

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

ANATOLE DE CALIGNY

**Expériences sur les tourbillons, les ondes et les vibrations
des veines et des nappes liquides**

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 15 (1850), p. 255-274.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1850_1_15__255_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

EXPÉRIENCES

*Sur les tourbillons, les ondes et les vibrations des veines
et des nappes liquides;*

PAR M. ANATOLE DE CALIGNY.

Objet de ces expériences.

Les hydrauliciens qui se sont occupés des pertes de force vive occasionnées par les variations de section dans un canal ou dans un tuyau de conduite, ont trop négligé d'observer les mouvements des filets liquides. Cela était cependant indispensable pour bien interpréter les formules et rendre compte de quelques phénomènes singuliers qui trouveront ultérieurement leur application. Les expériences et observations décrites dans cette Note peuvent être, en général, répétées à très-peu de frais. J'en ai fait beaucoup dans des canaux découverts, analogues à ceux que les ingénieurs rencontrent souvent. De sorte qu'il suffit d'avertir les observateurs pour obtenir des développements nouveaux de faits dont l'utilité est immédiate.

I.

Expériences sur les tourbillons des veines liquides.

Il était, comme on sait, défendu par une loi romaine d'élargir au moyen d'un ajutage conique divergent les orifices des tuyaux de conduite qui n'avaient pas une certaine longueur. Or il résulte des observations suivantes sur les tourbillons, que cette loi pouvait, dans certains cas, être à l'avantage des concessionnaires, contrairement à toutes les idées reçues jusqu'à ce jour.

Un canal rectangulaire de 0^m,50 de diamètre, ayant 0^m,10 de profondeur d'eau, débouchait dans un réservoir de 2 mètres de large, de 4 mètres de long, de 0^m,60 environ de profondeur modifiée par des dépôts; son extrémité en pierre de taille était évasée à peu près comme une section contractée, disposée en sens inverse. Le courant pénétrait dans ce réservoir en arrivant sensiblement à son niveau. L'eau formait de chaque côté de cet évasement des rides qui paraissaient rétrécir la section d'écoulement. Mais on pourrait croire que ce rétrécissement n'était pas réel, et qu'il ne s'agissait que d'un phénomène analogue à celui des rides, dont on doit la connaissance à M. le géné

ral Poncelet, qui ne font pas dévier les petits flotteurs déposés en amont. Il n'en a pas été ainsi; le courant était véritablement rétréci, non-seulement à sa surface, mais jusqu'au fond de l'eau, ainsi que je m'en suis assuré en observant directement les corps légers tenus en suspension dans le liquide. Ainsi l'évasement, qui n'était cependant pas très-brusque, était une cause de rétrécissement.

Pour mieux m'en assurer, j'ai disposé des planches verticales suffisamment polies le long des parois du canal, de manière à supprimer l'évasement, et j'ai observé le mouvement des petits flotteurs, toujours déposés préalablement assez loin en amont, près des planches. Ils ont alors cessé de dévier jusqu'à leur entrée dans le réservoir. J'ai aussi supprimé les tourbillons latéraux dont il s'agit, en présentant dans l'axe du courant un large prisme triangulaire dont l'arête était disposée d'une manière analogue à celle d'une pile de pont.

Ces phénomènes dépendent essentiellement de la vitesse du courant qui, pour le filet central, était de 1 mètre environ par seconde. L'évasement augmentait la section d'écoulement au lieu de la diminuer, quand les vitesses devenaient beaucoup moindres par le moyen suivant.

Je barrais en aval du grand réservoir l'orifice par lequel il déchargeait ses eaux. Il en résultait une espèce particulière d'ondes qui se balançaient d'abord sur elles-mêmes, et jetaient en arrière d'autres ondes qui remontaient le courant en amont du canal comme une sorte de mascaret. Le régime s'établissait ensuite en vertu de l'écoulement au-dessus du barrage, et les ondes devenaient fixes dans le réservoir. Quand la vitesse en amont était diminuée au moins de moitié, on ne voyait plus dans l'évasement de tourbillons aussi sensibles, le courant s'établissant d'une manière tranchée sur toute sa largeur, aux extrémités de laquelle apparaissaient de nouveaux tourbillons.

Depuis que j'ai communiqué ces faits à la Société Philomathique, en 1845, j'ai eu plusieurs fois occasion de remarquer que plus les vitesses sont grandes, plus les tourbillons latéraux dont il s'agit rétrécissent la section d'écoulement d'une manière incontestable. Le moindre dérangement dans les surfaces fixes de l'ajutage de sortie suffit d'ailleurs pour modifier le phénomène. En 1847, ces effets se présentaient d'une manière très-sensible à la sortie d'un rétrécissement formé par un banc de sable près de l'embouchure du Loiret.

Léonard de Vinci a dessiné, dans son ouvrage sur l'hydraulique, figure 71, des tourbillons analogues à ceux dont je viens de parler; mais l'auteur ne donne d'observations ni sur les mouvements des flotteurs ni sur ceux des corps plongés. Il est cependant juste de reconnaître que sa figure représente un triangle central très-allongé passant entre des tourbillons latéraux. Mais il s'agissait de savoir comment se comportaient ces tourbillons dans des évasements beaucoup moins brusques.

En général, le courant se rétrécit quant à la partie qui conserve une assez grande vitesse, et il s'élargit en produisant des tourbillons dont l'ensemble forme de part et d'autre une sorte de courant parabolique. Les flotteurs répandus sur ce double courant latéral, à sa limite extérieure, l'abandonnent en partie, reviennent en arrière, et se font reprendre par les premiers tourbillons dont j'ai parlé, après s'être dirigés vers

eux en passant sur des ondes dont le mouvement apparent est en sens inverse de celui de ces flotteurs [*].

Les expériences dont je viens de parler ont pour objet spécial l'étude des remous-tourbillons ; elles n'ont pas le même but que celles de MM. Vauthier, publiées, en 1848, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, et qui confirment la théorie connue des remous. On voit dans quel sens il faut tenir compte de l'effet de ces tourbillons dans la théorie des débordements des rivières. Étant formés aux dépens de la force vive de la veine liquide, ils ne peuvent, par la communication latérale du mouvement des liquides, lui restituer ce qu'ils lui ont pris.

II.

Expériences sur le mouvement de l'eau dans les coudes à angle droit brusque.

Dans beaucoup de circonstances l'eau est amenée sur les roues hydrauliques par un canal rectangulaire, et, quand on veut arrêter l'usine, on bouche transversalement ce canal au moyen d'une planche qui, dans l'autre cas, fait partie de la paroi verticale. Il en résulte un coude brusque dans le prisme liquide qui s'échappe par l'ouverture latérale abandonnée ainsi par cette planche rectangulaire.

Le mouvement de l'eau n'est pas le même quand l'écoulement se fait directement en l'air que dans le cas où il se fait par un bout de canal perpendiculaire, ou à peu près, à la paroi verticale dont la planche fait partie alternativement. Si l'écoulement se fait immédiatement dans l'air, la direction des filets fait avec la partie d'aval de la paroi un angle aigu qui dépend non-seulement de la position de chaque filet, mais de la vitesse moyenne de l'ensemble. Pour d'assez grandes vitesses, l'angle du filet central ne paraît pas différer beaucoup, dans certaines circonstances, de la moitié d'un angle droit. Le dernier filet d'aval fait alors un angle sensiblement moins aigu, à cause de la réaction de la planche posée transversalement dans le canal.

Si l'écoulement se fait par un bout de canal à angle droit, comme je l'ai déjà expliqué, l'eau qui, dans l'autre cas, se balançait comme une surface dont la section aurait une forme analogue à une sorte de S, prend, en général, une forme plus calme. Un seul fil tendu coupait alors la surface, il en fallait deux pour que la section fût assez sensiblement touchée dans tous ses points, le canal ayant 0^m,60 de large, 0^m,20 de profondeur d'eau, la vitesse du filet central étant d'environ 0^m,60 par seconde. En observant le mouvement des petits flotteurs et des corps légers tenus en suspension dans le liquide, j'ai remarqué que l'écoulement se faisait principalement par la seconde moitié de l'orifice latéral. Il résulte même de la courbure de la veine liquide, qu'en général il

[*] Les phénomènes qui ne peuvent se présenter sans multiplier les points de contact de l'eau frottant sur celle d'un réservoir, peuvent expliquer, selon moi, par quelle raison le mouvement se transmet mieux en ligne droite dans un tuyau de conduite, où les coefficients des frottements sont cependant plus grands que dans un milieu formé de l'eau elle-même, selon les expériences décrites dans mon dernier Mémoire.

doit suffire de donner au rayon de courbure intérieur d'un coude une grandeur analogue à celle du diamètre du canal rectangulaire, pour faire disparaître, quant à la partie la plus essentielle, l'espèce particulière de contraction de la veine provenant du mouvement d'amont. Or cette contraction est une cause évidente de solution de continuité dans le phénomène, et, par conséquent, dans l'application des formules de la résistance des coudes. Ces observations, faites sur une assez grande échelle, étendent en les confirmant celles que Du Buat avait faites sur des tuyaux d'un petit diamètre, en constatant le rayon de courbure pour lequel la veine n'était plus renvoyée dans l'axe.

J'ai eu occasion de les confirmer, notamment sur un canal ayant le rayon de courbure dont il s'agit, mais où les vitesses étaient très-petites. Il faut, dans ce cas, pour bien observer les directions des flotteurs en divers points de la section, se servir de feuilles d'une largeur suffisante pour que leur marche soit bien régulière lorsque l'eau n'est pas très-pure.

Quant aux canaux à grandes vitesses dont je me suis plus spécialement occupé dans les circonstances susdites, il se faisait le long du plan vertical obturateur une espèce particulière de bouillonnement alternatif, qui ressemblait à une sorte de *crinière liquide*. Les effets de ce genre, joints aux tourbillons dans l'angle du coude, donnaient aux filets fluides une courbure continue, qu'il était intéressant d'observer pour constater la différence provenant, dans cette courbure, de ce que je reculais ensuite à une distance de plusieurs mètres la position de l'obturateur vertical. Denis Papin avait déjà remarqué que l'eau tourbillonnait dans la partie *vive* de l'angle droit brusque. La différence des trajectoires dans les deux cas étant peu considérable, j'en ai conclu qu'il devait en être ainsi de la résistance passive éprouvée par suite des mouvements curvilignes. C'est en effet ce qui résulte de la comparaison que tout le monde peut faire entre le résultat d'une expérience de Venturi sur un coude à angle droit vif, et celui d'une expérience de S'Gravesande, rapportée dans son *Traité de Physique*. Mais personne n'avait encore fait ce rapprochement entre des faits isolés trouvés par ces savants célèbres, et il était utile de les appuyer par des observations d'un autre genre, faites d'ailleurs plus en grand.

Ce résultat est utile dans l'étude de diverses machines hydrauliques, pour lesquelles l'écoulement se fait par un orifice disposé immédiatement sur la paroi d'un tuyau de conduite horizontal. Il en résulte, en effet, qu'il doit être permis, sans crainte de se tromper en moins sur la résistance passive, de se servir, pour ce cas, du coefficient de la résistance des coudes à angle droit vif, étudiée pour d'assez grandes vitesses par Venturi.

Les directions des flotteurs, posés en amont sur la surface de l'eau, se pliaient régulièrement sans rencontrer la surface transversale du coude, à cause de la résistance des tourbillons. Les petits corps tenus en suspension dans le liquide ou roulant près du fond prenaient des directions analogues. Toutefois, il se présentait sur l'entaille contre laquelle la planche en aval devait s'appuyer quand elle fermait l'orifice latéral, un mouvement oscillatoire très-régulier et très-prononcé formant une onde sans translation apparente dont je parlerai dans le § V.

Conservant tout l'orifice latéral ouvert, j'ai ensuite disposé parallèlement aux parois du canal, dans le milieu du lit, une planche d'au moins 2 mètres de long, ayant pour but de faire voir ce qui se passerait dans une ouverture beaucoup plus large que la section du canal avec de plus grandes vitesses. Cette planche, qui s'élevait toujours au-dessus de l'eau par son arête supérieure, l'autre touchant le fond du canal, s'appuyait par une de ses extrémités verticales contre la planche rectangulaire qui formait le barrage. Il se présentait une sorte d'onde permanente, fournissant avec régularité, quoique avec bouillonnement, l'écoulement par la seconde moitié de l'orifice latéral. Dans la première moitié de cet orifice, l'écoulement était presque nul. Il résulte de ces effets qu'il ne doit y avoir aucun avantage bien sensible à donner à cet orifice un diamètre plus grand que celui du canal.

Cette conséquence est importante pour l'étude des machines hydrauliques, où l'écoulement de dedans en dehors se fait par un orifice immédiatement disposé sur la paroi d'un tuyau de conduite. On connaissait une remarque analogue à cette dernière, sur la grandeur qu'il convient de donner au diamètre de sortie de la soupape d'arrêt du bélier hydraulique de Montgolfier. Mais le phénomène pouvait être influencé par la soupape, et il était utile de l'étudier séparément d'ailleurs sur une assez grande échelle.

Il se présente sur la théorie des coudes de cette espèce une question intéressante. Doit-on augmenter ou diminuer leur section pour avoir le moins de résistance possible à surmonter, dans le cas où un tuyau débouche directement dans un autre, au lieu de déboucher immédiatement à l'air libre, comme dans l'expérience précédente?

Cette question se rattache à celle du § I sur l'effet de l'évasement d'un tuyau de décharge. En effet, il résulte des évasements qui ne sont pas très-graduellement disposés, des tourbillons qui, au lieu d'augmenter la section réelle d'écoulement, la diminuent d'une manière d'autant plus sensible que la vitesse est plus grande. Ces effets sont bien connus des bateliers qui remontent le courant des rivières en choisissant la partie des coudes où ils sont favorisés par ce genre de mouvements. Mais ce n'est pas seulement de la section qu'il s'agit, il faut encore tenir compte de ce que la réaction doit produire un effet analogue à celui d'une veine tombant d'un vase sur un plan, et qui, selon les expériences de Hachette, diminue notablement le débit quand le plan n'est pas assez loin de l'orifice. Il résulte de là que, pour les coudes à angle droit vif, il est utile de faire déboucher le tuyau d'amont dans un tuyau d'un diamètre plus que double de celui du premier. Un tourbillon ramène, il est vrai, en général, les molécules liquides vers l'orifice. Or il faut faire en sorte que ce tourbillon ne nuise pas trop à l'écoulement par sa direction en aval. Quand le diamètre du canal, dans lequel débouche un premier canal faisant avec lui un angle droit vif, est assez grand, on voit distinctement de quelle manière se comporte ce tourbillon qui ne retombe pas avec force sur le premier orifice d'écoulement.

On peut tirer des phénomènes du mouvement de l'eau dans les coudes des conséquences intéressantes sur la formation des vallées, ou du moins des vallées sablonneuses. En effet, si un fluide est successivement animé de mouvements en sens contraires dans

une vallée disposée en forme de coude, et surtout de coude à angle droit brusque, la disposition des obstacles est essentielle. Si, par exemple, ils sont disposés d'un seul côté de l'angle plus près de la partie convexe que de la partie concave, il en résulte que, dans un sens du mouvement de ce fluide, ils peuvent ne pas gêner bien sensiblement ce mouvement, et avoir beaucoup d'influence dans l'autre sens.

III.

Expériences sur les tourbillons et les ondes résultant d'un barrage noyé.

J'ai communiqué à la Société Philomathique, le 8 août 1846, une espèce particulière de mouvement de l'eau qui a été confirmée depuis plus en grand (*Journal de l'École Polytechnique*, xxxiii^e cahier, pages 149 et suivantes). Quelques mots écrits sur ce sujet par Léonard de Vinci et par Du Buat n'étaient pas suffisants, ces expérimentateurs célèbres avaient plutôt pressenti qu'aperçu le phénomène.

J'ai remarqué dans mon Mémoire sur les ondes, publié dans le tome XIII de ce Journal, que si l'on traîne un corps selon l'axe d'un canal rectangulaire, rempli d'eau en repos, même assez large par rapport à ce corps, l'onde qui en résulte s'étend sur toute la largeur du canal comme une barre. Il est intéressant de remarquer que, dans l'eau en mouvement, une barre fixe donne lieu à un phénomène, inverse sous certains rapports, ce qui ne peut provenir que de la réaction latérale qui renvoie le mouvement vers l'axe.

L'action de l'eau aux deux extrémités d'un barrage submergé est d'une nature toute particulière, par suite des phénomènes de la percussion contre la surface d'amont. Il en résulte qu'on voit se produire en aval du barrage le curieux phénomène des ondes quadrangulaires fixes, de plus en plus affaiblies, tel que Bidone l'a décrit. Mais ce célèbre hydraulicien ne l'avait observé qu'à la suite de la contraction à l'origine d'un canal. Ainsi ce croisement de filets, attribué par lui au phénomène de la contraction, montre bien qu'en effet il y a une contraction d'une espèce toute particulière, occasionnée par le mouvement du liquide aux extrémités du barrage où il se présente aussi une sorte de coude liquide.

Pour que le phénomène se présente dans toute sa netteté, il ne faut pas trop élever le barrage parce qu'alors la nappe se brise. Mais quand les ondes étaient bien régulières, le sommet du barrage étant, par exemple, à la moitié de la profondeur totale de l'eau dans les canaux dont je me suis servi, le profil, pris au moyen d'une planche verticale, parallèle aux parois du canal et passant par les sommets des pyramides liquides, ainsi que par les diagonales de leurs bases, présentait une forme analogue à celle que Bidone a dessinée dans ses beaux Mémoires.

Quand on supprimait le barrage, le phénomène des ondes quadrangulaires disparaissait, le canal étant sans aspérités apparentes. La largeur de ce canal était de 0^m,50, sa profondeur d'eau de 0^m,20; la vitesse moyenne, le barrage étant supprimé, était de 0^m,60 environ. Le barrage était fait en briques ordinaires, formant un mur régu-

lièrement construit. Pour résister à la force du courant, j'avais disposé les briques en long. Un extrait de ma communication à la Société Philomathique est inséré dans le journal *l'Institut*, 1846, tome XIV, page 287.

La lame ne se brisait pas quand le barrage était suffisamment plongé; il y avait des tourbillons dans tous les angles. Dans le réservoir traversé par le courant décrit dans le § I, des tourbillons intéressants se formaient à chacun des angles opposés à l'embouchure d'amont du canal. Les petits flotteurs colorés, formés de débris de fleurs diverses, s'enfonçaient souvent au fond de l'eau, dans un des angles où le tourbillon se faisait avec plus de force autour d'un prisme vertical formé par une bonde. Les flotteurs, ainsi enfoncés dans cet angle, traversaient toute la largeur du réservoir sans revenir à la surface avant d'avoir achevé cette traversée. Ils remontaient ensuite dans l'autre angle, revenaient tout le long d'une des parois du réservoir pour se faire reprendre par le courant à sa sortie du canal d'amont. La traversée latérale des flotteurs au-dessous du courant est un effet de l'action des tourbillons engendrés dans tout le système liquide à cette extrémité du réservoir. (*Journal l'Institut*, 1845, tome XIII, page 403.)

On voit que ce qu'il y a d'essentiel dans les conséquences déduites ultérieurement des phénomènes produits par les barrages noyés, relativement à la stabilité qu'il faut donner à leurs fondations, etc., est non-seulement indiqué depuis longtemps dans mes communications à la Société Philomathique, mais avec des détails qui n'ont même pas été reproduits, et qui caractérisent encore mieux le phénomène.

Parmi les effets des tourbillons formant un effet analogue à celui des barrages, je mentionnerai encore celui qui se présente dans un tuyau ou canal dont la direction est inclinée en sens contraire de celle d'un courant principal. Les tourbillons qui se forment devant l'*éperon* empêchent d'appliquer sans modification le théorème de D. Bernoulli sur les pressions des liquides en mouvement. L'eau était refoulée en arrière dans le tuyau ou canal additionnel dont il s'agit, et sortait plus haut que l'orifice de jonction, bien que la première extrémité de sortie restât ouverte. Dans les canaux découverts horizontaux, il résulte de ces tourbillons des ondes rétrogrades très-sensibles dans le bout de canal dont l'axe fait de la même manière un angle aigu avec celui du principal courant.

IV.

Expériences sur les vibrations rapides des veines liquides.

On a longtemps admis que l'écoulement de l'eau d'un vase était uniforme sous une hauteur de niveau constante. Ramazzini paraît être le premier qui ait remarqué dans les veines liquides en aval d'un coude à angle droit brusque des oscillations périodiques, ne provenant pas seulement de la chute du liquide retombant du sommet d'un jet d'eau. (*De fontium Mutinensium admiranda scaturigine Tractatus physico-hydrostaticus*, in-4°, Modène, 1691, très-rare.)

F. Savart a développé quelques intermittences provenant des phénomènes de la percussion de l'eau. Mais personne n'avait remarqué que la seule disposition de l'orifice de sortie permettait de faire alternativement cesser et naître un jet d'eau, comme par un mouvement régulier de respiration, et cependant sans matelas d'air ni pièce mobile.

Pour obtenir cet effet singulier au moyen d'un ajutage cylindrique implanté sur un tuyau de conduite relevé verticalement en aval de son réservoir alimentaire, il m'a suffi de disposer à l'orifice de sortie des obturateurs partiels fixes en bois qui en interceptaient une partie. Les uns étaient des espèces de demi-cylindres, des coins disposés verticalement dans l'ajutage et transversalement quant à l'axe du tuyau de conduite. Les autres étaient des pièces extérieures posées au-dessus de l'ajutage. Il était surtout intéressant d'observer les jets inclinés, parce que l'intermittence, la cessation complète du jet, qui se reproduisait indéfiniment avec une extrême régularité, comme les battements d'un pendule, ne pouvaient pas être attribués à la chute de l'eau retombant sur la colonne ascendante.

Les intermittences ne venaient pas non plus de quelque mouvement dans de l'air emprisonné; je m'en suis assuré au moyen de tubulures disposées de diverses manières sur le tuyau horizontal, et alternativement remplies d'air et d'eau, ce qui ne changeait rien aux effets dont il s'agit. Or, dans tous les cas, le moindre dérangement de l'obturateur suffisait pour rétablir la permanence du jet d'eau sans qu'on changeât rien au tuyau de conduite.

Le réservoir dont je me suis d'abord servi était un peu conique, la base inférieure ayant $0^m,13$ de diamètre et le sommet ayant un diamètre de $0^m,20$. La hauteur du réservoir était $0^m,29$. Le tube horizontal avait $0^m,015$ de diamètre et $0^m,20$ de long. Les divers ajutages verticaux avaient $0^m,035$ de haut.

J'ai recommencé les mêmes observations en portant la hauteur de ce réservoir à $1^m,2$ au-dessus de l'orifice du jet; il se présentait encore des intermittences dans des circonstances analogues, mais le jet ne cessait plus complètement.

Je dois avertir les personnes qui voudraient recommencer ces expériences, qu'il faut, en général, beaucoup de tâtonnements pour y parvenir, même quand on les a déjà faites plusieurs fois.

Ce genre de phénomène se présente dans beaucoup de circonstances, quelquefois très-difficiles à produire, mais assez nombreuses pour qu'il soit désormais indispensable d'en tenir compte dans l'explication des fontaines naturelles. Il paraît dépendre moins de la pression de l'eau du réservoir que de la hauteur des jets. J'ai observé des intermittences à peu près complètes dans un jet d'eau irrégulier sortant sous une pression d'au moins 2 mètres d'eau par une fissure de porte d'écluse de navigation, le jet s'élevant à au moins $0^m,50$ de haut. Pour un orifice de $0^m,02$ de diamètre, la cessation à peu près complète d'un jet d'eau vertical ne se présentait plus pour une hauteur au-dessus de $0^m,30$ environ. Enfin il faut tenir compte de ce que les circonstances en apparence les moins importantes changent complètement ces effets et rendent au jet sa permanence.

Dans les cours d'eau les mieux arrivés à la permanence, j'ai observé des oscillations parfaitement régulières dans les angles concaves. Je suis parvenu à en produire artificiellement au milieu d'un canal rectangulaire de $0^m,50$ de large et de $0^m,18$ de profondeur, dont l'eau avait une vitesse moyenne de $0^m,60$ environ par seconde. Pour cela, je disposais dans ce canal, d'une manière fixe, un de ces polyèdres creux en bois, dont tout le monde connaît la forme et les dimensions, dans lequel les blanchisseuses se mettent pour laver le linge. L'ouverture était disposée du côté d'amont, sous des angles que j'obtenais par le tâtonnement. Il en résultait, dans les angles à l'intérieur de cet appareil, des oscillations parfaitement régulières, et d'une hauteur considérable par rapport à la *hauteur due* à la vitesse moyenne de l'eau dans le canal. Le moindre dérangement dans les surfaces faisait cesser cette espèce de mouvement de pendule battant pour ainsi dire la seconde, et rendait au courant sa permanence.

Il est difficile de bien définir la cause de ces divers effets, qui ne se sont présentés jusqu'ici d'une manière complète que par suite de pièces transversales, soit à l'extrémité, soit loin de l'extrémité d'une conduite ou d'un canal. Il s'agit d'un phénomène de percussion, combiné peut-être, du moins dans certains cas, avec un phénomène d'ajutage plus ou moins rempli par la vraie section de la veine liquide; mais je l'ai vu se présenter dans des circonstances tellement singulières, qu'il est prudent de s'en tenir provisoirement à la simple exposition des faits.

Ainsi, un jet d'eau vertical sortait d'un orifice sensiblement circulaire, sans obturateur, de $0^m,0025$ environ de diamètre, entouré de dix jets d'eau d'un diamètre de $0^m,002$ environ, dont chacun sortait à $0^m,012$ du jet central. Celui-ci s'élevait à des hauteurs de $0^m,23$ et au-dessous, ainsi que la couronne de dix jets un peu inclinés, il cessait alternativement, d'une manière complète et régulière, comme par un véritable mouvement de respiration, tandis que tous les autres s'élevaient à une hauteur sensiblement constante. Pour une hauteur de $0^m,30$, le jet vertical ne cessait plus alternativement d'une manière aussi complète, il y avait seulement des intermittences très-sensibles. La plaque de cuivre, dans laquelle étaient disposés des orifices, avait environ $0^m,0015$ d'épaisseur. Pour l'orifice du jet vertical, l'épaisseur était d'environ $0^m,002$. La plaque était trop bien polie pour que l'air pût s'arrêter longtemps par-dessous; or le phénomène durait indéfiniment. Pour les hauteurs très-petites, les dix jets un peu inclinés étant toujours sensiblement uniformes, les intermittences du jet central étaient encore très-régulières.

Les intermittences étaient d'autant moins sensibles relativement que les jets étaient plus élevés; j'ai observé des hauteurs plus grandes de $0^m,50$ à 1 mètre et au-dessus, pour lesquelles il y avait bien moins d'intermittences malgré la division des gouttes. Or, pour augmenter la hauteur des jets, il suffisait d'ouvrir plus ou moins un robinet à une certaine distance sur le tuyau de conduite, ce qui semble indiquer une influence quelconque des phénomènes particuliers aux étranglements. Si le jet central présente d'une manière caractérisée l'effet singulier dont il s'agit, tandis qu'il n'en est pas ainsi des autres, ne serait-ce pas à cause de quelques effets particuliers à l'étranglement immédiat? Les autres filets liquides s'épanouissent vers la couronne de jets, en perdant

quelque chose de la nature primitive de leur mouvement à cause de l'évasement du sommet du tuyau. J'ai, en effet, remarqué d'autres jets inclinés qui présentaient le phénomène dont il s'agit; l'inclinaison de ceux-ci n'est donc pas une raison péremptoire.

Les circonstances dans lesquelles les colonnes liquides entrent en vibration par suite de la disposition des orifices, ne sont pas encore assez connues pour être utiles à l'art du fontainier dans l'étude de l'état d'une conduite engorgée. Mais ce que j'ai dit fait déjà concevoir la possibilité de parvenir à connaître un nouveau moyen d'inspection pour le service des eaux d'une grande ville. Il est intéressant d'entrevoir qu'on pourra en venir là au moyen de la seule vibration des jets d'eau. Voici, en effet, de nouveaux exemples de la vibration des colonnes liquides.

Lorsqu'un tube partant du fond d'un réservoir se relève verticalement à une certaine distance, et que sur la partie horizontale on établit une prise d'eau d'un certain diamètre, le liquide se tient beaucoup plus haut dans le tube relevé en aval que dans un tube vertical en amont. Cette expérience est due à Ramazzini, page 77, *fig. 7*. Il n'a pas donné les dimensions de son appareil, dans lequel il dit que le liquide n'atteignait, dans le tube d'aval, que les cinq sixièmes de la hauteur du niveau du réservoir au-dessus de l'orifice de la prise d'eau intermédiaire.

J'ai répété cette expérience avec l'appareil dont j'ai donné ci-dessus les dimensions, et, de plus, je suis parvenu à augmenter notablement la hauteur de la colonne d'aval en inclinant en arrière le tube du jet d'eau qui était vertical dans l'appareil de Ramazzini. De sorte que la différence d'un sixième, dont je viens de parler, a été diminuée d'environ moitié. Elle a été encore plus diminuée, même avec un ajutage de sortie vertical, lorsque cet ajutage a été disposé près du réservoir à une distance égale tout au plus au diamètre du tube. Quand l'ajutage était horizontal et encore plus près de ce réservoir, l'eau parvenait alternativement à la hauteur même du réservoir dans le tube d'aval, mais on ne peut pas dire précisément que c'était à des intervalles périodiques, car il paraissait se présenter à certaines époques des oscillations accumulées.

Ces expériences concourent, avec celles de Ramazzini, à prouver que non-seulement l'eau peut s'élever en aval d'un puits artésien à des hauteurs bien plus grandes que l'orifice de ce puits, mais que, de plus, il se présente en aval des oscillations, dont il y a lieu de penser que les fontaines naturelles peuvent se servir pour élever de l'eau à une petite hauteur, même au-dessus du niveau de la source, si le tuyau ou conduit souterrain est convenablement rétréci à son sommet.

Diverses causes mettent une colonne liquide en vibration; dans les grandes cascades tombant sur un plafond en pierres, l'eau rejaillit dans diverses circonstances en donnant des percussions véritablement périodiques, mais le phénomène doit être influencé par les mouvements de l'air.

On sait qu'un cylindre autour duquel s'enroule une veine liquide s'élevant verticalement de bas en haut, peut, dans certains cas, être soutenu indéfiniment sans autre

appui, en tournant comme une véritable roue verticale. Ses mouvements oscillatoires dans la verticale ne lui font pas quitter le jet qui le soutient; ils sont intéressants à observer comme un exemple des effets d'intermittence de la veine enroulée, même à une assez grande hauteur au-dessus de l'orifice d'où elle sort.

Je mentionnerai encore l'observation suivante. Si, lorsqu'un jet d'eau présente à son sommet de petites variations périodiques, on dispose au-dessus un entonnoir fixe, cela ne diminue pas le mouvement oscillatoire; au contraire, l'eau se jette périodiquement un peu plus haut en y donnant de petits coups de bélier alternatifs. Si l'on baisse l'entonnoir de manière à obliger le jet de le traverser selon son axe, il y a certaines conditions, par exemple pour un jet de 0^m,008 de diamètre et de 1^m,20 de haut, dans lesquelles le jet diminue de hauteur, la partie du jet qui a traversé l'entonnoir devient plus sensiblement oscillante.

En général, quelle que soit la cause des oscillations d'un jet d'eau, quand elles sont considérables, comme cela se présente, par exemple, pour le grand jet d'eau des Tuileries, il est évident que si un entonnoir convenablement disposé est fixé à une hauteur intermédiaire entre les limites de hauteur minimum et maximum du jet, il en résultera des coups de bélier hydraulique qui augmenteront sa hauteur à des intervalles plus ou moins irréguliers. Si un second entonnoir est disposé au-dessus, le jet exhaussé par le premier coup de bélier en donnera un second qui l'exhaussera encore, et ainsi de suite. De sorte qu'il peut en résulter des effets très-curieux dans les jardins publics et qui se présentent sans doute aussi dans les grottes naturelles.

Depuis que j'ai fait connaître pour la première fois, le 25 juillet 1846 (*Journal l'Institut*, tome XIV, page 271), ce genre singulier de vibrations, M. Darcy, inspecteur divisionnaire des Ponts et Chaussées, a fait sur les rétrécissements dans l'intérieur des conduites, des expériences d'où il résulte que la présence des diaphragmes rend extrêmement difficile, dans certains cas, d'obtenir un écoulement uniforme. On ne sait pas encore d'une manière positive en quoi consistent les conditions dont il s'agit, et il est bien intéressant pour l'art du fontainier de les mieux connaître. J'ai soulevé la question, elle sera tôt ou tard résolue par les ingénieurs. Une Note sur les vibrations, publiée dans le *Journal de l'École Polytechnique*, xxxiii^e cahier, page 159, confirme la nouveauté de ces faits que j'avais signalés depuis quatre ans.

M. Coriolis avait depuis longtemps proposé aux ingénieurs des eaux de Paris d'étudier plus en grand par l'expérience mes idées sur le frottement de l'eau, la position et la forme des rétrécissements. Malheureusement les expériences faites sous ses auspices furent interrompues par sa mort prématurée.

Manoury d'Ectot a fait osciller une colonne liquide très-courte sans pièce mobile, au moyen d'un obturateur fixe, formé d'une sorte de bouchon horizontal au sommet d'une tige. Mais il y avait au-dessus un tuyau où l'élévation de la colonne liquide était une seconde cause particulière d'oscillation. Ce qu'il y a de certain, c'est que toutes les explications de ce singulier appareil, données en France et à l'étranger, sont aujourd'hui

reconnues comme erronées. J'ai vu même élever des doutes sur la possibilité de son jeu indéfiniment abandonné à lui-même.

M. Charles Blagden (*Annals of philosophy*, tome I, page 191) croyait l'expliquer en disant qu'un tube rétréci à son extrémité, pénétrant dans un tuyau plus large, devait occasionner des oscillations dans une colonne liquide, malgré l'assertion formelle de Manoury d'Ectot, qui déclare que, *sans le diaphragme, il n'y a pas d'oscillation.* (*Catalogue des Collections du Conservatoire des Arts et Métiers*, page 7.)

J'avais fait de mon côté, en 1834, une expérience analogue à celle qui est indiquée par M. Blagden, et j'avais reconnu que les oscillations n'avaient pas lieu, en effet, *sans diaphragme fixe*; c'est-à-dire qu'il y en avait d'abord, mais qu'elles diminuaient de plus en plus et devenaient enfin sensiblement nulles, l'écoulement se faisant ensuite comme à l'ordinaire dans l'espace resté libre entre les deux tuyaux.

L'explication de Carnot et Prony étant aussi formellement contraire à l'expérience dont je viens de parler, j'ai pensé depuis que le phénomène annoncé par Manoury d'Ectot pourrait bien avoir quelque analogie avec celui qui fait l'objet de ce paragraphe, et dont il ne paraît pas qu'il eût connaissance.

Il n'est pas étonnant d'ailleurs que des hommes tels que Carnot et Prony ne s'en soient pas aperçus non plus, à une époque où la partie physique de l'hydraulique était bien moins avancée qu'aujourd'hui. Prony connaissait seulement des variations sensibles dans la hauteur du sommet des jets d'eau.

Ce qui précède achèverait au besoin de montrer la différence essentielle entre les principes de mes machines hydrauliques et celle de Manoury d'Ectot dont il s'agit. Ses vibrations rapides à percussion exigent des tuyaux courts. Mes oscillations exigent, au contraire, des tuyaux d'une certaine longueur, et même, dans certains cas, d'une longueur assez grande.

Navier pensait que cet appareil remarquable de Manoury d'Ectot ne pouvait pas être employé avec avantage. Il paraît, en effet, qu'il sera difficile de faire osciller avec une régularité suffisante, par ce moyen, des colonnes liquides d'une hauteur considérable. On ne sait pas d'ailleurs, d'une manière assez positive, quels sont ceux des modèles du Conservatoire qui ont convenablement marché.

V.

Expériences sur les rétrécissements dans le mouvement oscillatoire.

La veine liquide à la sortie d'un rétrécissement se dilate en augmentant nécessairement la pression en aval, à cause du choc qui en résulte. Je m'en suis assuré directement en disposant un rétrécissement dans un tuyau vertical, et en enfonçant dans le système un tube de verre à des profondeurs diverses. Au reste, ce fait peut être regardé comme évident à priori. Loin d'admettre, avec divers auteurs, que l'on ne doit pas tenir compte de ce choc, il y aurait bien plutôt lieu de croire qu'il faut tenir compte de ce que le changement de vitesse ne se fait pas toujours d'une manière aussi brusque

que le suppose le théorème de Borda. Il est même très-possible que la longueur d'un tuyau, formant un rétrécissement à l'intérieur d'une conduite, ne soit pas sans influence sur la manière plus ou moins graduelle dont la colonne liquide se dilate à la sortie de l'étranglement, du moins dans un mouvement oscillatoire d'une étendue assez limitée. La manière dont une veine liquide se dilate graduellement à l'entrée d'un réservoir plus large *qu'elle traverse*, jette beaucoup de jour sur cette matière. Il est incontestable que le théorème de Carnot ne doit pas être appliqué sans réserve à l'étude de ce genre tout particulier de phénomènes, où la vitesse centrale se conserve plus loin qu'on ne le croit.

Mais il se présente une nouvelle considération physique. Si la vitesse centrale peut se conserver assez loin de l'origine d'un tuyau malgré les frottements, comme cela résulte des faits exposés dans mon dernier Mémoire publié dans ce volume, page 169, il résulte de cette circonstance que cela modifie les coefficients des frottements contre la paroi pour une vitesse moyenne donnée dans un même instant. Or, si la course de l'oscillation est assez petite par rapport à la longueur du tuyau de conduite où elle se fait, il y a lieu de penser que l'influence dont il s'agit, sur le mode d'action des frottements, ne s'exerce d'une manière bien sensible qu'à une distance de l'étranglement fonction de la course de l'oscillation. Cette influence doit donc être peu sensible, dans ce cas, par rapport au déchet total. Je n'ai pas trouvé, en effet, que la position des rétrécissements dans la section du tuyau eût une influence bien sensible dans cette circonstance sur le mouvement ascensionnel, du moins quand j'avais soin de les évaser convenablement en amont, de manière à éviter d'avoir à tenir compte des phénomènes de la contraction de la veine liquide sur la vraie section de l'étranglement. Pour former un étranglement laissant un orifice dont l'axe était le même que celui du tuyau, il suffisait de disposer convenablement un bout de tuyau évasé en amont et serré par le haut avec une bande de papier. Pour avoir, au contraire, un étranglement laissant un orifice annulaire entre un cylindre central et la paroi du tuyau, il suffisait de fixer dans le tuyau un cylindre en bois latéralement retenu par une petite planche qui le traversait. Alors on obtenait l'évasement convenable en taillant les extrémités. Pour ces expériences comparatives, la section de l'étranglement était, en général, un tiers environ de celle du tuyau de conduite principal.

Le fait de l'égalité sensible de résistances passives pour des positions diverses de l'étranglement dans la section du tuyau de conduite n'a été observé que pour un tuyau assez long par rapport à la course de l'oscillation, et ne doit être accueilli qu'avec quelque réserve. Une partie des faits mentionnés dans mon précédent Mémoire, page 169, montre qu'il n'en est pas ainsi dans des tuyaux beaucoup plus courts. Pour ce dernier cas, j'aurais voulu présenter un résultat plus direct; mais, dans les tuyaux très-courts, la résistance provenant d'étranglements formés de pièces fixes s'est trouvée trop grande relativement à celle du frottement modifié par leur présence.

J'ai publié, dans le tome III de ce Journal, page 209, un Mémoire sur les oscillations de l'eau dans les tuyaux de conduite, où je rends compte de mes expériences sur

un appareil dans lequel j'ai ensuite disposé ces divers étranglements. Mais il serait difficile de bien étudier leurs effets sans relire ce Mémoire, les Notes insérées sur ces matières dans ce Journal ont d'ailleurs seulement pour but de fixer les idées sur les points principaux d'un ouvrage qui paraîtra prochainement. Je me contenterai donc d'énoncer le fait suivant.

Un étranglement était formé au moyen d'un bout de tuyau d'environ $0^m,02$ de diamètre et de $0^m,17$ de long, disposé avec un évasement en amont dans un tuyau de conduite d'environ $0^m,047$ de diamètre et de $0^m,33$ de long, qui se relevait verticalement à son autre extrémité, la première débouchant dans un réservoir. La résistance passive provenant de l'étranglement était à peu près égale à toute la résistance en frottement de la conduite dont il s'agit, où une colonne liquide était en oscillation. Or, si le travail en frottement dans le bout de tuyau rétréci est en raison inverse des cinquièmes puissances des diamètres, on trouve, en définitive, la résistance due à l'étranglement sensiblement moindre qu'elle ne le serait selon la théorie de Borda. Il y a lieu de croire que la veine ne se dilate pas aussi brusquement dans cette circonstance que le suppose cette théorie, même en tenant compte de ce qu'il paraît résulter de mes recherches que, dans ces tuyaux très-courts, le coefficient du frottement est très-différent de ce qu'on croit, à cause de la manière dont se distribuent les vitesses à leur intérieur.

Si, au contraire, on ne tenait pas même compte, avec Borda, du surcroît de pression provenant de la dilation de la veine en vertu de son choc à la sortie de l'étranglement, on trouverait, par suite du frottement quelconque dans le tuyau rétréci, que la résistance passive devrait être augmentée de plus de moitié en sus quant à l'effet de l'étranglement.

Cette expérience est donc favorable à la théorie de Borda, mais en tenant compte, ainsi que M. Coriolis, de ce que, dans certaines circonstances du moins, la dilatation de la veine ne doit pas être brusque, même sans ajutage divergent. Quant à la théorie d'après laquelle MM. Eytelwein, d'Aubuisson et d'autres auteurs ne tiennent pas compte, avec Borda, de la percussion à la sortie de l'étranglement, elle est contraire à cette expérience que j'ai d'ailleurs variée. Or, même en admettant la possibilité de quelque erreur, il n'y a pas à craindre d'en rencontrer d'aussi grandes, surtout quand les résultats sont bien conformes aux saines théories.

VI.

Expériences sur divers phénomènes des ajutages divergents.

On admettait dans tous les ouvrages sur l'hydraulique que le débit des ajutages divergents était le même dans l'eau que dans l'air. Il résulte des expériences suivantes faites en 1841 que cela n'est pas vrai en général.

Dans les limites de ces expériences, quand l'ajutage n'est pas assez ouvert pour que l'on ne puisse point parvenir à le faire couler plein dans l'air au moyen d'obturateurs

partiels présentés quelques instants, il coule plein de lui-même étant plongé dans l'eau. J'attribue principalement cet effet à une cause analogue à celle qui modifie le frottement dans les tuyaux mouillés d'avance, et surtout dans le cas où leurs parois sont déjà en contact depuis un certain temps avec la colonne liquide. Il est même intéressant d'étudier les détails du phénomène, et la manière dont la veine se dilate dans certaines circonstances le long des parois mouillées sans être plongées au-dessous du niveau d'aval, quand les vitesses sont très-petites. On la voit étendre, pour ainsi dire, des ailes de chaque côté de l'ajutage. En définitive, ce genre de phénomènes et celui qui fait l'objet de mon dernier Mémoire se prêtent un mutuel appui. Au reste, le phénomène des tourbillons peut contribuer à expliquer l'application de la veine liquide contre les parois dans les ajutages plongés.

J'ai eu seulement pour but, dans les expériences dont je vais donner une description succincte, d'étudier le phénomène dans ce qu'il a de plus essentiel, en me contentant d'observer des différences très-considérables dans les effets.

Ainsi, n'ayant pas alors de réservoir à niveau constant, j'ai mesuré la profondeur de l'abaissement du niveau pendant une ou deux minutes pour les divers modes d'écoulement, en ayant soin que le temps fût bien rigoureusement le même pour les écoulements qu'il s'agissait de comparer. Le réservoir était un vase en zinc à peu près cylindrique, d'environ 0^m,67 de haut et de 0^m,24 de diamètre; le niveau ne baissait jamais d'un tiers de sa hauteur pendant la première minute.

Les quatre ajutages dont je me suis servi successivement étaient des tubes coniques entièrement ouverts à leurs extrémités; leurs petits diamètres étaient de 0^m,011 à 0^m,012 environ. Par cette extrémité ils étaient soudés sans *bavures* à la paroi verticale du vase. Leurs axes étaient à peu près perpendiculaires au plan de cette paroi. Ils étaient disposés à 0^m,02 ou 0^m,03 au-dessus du fond et à environ 0^m,033 de distance les uns des autres. Le diamètre extérieur de l'ajutage le plus ouvert était d'environ 0^m,053, la longueur, c'est-à-dire le côté de cet ajutage étant de 0^m,14. L'ajutage le moins ouvert avait 0^m,028 de diamètre extérieur et 0^m,135 de côté.

Les deux autres avaient 0^m,16 de côté: le diamètre extérieur de l'un était à peu près moyen entre ces deux premiers; le diamètre extérieur de l'autre était à peu près moyen entre ce dernier et celui de 0^m,028. On n'en laissait jamais couler qu'un seul pendant chaque expérience.

Les deux ajutages les moins ouverts coulent pleins sans qu'il soit nécessaire de les faire déboucher sous l'eau, mais il faut une hauteur de réservoir suffisante. La colonne liquide entraînant de l'air en vertu de ses mouvements quelconques et de la communication latérale du mouvement des fluides, tend à faire le vide autour d'elle, soit quand elle se détache momentanément de l'ajutage, soit à l'origine même de l'écoulement. En définitive, ces ajutages coulent à peu près complètement pleins sous une charge convenable; des agitations intérieures appliquent périodiquement la veine liquide à la paroi sans jamais l'en détacher bien sensiblement. Pour ces deux ajutages, on ne remarque alors aucune différence dans le débit, quand ils débouchent sous

l'eau ou dans l'air, parce qu'ils coulent à peu près pleins dans les circonstances dont il s'agit. Il est même assez difficile alors de parvenir à les empêcher de couler pleins dans l'air au moment où ils sont débouchés. Pour parvenir à détacher la veine de l'ajutage avec facilité, il a fallu commencer par ne verser d'abord qu'une petite quantité d'eau sur le fond du vase, en augmentant graduellement le volume jusqu'à ce que le vase fût plein. Mais il faut observer, et c'est une des choses qui caractérisent ce mode d'écoulement, que si l'on verse un seau d'eau brusquement dans le cas où l'ajutage employé a $0^m,028$ de diamètre extérieur, le vase étant à moitié plein, la veine qui ne remplissait pas l'ajutage le remplit aussitôt et continue à le faire couler plein pendant que le vase se vide. Or c'est le contraire qui arrive pour l'ajutage de $0^m,033$ environ de diamètre extérieur, qui, après avoir été *amorcé*, cesse de couler plein quand on y verse de la même manière un seau d'eau sur la même hauteur d'eau dans le réservoir. Le mouvement rapide imprimé à la veine quand l'ajutage n'est pas trop ouvert, lui donne une force latérale de succion suffisante pour l'appliquer contre les parois; et si l'ajutage est plus ouvert, de manière qu'on ne puisse l'*amorcer* avec facilité qu'au moyen des phénomènes d'adhérence qui se présentent dans les petites vitesses à l'origine du mouvement, à moins de se servir momentanément de l'intervention d'un corps extérieur, la veine se détache des parois par suite d'une percussion brusque.

J'ai disposé ensuite le vase à une des extrémités d'une baignoire, l'écoulement se faisant du côté de l'extrémité opposée. Pour chaque expérience le volume d'eau écoulé par l'ajutage faisait élever à une petite hauteur le niveau de l'eau autour du vase. Cette hauteur était réglée de manière à pouvoir étudier comment les choses se passaient pendant que l'orifice des ajutages se recouvrait graduellement. J'observais d'abord le mouvement de l'eau avant qu'elle remplît l'ajutage, le niveau extérieur ne s'élevant pas d'abord jusqu'à lui. Au commencement de l'expérience, la veine formait une *nappe* qui se pliait de bas en haut sur une portion plus ou moins grande de la paroi intérieure. Lorsque ensuite le niveau extérieur s'élevait devant la veine, celle-ci formait un remou de plus en plus brusque, sans que l'ajutage coulât plein, jusqu'à ce qu'il fût presque entièrement recouvert. Il en était ainsi, du moins dans le cas où d'abord l'ajutage ne contenait pas encore d'eau à l'époque où il avait été débouché extérieurement, le bouchon pénétrant d'abord jusqu'à son plus petit diamètre. Ces phénomènes dépendent du degré d'inclinaison de l'axe; les personnes qui voudront répéter ces expériences en retrouveront facilement les détails secondaires.

Quand l'ajutage est suffisamment recouvert, le bruit que fait l'air entraîné ou mis en mouvement d'une manière quelconque par le liquide, cesse en grande partie et l'ajutage se remplit brusquement. Le débit augmente d'une quantité considérable, et qui, pour l'un des deux premiers ajutages, est de plus de moitié en sus quand il est tout à fait sous l'eau, dont la hauteur diminue cependant un peu la différence des niveaux d'amont et d'aval.

Quant au troisième ajutage, celui de $0^m,039$ de diamètre extérieur, lorsqu'il était plongé, il débitait plus d'eau que dans l'air. Mais comme je suis parvenu, il est vrai presque par hasard, à le faire couler à peu près plein dans l'air, j'en conclus, en

réunissant ce fait à ceux que j'avais déjà observés sur les autres ajutages, que l'augmentation de débit provenait, dans tous les cas, seulement de ce que les ajutages entièrement plongés présentaient un écoulement parfaitement analogue à ce qui se passait dans l'air quand le liquide adhérait à leurs parois. Je n'ai pu, en effet, observer d'augmentation de débit bien sensible, par suite de la submersion, pour l'ajutage le plus ouvert. Or c'était précisément le seul que je n'avais pu faire couler plein dans l'air, sous des charges d'eau un peu fortes, analogues à celles pour lesquelles je mesurais le débit.

Dans les deux ajutages les plus ouverts la veine se détachait plus ou moins de la partie supérieure de la paroi quand l'écoulement se faisait à l'air libre. On observe si les charges d'eau ne sont plus que de 0^m,10 à 0^m,20 qu'elle laisse échapper de chaque côté une nappe très-mince qui lèche la paroi conique intérieure. C'est le long de cette nappe que, dans les petites vitesses, la veine vient graduellement s'étendre, et finit par remplir graduellement l'origine de l'ajutage, si l'extrémité extérieure de celui-ci n'est pas trop inclinée, quand les vitesses sont très-diminuées par suite de la baisse de l'eau dans le vase.

L'aspect de la veine n'est pas le même dans ces deux derniers ajutages avant l'époque où elle est ainsi plus ou moins relevée. Dans l'un et dans l'autre, lorsque le vase est plein, on ne voit point de partie lumineuse à l'intérieur de l'ajutage, du moins à l'œil nu; mais on en voit une bien distincte quand l'eau est baissée d'une petite quantité en regardant par l'extrémité la plus large. Dans l'ajutage le plus ouvert, on voit, au bout d'un certain temps, cinq anneaux lumineux précédés par la partie de la veine qui sort avec sa couleur ordinaire. Le deuxième et le quatrième anneau sont très-brillants. On suit facilement de l'œil les mouvements intérieurs du liquide, d'où il résulte des pertes de force vive quelconques. Quand la partie extérieure de l'ajutage est convenablement relevée, son origine étant remplie d'eau dans les petites vitesses, la partie brillante de la veine n'apparaît plus que comme un ovale dont le grand axe est horizontal, et l'on y voit encore des mouvements intérieurs en spirale, longtemps après la cessation de l'écoulement.

Maintenant il faut se demander pourquoi le débit de l'ajutage le plus ouvert n'augmente pas quand il coule plein sous l'eau, car il est bien positif qu'il y a une époque où il coule véritablement plein, comme on s'en assure même avant qu'il soit en entier recouvert. Il y a un instant où le bruit de l'air en mouvement aux environs du remous cesse presque totalement, même pour un ajutage de cet angle. On voit alors la veine s'appliquer brusquement contre l'origine de l'ajutage, et sortir avec beaucoup plus de régularité, sans produire un remous relevé aussi brusquement, bien que la partie extérieure soit encore loin d'être recouverte. Au même instant on cesse de voir la partie brillante de la veine.

Ce que j'ai dit dans le § I sur la dilatation des veines liquides au milieu des tourbillons, jette beaucoup de jour sur la manière dont le degré d'ouverture de l'angle d'un ajutage contribue à la perte de force vive. Nous avons vu, en effet, qu'il y a même un angle au delà duquel l'ajutage peut devenir plus nuisible qu'utile. Ces tourbillons se

présentent aussi plus ou moins dans le mouvement des gaz. Quand on observe le mouvement de l'air comprimé dans un tuyau par une colonne liquide, comme je l'ai expliqué dans mon dernier Mémoire, à la sortie du tuyau la colonne fluide est cylindrique; on le voit par le mouvement des poussières chassées de ses parois, mais elle se termine bientôt en cône d'une forme analogue à celle d'une sorte de flamme.

Ces ajutages, objet spécial de ce paragraphe, étaient de trop petites dimensions pour que l'on pût en déduire des règles sur l'angle convenable à de plus grands ajutages. Mais, par cette raison même, ils établissent la limite de l'angle qu'on ne peut espérer atteindre dans les applications, à cause des phénomènes de l'adhérence relativement plus puissants pour ces petits diamètres.

Quelque grand que soit un cours d'eau, il y a toujours un angle pour lequel la divergence se fait sans tourbillons. Un arc d'environ 30 degrés remplit cette condition pour les vitesses ordinaires de l'eau dans la Seine en aval des murs verticaux auxquels cet arc est tangent. En amont des courbures analogues, il se présente un ensemble d'ondes et de tourbillons intéressants qui, pour certaines vitesses, rejettent à une certaine distance des murs verticaux l'eau affluente. De sorte que la jetée est recouverte en amont d'une ondulation dont l'aspect général ressemble plutôt à une ceinture horizontale qu'à une proue liquide.

Pour le mouvement oscillatoire de l'eau dans les ajutages divergents, les choses ne peuvent pas se passer de la même manière que ci-dessus, puisqu'il faut nécessairement un certain temps et un certain chemin parcouru avant la formation des tourbillons aussi caractérisés qu'ils le sont dans les mouvements uniformes ou du moins d'une certaine durée. J'ai rapporté, dans le tome XII de ce Journal, page 375, des expériences sur un ajutage divergent de grandes dimensions, dont l'effet n'était pas assez sensible pour être observé dans des circonstances où il semblait résulter des expériences de M. Eytelwein, sur le mouvement uniforme, que cependant cet effet devait être notable. Il paraît donc, conformément à l'idée qu'on peut se former du mode de production des tourbillons, que si la longueur de la colonne liquide déchargée par un tuyau de conduite, en partie plongé dans un réservoir, est assez petite par rapport à son diamètre, la veine liquide prend d'elle-même, à sa sortie du tuyau dans le réservoir, la forme la plus convenable pour le dégagement alternatif de l'eau. Il en résulte une conséquence importante pour les machines hydrauliques à mouvement variable, c'est qu'on n'est pas obligé de donner à leurs bouches de sortie un diamètre, en général, aussi grand qu'à celles des machines hydrauliques à mouvement sensiblement uniforme.

Daniel Bernoulli a fait des expériences sur la durée des oscillations de l'eau dans des tuyaux coniques verticaux en partie plongés dans un réservoir à niveau constant. Mais il ne connaissait pas l'utilité que ce genre d'expériences pouvait avoir pour étudier l'angle le plus favorable à l'écoulement des ajutages divergents. Or il est intéressant de déterminer l'angle pour lequel l'ajutage cesse de couler plein quand il a de grandes dimensions, c'est-à-dire l'angle pour lequel il ne faut plus du tout compter sur un phénomène analogue à celui du parallélisme des tranches. Pour cela, il suffit de donner à un tuyau conique vertical en partie plongé dans un réservoir, quelques mou-

vements de va-et-vient dans le sens de l'axe, de façon à mettre la colonne liquide en oscillation. On voit ainsi quel est l'angle pour lequel les durées calculées diffèrent peu des durées véritables. Au delà de cet angle de convergence les durées ne diminuent plus, à beaucoup près, autant que l'indique le calcul, le plus grand diamètre étant inférieur.

Il faut tenir compte de ce que, dans ce mouvement oscillatoire, il ne doit pas y avoir autant de tourbillons que dans le mouvement permanent où ils ont le temps de se former d'une manière plus complète. Par conséquent, l'angle déterminé de cette manière doit être un peu trop ouvert. Un tuyau de zinc de 1^m,16 de long, de 0^m,135 de diamètre supérieur et de 0^m,25 de diamètre inférieur, paraissait être dans les conditions dont il s'agit. Le diamètre supérieur étant réduit à 0^m,095, l'angle était trop ouvert.

On peut remarquer, à cette occasion, qu'un cône qui s'émerge, en partie, périodiquement au moyen d'une force qui le tire de bas en haut, n'est pas aussi délicat à manœuvrer régulièrement qu'on pourrait le croire. Il est même assez facile de saisir le genre de mouvement nécessaire pour en faire, au besoin, une sorte de machine à élever de l'eau, sans soupape, à cause du vide conique annulaire qui, tendant à se former périodiquement, est la cause d'une oscillation ascendante. On sentait bien distinctement, en manœuvrant les cônes précédents avec la main, que l'effort de la puissance s'exerçait principalement pendant le soulèvement, et non pendant l'abaissement, comme cela aurait eu lieu dans une *canne hydraulique*.

En général, quand une colonne liquide oscille dans un tuyau portant un entonnoir à son extrémité inférieure plongée dans un réservoir, il faut compter, si l'évasement n'est pas très-graduellement fait, que la principale perte de force vive a lieu lorsque la colonne liquide redescend, tandis qu'elle est bien moindre dans l'autre sens du mouvement oscillatoire. J'ai eu depuis longtemps occasion de le remarquer en étudiant, par expérience, les mouvements de cette espèce dans les tuyaux fixes.

Résumé et conclusions.

Les tourbillons des veines liquides dans les ajutages divergents et dans diverses circonstances, changent les résultats définitifs de certains phénomènes d'une manière qui n'avait pas encore été signalée. Ainsi, par exemple, la fameuse loi romaine qui défendait d'élargir la bouche de sortie des tuyaux de conduite d'une longueur moindre que 50 pieds pouvait, dans certains cas, être à l'avantage du concessionnaire.

Au moyen de ces expériences, je détermine les conditions que doivent remplir, dans diverses circonstances, les tuyaux ou canaux coudés pour être utilisés avec avantage. Je montre ensuite en quoi consistent les effets des barrages noyés, qui n'avaient pas été signalés avant l'époque où je les ai communiqués à la Société Philomathique.

Dans les courants d'eau les mieux arrivés à la permanence, je remarque des oscillations d'une espèce nouvelle que je reproduis à volonté en les amplifiant. De plus, je

montre qu'il suffit de disposer d'une certaine manière l'orifice d'un jet d'eau, au moyen d'obturateurs partiels fixes, pour faire, dans certains cas, cesser et renaître indéfiniment ce jet comme par un mouvement régulier de respiration. J'appelle sur ce genre nouveau de phénomènes l'attention des fontainiers qui, avec le temps, y trouveront sans doute un moyen d'inspecter l'état intérieur de leurs tuyaux de conduite, au moyen des vibrations des jets d'eau.

J'examine ensuite, par expérience, les idées de divers auteurs sur la manière d'estimer la perte de force vive occasionnée par les rétrécissements à l'intérieur des conduites, ainsi que mes propres idées sur cette matière, et je montre dans quelles limites celles que j'ai émises sont applicables.

On admettait généralement que les ajutages divergents débitaient autant d'eau en débouchant dans l'air que lorsqu'ils étaient plongés. Je montre dans quelles circonstances cela n'est pas exact, et, en étudiant les détails du phénomène, je fais voir comment les nappes liquides se comportent dans diverses circonstances. Je remarque la différence qui existe entre l'effet des ajutages divergents dans le mouvement permanent et dans le mouvement oscillatoire, par suite de la manière dont se forment les tourbillons latéraux.

En définitive, cette Note, qui ne peut être appréciée que par ses détails, modifie d'une manière essentielle les idées reçues depuis longtemps sur des phénomènes usuels, qu'il était intéressant de mieux connaître pour leurs applications à l'industrie, à l'explication des fontaines naturelles et à l'étude des lois de l'exhaussement des rivières.
