DIAGRAMMES

RICHARD MIJOULE

Une généralisation des ensembles énumérés

Diagrammes, tome 21 (1989), exp. nº 4, p. M1-M13
<http://www.numdam.org/item?id=DIA_1989__21__A4_0>

UNE GENERALISATION DES ENSEMBLES ENUMERES

Richard Mijoule

A Armande

INTRODUCTION.

Il y a eu beaucoup d'ouvrages sur une théorie de la récursion, mais également sur une description algébrique de cette théorie. Ce que je propose ici est une généralisation de la notion d'*ensemble énuméré* introduite par Ersov (voir par exemple (2)).

Intuitivement, au lieu de se mettre au même niveau que $\mathbb{N}$ ou $\mathbb{N}^p$ ou $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$, c'est à dire dans la catégorie $\mathbf{Ens}$, on considère les fonctions récursives (ou partielles récursives) comme des éléments de $\mathbf{Ens}^{\mathbb{N}}$. En effet, les principales propriétés des fonctions récursives utilisent plus des concepts provenant de $\mathbf{Ens}^{\mathbb{N}}$ que de $\mathbf{Ens}$.

Ainsi toute fonction partielle $f: A \times B \to \mathbb{N}$ sera identifiée à une famille $(f_a)_{a \in A}$ de fonctions partielles de B dans $\mathbb{N}$ en posant $f_a(b) = f(a,b)$, pour tout $b \in B$.

PRELIMINAIRES.

Si $\mathbb{E}$ est une catégorie, on rappelle qu'une *catégorie* $\mathbb{E}$*-indexée* $\mathbb{A}$ est la donnée, pour chaque objet I de $\mathbb{E}$, d'une catégorie $\mathbb{A}^I$ et pour tout morphisme $\alpha: J \to I$ de $\mathbb{E}$,

A.M.S. Sub. Class. : 03 D 75, 18 B 99

d'un foncteur $\alpha^*: \mathcal{A}^I \to \mathcal{A}^J$ appelé *substitution le long de* α .
Ces données doivent vérifier les égalités suivantes:

$$(1_I)^* = 1_{\mathcal{A}^I} \quad \text{et} \quad (\beta.\alpha)^* = \alpha^*.\beta^* \ .$$

En particulier, $\mathbb{E}$ devient elle-même une catégorie $\mathbb{E}$-indexée $\mathcal{E}$ en posant $\mathcal{E}^I = \mathbb{E}/I$ et α^* étant le changement de base le long de α .
Pour tout objet K de $\mathbb{E}$, on a une catégorie $\mathbb{E}$-indexée discrète $[K]$, où $[K]^I = \mathrm{Hom}_{\mathbb{E}}(I,K)$ et où les substitutions le long de α sont les compositions avec α .
Un *foncteur* $\mathbb{E}$*-indexé* de $\mathcal{A}$ vers $\mathcal{B}$ est la donnée, pour chaque objet I de $\mathbb{E}$, d'un foncteur $F^I: \mathcal{A}^I \to \mathcal{B}^I$, ces foncteurs devant commuter avec les substitutions. Pour tout complément sur ces notions voir (3).

Pour la suite , on se fixe une catégorie $\mathbb{E}$ à limites finies, munie d'un objet ω et d'une flèche $\eta: \omega \to \tilde{\omega}$ qui classifie les flèches partielles de codomaine ω .
Les notations que l'on prend sont celles de (1).

Soit $\mathbb{S}$ une sous-catégorie de $\mathbb{E}$ à produits finis.
On suppose que $\eta: \omega \to \tilde{\omega}$ est élément de $\mathbb{S}$.

Soit A un objet de $\mathbb{S}$.
Pour chaque objet I de $\mathbb{S}$, on note $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})^I$ la catégorie discrète ayant pour objets les flèches de $I^* A$ vers $I^* \tilde{\omega}$ dans $\mathbb{S}/I$.
Si $\alpha: J \to I$ est dans $\mathbb{S}$, le foncteur α^* se restreint en un foncteur de $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})^I$ dans $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})^J$, que l'on note encore α^* . On obtient de cette manière une catégorie $\mathbb{S}$-indexée $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})$.
Il est à noter que la donnée d'un élément de $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})^I$ est équivalente à la donnée d'une flèche dans $\mathbb{S}$ de $I \times A$ dans $\tilde{\omega}$. Donc tout élément de $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})^I$ représente une flèche partielle de $I \times A$ dans $\tilde{\omega}$.

Avec ces données, on se donne les hypothèses suivantes:
- pour tout objet A de $\mathbb{S}$, $A \neq \tilde{\omega}$, il existe un foncteur $\mathbb{S}$-indexé $\varphi_A: [\omega] \to \mathbb{S}(A,\tilde{\omega})$ et un foncteur $\mathbb{S}$-indexé $\mathbb{S}_A: \mathbb{S}(A,\tilde{\omega}) \to [\omega]$ tels que le composé $\varphi_A.\mathbb{S}_A$ soit le foncteur identité sur $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})$.

La donnée du foncteur φ_A est équivalente, par un argument du type Yoneda, à la donnée d'un élément X_A de $\mathbb{S}(A,\tilde{\omega})^{\omega}$ appelé *élément générique*.
La donnée de X_A est donc équivalente à la donnée d'une flèche

partielle de $\omega \times A$ dans $\bar{\omega}$ que nous noterons encore φ_A ou encore $\{\ \}_A$.
L'élément X_A possède la propriété suivante:
- pour tout objet I de $\mathbb{S}$ et toute flèche $h: I \to \omega$ dans $\mathbb{S}$, on a $\varphi_A{}^I(h) = h^*(X_A)$.

La donnée de $\mathbb{S}_A$ permet alors d'avoir:

Proposition. Pour tout élément $f: I \times A \to \bar{\omega}$ *de* $\mathbb{S}$ *, il existe* $h: I \to \omega$ *dans* $\mathbb{S}$ *tel que* $\varphi_A.(h \times 1_A) = f$ *. C'est à dire que le diagramme ci-dessous est commutatif:*

$$\begin{tikzcd} \omega \times A \arrow[r, "\varphi_A"] & \bar{\omega} \\ I \times A \arrow[u, "h \times 1_A"] \arrow[ur, "f"'] & \end{tikzcd}$$

Définition. On appelle *fonction* $\mathbb{S}$*-semi-calculable* toute flèche de $\mathbb{S}$ de but $\bar{\omega}$ et *fonction* $\mathbb{S}$*-calculable* toute flèche de $\mathbb{S}$ de but ω .

Par convention, si $\theta: 1 \to \omega$ est une flèche de $\mathbb{S}$, on notera $\theta \varepsilon \omega$. Pour deux flèches $f, g: A \to \bar{\omega}$ de $\mathbb{S}$, si $f = g$, on écrira souvent: $f(x) = g(x)$ pour $x \varepsilon A$.

Exemple. Soit $\mathbb{E} = \mathbb{E}\mathrm{ns}$ et $\mathbb{S}$ la catégorie des fonctions récursives partielles de $\mathbb{N}^p$ dans $\mathbb{N}$ où p parcourt $\mathbb{N}$. Un élément de $\mathbb{S}(\mathbb{N}^p, \mathbb{N} \cup \{u\})^{\mathbb{N}^q}$ est donc un triangle commutatif:

$$\begin{tikzcd} \mathbb{N}^q \times \mathbb{N}^p \arrow[r, "f"] \arrow[d, "p_1"'] & \mathbb{N}^q \times (\mathbb{N} \cup \{u\}) \arrow[dl, "p_1"] \\ \mathbb{N}^q & \end{tikzcd}$$

et par conséquent, f est une fonction indexée $(f_k)_{k \in \mathbb{N}^q}$ où $f_k: \mathbb{N}^p \to \mathbb{N} \cup \{u\}$. Dans ce cas, $\varphi_{\mathbb{N}^p}$ est une fonction récursive

partielle universelle à p+1 places.
Dans (1) on démontre le résultat suivant:

Théorème. Pour tout objet A *de* $\mathbb{S}$, φ_A *est une fonction* $\mathbb{S}$*-semi calculable universelle qui énumère les fonctions* $\mathbb{S}$*-semi-calculables de* A *dans* $\tilde{\omega}$.

On en déduit:

Corollaire. Il existe $\varphi_1 : \omega \to \tilde{\omega}$ *universelle.*

Preuve. Soit $\varphi_\omega : \omega \times \omega \to \tilde{\omega}$ universelle. Il suffit de prendre pour φ_1 le composé

$$\omega \xrightarrow{\Delta} \omega \times \omega \xrightarrow{\varphi_\omega} \tilde{\omega} \; .$$

La vérification est simple. *Fin de la preuve.*

On obtient également (voir(1)):

Théorème de récursion. Pour tout $f : \omega \times A \to \tilde{\omega}$ $\mathbb{S}$*-semi-calculable, il existe* $\theta \in \omega$ *tel que* $\varphi_A(\theta, y) = f(\theta, y)$ *pour tout* $y \in A$.

Définition. Soient $A, A_1, A_2, \ldots, A_n$ des objets de $\mathbb{S}$. Soit G' une application de l'ensemble produit des fonctions $\mathbb{S}$-semi-calculables de A_i dans $\tilde{\omega}$ vers l'ensemble des fonctions $\mathbb{S}$-semi-calculables de A vers $\tilde{\omega}$. On dit que G' est *représentable* s'il existe une fonction $\mathbb{S}$-calculable $\theta : \omega^n \to \omega$ telle que, pour tout $e_1, \ldots, e_n$ dans ω , on a:

$$G'(\{e_1\}_{A_1}, \ldots, \{e_n\}_{A_n}) = \{\theta(e_1, \ldots, e_n)\}_A \; .$$

En d'autres termes, le diagramme ci-dessous est commutatif.

$$\begin{tikzcd}
{[\omega^n]^1 \approx [[\omega]^n]^1} \arrow[r, "H^1"] \arrow[d, "{[\theta]^1}"'] & \mathbb{S}(A_1, \tilde{\omega})^1 \times \ldots \times \mathbb{S}(A_n, \tilde{\omega})^1 \arrow[d, "G'"] \\
{[\omega]^1} \arrow[r, "\varphi_A^{\,1}"'] & \mathbb{S}(A, \tilde{\omega})^1
\end{tikzcd}$$

où H est le foncteur $\mathbb{S}$-indexé $\varphi_{A_1} \times \ldots \times \varphi_{A_n}$ et $[\omega]$ le foncteur $\mathbb{S}$-indexé composition le long de θ .

En récursivité, cette notion correspond à la notion de fonctionnelle récursivement représentable.

Théorème. Si $G : \mathbb{S}(A_1, \aleph) \times \ldots \times \mathbb{S}(A_n, \aleph) \to \mathbb{S}(A, \aleph)$ *est un foncteur $\mathbb{S}$-indexé, alors* G' *est représentable.*

On généralise donc de manière simple (par des foncteurs indexés) deux notions: d'une part celle de fonctionnelle récursivement représentable et d'autre part celle de morphisme entre deux ensembles énumérés défini par Ersov dans (2).

Corollaire. Si $G : \mathbb{S}(A, \aleph) \to \mathbb{S}(A, \aleph)$ *est un foncteur $\mathbb{S}$-indexé, il existe une fonction $\mathbb{S}$-semi-calculable* $f : A \to \aleph$ *telle que* $G'(f) = f$.

On retrouve donc le théorème du point fixe.

STRUCTURES RECURSIVES.

Considérons le foncteur $\mathbb{S}$-indexé diagonal $\Delta : \mathbb{S} \to \mathbb{S} \times \mathbb{S}$. Soit l'objet $(1, \omega)$ de $(\mathbb{S} \times \mathbb{S})'$. On suppose que Δ admet un adjoint à gauche en $(1, \omega)$ et que la valeur de cet adjoint en $(1, \omega)$ est ω . On en déduit l'existence, dans $\mathbb{S}$, de deux flèches $o : 1 \to \omega$ et $s : \omega \to \omega$. On a la condition d'adjonction (voir(3)):

$$\approx \frac{I^*\omega \to \alpha \quad \text{dans } \mathbb{S}/I}{I^*(1, \omega) \to \Delta^I\alpha \quad \text{dans } \mathbb{S}/I \times \mathbb{S}/I}$$

pour tout objet I de $\mathbb{S}$ et tout objet α de $\mathbb{S}/I$.

En particulier, le diagramme ci-dessous est une somme dans $\mathbb{S}$:

$$1 \xrightarrow{o} \omega \xleftarrow{s} \omega$$

Proposition. Il existe une fonction $\mathbb{S}$*-calculable* $\alpha : \omega \times \omega \times \omega \to \omega$ *telle que:*

$$\alpha(a, x, y) = \begin{cases} x & \text{si} \quad a = 0 \\ y & \text{si} \quad a \neq 0 \end{cases} .$$

La fonction α trouvée est une donnée de base dans (4).

Nous allons à présent redémontrer deux notions de récursivité, à savoir: la définition *par cas* et le *schéma de récurrence*. L'originalité de ces démonstrations réside dans leurs formalisations en termes de foncteurs indexés.

DEFINITION PAR CAS.

Théorème. Soient $g : A \to \Omega$ *et* $h : \omega \times A \to \Omega$ *deux fonctions* $\mathbb{S}$*-semi-calculables. Il existe une fonction* $\mathbb{S}$*-semi-calculable* $f : \omega \times A \to \Omega$ *telle que les diagrammes ci-dessous commutent;*

$$\begin{tikzcd}
[\omega] \arrow[rr, "f"] & & \mathbb{S}(A, \Omega) \\
[1] \arrow[u, "{[o]}"] \arrow[urr, "g"'] & & {[\omega]} \arrow[u, "h"'] \arrow[ull, "{[s]}"]
\end{tikzcd}$$

Preuve. Par l'universalité de φ_A il existe $\theta \in \omega$ et $\Theta : \omega \to \omega$ $\mathbb{S}$-calculable tels que $\varphi_A . \theta = g$ et $\varphi_A . \Theta = h$.

Il existe $\alpha : \omega \to \omega$ $\mathbb{S}$-calculable telle que les diagrammes ci-dessous commutent:

$$\begin{tikzcd}
\omega \arrow[r, "\alpha"] & \omega \\
1 \arrow[u, "o"] \arrow[ur, "\theta"'] & \omega \arrow[u, "\Theta"'] \arrow[ul, "s"]
\end{tikzcd}$$

Posons $f = (\varphi_A)^{\omega}$. Ainsi $f: [\omega] \to \mathbb{S}(A, \mathcal{B})$.
De $\alpha . o = \theta$ on déduit que $\varphi_A(\alpha . o, y) = \varphi_A(\theta, y) = g$; d'autre part $\varphi_A(\alpha . o, y) = \varphi_A(\alpha, y) . o = o^* f$. D'où $o^* f = g$ et par conséquent $f . [o] = g$.
De même $\varphi_A(\alpha . s, y) = \varphi_A(\theta, y) = h$ et $\varphi_A(\alpha . s, y) = \varphi_A(\alpha, y) . s = s^* f$.
Donc $h = s^* f$ et par suite $h = f . [s]$. *Fin de la preuve.*

On remarque qu'en 1 le diagramme ci-dessus se traduit par:

$$f(n, y) = \begin{cases} g(y) & \text{si } n = 0 \\ h(n, y) & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

et qu'en I il se traduit par l'existence d'une fonction $\mathbb{S}$-semi-calculable f' telle que:

$$f'(i, y) = \begin{cases} g(y) & \text{si } k(i) = 0 \\ h(k(i), y) & \text{si } k(i) \neq 0 \end{cases}$$

où $k: I \to \omega$ est $\mathbb{S}$-calculable.

LE SCHEMA DE RECURRENCE.

Théorème. Soit $\Phi: \mathbb{S}(A, \mathcal{B}) \to \mathbb{S}(A, \mathcal{B})$ *un foncteur* $\mathbb{S}$*-indexé et* $g: A \to \mathcal{B}$ *une fonction* $\mathbb{S}$*-semi-calculable. Il existe une fonction* $\mathbb{S}$*-semi-calculable* $f: \omega \times A \to \mathcal{B}$ *telle que les diagrammes ci-dessous soient commutatifs:*

$$
\begin{tikzcd}
 & {[\omega]} \arrow[r, "{[s]}"] \arrow[d, "f"] & {[\omega]} \arrow[d, "f"] \\
{[1]} \arrow[ur, "{[o]}"] \arrow[r, "g"'] & \mathbb{S}(A,\tilde{\omega}) \arrow[r, "\Phi"'] & \mathbb{S}(A,\tilde{\omega})
\end{tikzcd}
$$

Preuve. On trouve la preuve en (1). *Fin de la preuve*.

On remarque que $[\omega]$ se comporte comme un NNO dans un topos.

Exemple. Soient $g: A \to \tilde{\omega}$ et $h: \omega \times A \to \tilde{\omega}$ $\mathbb{S}$-semi-calculables. Alors la fonction $f: \omega \times A \to \tilde{\omega}$ définie par:

$$
f(n,y) = \begin{cases} g(y) & \text{si } n = 0 \\ h(f(n-1,y),y) & \text{si } n \neq 0 \end{cases}
$$

est $\mathbb{S}$-semi-calculable.
Pour voir cela, il suffit de considérer le foncteur $\mathbb{S}$-indexé $\Phi: \mathbb{S}(A,\tilde{\omega}) \to \mathbb{S}(A,\tilde{\omega})$, défini en I par $\Phi^I(k)(i,y) = h(k(i,y),y)$, et d'appliquer le théorème ci-dessus.

OBJETS $\mathbb{S}$-CALCULABLES ET $\mathbb{S}$-SEMI-CALCULABLES.

Soit A un objet de $\mathbb{S}$ et A' un sous-objet de A. Alors A' est un objet de $\mathbb{E}$ mais non nécessairement un objet de $\mathbb{S}$.

Définition. On dit que A' est un sous-objet $\mathbb{S}$-*semi-calculable* de A s'il existe une fonction $\mathbb{S}$-semi-calculable $f: A \to \tilde{\omega}$ telle que le diagramme ci-dessous soit un produit fibré;

$$\begin{tikzcd} A' \arrow[r] \arrow[d, tail] & \omega \arrow[d, "\eta"] \\ A \arrow[r, "f"'] & \tilde{\omega} \end{tikzcd}$$

Dans ce cas, on pose $A' = \mathrm{dom}\, f$.

Cette notion coïncide avec celle de prédicat récursivement énumérable.

Définition. De même, on dira que A' est un *sous-objet $\mathcal{S}$-calculable* de A s'il existe une fonction $\mathcal{S}$-calculable $f : A \to \omega$ telle que le carré ci-dessous soit un produit fibré:

$$\begin{tikzcd} A' \arrow[r] \arrow[d, tail] & 1 \arrow[d, "0"] \\ A \arrow[r, "f"'] & \omega \end{tikzcd}$$

Plusieurs propriétés de ces sous-objets sont établies dans (1). En particulier,

Théorème. Si A_1 *et* A_2 *sont des sous-objets $\mathcal{S}$-semi-calculables de* A *alors* $A_1 \cap A_2$ *est encore un sous-objet $\mathcal{S}$-semi-calculable de* A .

Pour chaque objet A de $\mathcal{S}$, on construit une catégorie $\mathcal{S}$-indexée $\mathcal{S}(A)$, en considérant pour $\mathcal{S}(A)^I$ l'ensemble ordonné des sous-objets $\mathcal{S}$-semi-calculables de $I \times A$. On démontre que pour chaque objet A de $\mathcal{S}$, il existe un

sous-objet $\mathbb{S}$-semi-calculable P de $\omega \times A$ universel.
Le théorème ci-dessus dit simplement que le foncteur $\mathbb{S}$-indexé diagonal $\Delta: \mathbb{S}(A) \to \mathbb{S}(A) \times \mathbb{S}(A)$ admet un adjoint à droite que l'on note $\cap$.

Le but à présent est de montrer que les sous-objets $\mathbb{S}$-semi-calculables de $\omega \times A$ sont stables par projection sur A i. e., si $P(n,y)$ est $\mathbb{S}$-semi-calculable alors $\exists n\, P(n,y)$ est $\mathbb{S}$-semi-calculable.
On remarquera que la démonstration ne fait pas appel à un théorème de sélection mais utilise un théorème d'existence d'adjoint à gauche.
On supposera que $\mathbb{E}$ est un topos et on reprend les notations de (1) et (3).

Définition. Soit B un objet de $\mathbb{S}$. On dira que B est $\mathbb{S}$-*fini* si:

(i) sub(B) est un objet de $\mathbb{S}$,
(ii) $\epsilon_B \rightarrowtail$ sub(B) $\times$ B est $\mathbb{S}$-calculable,
(iii) l'universabilité de sub(B) se restreint à $\mathbb{S}$,
(v) l'égalité sur sub(B) est $\mathbb{S}$-calculable (et on notera $\mathbb{E}_B$ la fonction caractéristique de cette égalité).

Cette notion correspond à la notion de finitude définie dans (5).

Lemme 1. *Soit* A *un objet de* $\mathbb{S}$ *et* I *un objet* $\mathbb{S}$-*fini de* $\mathbb{S}$. *Alors* $\mathbb{S}(A)$ *est à* I-*produits, i. e. le foncteur* $\mathbb{S}$-*indexé diagonal* $\Delta_I: \mathbb{S}(A) \to \mathbb{S}(A)^I$ *admet un adjoint à droite noté* π_I .

Preuve. La preuve se trouve dans (1). *Fin de la preuve.*

Lemme 2. *Soit* $\mathcal{B}$ *une catégorie* $\mathbb{S}$-*indexée et* $F: \mathbb{S}(A, \mathfrak{F}) \to \mathcal{B}$ *un foncteur* $\mathbb{S}$-*indexé. Alors* F *satisfait* SSO .

Preuve. Soit B un objet de $\mathcal{B}^I$ et X_A l'élément générique de $\mathbb{S}(A, \mathfrak{F})$. Alors, pour tout f objet de $\mathbb{S}(A, \mathfrak{F})^I$, il existe θ tel que $\theta^* X_A = f$. Par conséquent, pour toute flèche $a: B \to F^I f$, on a:

$$\begin{tikzcd}
 & F^I f \arrow[d, equal] \\
B \arrow[ur, "a"] \arrow[r, "a"'] & F^I \theta^* X_a
\end{tikzcd}$$

Fin de la preuve.

Théorème. Si ω *et* A *sont* $\mathcal{S}$*-finis alors le foncteur* $\Delta : \mathcal{S}(A) \to \mathcal{S}(A)^{[\omega]}$ *admet un adjoint à gauche en* 1 *noté* $\exists^{\omega}$.

Preuve. Soit f un élément de $(\mathcal{S}(A)^{[\omega]})^1$ et soit P l'élément générique de $\mathcal{S}(A)^{\omega}$. On obtient ainsi deux éléments $\omega^* f$ et $\Delta^{\omega} P$ de $(\mathcal{S}(A)^{[\omega]})^{\omega}$:

$$\begin{tikzcd}
\mathcal{S}(A)^{\omega} \arrow[r, "\Delta^{\omega}"] & (\mathcal{S}(A)^{[\omega]})^{\omega} \\
\mathcal{S}(A)^1 \arrow[u, "\omega^*"] \arrow[r, "\Delta^1"'] & (\mathcal{S}(A)^{[\omega]})^1 \arrow[u, "\omega^*"']
\end{tikzcd}$$

Par l'universalité de $sub(\omega \times A)$, à $\omega^* f$ et $\Delta^{\omega} P$ sont associées, dans $\mathcal{E}$, deux flèches $f', P' : \omega \to sub(\omega \times A)$.
Considérons alors ω' le noyau de f' et $\pi_1(f',P')$.
La catégorie $\mathcal{E}$-indexée a des cotenseurs par mono (voir (6)); on en déduit donc l'existence d'un objet Q de $\mathcal{S}(A)^{\omega}$ tel que $\omega^* f$ soit inclus dans $\Delta^{\omega} Q$. En utilisant le lemme 1, on obtient un élément g de $\mathcal{S}(A)^1$ qui n'est autre que $\exists^{\omega} f$. *Fin de la preuve.*

CONCLUSION.

L'utilisation des fonctions indexées et ensembles indexés se révèle être un outil puissant en récursivité. De plus, il paraît intéressant d'utiliser ces notions pour avoir une formalisation mathématique de la programmation parallèle; ceci sera fait dans un autre article.

BIBLIOGRAPHIE.

(1) R. Mijoule:
La théorie des fonctions indexées en récursivité, Archivum Mathematicum, Vol. 23, n°4, 1987.

(2) Yu. L .Ersov:
La théorie des énumérations, Actes du Congrès International des Mathématiciens, Vol. 1, pp. 223-227, 1970.

(3) R. Paré et D. Schumacher:
Abstracts families and the adjoint functor theorem, Lectures Notes in Mathematics 661, pp. 1-125, Springer, 1978.

(4) H. Friedman:
Axiomatic recursive function theorie, Logic Colloquium 69, pp. 113-137, North-Holland, 1971.

(5) J. Fenstad:
General recursion theory, Perspectives in Mathematical Logic, Springer-Verlag, 1980.

(6) R. Paré:
Indexed categories and generated topologies, Journal of Pure and Applied Algebra 19 , pp. 385-400, 1980.

(7) R. Mijoule:
L'universalité des semi-fonctions récursives universelles, Diagrammes 12 , Paris, 1984.

INSTITUT D'INFORMATIQUE D'ENTREPRISE

LES PASSAGES

18 ALLEE JEAN ROSTAND

B.P.77

91002 EVRY CEDEX

FRANCE