JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES
FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874
PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. BERTRAND

Démonstration d'un théorème de géométrie

Journal de mathématiques pures et appliquées 1[re] série, tome 7 (1842), p. 215-216.
<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1842_1_7__215_0>

gallica NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Gallica de la Bibliothèque nationale de France
http://gallica.bnf.fr/

et catalogué par Mathdoc dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
http://www.numdam.org/journals/JMPA

DÉMONSTRATION

D'UN

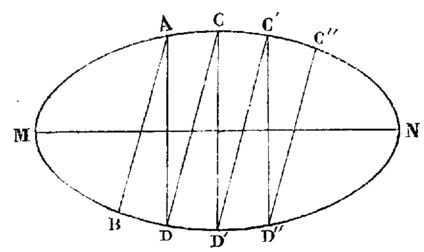
THÉORÈME DE GÉOMÉTRIE;

Par J. BERTRAND,

Élève-Ingénieur des Mines.

Une courbe plane pour laquelle les milieux d'une série quelconque de cordes parallèles sont toujours en ligne droite est nécessairement une section conique.

Supposons que la courbe que représente la figure jouisse de la propriété énoncée; menons deux cordes parallèles AB, CD, très-rapprochées l'une de l'autre; joignons AD, et, par le point C, menons une parallèle à AD; cette parallèle viendra rencontrer la courbe au point D' très-rapproché de D. Par les points A, B, C, D, D', faisons passer une section conique; les parallèles AB, CD seront des cordes de cette conique. Donc, toute autre corde parallèle à leur direction sera coupée



en deux parties égales par le diamètre MN qui leur est conjugué. Si donc, par le point D' qui appartient à la conique, on mène une parallèle à AB, et qu'à partir du point où cette parallèle rencontre MN, on la prolonge d'une quantité égale à elle-même, le point C' ainsi obtenu appartiendra encore à la conique. Mais, par une raison toute semblable, il appartient aussi à la courbe; c'est donc un sixième point qui leur est commun. De même si par le point C′ on mène une parallèle aux droites AD, CD′, cette parallèle rencontrera la courbe donnée et la conique, en un même point D″. Ce point D″ fournira à son tour un autre point C″, et ainsi de suite indéfiniment. Or il est évident qu'on peut prendre les deux parallèles AB, CD assez rapprochées l'une de l'autre pour que la diagonale AD leur soit aussi peu inclinée que l'on voudra. Alors les points que fournit notre construction seront très-rapprochés les uns des autres; nous aurons donc entre la courbe et la conique des points communs dont le nombre pourra devenir aussi grand que nous voudrons et qui seront de plus en plus rapprochés les uns des autres. D'après cela, il est manifeste que la courbe proposée ne peut être autre chose qu'une section conique.

On peut voir aisément qu'il y a un théorème analogue pour les surfaces.