

J. P. BENZÉCRI

**Étude sous forme de problème d'une procédure
en langage ALGOL, réalisant la substitution
d'un polynôme dans un autre**

Les cahiers de l'analyse des données, tome 11, n° 4 (1986),
p. 449-452

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1986__11_4_449_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

ÉTUDE SOUS FORME DE PROBLÈME D'UNE PROCÉDURE EN LANGAGE ALGOL, RÉALISANT LA SUBSTITUTION D'UN POLYNÔME DANS UN AUTRE

[ALG. POLYNÔME]

par J.P. Benzécri

1 Énoncé du problème

L'objet du présent problème est l'étude des procédures, A, B, C0, C, D écrites en langage ALGOL. Pour expliquer l'effet de celles-ci on supposera que les tableaux unidimensionnels contiennent des coefficients d'un polynôme ; par exemple à $PN [0 : ID]$ on associera le polygone de degré ID

$$PN(X) = \sum \{ PN[N] * X^{+N} \mid N:=0, \dots, ID \} ;$$

La liste des procédures est donnée après l'énoncé des questions :

1.1 Décrire l'effet de la procédure A

1.2 Décrire l'effet de la procédure B

- a) si on applique la procédure à trois tableaux distincts PN,QN,LN, dire pour chacun de ces tableaux s'il est modifié et comment.
- b) décrire l'effet de B(U,V,PN,QN,PN,ID)
- c) décrire l'effet de B(U,V,PN,PN,PN,ID)

1.3 Décrire l'effet de la procédure C0 dans le cas où PN,QN,MN sont trois tableaux distincts.

1.4 Décrire l'effet de C0(PN,QN,PN,ID,0)

1.5 Décrire l'effet de la procédure C dans le cas où PN,QN,MN, sont trois tableaux distincts.

1.6 Décrire l'effet de C(PN,QN,PN,ID,0)

1.7 Décrire l'effet de C(PN,QN,PN,0,JD)

1.8 Décrire l'effet général de C(PN,QN,PN,ID,JD)

(*) *Professeur de statistique. Université Pierre et Marie Curie.*

1.9 On suppose que dans la procédure C l'instruction pour $NC := (ID+JD)$ pas - 1 jusqu'à 0 faire début... fin ;

soit remplacée par :

pour $NC := 0$ pas 1 jusqu'à $(ID+JD)$ faire début...fin ;

Quel serait alors l'effet de $C(PN, QN, PN, 0, JD)$?

Expliquez en partant de cet exemple l'utilité du choix d'un pas négatif.

1.10 Décrire l'effet de la procédure D : on indiquera au terme de chaque itération de la boucle

pour $ND := 0$ pas 1 jusqu'à ID faire début... fin,

le contenu des tableaux TN et RN.

2 Listage des procédures

procédure A(P,PN, ID) ;

réel tableau PN, réel P, entier ID ;

commentaire : dans les applications PN sera un tableau de dimension $PN[0:ID]$;

début entier NA ;

pour $NA := 0$ pas 1 jusqu'à ID faire

$PN[NA] := P * PN[NA]$ fin ;

procédure B(U,V,PN,QN, LN, ID)

réel tableau PN, QN, LN, ; réel U, V ; entier ID

commentaire : dans les applications PN, QN, LN, seront des tableaux de dimension $[0: ID]$ ou, éventuellement, au-delà ;

début entier NB,

pour $NB := 0$ pas 1 jusqu'à ID faire

$LN[NB] := (U * PN[NB]) + (V * QN[NB])$ fin ;

procédure CO(PN, QN, MN, ID, JD) ;

réel tableau PN, QN, MN, entier ID, JD ;

commentaire : dans les applications PN, QN, MN seront des tableaux de dimensions respectives $[0: ID]$, $[0: JD]$, $[0: (ID+JD)]$, ou au-delà ;

début entier NC, J, JA, JF ;

pour $NC := 0$ pas 1 jusqu'à $(ID+JD)$ faire début

$JA :=$ si $NC < ID$ alors 0 sinon $(NC - ID)$;

$JF :=$ si $JD \geq NC$ alors NC sinon JD ;

$MN[NC] := 0$;

pour $J := JA$ pas 1 jusqu'à JF faire

$MN[NC] := MN[NC] + (PN[NC-J] * QN[J])$ fin fin ;

```

procédure C(PN,QN,MN,ID,JD) ;
réel tableau PN,QN,MN, entier ID,JD ;
commentaire : la procédure C traite les mêmes données que C0 ;
début entier NC,J,JA,JF ; réel H ;
pour NC:=(ID+JD) pas(-1) jusqu'à 0 faire début
  JA:= si NC ≤ ID alors 0 sinon (NC-ID) ;
  JF:= si JD ≥ NC alors NC sinon JD
  si JA ≠ 0 alors MN[NC]:= 0 ;
  pour J:= JA pas 1 jusqu'à JF faire début
    H:= si J=0 alors 0 sinon 1 ;
    MN[NC]:= (H * MN[NC]) + (PN[NC-J] * QN[J]) fin fin fin ;

```

```

procédure D(PN,QN,TN,RN,ID,IJ)
réel tableau PN,QN,TN,RN ; entier ID,IJ ;
commentaire : dans les applications PN,QN,TN,RN seront des tableaux
PN[0:ID], QN[0:JD], TN[0:(ID * JD)], RN[0:(ID * JD)]
début entier ND ;
pour ND:=0 pas 1 jusqu'à ID * IJ faire début
  TN[ND]:=0 , RN[ND]:=0 fin ;
TN[0]:=1 ;
pour ND:=0 pas 1 jusqu'à ID faire début.
  B(1,PN[ND], RN,TN,RN, ND * JD)
  si ND+1 < ID alors
    C(TN,QN,TN, ND * JD) fin fin ;

```

3 Solution abrégée

3.1 La procédure A effectue la multiplication par le réel P du polynôme PN, de degré ID.

3.2 La procédure B

a) Si PN, QN, LN sont trois tableaux distincts, la Procédure B donne dans le tableau LN la combinaison linéaire $(U*PN) + (V*QN)$, les trois polynômes étant limités au degré ID ; les tableaux PN et QN étant respectés.

b) Si LN coïncide avec PN, le résultat $(U*PN) + (V*QN)$ s'inscrit correctement dans PN ; le tableau QN étant respecté.

c) Si les trois tableaux coïncident, le contenu de PN est simplement multiplié par $(U + V)$.

3.3 La procédure C0 : Si PN, QN, MN sont trois tableaux distincts, PN et QN sont respectés, et on a dans MN le produit de ces deux polynômes.

3.4 Si MN coïncide avec PN : l'espace de données PN servant aussi à loger le résultat, il y a par interférence des instructions, mise à zéro pure et simple de PN. En effet, pour NO:=0, on commence par mettre à zéro MN[0], et dès lors le terme de $^{\circ} 0$ du produit des polynômes ne peut être que nul. Ensuite, pour NC:=1 on a MN[0]:=MN[1]:=0 ; ce qui fait pour le produit un terme de $^{\circ} 1$ qui est nul et ainsi de suite.

N.B. En fait l'énoncé ne demandait que d'étudier le cas particulièrement simple où JD:=0 ; i.e. où le polynôme QN est réduit à une constante.

3.5 La procédure C, est conçue pour effectuer le produit de deux polynômes en évitant l'inconvénient de la procédure CO, apparu au § 3.4. Pour l'instant avec PN, QN, MN tous distincts, on remarque seulement que le polynôme produit MN est ici calculé en commençant par son terme de plus haut degré ; et que la mise à zéro de MN[NC] est effectuée par le biais du réel M.

3. (6,7,8) Si MN coïncide avec PN, rien de fâcheux ne se produit ; car d'une part par une mise à zéro indirecte on évite de détruire une donnée alors qu'elle va être utile ; d'autre part en procédant par degré décroissant, on inscrit le coefficient du produit dans une case de donnée qui désormais ne servira plus : car en bref dans le calcul du terme de $^{\circ} (NC-1)$ d'un produit, les termes de $^{\circ} NC$, des facteurs, n'interviennent pas.

3.9 Au contraire en procédant par degré croissant, on aurait, par exemple, pour le cas simple d'un polynôme P donné, de degré ID:=0, d'abord un terme de $^{\circ}$ correct : le produit des données PN[0] QN[0] s'inscrivant dans PN[0] ; mais ensuite tous les nouveaux PN[NC] seraient égaux à QN[NC] multipliés par ce PN[0] modifié, et non par la valeur constante initiale à laquelle se réduit le polynôme PN donné.

3.10 La procédure D, réalise la substitution du polynôme QN dans le polynôme PN : en bref, le résultat RN est

$$RN[x] := PN[QN[x]]$$

au fur et à mesure on calcule le développement de RN, en gardant un terme TN qui n'est autre que la puissance du polynôme donné QN pour l'indice courant ND. A la fin on a RN ; et dans TN la puissance ID de QN.

N.B. l'intérêt de la procédure C relativement à la procédure CO, est que C permet, dans la procédure D, de calculer les puissances successives de QN avec un seul tableau de travail, le tableau TN ; la multiplication par QN, s'effectuant, en quelque sorte sur place.