JOURNÉES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES

MOHAMED S. BAOUENDI

Constructions de solutions plates et singulières d'équations aux dérivées partielles à coefficients analytiques

Journées Équations aux dérivées partielles (1978), p. 1-2

<http://www.numdam.org/item?id=JEDP_1978____A9_0>

© Journées Équations aux dérivées partielles, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journées Équations aux dérivées partielles » (http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/edpa/) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Conférence n° 9

CONSTRUCTIONS DE SOLUTIONS PLATES ET SINGULIERES D'EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES A COEFFICIENTS ANALYTIQUES

par M. S. BAOUENDI

Il s'agit d'un travail en cours en collaboration avec F. Trèves et E. C. Zachmanoglou.

Soit Ω un ouvert de $\mathbb{R}^n$ et $P(x,D)$ un opérateur différentiel d'ordre m à coefficients analytiques dans Ω. On désigne par Σ l'ensemble des zéros de $p_m(x,\xi)$ dans $T^*\Omega$. Si M est une sous-variété analytique de Ω, on note $N^*(M)$ le fibré normal de $M (\subset T^*(\Omega)\backslash 0)$. La variété M est dite totalement P-caractéristique si $N^*(M) \subset \Sigma$. Les théorèmes 1 et 1' généralisent les résultats de Mizohata dans le cas ou M est une hypersurface.

<u>Théorème 1</u> : On suppose que M est totalement P-caractéristique et qu'il existe une hypersurface S, $M \subset S \subset \Omega$, simplement caractéristique en tout point de M. De plus, on suppose ou bien que p_m est réel, ou bien que les bicaractéristiques de $\Re e\, p_m$ et $\operatorname{Im} p_m$ ne quittent pas $N^*(S)|_M$. Alors pour tout $x_o \in M$, il existe V, voisinage de x_o dans Ω, et $u \in C^\infty(V)$ analytique dans $V\backslash M$, vérifiant $P(x,D)u = 0$, u plate sur $M \cap V$ (i.e. $D^\alpha u(x) = 0$ pour tout α et tout $x \in M \cap V$) et $u(x) \not\equiv 0$ dans $V\backslash M$.

<u>Théorème 1'</u> : Avec les hypothèses du Théorème 1, pour tout $k \geq m$ et tout $x_o \in M$ il existe un voisinage V de x_o dans Ω et $u \in C^k(V)$, u analytique dans $V\backslash M$ vérifiant, $P(x,D)u = 0$ et u n'est de classe C^{k+1} dans aucun voisinage de tout point de $V\backslash M$.

Quand M n'est pas totalement caractéristique on a :

<u>Théorème 2</u> : Soit M une sous-variété analytique de Ω contenue dans une hypersurface S simplement caractéristique en tout point de M. On suppose qu'il existe un entier impair k vérifiant pour tout $(x,\xi) \in N^*(S)|_M$ $(p_m = A + iB)$:

(i) $H_A^j B(x,\xi) = 0$ pour $0 \leq j < k$,

(ii) $H_A^k B(x,\xi) \neq 0$

(iii) $d\, H_A^j B(x,\xi) = 0$ pour $0 \leq j < \frac{k-1}{2}$.

De plus on suppose que $d_\xi A(x,\xi)$ et non tangent à M en x, pour tout $(x,\xi) \in N^*(S)|_M$. Alors les conclusions des théorèmes 1 et 1' ont lieu.

<u>Théorème 3</u> : Le théorème 2 reste vrai si on remplace (iii) par :

$$\operatorname{codim} M = 2.$$