23$, L'AUTRE DE LA FORME $40\nu + 27$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Soient a et b deux nombres premiers donnés, l'un de la forme

$$40\mu + 23,$$

l'autre de la forme

$$40\nu + 27.$$

Désignons par m leur produit ab . Nous aurons au sujet du produit m ce théorème, que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs, et p un nombre premier qui ne divise pas y . On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p , nous ne le soumettons à priori à aucune condition; mais avec la valeur indiquée pour m , et x devant être un entier impair, il est évident que notre équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2$$

entraînera les deux congruences

$$p \equiv 3 \pmod{8}$$

et

$$p \equiv \pm 1 \pmod{5}.$$

Il sera donc de l'une ou de l'autre des deux formes

$$40g + 11, \quad 40g + 19.$$

Nous nous contenterons d'un seul exemple, en faisant

$$a = 23, \quad b = 67,$$

d'où

$$^*m = 23.67,$$

c'est-à-dire

$$m = 1541,$$

et nous trouverons notre théorème confirmé par les cinq équations canoniques ci-après :

$$1541 = 10.1^2 + 1531.1^2,$$

$$1541 = 10.3^2 + 1451.1^2,$$

$$1541 = 10.5^2 + 1291.1^2,$$

$$1541 = 10.7^2 + 1051.1^2,$$

$$1541 = 10.11^2 + 331.1^2,$$

où

$$1531, 1451, 1291, 1051, 331$$

sont des nombres premiers. On n'a pas d'équation canonique en retranchant 10.9^2 de 1541, puisque le reste 731 qu'on obtient ainsi est le produit de 17 par 43.