

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

BESGE

Sur une transformation d'intégrales définies

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 18 (1853), p. 112.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1853_1_18__112_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

Sur une transformation d'intégrales définies ;

PAR M. BESGE.

Les deux intégrales définies

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\sin 2u) \cos u \, du, \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 u) \cos u \, du,$$

peuvent se transformer l'une dans l'autre, ou plutôt elles sont égales entre elles, et l'on a

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\sin 2u) \cos u \, du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \varphi(\cos^2 u) \cos u \, du,$$

la fonction φ n'étant assujettie qu'aux conditions ordinaires qui font qu'on peut regarder les intégrales comme des sommes d'éléments.

On vérifiera aisément la formule que nous venons d'écrire, dans le cas où $\varphi(x)$ est développable en série suivant les puissances de x : il suffira de se rappeler l'équation connue

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n u \cos^{n+1} u \, du = \frac{1}{2^n} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n+1} u \, du.$$

Je pourrais ajouter une démonstration plus rigoureuse ; mais toutes ces transformations d'intégrales définies n'offrent aujourd'hui que peu d'intérêt, et je crois devoir me borner au peu de mots qui précèdent.