

JACQUELINE FLECKINGER

Comportement asymptotique des valeurs propres du problème de Dirichlet relatif à un ouvert non borné

Journées Équations aux dérivées partielles (1978), p. 1-2

http://www.numdam.org/item?id=JEDP_1978___A16_0

© Journées Équations aux dérivées partielles, 1978, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journées Équations aux dérivées partielles » (<http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/edpa/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COMPORTEMENT ASYMPTOTIQUE DES VALEURS
PROPRES DU PROBLEME DE DIRICHLET
RELATIF A UN OUVERT NON BORNE

par J. FLECKINGER

On complète ici les résultats de [1] et on généralise le résultat de H. Tamura [2] qui obtient le comportement asymptotique de $N(\lambda, -\Delta_0, \Omega)$, nombre de valeurs propres inférieures à λ du problème de Dirichlet sur une "pointe à l'infini".

Considérant le problème de Dirichlet variationnel associé à l'opérateur

$$A(x, D) = I - \left[\sum_{i=1}^p \frac{\partial}{\partial x_i} (1 + |x|)^{\nu} \frac{\partial}{\partial x_i} + \sigma(x) \sum_{j=1}^q \frac{\partial^2}{\partial y_j^2} \right]$$

sur l'ouvert Ω de $\mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q$ défini par

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q / x = (x_1, \dots, x_p) ; y = (y_1, \dots, y_q)\}$$

$$0 < y_i < \varphi(x) \quad i = 1, \dots, p \quad \varphi \in C^1(\mathbb{R}^p \times \mathbb{R}_+)$$

on fait les hypothèses suivantes

- $\nu \geq 0$
- $\frac{\sigma(x)}{\varphi^2(x)} > \nu > 0$ et $\frac{\varphi^2(x)}{\sigma(x)} \rightarrow 0$ quand $|x| \rightarrow +\infty$
- $\frac{(1 + |x|)^{\nu/2}}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$ est borné sur \mathbb{R}^p pour tout $i = 1, \dots, p$

Appelons $N(\lambda, A, \Omega)$ le nombre de valeurs propres inférieures à λ de ce problème ; on a

$$N(\lambda, A, \Omega) \sim \frac{1}{2^{q-1} \sigma(1+q/2)} \sum_{\ell=1}^{\infty} \int_{\left\{x \mid \frac{\sigma(x)}{\varphi^2(x)} \pi^2 \ell^2 < \lambda\right\}} \left[\frac{\lambda - \pi^2 \ell^2 \frac{\sigma(x)}{\varphi^2(x)}}{(1 + |x|)^{\nu}} \right]^{p/2} dx$$

quand $\lambda \rightarrow +\infty$.

Références

- [1] J. Fleckinger : Comptes-Rendus de l'Acad. Sc., 23 Janvier 1978,
p.149, t.286.
- [2] H. Tamura : Nagoya Math. J. 60, 1976, p.7.
-