

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

E. CATALAN

Problème de combinaisons

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 5 (1840), p. 264.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1840_1_5_264_0

 gallica

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

PROBLÈME DE COMBINAISONS;

PAR E. CATALAN.

Ayant pris au hasard, dans l'espace, n points a, b, c, \dots ; on demande quel sera le nombre N des points nouveaux A, B, C, \dots qui résultent des intersections trois à trois des plans passant chacun par trois des points a, b, c, \dots ?

Désignons généralement par $C_{m,n}$ le nombre des combinaisons n à n de m lettres.

Le nombre p des plans sera $C_{n,3}$.

Si ces plans étaient pris arbitrairement, ils se couperaient trois à trois, en un nombre de points égal à $C_{p,3}$.

Mais par chacun des n points donnés a, b, c, \dots il passe évidemment $C_{n-1,2}$ plans; désignons ce nombre par q .

Ces plans donneraient lieu, s'ils étaient quelconques, à $C_{q,3}$ points de rencontre, lesquels se réduisent ici, à un seul point.

Donc, le nombre N sera donné par la formule

$$N = C_{p,3} - n C_{q,3}.$$

En effectuant les calculs, on trouve

$$N = \frac{5}{9}(n^3 - 19n + 6) C_{n+1,6},$$

ou

$$N = 20 [14 C_{n+3,9} + C_{n+4,6}].$$

Si l'on considérait n points a, b, c, \dots tous situés dans un plan donné, on pourrait demander de même quel est le nombre N des points nouveaux A, B, C, \dots qui résultent des intersections deux à deux des droites passant chacune par deux des points a, b, c, \dots ; et l'on trouverait, sans difficulté, $N = 3C_{n,4}$.
