

JOURNAL
DE
MATHÉMATIQUES
PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

KUMMER

Sur l'intégration de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} = x^m \cdot y$

Journal de mathématiques pures et appliquées 1^{re} série, tome 4 (1839), p. 390-391.

http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1839_1_4_390_0



NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Gallica de la Bibliothèque nationale de France
<http://gallica.bnf.fr/>

et catalogué par Mathdoc
dans le cadre du pôle associé BnF/Mathdoc
<http://www.numdam.org/journals/JMPA>

Sur l'intégration de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} = x^m \cdot y$;

PAR M. KUMMER.

Dans un des derniers cahiers du Journal de M. Crelle (tome XIX, page 286), M. Kummer s'est occupé de l'équation

$$(1) \quad \frac{d^n y}{dx^n} = x^m \cdot y,$$

et il a donné le moyen d'en trouver l'intégrale complète (exprimée par des quadratures définies) toutes les fois que m est un nombre entier positif. Nous indiquerons en deux mots la méthode élégante dont il a fait usage.

En différenciant l'équation (1), l'on a

$$(2) \quad \frac{d^{n+1} y}{dx^{n+1}} = x^m \cdot \frac{dy}{dx} + mx^{m-1} \cdot y.$$

Or il est aisé de vérifier que l'équation (2) est satisfaite en posant

$$(3) \quad y = \int_0^\infty u^{m-1} \cdot e^{-\frac{u^{m+n}}{m+n}} \cdot \psi(xu) du,$$

la fonction $\psi(x)$ étant définie par l'équation

$$(4) \quad \frac{d^{n+1} \psi(x)}{dx^{n+1}} = x^{m-1} \cdot \psi(x).$$

Comme la fonction $\psi(x)$ contient $(n+1)$ constantes arbitraires, la formule (3) fournit l'intégrale complète de l'équation (2); par con-

suivant elle exprimera aussi l'intégrale complète de l'équation (1), si les $(n + 1)$ constantes dont nous venons de parler satisfont à une certaine équation de condition qu'on trouvera aisément dans chaque cas particulier. L'application répétée de ce théorème donne successivement les intégrales de l'équation (1) pour les cas de $m = 1$, $m = 2$, etc., au moyen de l'intégrale connue relative au cas où $m = 0$. Il nous semble que l'artifice dont M. Kummer s'est servi, pourrait être employé avec succès pour la recherche des intégrales de beaucoup d'autres équations.
