JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant les nombres premiers de la forme $24\kappa + 19$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 5 (1860), p. 311-312.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1860_2_5__311_0>

THÉORÈME

CONCERNANT LES NOMBRES PREMIERS DE LA FORME $24k + 19$;

Par M. J. LIOUVILLE.

Le théorème que je veux donner ici, au sujet des nombres premiers de la forme $24k + 19$, consiste en ce que, si m désigne un tel nombre, on peut poser au moins une fois (et toujours un nombre impair de fois) l'équation

$$m = 9x^2 + 2q^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs, et q un nombre premier de la forme $12g + 5$ qui ne divise pas y : on admet pour l la valeur zéro.

Il est curieux de rapprocher ce théorème de celui que nous avons donné dans l'article précédent pour les nombres premiers $24k + 11$; le carré x^2 employé pour ces derniers nombres, dans la formule représentative

$$x^2 + 2q^{4l+1}y^2,$$

était essentiellement premier à 3 : il est remplacé par $9x^2$ dans la formule actuelle, pour les nombres premiers $24k + 19$.

Le plus petit nombre premier contenu dans la formule

$$24k + 19$$

est 19, et l'on a

$$19 = 9.1^2 + 2.5.1^2,$$

conformément à notre théorème.

Viennent ensuite 43 et 67, pour lesquels on trouve de même les équations canoniques

$$43 = 9.1^2 + 2.17.1^2$$

et

$$67 = 9.1^2 + 2.29.1^2.$$

Enfin le nombre premier 139, qui répond à $k = 5$, nous donne aussi une équation de la forme voulue

$$139 = 9.3^2 + 2.29.1^2,$$

en sorte que pour ce nombre, comme pour tous ceux qui précèdent et pour tous ceux qu'on pourrait ajouter, notre théorème a lieu.