

J.-P. BENZÉCRI

**Connaissance mathématique, connaissance logique,
omniscience : répliques d'un dialogue**

Les cahiers de l'analyse des données, tome 15, n° 3 (1990),
p. 339-348

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1990__15_3_339_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1990, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONNAISSANCE MATHÉMATIQUE,
CONNAISSANCE LOGIQUE,
OMNISCIENCE:
RÉPLIQUES D'UN DIALOGUE

[MATH. LOG. OMN.]

J.-P. BENZÉCRI

Les exposés faits à Paris le 16 Octobre 1989 par François BEETS et Éric GILLET se sont prolongés en des conversations et des lettres. Les pages qui suivent sont notre contribution à ce colloque différé. À cette contribution, Fr. BEETS et É. GILLET ont eux-même ajouté des réponses dont nous sommes heureux de les remercier.

Le raisonnement mathématique a été et demeure le modèle du raisonnement logique parfait; la rigueur du formalisme logique évoque, d'emblée, un calcul; et ce calcul est, depuis un siècle, le fondement obligé de la mathématique elle-même. Mais il ne servirait à rien de dissimuler qu'il y a entre logique et mathématique une opposition irréconciliable; ou, pour le moins, aussi difficile à concilier que celle entre notre *Premier Maître* ARISTOTE et son *divin Maître* PLATON!

Quand on a dit qu'un cercle est le lieu des points du plan situés à une distance donnée, appelée rayon, d'un point donné, appelé centre, on en a assez dit pour ne rien laisser ignoré de ce qu'est un cercle; et, après quelques autres discours semblables, le grand EUCLIDE est à même de répondre, avec assurance, à une infinité de questions; même si LOBATCHEWSKI et HILBERT y ont quelque chose à redire...

L'homme une fois défini comme un *animal raisonnable mortel*, nul ne songe à en déduire qu'un tel animal est bipède, pour ne rien dire des détails de son anatomie.

En dépit de TURING, cette opposition subsiste à l'intérieur des machines. Une description en termes de formes géométriques et de dimensions, ou, ce qui revient au même, en termes de fonctions différentiables de plusieurs variables réelles, est une description fondamentalement adéquate à son objet, ou, du moins, *analogue* à celui-ci. Une description en termes de propriétés élémentaires possédées ou non possédées, au contraire, est vide de toute référence motivée à

un contenu: la suite $\{1,0,1,\dots\}$ peut aussi bien se décoder: {sucré, non solide, chaud,...} que {pourvu d'ailes, dépourvu de poil, apte au vol...}.

Le fait que les dimensions et fonctions sont codées comme des suites de zéros et de 1 ne réduit pas cette opposition: car nul ne songe à considérer qu'un rectangle dont le rapport de la largeur à la longueur s'écrit , en base 2, .101..., ait pour propriété que le développement de ce rapport comporte en 2-ème position le chiffre 0 (ce qui signifie que le rapport r lui même satisfait à l'une des deux inégalités: $\{1/2 \leq r < 3/4\}$ ou $\{0 < r < 1/4\}$; l'interprétation des chiffres suivants étant encore moins satisfaisante). (Mais le mérite de cette description arbitraire est qu'elle offre un langage compact; semblable à celui que le biologiste découvre dans les messages mêmes qui passent au sein du vivant...)

À la séduction de l'arithmétique binaire, on sait que LEIBNIZ fut sensible; ce génie de la métaphysique et du calcul différentiel, ne semble pas avoir vu comme un obstacle l'arbitrarité foncière que nous paraît recéler toute description en oui-non; il croyait possible de mettre entre les signes les rapports mêmes qui sont entre les pensées; et, par le biais du calcul logique, il espérait donner à tout raisonnement, ou plutôt au raisonnement sur toute matière, la solidité des démonstrations géométriques.

DESCARTES suit une toute autre voie. En créant la géométrie analytique, il a mis en mouvement une implacable machine à laquelle il confie implicitement de tout dévorer, quand, dans *les Principes de la Philosophie*, il écrit:

...nous n'apercevons rien en dehors de nous, par les moyens de nos sens, que la lumière, les couleurs, les odeurs, les goûts, les sons, les qualités de l'attouchement: de toutes lesquelles je viens de prouver que nous n'apercevons point aussi qu'elles soient rien en dehors de notre pensée, sinon les mouvements les grandeurs ou figures de quelque corps...

...ce qui revient à dire qu'il existe une représentation analogique universelle, au sein de laquelle le syllogisme a aussi peu de place que la description en terme de traits élémentaires présents ou absents; le raisonnement mathématique lui-même cessant, d'autre part, d'être un discours pour devenir un calcul.

Il n'est pas sûr qu'aucune grande entreprise humaine se conçoive sans une grande injustice! Si l'on entreprend de construire à neuf et non d'arbitrer, il est difficile de se placer d'un point de vue, sans faire fi de tout autre. Justifier l'existence de la logique (qui n'est, selon son créateur même qu'un outil, *οργάνον*), du raisonnement libre, de l'intuition et du calcul est facile; les arguments abondent pour un plaidoyer généreux... Nous ne croyons donc pas utile de défendre DESCARTES accusé de *réductionisme* ni LEIBNIZ taxé de *formaliste*.

On ne s'étonnera pas, en revanche, de nous voir proposer le point de vue de l'*Analyse des Données*! Certes, entre la description logique binaire, qui est

celle de nombreuses données ou constitue une étape de leur codage, et l'arsenal des représentations et transformations mathématiques, dont elle n'utilise qu'une infime partie, l'analyse des données ne peut se présenter comme une troisième voie, ni même comme une voie moyenne.

Mais, là où les conceptions extrêmes ne s'appliquent pas (c'est-à-dire, dans la pratique quotidienne, presque partout...), elle prétend construire des représentations non totalement arbitraires, au sein desquelles quelques calculs restent valides pour offrir matière à des raisonnements. Bien plus, me faisant de nécessité raison, je prendrai finalement la liberté de suggérer que ce radeau ballotté par les flots que sont nos graphiques mal assurés, offre une allégorie de toute connaissance humaine, que celle-ci doive plus au calcul ou à l'intuition; et même, de toute existence.

Quand F. BEETS s'interroge sur les limites de l'omniscience, il nous faut lui demander ce qu'est la science! Je sais dire *pomme* en français, en latin, en arabe, en espagnol,... ; si je *savais tout*, je saurais aussi traduire ce mot en sanscrit, en chinois, en syriaque... Je sais quelque chose de l'état politique présent des *Républiques Socialistes Soviétiques*; si je savais tout, je saurais en dire autant et plus de leur état dans cinq ans. Mais est-ce là ce qu'il faut entendre par *omniscience*?

Assurément non! Être omniscient, requiert d'abord qu'on ait de l'univers une représentation telle que tout ce qui est vrai s'y puisse inscrire, ce qui seul permet de poser les questions pertinentes. Quand des immunologistes s'interrogent sur le SIDA, ils savent que la typologie des cellules et des messages que celles-ci échangent leur est très mal connue; et, pourtant, les vues, certes inadéquates, qu'ils en ont se fondent sur des connaissances dont presque rien n'était seulement soupçonné il y a cent ans.

Si *savoir* veut dire *savoir répondre*, c'est, au sein d'un ensemble de possibles, désigner ce qui, actuellement, est ou sera. Mais si l'ensemble des possibles est véritablement connu, reste-t-il quoi que ce soit qui mérite d'être appelé question (plus que "quelle est la somme de 1 et de 2", pour qui a la notion de nombre)? Nous en doutons.

Parvenu à ce point de science où l'on sait dire adéquatement tout ce qui peut être, on ne sait qu'une seule chose et on la sait tout entière: on est dans l'Éternité. Il n'y a plus de temps ni d'espace. BOËCE a écrit du hasard qu'il est "l'effet inattendu de causes qui se rencontrent, dans des actions qui ont leur but propre":

Licet igitur definire casum esse inopinatum ex confluentibus causis in his, quæ ob aliquid geruntur, eventum... Concurrere vero atque confluere causas facit ordo ille inevitabili conexione procedens, qui de providentiæ fonte descendens cuncta suis locis temporibusque disponit...

Définissant ainsi le hasard, BOÈCE définit aussi l'espace et le temps!

Espace et temps, en effet, ne se conçoivent que relativement à la distinction entre *puissance* et *acte* (si l'on entend ces termes comme l'a fait l'École après ARISTOTE). L'espace est l'ensemble des possibles; des lieux où peut être le point; ou, plus généralement, de ce qu'une chose est *en puissance* à être. Et c'est dans le temps qu'est prise une position nouvelle, que la *puissance* se réduit à l'*acte*. Or sans rencontre, sans *confluence*, il n'y a, à proprement parler rien de nouveau qui puisse survenir: la surprise du hasard, la séparation de l'espace et la nouveauté du temps définissent conjointement la condition de ce qui est borné.

Ce n'est pas cependant dans un rêve inassouvi de perfection que l'*animal raisonnable mortel* a reconnu l'Être éternel tout-puissant et omniscient. Car l'univers est rationnel et fondamentalement un: au-delà des prétentions intempérentes de DESCARTES, il y a la science, sans cesse à reconstruire mais sans cesse plus vaste.

Pourtant, à la différence de LAPLACE, le physicien d'aujourd'hui sait qu'il ne peut même pas poser comme une hypothèse une omniscience qui serait simplement l'achèvement de sa propre science. Car celle-ci n'offre de l'univers qu'un modèle aléatoire et contradictoire. Contradictoire, en ce que les équations qu'on doit écrire posent des intégrales divergentes; aléatoire, parce que tout processus de mesure, mais aussi toute réalisation à l'échelle macroscopique de ce à quoi est en puissance l'infiniment petit, n'a de loi que probabiliste.

Autant et plus qu'en déterminant des lois, la physique grandit en reconstruisant l'espace, c'est-à-dire le cadre mathématique de ce que *hic et nunc* on envisage comme possible. Corrélativement, il vaut mieux ne pas dissimuler que le modèle logique des mathématiques doit être repris... Un éminent mathématicien, Gian-Carlo ROTA, a pu, dans la très officielle *Gazette des Mathématiciens*, publier ce qui suit:

...Une vision authentique de la vérité mathématique doit émerger d'un examen sans passion de ce que font les mathématiciens, plutôt que de ce que les mathématiciens prétendent qu'ils font, ou de ce que les philosophes pensent que les mathématiciens devraient faire...

...La description aujourd'hui courante de la vérité mathématique, surtout dans les pays anglo-saxons, est pour l'essentiel la suivante: un système mathématique est formé d'axiomes, de notions primitives, de notations, de règles de déduction, et un énoncé mathématique est tenu pour vrai si on parvient à le dériver sans faute des axiomes par l'application des règles de déduction...

...À vrai dire, la vérité d'un théorème peut rarement être jugée en se bornant à contempler des axiomes, comme l'admettra sans hésitation qui que ce soit qui a peu ou prou pratiqué cette discipline...

...Heureusement, personne ne confond tautologie et trivialité. On sait trop bien que ces théorèmes qui ne sont en principe et finalement que des tautologies ont requis pour être prouvés des efforts parfois séculaires...

Le paradoxe de *l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas soi-même*, (ensemble qui ne peut, sans contradiction, ni être, ni ne pas être son propre élément), a été résolu en spécifiant qu'il existait des relations *non collectivisantes*, i.e. ne définissant pas un ensemble. Outre les reconstructions rendues nécessaires par le progrès des mathématiques, il ne nous paraît pas invraisemblable que tout système axiomatique avec ses règles de déduction, puisse conduire à des contradictions, solubles toutefois par des modifications appropriées.

Nous vivons avec l'image que la pensée se propage toujours sur un *cercle vicieux* d'assez grand rayon; la catastrophe de la contradiction n'étant évitée que par une retouche; grâce à laquelle le cercle s'ouvre pour être la première spire d'un parcours hélicoïdal, *l'hélice vertueuse*; qui toutefois s'infléchirait aussi jusqu'à se refermer, si elle n'était guérie à temps...

De ce point de vue, nous sommes d'accord avec F. BEETS, quand il suggère à É. GILLET que la logique comporte une dimension temporelle; et cela en de multiples sens. Non seulement parce qu'on ne peut faire fi, dans la pratique, des contraintes de complexité; mais parce que tout système pourrait être contradictoire au-delà d'un certain nombre de déductions; ce que nous voulions dire en parlant d'un cercle vicieux de grand rayon.

Plus radicalement encore, il est connu que deux proverbes, pourtant estimables, tels que:

*À père avare fils prodigue,
Tel père tel fils*

conduisent en un seul syllogisme à la conclusion que:

Quelque prodigue est avare;

ce qui témoigne seulement qu'il existe des formes de pensées non discursives; le raisonnement par analogie, si pratiqué par les *Pères de l'Église*, offrant, d'autre part, un éminent exemple d'une pensée discursive qui procède hors de nos axiomes.

Tout mathématicien sait qu'il est, au fond, plus difficile de savoir quelle question poser que de répondre à une question bien posée. Cette règle vaut aussi ailleurs: si nous ne savons pas ce qui sera demain, n'est-ce pas principalement parce que, de ce qui se passe aujourd'hui, nous n'avons qu'une vue non seulement partielle mais incohérente. Le maître problème est de construire l'espace (i.e. l'ensemble des possibles)!

Ici, nous plaiderons *pro domo*, en opposant les plus expresses réserves à la conception de l'intelligence prônée par ceux qui croient la mimer dans une construction *artificielle*. Accepter une description logique des objets, en oui-non, c'est, si l'on considère n propriétés, prendre pour espace un hypercube à 2^n

sommets; alors qu'une infime partie de ces sommets est compatible avec les contraintes de la réalité. Faire l'analyse d'un tableau décrivant suivant ces mêmes propriétés de multiples objets, c'est, au contraire, chercher suivant quelles véritables dimensions se distribuent les objets possibles; c'est construire un espace intégrant les corrélations des propriétés élémentaires.

La philosophie analytique prétend formuler des relations dans les termes mêmes des descriptions primaires: c'est comme passer de la sensation (ou plutôt du stimulus élémentaire) à l'intellection sans interposer la perception et l'abstraction. Nous croyons avoir prouvé que, pour la science comme pour la perception, l'intégration des éléments en notions réelles, distribuées suivant un espace, est la tâche principale. Une nécessaire intuition nous fait concevoir comme des points dans un espace, des agrégats de nos impressions, de nos souvenirs, et de tout ce qui nous touche.

Bien plus, l'existence même consiste, pour un être limité, à se placer dans la hiérarchie, à un niveau de finesse qui lui donne accès à certains détails sans d'autres, et à une altitude qui ne lui révèle que partiellement l'unité du tout: autour de lui, comme en dessous de lui, et non seulement au dessus de lui, s'étend l'infini.

Défendant une conception réaliste des mathématiques, Gian-Carlo ROTA reprend une sentence d'ARISTOTE, souvent glosée par les philosophes: "Il n'est rien dans l'esprit que celui-ci n'ait d'abord reçu des sens", *Nihil est in intellectu quod prius non fuerit in sensu*; et il paraphrase en disant: *quod prius non fuerit in mundo* (qui n'ait d'abord existé dans le monde); nous dirions: *quod prius non fuerit in mente divina...* (qui ne soit d'abord dans l'intellect Divin); car, selon Saint AUGUSTIN (cf. *de Trinitate*, L. XV, cap. 13), dont Saint Thomas d'AQUIN accepte l'enseignement (cf. *Summa Theologica*, la pars, Q. 14, art. 8), la connaissance que Dieu a des choses est cause de l'existence des choses:

Universas creaturas, et spirituales et corporales, non quia sunt, ideo novit Deus; sed ideo sunt, quia novit.

Il ne faut pas dire que Dieu connaît l'universalité des créatures spirituelles et corporelles parce qu'elles sont; mais qu'elles sont parce qu'Il les connaît.

Le mystère de la création est que ce qui est, en Dieu, un et intelligible, se retrouve en elle multiple, dispersé et imparfaitement cohérent...

Traduction, Science et fragment d'Univers: réponses de Fr. BEETS à J.-P. BENZÉCRI

Les quelques remarques que le Professeur BENZÉCRI a pu formuler à l'endroit de la science, de la traduction, et en général, des rapports de la logique et du réel montrent assez que la question de l'omniscience, telle qu'elle est posée dans mon exposé, repose sur une vue extrêmement réductrice de l'univers.

Ainsi le problème de la traduction et les problèmes connexes de synonymie, signification etc., sont-ils d'emblée supposés résolus! Les prédicteurs opèrent à l'aide d'un langage idéal, le langage propositionnel, substrat universel des langues naturelles, dans lequel chaque proposition dégage de façon univoque le sens des différents énoncés naturels.

D'autre part, l'univers dans lequel opèrent nos prédicteurs, est un fragment déterministe de l'univers, dans lequel chaque énoncé bien formé, même s'il désigne un événement futur, possède une valeur de vérité. Ceci constituant une condition *sine qua non* à l'omniscience, puisque, ainsi que le suggère J.-P. BENZÉCRI, la science de nos candidats à l'omniscience, consiste à pouvoir dire, devant n'importe quel énoncé bien formé, si cet énoncé est vrai ou faux. Ce qui pose, en plus du problème de la discrimination de la vérité et de la fausseté, celui de formuler l'ensemble, virtuellement infini, des énoncés bien formés.

Mais, faut-il le dire? Le langage propositionnel, succédané du langage mental médiéval ou de la langue universelle de l'âge classique, n'existe que dans les vœux des logiciens. Et en cherchant à dégager un substrat universel à toutes les langues naturelles, les linguistes se réserveraient encore de longues années de travail. D'autre part, l'univers n'est, heureusement, pas réduit à un fragment déterministe, et l'ennuyeuse machine qui pourra dire de tout énoncé s'il est vrai ou faux n'est pas encore en chantier...

Géométrie, Logique et Intelligence Artificielle: réponses d'É. GILLET à J.-P. BENZÉCRI

Les remarques de J.-P. Benzécri m'amènent à répondre sur trois points précis.

Tout d'abord je voudrais reprendre l'opposition présentée par J.-P. Benzécri entre logique et mathématique. Plutôt qu'une opposition irréconciliable entre deux disciplines, je préférerais y voir deux démarches complémentaires, deux courants présents tant en logique qu'en mathématique. D'une part, un courant géométrique qui propose un raisonnement de type analogique avec une valeur sémantique bien réelle et concrète pour nous, à savoir un espace, des figures, des transformations; et d'autre part, un courant, analytique, qui propose un raisonnement qu'on appellera, par opposition, digital et qui offre une sémantique qui ne conserve que l'aspect dénotatif de la référence à un objet.

Ce dernier courant, qui domine dans la logique contemporaine, est responsable à la fois des résultats les plus spectaculaires de la logique et des travers de l'intelligence artificielle dénoncés par Benzécri. En effet, un langage purement dénotatif, qui ne connaît que des 0 et des 1, est certes mal adapté dès qu'il s'agit de faire autre chose que coder des données repérées *a priori* et d'en vérifier les combinaisons possibles. Mais on ne peut pas reprocher à un outil l'usage qu'on en fait. Il existe au sein de la logique une tradition sémantique qui, à la suite de Heyting ou des constructivistes entre autres, propose de travailler non sur la vérité d'une expression comme $9 \times 9 = 27$, à savoir que les deux descriptions de part et d'autre de "=" désignent le même objet, mais sur les processus mis en œuvre pour établir cette égalité. Un langage muni d'une telle sémantique, qui, soit dit en passant, permet de recouvrer la dénotation d'une expression, offre la perspective d'une richesse d'expression et de raisonnement qui échappe au moins partiellement aux critiques de pauvreté et d'inadéquation que l'on peut faire au langage logique.

Le second point que je voudrais aborder est une simple précision. La première propriété que l'on désire donner à un système axiomatique est la consistance, c'est-à-dire l'impossibilité de déduire dans le système une thèse et sa négation, et cela quelque soit le nombre de déductions et l'évolution du système. Sans cette propriété fondamentale et au demeurant simple à établir, un système axiomatique est inutilisable sauf si son objet est de traiter de la contradiction comme c'est le cas des logiques dites paraconsistantes. Le cas du paradoxe de Russell, ce fameux ensemble qui contient tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes est à ce propos particulièrement éloquent. Ce paradoxe n'apparaît que dans la théorie naïve des ensembles, c'est-à-dire dans la théorie non axiomatisée des ensembles. Dès qu'on axiomatise cette théorie, les paradoxes et les contradictions disparaissent.

Je me risquerai enfin à proposer quelques réflexions en écho à la mention que Benzécri fait de l'intelligence artificielle. J'admets volontiers, en effet, en accord avec Benzécri que la vie est ce travail d'intégration de tout ce qui est touché, senti, perçu. Mais l'intelligence que l'on cherche à simuler n'est pas ce processus d'intégration. L'objectif de la recherche en intelligence artificielle n'est pas de créer la vie, ni même de la simuler : il s'agit seulement de reproduire des processus rationnels qui portent sur des invariants à un certain niveau d'intégration. Reconnaître qu'une pièce s'écarte trop de son prototype, retrouver les informations contenues dans un texte, adapter le fonctionnement d'une machine à des conditions extérieures fluctuantes et non prévisibles, voire même proposer une traduction, telles sont les tâches que l'intelligence artificielle peut espérer remplir un jour. Il ne s'agit pas de demander à une machine d'intégrer des données radicalement nouvelles ou d'attendre d'elle de la créativité ou de l'invention, mais bien d'être un artifice traitant rationnellement de l'information à un niveau d'intégration donné. Aujourd'hui, on est limité à l'information codée

numériquement, le défi qui se présente consiste à trouver les invariants à un degré supérieur d'intégration...

Remarques de J.-P. BENZÉCRI sur les réponses d'Éric GILLET

Du “cas du paradoxe de Russell, ce fameux ensemble qui contient tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes”, chacun tirera la morale qu'il lui plaît! Voici comment Henri POINCARÉ (cf. “la logique de l'infini”, in *Dernières Pensées*) qualifie l'axiomatisation:

“M. ZERMELO a voulu construire un système impeccable d'axiomes; mais ces axiomes ne peuvent être regardés comme des décrets arbitraires, puisqu'il faudrait démontrer que ces décrets ne sont pas contradictoires, et qu'ayant fait entièrement table rase on n'a plus rien sur quoi l'on puisse appuyer une semblable démonstration...”

Et POINCARÉ introduit comme nécessaire le “recours à l'évidence”...

Pour moi, je ne sache pas qu'on ait prouvé que la mathématique, telle qu'elle est ordinairement formalisée, soit non contradictoire. Sans doute recèle-t-elle des vices non encore découverts: ceux qui les corrigeront taxeront notre système de “naïf”; et, de par leurs corrections, notre science sera agrandie; *et augebitur scientia...*

Quant à l'Intelligence Artificielle, la question est en effet de fixer le programme qu'on lui assigne... “Reconnaître qu'une pièce s'écarte trop de son prototype, retrouver les informations contenues dans un texte, adapter le fonctionnement d'une machine à des conditions extérieures fluctuantes et non prévisibles, proposer une traduction”. Voire! Selon mon expérience, la contribution principale que l'outil de calcul peut apporter au libre jeu de l'intelligence est de révéler, dans l'inventaire du réel, des oppositions majeures, des axes, une hiérarchie... Il ne s'agit pas de “retrouver” mais de *trouver*; et, d'abord de se libérer des vues *a priori*, que la quête des cognitionnistes vise, au contraire, à canoniser.

Nous l'avons déjà écrit ailleurs (cf. “*Novius Organum*”):

...Des données aux résultats, l'ordinateur, insensible aux espérances comme aux préjugés du chercheur, procède sur la base ample et solide de faits définis et acceptés d'abord dans leur ensemble, puis dénombrés et ordonnés par un programme qui, parce qu'il ne sait pas comprendre, ne sait pas non plus mentir. Certes, la plupart du temps, l'interprétation des résultats autorise des idées qu'on aurait pu énoncer *a priori*; mais ces idées sont précisées et nuancées. Tel détail suggère une hypothèse que les données déjà recueillies ne suffisent pas à juger; d'où une nouvelle collecte de faits...

Enfin, parmi toutes les idées *a priori*, souvent contradictoires, que chaque problème suscite en si grand nombre, un choix opportun s'opère: bien plus, l'idée qui, *a posteriori*, après examen statistique des données, semble avoir été *a priori* fort naturelle, ne se serait pas toujours présentée d'elle-même à l'esprit.

Selon l'heureuse expression d'un auteur russe (G. N. POVAROV) l'ordinateur, auxiliaire de la synthèse, est un *outil mental*.

À la science, investie aujourd'hui par l'algèbre, puisse la patience des nombres rendre l'espace!

Références bibliographiques

Saint AUGUSTIN (*Sanctus Aurelius Augustinus, Hipponensis Episcopus*): *Sur la Trinité*, en quinze livres.

F. BEETS: Les limites de l'omniscience: théologie et intelligence artificielle; in *CAD*, Vol XV, n°3; (1990).

J.-P. BENZÉCRI: "Novius Organum", in *Médecine de France*, n° 251, Olivier PERRIN, éd. Paris; (1974); voir aussi: "La place de l'*a priori*", in *Organum*, volume édité par l'Encyclopædia Universalis.

BOECE (*Anicius Manlius Torquatus Severinus Boetius*): *La Consolation de la Philosophie*; le fragment cité est reproduit, dans son contexte, en français et en latin, in *CAD*, Vol XIII, n°1, pp 152'-152"; (1988).

É. GILLET: L'ordinateur, un outil au service du logicien; in *CAD*, Vol XV, n°3; (1990).

Г. Н. ПОВАРОВ (G. N. POVAROV): Préface à la traduction russe de "*Symbolic logic and intelligent machines*", by E.C. BERKELEY. (Une traduction française de cette préface a été faite par J.-P. BENZÉCRI).

H. POINCARÉ: "La logique de l'infini", in *Revue de Métaphysique et de Morale*, 17-ème année, juillet 1909, pp. 461-482; texte reproduit dans le recueil: *Dernières Pensées*.

Gian-Carlo ROTA: Les ambiguïtés de la pensée mathématique; in *Gazette des Mathématiciens*, (publication de la Société Mathématique de France); n° 45, pp. 54-64; Juin 1990.

Saint THOMAS d'AQUIN (*Sanctus Thomas Aquinas*): *Somme théologique*, en quatre parties.