Bernard Dwork
Philippe Robba

Majorations effectives

Groupe de travail d'analyse ultramétrique, tome 6 (1978-1979), exp. n° 18, p. 1-2
<http://www.numdam.org/item?id=GAU_1978-1979__6__A12_0>

Groupe d'étude d'Analyse ultramétrique
(Y. AMICE, G. CHRISTOL, P. ROBBA)
6e année, 1978/79, n° 18, 2 p.

2 avril 1979

MAJORATIONS EFFECTIVES

par Bernard DWORK et Philippe ROBBA (*)
[Princeton et Orsay]

Soit K un corps valué ultramétrique complet de caractéristique 0, avec un corps résiduel de caractéristique p (on suppose la valeur absolue normalisée par la condition $|p| = 1/p$).

Soit u analytique dans le disque $D(0, 1^-)$, $u = \sum a_s x^s$. On pose, pour $0 < r < 1$,

$$|u|(r) = \sup_s |a_s| r^s .$$

Pour $s \in \underset{\sim}{N}$, k entier vérifiant $1 \leqslant k \leqslant s$, on pose

$$\{s , k\}_p = 1/\inf|\lambda_1 \ldots \lambda_k|_p ,$$

la borne inférieure étant prise sur tous les ensembles de k nombres entiers distincts majorés par s, c'est-à-dire vérifiant $1 \leqslant \lambda_1 < \ldots < \lambda_k \leqslant s$.

On voit facilement que, pour k fixé,

$$\{s , k\}_p \sim k \log_p s \text{ quand } s \to +\infty .$$

Soient $u_1, \ldots, u_n$ n fonctions analytiques dans $D(0, 1^-)$, et soit w leur wronskien. On suppose que $w(0) \neq 0$. On pose, pour $s \in \underset{\sim}{N}$,

$$f(s) = \inf_{0<r<1} \frac{1}{r^{s+1}} \left|\frac{|w|(r)}{w(0)}\right| ..$$

<u>Soit</u> $u = \sum_s a_s x^s$, <u>appartenant à l'espace vectoriel engendré par</u> $u_1 \ldots u_n$. <u>On a la majoration</u>

$$|a_s| \leqslant f(s)\{s , n - 1\}_p \max_{0\leqslant j\leqslant n-1} |a_j| .$$

On en déduit que, si $w = \sum_s b_s x^s$ vérifie la condition $|b_s| = 0(s^\alpha)$, $\alpha \geqslant 0$ (w a une croissance logarithmique d'ordre α), alors on a $a_s = 0(s^{\alpha+n-1})$ (u a une croissance logarithmique d'ordre $\alpha + n - 1$).

Si le wronskien w est borné, on a $f(s) \leqslant \left|\frac{|w|(1)}{w(0)}\right|$ et, en particulier, si w ne s'annule pas dans $D(0, 1^-)$, on a $f(s) = 1$.

On retrouve en particulier que si l'opérateur différentiel

$$L = A_n\left(\frac{d}{dx}\right)^n + \ldots + A_0$$

à coefficients analytiques dans $D(0, 1^-)$ possède n solutions linéairement

---

(*) Texte reçu le 4 juillet 1979.
Bernard DWORK, Fine Hall, Princeton University, PRINCETON, N. J. 08540 (Etats-Unis) ;
Philippe ROBBA, 138 rue Nationale, 75013 PARIS.

indépendantes et si, de plus, A_n n'a qu'un nombre fini de zéros donc $D(0,1^-)$, alors les solutions de l'équation $Lu = 0$ dans $D(0\ ,\ 1^-)$ ont une croissance logarithmique d'ordre $n - 1$.

(En effet on est dans la situation où le wronskien est borné, c'est-à-dire a une croissance logarithmique d'ordre 0 .)

Mais maintenant nous avons des majorations effectives. De plus, la démonstration est directe (c'est-à-dire ne fait pas appel au disque générique).

Pour plus de détails, on consultera l'article de B. DWORK et P. ROBBA : Effective p-adic bounds for solutions of homogeneous linear differential equations (à paraître).