

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Sur deux intégrales définies doubles

Journal de mathématiques pures et appliquées 2^e série, tome 3 (1858), p. 324.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1858_2_3_324_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

SUR

DEUX INTÉGRALES DÉFINIES DOUBLES ;

PAR M. BESGE.

Soient a et b deux constantes, et x, y deux variables continues de 0 à 1. Posons

$$\alpha = \frac{\sqrt{xy(1-y)}}{(1+\sqrt{1+ax})\sqrt{1+by}}, \quad \beta = \frac{\sqrt{y(1-y)(1-x)}}{1+\sqrt{1+ax}},$$

et

$$\gamma = \frac{\sqrt{xy(1-y)}}{(1+\sqrt{1+bx})\sqrt{1+ay}}, \quad \delta = \frac{\sqrt{y(1-y)(1-x)}}{1+\sqrt{1+bx}},$$

expressions dont les deux dernières se déduisent des deux premières par une simple permutation des constantes a et b .

Je trouve que les deux intégrales définies doubles

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\alpha, \beta) dx dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}}$$

et

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{f(\gamma, \delta) dx dy}{x(1-x)\sqrt{y(1-y)}},$$

sont égales entre elles, quelle que soit la fonction f , pourvu cependant qu'elle soit telle, que les deux intégrales citées aient un sens précis et représentent en géométrie des volumes finis.

On peut démontrer ce théorème de plusieurs manières. Bornons-nous à indiquer le développement des fonctions $f(\alpha, \beta)$, $f(\gamma, \delta)$ suivant les puissances des variables α, β ou γ, δ .