

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

**Sur l'équation aux différences partielles qui concerne l'équilibre
de la chaleur dans un corps hétérogène**

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 13 (1848), p. 72.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1848_1_13__72_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

*Sur l'équation aux différences partielles qui concerne l'équilibre
de la chaleur dans un corps hétérogène;*

PAR J. LIOUVILLE.

Cette équation bien connue

$$(1) \quad \frac{d.k \frac{du}{dx}}{dx} + \frac{d.k \frac{du}{dy}}{dy} + \frac{d.k \frac{du}{dz}}{dz} = 0,$$

où k est une fonction de x, y, z représentant la conductibilité variable d'un point à un autre, se ramène à l'équation plus simple relative au cas d'une conductibilité constante, lorsque l'on a

$$(2) \quad \frac{d^2.\sqrt{k}}{dx^2} + \frac{d^2.\sqrt{k}}{dy^2} + \frac{d^2.\sqrt{k}}{dz^2} = 0.$$

En développant, en effet, les différentiations indiquées dans l'équation (1), divisant ensuite par $\sqrt{k}$, et ajoutant au résultat le premier membre de l'équation (2) multiplié par u , j'obtiens, à l'aide d'une réduction facile, l'équation

$$\frac{d^2.u \sqrt{k}}{dx^2} + \frac{d^2.u \sqrt{k}}{dy^2} + \frac{d^2.u \sqrt{k}}{dz^2} = 0,$$

laquelle prend la forme indiquée

$$\frac{d^2.\varphi}{dx^2} + \frac{d^2.\varphi}{dy^2} + \frac{d^2.\varphi}{dz^2} = 0,$$

en posant $u \sqrt{k} = \varphi$.