

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur une classe d'équations différentielles

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 6 (1841), p. 448.

[<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1841_1_6_448_0>](http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1841_1_6_448_0)



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

SUR

UNE CLASSE D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES;

PAR J. LIOUVILLE.

En prenant y pour variable indépendante et la dérivée $\frac{dy}{dx}$ ou p pour inconnue, on abaisse, comme on sait, d'une unité l'ordre de toute équation différentielle de la forme

$$\varphi\left(y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) = 0.$$

Peut-être est-il bon d'ajouter, dans l'intérêt des élèves, que si $\varphi(y, d, d^2, \dots, d^n)$ est une fonction homogène de d , l'équation transformée sera homogène par rapport à $p, \frac{dp}{dy}, \frac{d^2p}{dy^2}$, etc., en sorte que l'ordre de cette équation elle-même s'abaissera encore d'une unité en posant

$$p = e^{\int dy}.$$

Cela résulte de ce que les seconds membres des formules

$$\frac{dy}{dx} = p, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = p \frac{dp}{dy}, \quad \frac{d^3y}{dx^3} = p^2 \frac{d^2p}{dy^2} + p \left(\frac{dp}{dy} \right)^2, \dots,$$

sont homogènes et respectivement du premier, du second, du troisième ordre, ..., par rapport à p et ses dérivées.