

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

**Théorème concernant le produit de deux nombres premiers
égaux ou inégaux de la forme $24\mu + 5$**

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 6 (1861), p. 189-190.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__189_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS ÉGAUX OU INÉGAUX
DE LA FORME $24\mu + 5$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Désignons par m le produit de deux nombres premiers donnés, l'un et l'autre de la forme $24\mu + 5$, mais du reste égaux ou inégaux. On aura au sujet du produit m ce théorème, que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 12x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs et p un nombre premier qui ne divise pas y . On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p , nous ne lui imposons à priori aucune condition, mais il est évident qu'il ne peut qu'être $\equiv 5 \pmod{8}$ et $\equiv 1 \pmod{3}$: il sera donc nécessairement de la forme $24g + 13$.

L'exemple le plus simple est celui de

$$m = 5.5,$$

ou de

$$m = 25.$$

Or on a l'équation canonique

$$25 = 12.1^2 + 13.1^2.$$

Soit ensuite

$$m = 5.29,$$

c'est-à-dire

$$m = 145.$$

On aura de même l'équation canonique

$$145 = 12.3^2 + 37.1^2.$$

On n'en a pas en retranchant 12 de 145, car le reste 133 qu'on obtient ainsi est le produit de 7 par 19.

Soit enfin

$$m = 29.29,$$

c'est-à-dire

$$m = 841.$$

Les équations canoniques seront alors au nombre de trois

$$841 = 12.1^2 + 829.1^2,$$

$$841 = 12.3^2 + 733.1^2,$$

$$841 = 12.5^2 + 541.1^2,$$

où 829, 733 et 541 sont des nombres premiers. On ne trouve pas d'équation canonique en retranchant 12.7^2 de 841, car le reste 253 est le produit de 11 par 23. Ainsi, dans ce dernier exemple, comme dans ceux qui précèdent et dans tous ceux qu'on pourrait ajouter, notre théorème a lieu.

