

J.-P. BENZÉCRI

## La vision des couleurs. IV. Le système des couleurs

*Les cahiers de l'analyse des données*, tome 6, n° 4 (1981),  
p. 387-414

[http://www.numdam.org/item?id=CAD\\_1981\\_\\_6\\_4\\_387\\_0](http://www.numdam.org/item?id=CAD_1981__6_4_387_0)

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1981, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## LA VISION DES COULEURS

### IV. — Le système des couleurs

#### [COULEURS IV]

par J.-P. Benzécri (1)

4.3 Le système des couleurs : En situant les classes d'équivalence de stimuli lumineux par rapport à la frontière de  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$ , et à la demi-droite (intérieure à  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$ ) lieu des classes de stimuli incolores, on va trouver des fonctions mathématiques qui correspondent approximativement aux qualités physiologiques des couleurs. Nous décrirons ensuite en détail le corps chromatique, ensemble de toutes les couleurs que peut revêtir une surface diffusant de la lumière blanche, et donnerons la disposition de ces couleurs en un atlas. Nous traiterons sommairement des anomalies individuelles de la vision des couleurs. Nous terminerons sur les phénomènes d'adaptation.

Dans ce §, une classe de  $\mathcal{E}$ -équivalence de stimuli rayonnants, i.e. un point de  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  sera souvent appelé, en bref, une couleur; ce quoique un même stimulus puisse, selon les conditions d'adaptation, paraître au même sujet sous diverses couleurs.

#### 4.3.1 Qualités physiologiques des couleurs et coordonnées paramétriques sur $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$

4.3.1.1 Considérons (cf. fig. 11) un cône de révolution d'axe Oz de demi-angle au sommet  $\theta$  : les coordonnées d'un point intérieur à ce cône peuvent s'exprimer en fonction de trois paramètres  $z$ ,  $p$ ,  $\varphi$ , par les formules :

$$\begin{cases} x = p z \cos \varphi \operatorname{tg} \theta \\ y = p z \sin \varphi \operatorname{tg} \theta \\ z = z \end{cases}$$

formules où  $z$  est un nombre réel positif ;  $p$  un nombre compris entre 0 et 1 ;  $\varphi$  est un angle variant de 0 à  $2\pi$ . Sur l'axe du cône, le paramètre  $p$  est nul, et  $\varphi$  est indéterminé ; sur la frontière,  $p$  est égal à 1. Un point C non situé sur l'axe, définit avec celui-ci un demi-plan qui coupe le cône-frontière suivant une génératrice de paramètre  $\varphi(C)$  ; le plan horizontal de C (plan  $\{z = z(C)\}$ ) coupe l'axe du cône au point B(C) et la génératrice de paramètre  $\varphi(C)$  au point (frontière) F(C) ; on a :

$$\begin{cases} B(C) = (0, 0, z) \\ F(C) = (z \cos \varphi \operatorname{tg} \theta ; z \sin \varphi \operatorname{tg} \theta ; z) \end{cases}$$

$p$  est le rapport des mesures algébriques de deux vecteurs parallèles :

$$p = \overline{B(C)C} / \overline{B(C)F(C)}$$

---

(1) Professeur de statistique. Université Pierre et Marie Curie

Si le cône  $\mathcal{E}(M^+)$  était un cône de révolution, d'axe la demi-droite  $D_B$  des stimuli incolores (ou blancs) et que le plan alychne était le plan  $xOy$ , il serait naturel d'adopter le paramétrage ci-dessus, avec l'interprétation physiologique suivante : le paramètre  $p$  correspond à la saturation, à la pureté, nulle sur l'axe des blancs, maxima à la frontière du cône ( $p = 1$ , quand le stimulus est 100% coloré...); le paramètre  $z$  à l'intensité ; le paramètre  $\varphi$  à la couleur proprement dite ou ton, supposé constant sur un secteur plan limité au demi-axe des blancs et à une génératrice du cône frontière. Quand Newton donne la première solution approchée de ce problème : "Dans un mélange de couleurs primitives, la quantité et la qualité de chaque couleur étant données, connaître la couleur du composé" (cf. Optique, L. I, Part II, prop. 6, prob. II), c'est une représentation du type proposé ci-dessus qu'il a en vue. Il partage d'abord une circonférence de centre  $O$  en sept parties... proportionnelles aux sept tons de musique, ou aux intervalles des huit tons contenus dans une octave"... ; et attribue ces parties aux sept tons de la gamme des couleurs : (Rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet). (Cette analogie pythagorienne peut surprendre : il est plus surprenant encore que Newton monte la gamme du rouge au violet alors qu'en effet, ce que Newton ne pouvait connaître, la fréquence du violet extrême est à peu près double de celle de l'extrême rouge...). Puis il place le point figuratif  $C$  du composé au barycentre du système des milieux des sept intervalles, chacun affecté d'une masse proportionnelle à la part qu'a dans le mélange la couleur primitive correspondante. Il interprète alors la nuance du mélange, par le point d'intersection de la demi-droite  $OC$  avec la circonférence ; la saturation par la distance de  $C$  au centre  $O$ . Sur le cercle, les couples de couleurs complémentaires (couleurs

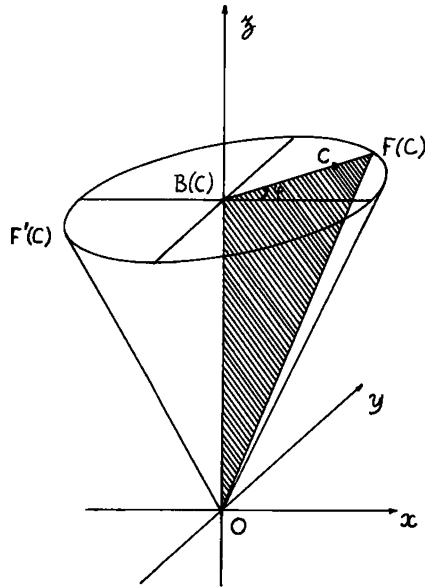


Figure 11: une vue simplifiée du cône chromatique  $\mathcal{E}(M^+)$ .

dont un mélange, en proportion convenable, donne du blanc) sont diamétralement opposées : Newton note toutefois que par mélange de deux complémentaires (séparées par le prisme...) il n'a pu obtenir de couleur composée "parfaitement blanche, mais faible et anonyme" et conjecture qu'il faut au moins trois couleurs pour composer un beau blanc (évidemment, avec un appareillage plus perfectionné que celui de Newton, il est aujourd'hui possible de réaliser un blanc parfait par mélange de deux complémentaires...). Sur la circonférence, Newton n'attribue aucun intervalle au pourpre : pour lui, la nappe spectrale enveloppe tout le cône et le rouge rejoint le violet ; mais il sait qu'un composé de rouge et de violet "ne sera aucune couleur prismatique" (entendez aucune des couleurs quasi-monochromatiques que sépare le prisme) "mais un pourpre tirant sur le rouge ou le violet" ; cependant, avec quelque inconséquence, il ne laisse aux pourpres que le rayon où le rouge rejoint le violet, (ou un voisinage immédiat de ce rayon)... A la vérité, par sa règle du barycentre, Newton a montré les voies où la chromatométrie s'est engagée après lui ; mais conscient de l'imperfection de ses recherches, il conclut modestement : "Quoique cette règle ne soit pas d'une justesse mathématique, je crois que pour la pratique elle est assez exacte".

4.3.1.2 Nous allons reprendre le schéma géométrique newtonien, en y introduisant les complexités qu'y mettent la forme de  $\mathcal{E}(\mathcal{N}^+)$  et sa position relativement au plan alychne. Les coordonnées  $x, y, z$ , utilisées dans ce § sont celles définies par la C.I.E. (cf. § 4.2.4.3). Aux sections méridiennes d'un cône de révolution par un plan contenant son axe, on substitue les sections du cône convexe  $\mathcal{E}(\mathcal{N}^+)$  par un plan contenant  $D_B$  (ou éventuellement, une demi-droite fixe  $D_0$  intérieure à  $\mathcal{E}(\mathcal{N}^+)$ , cf. *infra*). A la famille de plans perpendiculaires à l'axe, on substitue la famille des plans parallèles à un plan donné  $H_0$  d'équation  $\{h(x, y, z) = ux + vy + wz = 0\}$  : il semble naturel de prendre pour  $h$  la brillance photométrique  $y$  ; mais dans les plans  $\{y = \text{cte}\}$ , le cône  $\mathcal{E}(\mathcal{N}^+)$  n'a pas de base compacte, d'où l'intérêt

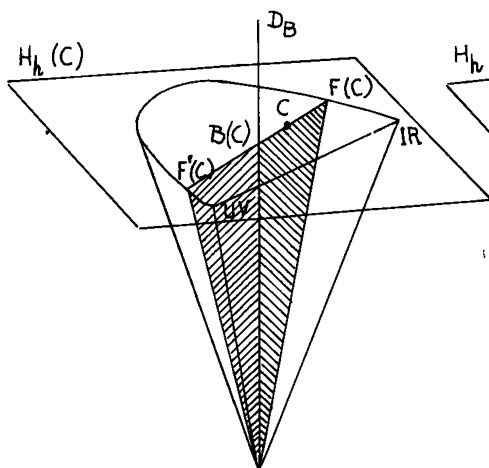


Fig. 12 : définition de la pureté et de la longueur d'onde dominante d'une couleur spectrale.

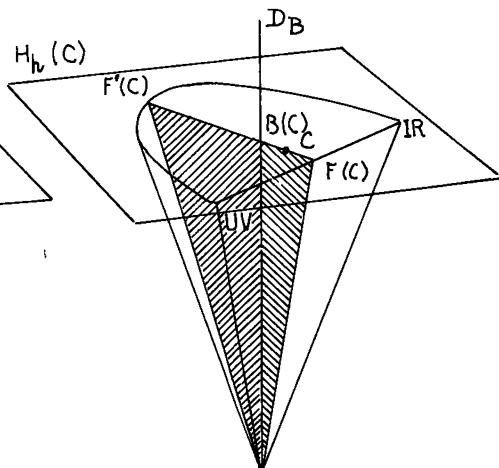


Fig. 13 : définition de la pureté et de la dominante complémentaire d'une couleur pourpre.

de considérer aussi d'autres plans, en prenant, e.g.  $h(x,y,z) = x + y + z$ . Ceci dit on a les notations suivantes, illustrées par les figures 12 et 13.

- $C$  : une couleur,  $C \in \mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  et aussi  $C \notin D_B$  ;  
 $x(C), y(C), z(C)$  : les coordonnées de  $C$  dans le système de la C.I.E. ;  
 $h(C)$  : la somme  $ux(C) + vy(C) + wz(C)$  ;  
 $H_h(C)$  : le plan d'équation  $\{ux + vy + wz = h(C)\}$   
 $B_h(C)$  : le point  $H_h(C) \cap D_B$  ; (ce point a ses trois coordonnées égales à  $h(C)/(u + v + w)$  ;  
 $P(C)$  : le demi-plan contenant  $C$ , limité à la droite support de la demi-droite  $D_B$  ;  
 $P'(C)$  : le demi-plan complémentaire de  $P(C)$  ; (i.e. l'autre demi-plan du plan de  $P(C)$ , limité à la même droite que  $P(C)$ ) ;  
 $\overline{\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)}$  : la frontière du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$ , (i.e. la nappe spectrale, et le secteur plan des pourpres) ;  
 $F_h(C)$  : le point  $P(C) \cap \overline{\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)} \cap H_h(C)$  ;  
 $F'_h(C)$  : le point  $P'(C) \cap \overline{\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)} \cap H_h(C)$  ;  
 $P_h(C)$  : le scalaire, quotient des mesures algébriques des deux vecteurs parallèles :  $P_h(C) = \overline{B_h(C) \cdot C} / \overline{B_h(C) \cdot F_h(C)}$  ;  $P_h$  sera appelée ici la  $h$ -pureté de  $C$ .  
 $\lambda(C)$  : la longueur d'onde (unique si elle existe) d'un vecteur  $\mathcal{E}[\lambda] \in P(C)$  ;  $\lambda(C)$  est appelée la longueur d'onde dominante de  $C$ , (cf. fig. 12) ;  
 $\lambda'(C)$  : la longueur d'onde unique si elle existe) d'un vecteur  $\mathcal{E}[\lambda'] \in P'(C)$  ;  $\lambda'(C)$  sera appelée ici la dominante complémentaire de  $C$ , (cf. fig. 13).

Ces deux dernières notations appellent un commentaire : un plan passant par  $D_B$  coupe la surface  $\overline{\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)}$  suivant deux génératrices dont l'une au moins appartient à la nappe spectrale : ainsi pour toute couleur  $C (C \notin D_B)$  on peut définir l'une au moins des deux longueurs d'onde dominante ou dominante complémentaire, (et éventuellement les deux) : on peut voir sur la figure 8 en traçant des droites passant par le point  $(1/3, 1/3)$  (point figurant le blanc) que les radiations monochromatiques de longueur d'onde comprises entre  $0,38\mu$  (l'UV) et  $0,49\mu$  ont un complémentaire monochromatique entre  $0,57\mu$  et l'extrême rouge ; tandis que les radiations entre  $0,49\mu$  et  $0,57\mu$  ont un complémentaire dans le secteur plan des pourpres.

Si  $h$  est la somme  $s = x + y + z$ , la pureté  $p_s$  correspondante s'appelle (selon Judd, 1951, p. 847) pureté d'excitation ; si  $h$  est la brillance photométrique  $y$ ,  $p_y$  s'appelle la pureté colorimétrique.

4.3.1.3 On va maintenant examiner si les paramètres mathématiques que sont la longueur d'onde dominante  $\lambda(C)$  (ou dominante complémentaire  $\lambda'(C)$ ), la  $h$ -pureté  $p_h(C)$  calculée à partir de telle ou telle forme linéaire  $h$ ) et la brillance photométrique  $y(C)$  représentent les qualités psychophysiologiques que sont le ton, la saturation et l'intensité d'une couleur.

Il est certes simple de postuler que les stimuli de même ton, mais de saturation et d'intensité variable, se placent dans le quotient  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  sur un même secteur plan limité à  $D_B$  et à une génératrice de la nappe spectrale ou du secteur des pourpres : mais l'expérience montre que les stimuli qu'un sujet rapporte à un même ton (à une même couleur...) décrivent plutôt une nappe courbe. Deux stimuli rapportés au même ton peuvent donc avoir des longueurs d'onde dominantes (ou dominantes complémentaires) différentes. D'autre part la notion subjective de ton (telle radiation physique paraît jaune, ou verdâtre etc.) dépend de l'état d'adaptation, de la nuance dominante du fond : c'est pourquoi, comme on l'a annoncé plus haut, il est intéressant de substituer à la demi-droite  $D_B$  la demi-droite  $D_0$  joignant l'origine à la couleur  $C_0$  du "fond" : en disant que deux couleurs  $C, C'$  ont même ton si elles sont dans un même secteur limité à  $D_0$  (et non à  $D_B$ ), l'on a une meilleure approximation des impressions rapportées par un observateur, (cf. Judd, 1951, p. 846 sqq).

Ni la pureté d'excitation, ni la pureté colométrique ne représentent de façon satisfaisante la qualité de saturation des couleurs : ce sont seulement des paramètres qui, comme la saturation, sont nuls pour le blanc et, pour un ton donné, atteignent leur maximum à la frontière du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$ . Mais alors que  $p_h$  (quel que soit  $h$ ) est constant et égal à 1 sur la frontière, les diverses radiations monochromatiques ne produisent pas la même impression subjective de saturation : on sait qu'un jaune  $J$  si pur soit-il quant à la proximité de  $\mathcal{E}(J)$  à la nappe spectrale paraîtra moins "coloré" que bien des roses. Selon Judd, (cf. *supra* § 4.2.4.4) la distance au blanc mesurée sur le diagramme triangulaire U.C.S. fournit pour la saturation une expression mathématique intéressante (i.e. la saturation d'une couleur  $C \in \mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  est proportionnelle à la distance au blanc du point d'impact de  $OC$  sur le plan base  $\{R + G + B = 1\}$ ). La saturation, ainsi définie, n'est pas constante sur la frontière du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  : elle y est maxima pour le rouge et minima pour le jaune.

Comme on l'a signalé plus haut, (§ 4.2.3.2) l'extrémité violette du spectre pose, quant à la saturation des difficultés particulières...

4.3.2 Atlas des couleurs : Comme on l'a dit au § 2.4.3 une surface diffusante, de facteur de diffusion  $d(\lambda)$ , qui reçoit par unité de surface un flux de puissance spectrale  $\Sigma(\lambda) d\lambda$  devient une source dont la brillance énergétique spectrale est :

$$B(\lambda) d\lambda = \frac{1}{\pi} d(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda$$

Dans  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  la classe du stimulus  $B(\lambda) d\lambda$  (de la source diffusante) est donnée par l'intégrale vectorielle :

$$\mathcal{E}(B) = \frac{1}{\pi} \int_{0,3}^{0,8} \mathcal{E}[\lambda] d(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda = \mathcal{E}_{\Sigma}(d(\lambda))$$

et chacune des coordonnées  $t^i(B)$  dans un système quelconque est de même donnée par :

$$t^i(B) = \frac{1}{\pi} \int_{0,3}^{0,8} t^i[\lambda] d(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda$$

Notons  $B^+$  l'ensemble des fonctions  $d(\lambda)$  sur  $(0,3 ; 0,8)$ , dont la valeur est comprise entre 0 et 1. (Dans la suite, on utilisera parfois des fonctions présentant des discontinuités de première espèce, e. g. des fonctions caractéristiques d'intervalles (1 sur l'intervalle, 0 en

dehors...), quoique du point de vue physique il ne soit guère possible de réaliser exactement de tels facteurs de diffusion  $d(\lambda)$ .

Il est intéressant de déterminer la partie  $\mathcal{C}_\Sigma(B^+)$  de  $\mathcal{C}(\mathcal{M}^+)$ , ensemble des valeurs de  $\mathcal{C}(B)$  que l'on peut réaliser à partir d'un  $\Sigma(\lambda) d\lambda$  donné (e.g. surface exposée au soleil à midi par temps clair...) en prenant pour  $d(\lambda)$  toutes les fonctions positives de valeur comprise entre zéro et un.  $\mathcal{C}_\Sigma(B^+)$  peut être appelé le corps chromatique relatif à la densité  $\Sigma$  de flux rayonnant. A cette notion, dont la définition remonte, croyons-nous, à Luther, se rattachent les constructions que, sous des noms divers, on a faites, depuis Newton, pour représenter l'ensemble de toutes les couleurs possibles (Rabkin, 1956, pp 45 sqq en donne de nombreux exemples). En effet, pour autant que la chimie des colorants permette de réaliser des surfaces dont le facteur de diffusion  $d(\lambda)$  soit une fonction de  $\lambda$  arbitrairement choisie,  $\mathcal{C}_\Sigma(B^+)$  est exactement l'ensemble des stimuli colorés que constituent les sources diffusantes (ou surfaces colorées) dans les conditions d'éclairage définies par  $\Sigma$ . Notons que si  $\Sigma$  est multiplié par une constante  $k$  (si le temps est moins ensoleillé...)  $\mathcal{C}_\Sigma(B^+)$  est changé en son homothétique dans le rapport  $k$ : ainsi, la forme du corps chromatique est un invariant pour un type d'éclairage donné. D'autre part, du fait de l'adaptation de l'oeil, les impressions chromatiques sont des impressions relatives: e.g. paraît grise une surface dont le coefficient de diffusion est égal à  $1/2$ ... En sorte que, considéré comme l'ensemble de toutes les impressions subjectives possibles, le corps chromatique a une structure invariante, à peu près indépendante du niveau de l'éclairage (supposé de composition donnée). En une formulation mathématique rigoureuse on peut dire que l'on définit sur l'ensemble des surfaces colorées caractérisées par leur fonction de diffusion  $d(\lambda)$ , i.e. sur  $B^+$ , une relation d'équivalence  $\mathcal{C}'_\Sigma$  par :

$$\mathcal{C}'_\Sigma(d_1(\lambda)) = \mathcal{C}'_\Sigma(d_2(\lambda)) \Leftrightarrow \mathcal{C}(d_1(\lambda) \Sigma(\lambda)) = \mathcal{C}(d_2(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda);$$

la relation d'équivalence  $\mathcal{C}'_\Sigma$  reste la même quand on multiplie  $\Sigma$  par une constante; le quotient  $B^+/\mathcal{C}'_\Sigma$  correspond biunivoquement au corps chromatique  $\mathcal{C}_\Sigma(B^+)$  (si à  $d(\lambda)$  on fait correspondre  $d(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda$ ...); du point de vue des impressions subjectives c'est le quotient  $B^+/\mathcal{C}'_\Sigma$  qui importe; mais on utilise la représentation  $\mathcal{C}_\Sigma$  qui a l'avantage d'être dans l'espace  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  déjà étudié.

Nous étudierons ici deux questions: 1°, quelle est la forme géométrique de  $\mathcal{C}_\Sigma(B^+)$ ; 2°, comment peut-on disposer en un catalogue... en un atlas l'ensemble de toutes les couleurs, i.e. l'ensemble de tous les  $d(\lambda)$ .

4.3.2.1 Le corps chromatique:  $B^+$ , ensemble des fonctions sur  $(0,3; 0,8)$  dont la valeur appartient à  $(0,1)$ , est une sorte de cube infini-dimensionnel (on a exactement un hypercube si on substitue à l'intervalle continu  $(0,3; 0,8)$  une suite finie de  $n$  points  $\lambda^i$ ; le facteur de diffusion  $d(\lambda)$  est alors donné, approximativement, par le vecteur de composantes les  $d(\lambda^i)$ , vecteur qui est assujéti à se trouver dans l'hypercube unité de  $R^n$ ); en tout cas, il est clair que  $B^+$  est un sous-ensemble connexe de l'espace vectoriel des fonctions sur  $(0,3; 0,8)$ .

De la convexité de  $B^+$ , résulte celle de  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$ , image de  $B^+$  dans  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  par l'application linéaire  $\mathcal{E}_\Sigma$  que définit la formule intégrale donnée ci-dessus : soit  $C_1$  et  $C_2$  dans  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$ ,  $C_1 = \mathcal{E}_\Sigma(d_1)$ ,  $C_2 = \mathcal{E}_\Sigma(d_2)$ ; soit  $\lambda$  et  $\mu$  positifs de somme 1 ; on a :

$$\lambda C_1 + \mu C_2 = \mathcal{E}_\Sigma(\lambda d_1 + \mu d_2) \in \mathcal{E}_\Sigma(B^+).$$

Comme  $B^+$  admet pour centre de symétrie le point (i.e. la fonction...)  $d(\lambda) = 1/2$ ,  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  admet de même pour centre de symétrie  $\mathcal{E}_\Sigma(1/2) = \frac{1}{2\pi} \mathcal{E}(\Sigma)$ , image du centre de  $B^+$ .

Soit  $l$  une forme linéaire sur l'espace vectoriel  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  : on sait qu'il existe deux plans d'équation  $l(x) = \text{cte}$ , tangents au convexe  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  (plus exactement il faut dire plans d'appui ; plans s'appuyant éventuellement sur le convexe en un point anguleux...) ; ce sont les plans  $l(x) = M(1)$  et  $l(x) = m(1)$ , où  $M(1)$ , (resp.  $m(1)$ ), désigne le maximum (resp. le minimum) de  $l(x)$  sur le convexe. Il est facile de déterminer ces plans, et d'en préciser le point de contact avec  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$ . On peut diviser l'intervalle  $(0,3 ; 0,8)$  en deux parties, l'une sur laquelle la fonction  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  est positive, l'autre sur laquelle elle est négative. Pour que l'intégrale :

$$l(\mathcal{E}_\Sigma(d)) = \frac{1}{\pi} \int_{0,3}^{0,8} l(\mathcal{E}[\lambda]) d(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda$$

soit maxima (resp. minima), il faut que la fonction  $l(\mathcal{E}[\lambda]) d(\lambda)$  soit aussi grande (resp. petite) que possible ; comme  $d(\lambda)$  doit être compris entre zéro et un, il faut donc que  $d(\lambda)$  soit égal à 1 (resp. zéro) si  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  est positif, et égal à zéro (resp. un si  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  est négatif. Or la variation du signe de  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  est lié à la position du plan  $\{l(x) = 0\}$  par rapport au cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  et à la nappe spectrale : il n'y a que 3 cas possibles, (avec entre eux des cas limites), que nous avons représentés sur la figure 14 en marquant les traces des plans  $\{l(x) = 0\}$  et du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  sur un plan coupant ce cône suivant un convexe borné.

1° Le plan  $\{l(x) = 0\}$  ne coupe pas le cône : la fonction  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  a alors un signe constant sur  $(0,3 ; 0,8)$  ;  $l(\mathcal{E}_\Sigma(d))$  varie entre deux valeurs extrêmes, correspondant à  $d = 0$  et  $d = 1$  ; autrement dit, les deux plans parallèles à  $\{l(x) = 0\}$  qui s'appuient sur  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  touchent, l'un à l'origine ( $d = 0$  surface noire) l'autre au point  $\frac{1}{\pi} \mathcal{E}(\Sigma)$  ( $d = 1$  surface blanche parfaitement diffusante, qui renvoie totalement le flux reçu).

Ainsi, à l'origine, le convexe  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  admet pour plans d'appui tous les plans d'appuis du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  (plans passant par le sommet sans pénétrer dans le cône) : comme on va voir maintenant que les plans d'appuis de  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  parallèles à un plan  $\{l(x) = 0\}$  qui coupe  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  ne passent pas par l'origine (car les maxima et minima de  $l(x)$  sur  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  sont non nuls),  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  est exactement le cône tangent à



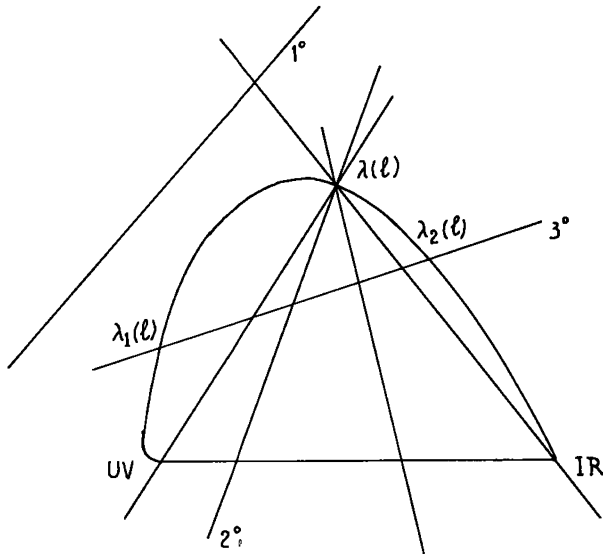


Fig.14 : position relative d'un plan  $\{l(x) = 0\}$  et du cône  $\mathcal{C}(\mathcal{M}^+)$ ; on a distingué trois cas selon le nombre de génératrices communes au plan  $\{l(x) = 0\}$  et à la nappe spectrale du cône; dans le 2° cas on a représenté un pinceau de plans coupant la nappe spectrale selon la même génératrice.

$\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  à l'origine. Physiquement, cela correspond au fait qu'avec un  $d(\lambda)$  nul partout sauf sur un intervalle étroit du spectre, on a un rayonnement diffusé quasi-monochromatique, mais très peu intense : c'est ainsi qu'à l'origine  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  se raccorde tangentielllement à  $\mathcal{C}(\mathcal{M}^+)$ . Le point  $(1/\pi) \mathcal{E}(\Sigma)$  symétrique de l'origine par rapport au centre du corps chromatique est lui aussi un point conique ; et le cône tangent en ce point, est symétrique de  $\mathcal{C}(\mathcal{M}^+)$  par rapport au centre  $(\frac{1}{2\pi})\mathcal{E}(\Sigma)$ .

2°) Le plan  $\{l(x) = 0\}$  coupe le cône  $\mathcal{C}(\mathcal{M}^+)$  ; il rencontre la nappe spectrale suivant une seule génératrice, correspondant à la longueur d'onde  $\lambda(1)$ , (et coupe aussi le secteur plan des pourpres suivant une génératrice) : le signe de  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  est constant sur chacun des intervalles  $(0,3 ; \lambda(1))$  et  $(\lambda(1) ; 0,8)$  ; les deux plans d'appui de  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  parallèles à  $\{l(x) = 0\}$  rencontrent  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  aux points (distincts de 0 et de  $(1/\pi)\mathcal{E}(\Sigma)$ , si  $\Sigma(\lambda)$  est non nulle et sur tout l'intervalle  $(0,3 ; 0,8)$ , comme c'est le cas pour la rayonnement solaire) :

$$\mathcal{E}_\Sigma[0,3 ; \lambda(1)] = \frac{1}{\pi} \int_{0,3}^{\lambda(1)} \mathcal{E}[\lambda] \Sigma(\lambda) d\lambda$$

$$\mathcal{E}_\Sigma[\lambda(1) ; 0,8] = \frac{1}{\pi} \int_{\lambda(1)}^{0,8} \mathcal{E}[\lambda] \Sigma(\lambda) d\lambda$$

Ces points décrivent chacun un arc de courbe reliant les points 0 et  $\frac{1}{\pi} \mathcal{E}(\Sigma)$ , les deux arcs sont symétriques l'un de l'autre par

rapport au centre de symétrie,  $(\frac{1}{2\pi}) \mathcal{E}(\Sigma)$ , de  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$ . Ces arcs sont des lignes anguleuses sur  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$ , i.e. des lignes où il y a deux demi-plans tangents (formant un "toit") et une infinité de plans d'appui allant d'un plan tangent à l'autre ; en effet pour un  $\lambda_0$  donné, il existe une infinité de directions de plans  $\{l(x) = 0\}$  telles que  $\lambda(1) = \lambda_0$  : ce sont les plans  $\{l(x) = 0\}$ , passant par la génératrice  $\lambda_0$  de la nappe spectrale et rencontrant le secteur plan des pourpres ; les demi-plans tangents au point  $\mathcal{E}_\Sigma[0,3 ; \lambda]$  (ou  $\mathcal{E}_\Sigma[\lambda_0 ; 0,8]$ ) sont portés par les plans limites, parallèles aux plans définis par la génératrice  $\lambda_0$  et les génératrices limites, IR ou UV, de la nappe spectrale.

3°) Le plan  $\{l(x)\} = 0$  coupe le cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  suivant deux génératrices de la nappe spectrale, correspondant aux deux longueurs d'ondes  $\lambda_1(1)$  et  $\lambda_2(1)$  ( $\lambda_1 < \lambda_2$ ) ; les plans d'appuis parallèles à  $\{l(x) = 0\}$  touchent le corps chromatiques aux points :

$$\mathcal{E}[\lambda_1(1) ; \lambda_2(1)] = \frac{1}{\pi} \int_{\lambda_1(1)}^{\lambda_2(1)} \mathcal{E}[\lambda] \Sigma(\lambda) d\lambda$$

$$\mathcal{E}[0,3 ; \lambda_1(1)/\lambda_2(1) ; 0,8] = \frac{1}{\pi} \int_{0,3}^{\lambda_1(1)} \mathcal{E}[\lambda] \Sigma(\lambda) d\lambda + \frac{1}{\pi} \int_{\lambda_2(1)}^{0,8} \mathcal{E}[\lambda] \Sigma(\lambda) d\lambda$$

En effet,  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  change deux fois de signe sur l'intervalle  $(0,3 ; 0,8)$ . Jusqu'ici on a supposé que quel que soit le plan  $\{l(x) = 0\}$ , la fonction  $l(\mathcal{E}[\lambda])$  ne s'annulait que pour des valeurs isolées de  $\lambda$  (au plus 2). Cette condition n'est pas réalisée si on admet que pour  $\lambda \in (0,55 ; 0,8)$  (cf. *supra*) la courbe  $\mathcal{E}[\lambda]$  est sensiblement plane : si donc  $\{l_R(x) = 0\}$  est le plan qui contient l'extrémité de la nappe spectrale, la fonction  $l_R(\mathcal{E}[\lambda])$  s'annule sur l'intervalle  $(0,55 ; 0,8)$ . Par conséquent si  $d(\lambda)$  est une fonction comprise entre 0 et 1 et nulle en dehors de l'intervalle  $(0,55 ; 0,8)$ , le point :

$$\frac{1}{\pi} \int_{0,55}^{0,8} \mathcal{E} \lambda d(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda$$

sera un point de contact du plan d'appui  $\{l_R(x) = 0\}$  avec le convexe  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  : il y a donc une infinité de points de contact. Par des raisonnements analogues à ceux utilisés pour décrire le corps chromatique, on peut montrer que le plan  $\{l_R(x) = 0\}$  touche  $\mathcal{E}_\Sigma(B^+)$  suivant une facette plane ayant un centre de symétrie, et limitée aux deux arcs de courbe :

$$\{\mathcal{E}_\Sigma(\lambda ; 0,8) \mid 0,55 \leq \lambda \leq 0,8\}$$

$$\{\mathcal{E}_\Sigma(0,55 ; \lambda) \mid 0,55 \leq \lambda \leq 0,8\}$$

où  $\mathcal{E}_\Sigma(0,55 ; \lambda)$  représente l'intégrale :

$$\mathcal{E}_\Sigma(0,55 ; \lambda) = \frac{1}{\pi} \int_{0,55}^{\lambda} \mathcal{E}[\lambda] \Sigma(\lambda) d\lambda$$

De même il y a une seconde facette, symétrique de celle-ci par rapport au centre,  $(\frac{1}{2}, \pi)$   $\mathcal{C}(\Sigma)$ , du corps chromatique.

Nous pouvons maintenant décrire le corps chromatique : c'est un convexe, ayant un centre de symétrie, et deux points coniques ; entre ces points il figure une sorte de fuseau dont la surface comprend deux nappes qui se rejoignent suivant deux lignes angulaires ( $\mathcal{C}_\Sigma(0,3;\lambda)$  et  $\mathcal{C}_\Sigma(\lambda;0,8)$ ) allant d'un point conique à l'autre ; les deux nappes ne sont pas courbes dans toute leur étendue, mais elles ont chacune une portion (facette) plane (convexe) au voisinage de l'un ou de l'autre des points coniques.

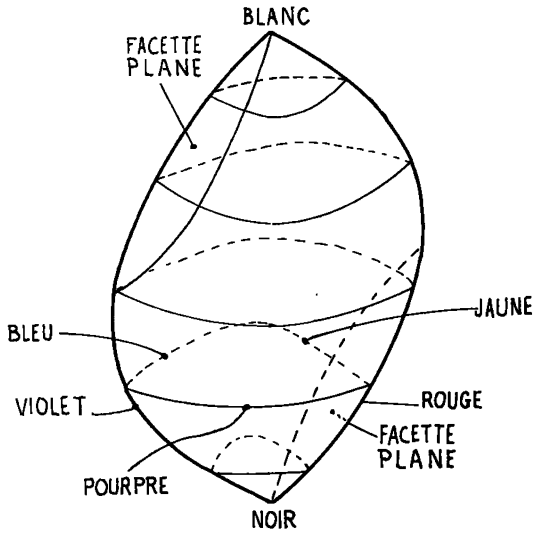


Fig. 15 : Le corps chromatique ; on l'a figuré posé sur son sommet noir, la ligne noir-blanc verticale ; la nappe des pourpres en avant, le vert en arrière ; la facette inférieure est derrière le contour apparent (délimité par des lignes anguleuses) ; seule, la facette supérieure est vue.

*Remarque* : Que toutes les couleurs de la frontière du corps chromatique correspondent à des facteurs de diffusion  $d(\lambda)$  ne prenant pour valeur que 1 ou 0, (soit 1 à l'intérieur de l'intervalle  $(\lambda_1, \lambda_2)$  et 0 en dehors soit le contraire) permet de réaliser ces couleurs très simplement. Au lieu de chercher un colorant dont le facteur  $d(\lambda)$  ait la valeur souhaitée, on éclaire un écran blanc parfaitement diffusant (écran au sulfate de baryum) avec un rayonnement dont certaines radiations (soit celles d'un intervalle, soit celles extérieures à un intervalle) ont été totalement éliminées : pareil rayonnement s'obtient facilement en formant entre deux prismes et deux lunettes (cf. *supra* § 4.2.1, le dispositif expérimental de Stiles) un spectre de rayonnement de brillance  $\Sigma(\lambda) d\lambda$  dont une partie est absorbée par un écran. Un tel dispositif a été utilisé par Hoffmann et col... dans un travail cité plus bas.

4.3.2.2 L'épure du corps chromatique : Pour tracer l'épure du corps chromatique on a calculé sur ordinateur les coordonnées de nombreux points. Le programme du calcul est donné en appendice. Dans ce § , nous nous bornons aux principes géométriques de ce calcul. Commençons par préciser le système d'axes.

On a vu que la définition du corps chromatique dépend du choix de la brillance,  $\Sigma(\lambda) d\lambda$ , du rayonnement éclairant : dans ce qui suit nous supposons que  $\Sigma(\lambda)$  est constant (dans les limites du spectre visible); autrement dit, le rayonnement éclairant sera un blanc de densité énergétique uniforme. Ce choix fait, la droite qui joint le point conique noir du corps chromatique à son point conique blanc, aura pour équations dans le système de la C.I.E. :

$$x = y = z ,$$

et dans le système de Judd (U.C.S) :

$$R = G = 5,5 B ;$$

c'est cette droite que nous prendrons pour son axe vertical. De plus, afin que les différences entre couleurs, (différences mesurées en nombre de seuil), puissent apparaître comme des distances dans un plan horizontal, nous représenterons horizontales les sections du corps chromatique par les plans  $R + G + B = cte.$  on fera donc usage d'un système de trois coordonnées orthogonales :

$$x = \sqrt{3} \left[ G - \frac{5,5}{12} Z \right]$$

$$z = \left[ B - \frac{1}{12} Z \right] - \left[ R - \frac{5,5}{12} Z \right] = B - R + \frac{4,5}{12} Z$$

$$Z = R + G + B.$$

Dans ces formules, on a d'abord fixé la cote  $Z$  ; puis on a retranché des coordonnées  $R, G, B$ , un multiple de la cote  $Z$  afin d'obtenir des combinaisons :  $R' = R - (5,5/12) Z$  ;  $G' = G - (5,5/12) Z$  ;  $B' = B - (1/12) Z$  qui s'annulent sur l'axe vertical choisi ; enfin on a choisi  $X$  et  $Y$  pour que, dans chaque plan horizontal, les distances soient celles correspondant au triangle U.C.S. (cf. § 4.2.4.4).

Il importe donc de prendre une même unité de longueur sur l'axe des  $X$  et l'axe des  $Y$ . Quant à l'axe des  $Z$ , il serait souhaitable de le graduer afin que la distance entre les points figuratifs de deux stimuli quelconques (non nécessairement de même brillance photométrique) fût proportionnelle au nombre de seuils séparant ces stimuli. Mais ici une difficulté se présente. Si on se restreint au seul axe des  $Z$  (lieu des points figuratifs des stimuli gris, atones) la loi de Fechner donné entre  $Z_1$  et  $Z_2$  une distance proportionnelle à  $\text{Log}(Z_1/Z_2)$  : il faudrait donc graduer logarithmiquement l'axe des  $Z$ . En revanche selon l'échelle de Maxwell (échelle définie par Newhall et col., 1943, cités d'après Judd, 1951, p. 847 sqq) la distance sensorielle entre deux stimuli gris, serait proportionnelle à la différence entre les racine carrées des brillances. Les divergences entre auteurs sont d'autant plus grandes que les seuils sensoriels entre stimuli colorés ne sont pas fonction des seuls stimuli mais dépendent de l'état d'adaptation de l'oeil au fond. Nous ne tenterons donc pas de représenter l'ensemble du corps chromatique, avec pour unité de distance le seuil sensoriel ; et laisserons arbitraire la graduation de l'axe des  $Z$ .

Pour tracer l'épure du corps chromatique nous construirons

d'abord les courbes angulaires : puis, à partir de celles-ci, nous construirons quelques sections horizontales. Les courbes angulaires ont pour équation paramétrique en  $\lambda$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} XA(\lambda) = \int_{0,3}^{\lambda} X[\lambda] d\lambda \\ YA(\lambda) = \int_{0,3}^{\lambda} Y[\lambda] d\lambda \\ ZA(\lambda) = \int_{0,3}^{\lambda} Z[\lambda] d\lambda \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} XA'(\lambda) = \int_{\lambda}^{0,8} X[\lambda] d\lambda \\ YA'(\lambda) = \int_{\lambda}^{0,8} Y[\lambda] d\lambda \\ ZA'(\lambda) = \int_{\lambda}^{0,8} Z[\lambda] d\lambda \end{array} \right.$$

Dans ces formules,  $X[\lambda]$ ,  $Y[\lambda]$ ,  $Z[\lambda]$ , désignent, (suivant les notations du § 4.2.4.1), les coordonnées d'un stimulus monochromatique d'énergie unité (unité arbitrairement choisie) dans le système de coordonnées que nous venons de définir ; ces fonctions se calculent à partir des  $x[\lambda]$ ,  $y[\lambda]$ ,  $z[\lambda]$  dont nous avons donné le tableau (tableau 3) d'après Judd.

Rappelons que les coordonnées  $X$  et  $Y$  ont été définies pour que  $\mathcal{E}_{\Sigma}[0,3; 0,8]$ , sommet conique blanc du corps chromatique, ait abscisse et ordonnée nulles. Les deux courbes angulaires ont donc leur origine et leur extrémité sur l'axe  $OZ$  ; et on a vu qu'elles sont symétriques l'une de l'autre par rapport au milieu de leur corde commune.

Par une formule approchée, on calcule les intégrales  $XA(\lambda)$ ,  $YA(\lambda)$ ,  $ZA(\lambda)$ , pour une suite de valeurs de  $\lambda$ , (pour des valeurs en progression géométrique de raison  $50 \text{ \AA}$ , comme dans le tableau de Judd). On peut alors tracer sur l'épure les deux courbes angulaires et à partir d'elles les courbes de niveau du corps chromatique. Mais il est également possible, comme nous allons l'indiquer, de calculer par intrapolation les coordonnées d'un grand nombre de points.

On détermine d'abord une suite de 100 points anguleux dont les cotes soient en progression arithmétique ; si on note  $\lambda(J)$ , ( $J = 1, \dots, 100$ ), les paramètres correspondant à ces points, on aura :

$$ZA(\lambda(J)) = (J/100) ZA(0,8),$$

(où  $ZA(0,8)$  est la cote du sommet blanc. On a alors, pour tout entier  $J_2 < 100$ , les coordonnées de 100 points de la courbe de niveau de cote  $(J_2/100) \times ZA(0,8)$ . Ces points se répartissent en deux groupes (cf. § 4.3.2.1, 3°) :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = XA(\lambda(J)) - XA(\lambda(100 - J_2 + J)) \\ Y = YA(\lambda(J)) - YA(\lambda(100 - J_2 + J)) \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} J = 0, \dots, J_2 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X = XA(\lambda(J_2 + J)) - XA(\lambda(J)) \\ Y = YA(\lambda(J_2 + J)) - YA(\lambda(J)) \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} J = 0, \dots, 100 - J_2 \end{array} \right\}$$

Chaque groupe correspond à un arc dont les extrémités sont les deux points anguleux de la courbe de niveau considérée.

Sur l'épure on trace une famille de courbes de niveau ; afin de repérer les longueurs d'onde dominantes on figure en pointillé la base du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  dans le plan de cote  $ZA(0,8)/4$ .

4.3.2.3 *Un exemple d'atlas* : En bref, l'atlas de Rabkin (1956) est un livre dont chaque page correspond à une tonalité. Rappelons que les classes de couleur de même dominante  $\lambda$  (ou de même dominante complémentaire  $\lambda'$ ) sont les sections du corps chromatique par les demi-plans limités à  $OZ$ . On a figuré quelques unes de ces sections. Le bord en est un arc convexe, joignant l'origine (sommet noir) au sommet blanc du corps chromatique. Si la section est définie par une dominante  $\lambda$  extérieure à l'intervalle  $(0,49\mu ; 0,57\mu)$ , (i.e., cf. § 4.3.1.2, si  $\lambda$  a un complémentaire dans le spectre et non dans les pourpres), le bord présente un point anguleux; quand  $\lambda$  tend vers  $0,49$  ou  $0,57$  (resp. vers une extrémité, rouge ou violette, du spectre visible le

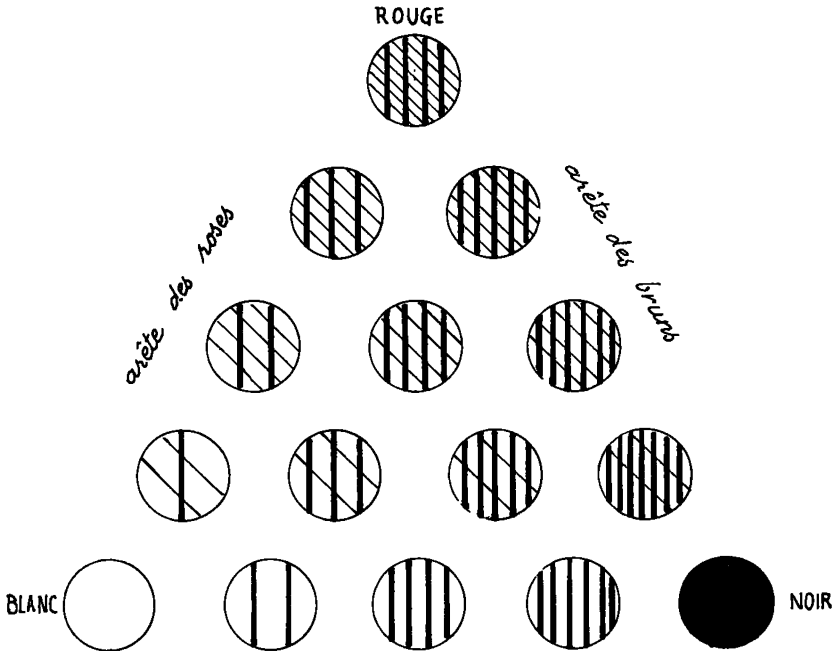


Fig.16 : Disposition des planches de Rabkin (on a figuré ici 15 disques et non 55 comme dans l'atlas); les hachures verticales épaisses marquent, de gauche à droite l'extinction de l'intensité lumineuse; les hachures fines obliques symbolisent la tonalité rouge qui décroît du sommet à la base.

point anguleux tend vers le sommet blanc du corps chromatique (resp. vers l'origine). Sur le bord, au voisinage de l'origine, on a des couleurs d'une pureté voisine de 1, car le corps chromatique admet  $\mathcal{C}(M^+)$  pour cône tangent à l'origine : mais ces couleurs n'en présentent pas moins l'apparence du noir : on dit qu'il s'agit d'une teinte *rabattue*. Au voisinage du sommet blanc, au contraire, on dit qu'on a des teintes *lavées*. L'impression de couleur la plus intense correspond, approximativement au point le plus éloigné de l'axe  $OZ$ . (Pour une détermination expérimentale précise du point de coloration le plus intense, nous renverrons à Hoffmann et col.).

On comprend maintenant la disposition de l'atlas de Rabkin.

L'auteur a fait choix de douze tonalités fondamentales. A chacune de celles-ci correspond une planche où 55 disques colorés sont en triangle (cf. fig. 16) au sommet est la teinte la plus intense C ; à la base, de gauche à droite, sont les gris du blanc B au noir N ; la coloration d'un disque est d'autant plus intense qu'il est plus éloigné de la base, d'autant plus rabattue (resp. lavée) qu'il est plus à droite (resp. gauche). Dans une deuxième série de planches, l'atlas donne une échelle qui reproduit avec plus de nuances (36 au lieu de 19) les côtés BC et CN du triangle.

Ainsi, un triangle de l'atlas correspond à une section du corps chromatique par un demi-plan limité à OZ. A quelques différences près cependant. On a vu (4.3.1.3) que les couleurs d'une même tonalité n'ont pas exactement même dominante spectrale. C'est pourquoi dans le triangle de la C.I.E. (cf. figure 9) les points  $(\bar{x}, \bar{y})$  dont les coordonnées sont celles des stimuli d'une même page, se placent, non sur un segment de droite, mais sur un arc de courbe issu du blanc. De plus, les encres utilisées par l'imprimeur n'ont pas des coefficients de diffusion  $d(\lambda)$  discontinus et égaux à 1 sur un intervalle du spectre, à 0 en dehors (ou vice-versa) :  $d(\lambda)$  est une fonction continue qui ne dépasse pas 0,85 (cf. Rabkin, fig. 7, p. 15) : on n'atteint donc pas les frontières du corps chromatique. (Au contraire, on réalise sans peine les couleurs frontalières à l'aide d'un dispositif à prismes, cf. § 4.3.2.1, Remarque).

En vue des mesures quantitatives, (par comparaison d'objets colorés aux planches de l'atlas), Rabkin donne de chaque tache colorée, les cinq paramètres suivants : coordonnées  $(\bar{x}, \bar{y})$  (de la C.I.E.) ; pouvoir diffusant  $\rho$  (i.e. brillance photométrique diffusée par la tache colorée mesurée en % de celle que diffuserait un écran au sulfate de baryum) ; longueur d'onde dominante  $\lambda$  (ou dominante complémentaire  $\lambda'$ ) ; pureté colorimétrique P% (il s'agit de la pureté colorimétrique,  $p_y$  définie au § 4.3.1.2). C'est là une caractérisation complète, mais redondante : en effet  $(\bar{x}, \bar{y})$  indique sur quelle demi-droite issue de l'origine se trouve le point figuratif C de la couleur ;  $\rho$  donne le rapport de la coordonnée  $y$  de C à celle  $y_B$  du sommet blanc du corps chromatique ; les coordonnées de C sont donc :

$$y = y_B \cdot \rho / 100 ; x = y \cdot \bar{x} / \bar{y} ; z = y(1 - \bar{x} - \bar{y}) / \bar{y} ;$$

et de  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  on déduit  $\lambda$  et  $p_y$ , si l'on connaît la base du cône  $\mathcal{C}(M^+)$  paramétrée en longueur d'onde (cf. fig. 9).

Il faut toutefois noter que si l'on ne dispose pas d'une source blanche de densité spectrale uniforme, les mesures faites par comparaison avec l'atlas ne seront pas exactes : en effet l'égalité de couleur des deux surfaces, de pouvoir diffusant  $d_1(\lambda)$ ,  $d_2(\lambda)$  sous un rayonnement de brillance photométrique  $\Sigma(\lambda) d\lambda$ , équivaut, on l'a dit, à la  $\mathcal{E}$ -équivalence :

$$\mathcal{E}(d_1(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda) = \mathcal{E}(d_2(\lambda) \Sigma(\lambda) d\lambda) ;$$

or cette relation dépend de  $\Sigma$  (si on change de source éclairante les deux surfaces peuvent ne plus paraître également colorées...).

Avant d'en terminer avec l'atlas, quelques mots pour ceux qui ne l'ont pas encore feuilleté. Les teintes lavées ne réservent aucune surprise, non plus que les teintes rabattues du rouge, du vert, du bleu, du violet et du pourpre... Mais on a de la peine d'abord à situer par rapport aux couleurs pures du spectre le brun chocolat, le vert olive et le vert wagon, qui sont respectivement les teintes rabattues de

l'orange, du jaune d'or et du jaune.

4.3.3 Anomalie de la vision des couleurs : La relation d'équivalence chromatique varie de sujet à sujet (et c'est pourquoi les coordonnées des stimuli correspondent à un observateur moyen défini par convention). Si la plupart des sujets n'ont entre eux que des différences minimes, imperceptibles en dehors des expériences de laboratoire, certains individus s'écartent, au contraire, assez de la moyenne pour confondre ou ne séparer qu'avec peine des couleurs que distingue le langage courant.

4.3.3.1 Une théorie simplifiée de la vision des couleurs : Chez tous les sujets, l'équivalence chromatique satisfait sur un vaste domaine aux axiomes (A), (H), (S), (C) (cf. § 4.2.2) ; l'ensemble des classes d'équivalence de stimuli est donc un cône convexe  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  dans un espace vectoriel  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$ . Quand, de plus l'axiome (D<sub>3</sub>) est vérifié,  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  est de dimension 2 :  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  est alors un angle plan séparé en deux couleurs par la demi-droite des blancs, c'est le dichromatisme. Quand enfin  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  est de dimension 1 :  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  est une demi-droite : les stimuli lumineux ne sont distingués que suivant leur intensité, il n'y a plus de vision des couleurs, c'est l'achromatopsie. On range donc d'abord les sujets normaux en trois classes : trichromates anormaux, dichromates et achromates. Nous avons dit plus haut (§ 4) que la rétine est tapissée de cônes et de batonnets : ceux-ci intervenant seuls dans la vision crépusculaire (§ 4.1.2) achromatique, ceux-là jouant un rôle prédominant dans la vision photopique. Une première cause d'achromatopsie sera donc le non fonctionnement des cônes : le sujet ainsi affecté a une faible acuité visuelle semblable à celle qu'a, au crépuscule, un sujet normal. Une deuxième cause d'achromatopsie est que les impressions sensibles recueillies par les cônes ne soient pas distinguées suivant la place des stimuli dans le spectre, mais seulement suivant la seule dimension d'intensité : l'acuité visuelle peut alors être normale, à ceci près que le sujet ne distinguera pas un objet coloré placé sur un fond gris de même pouvoir diffusant...).

Quant aux sujets qui distinguent, peu ou prou, les couleurs, on admet aujourd'hui qu'ils le doivent à ce que les cônes de leur rétine se rangent en plusieurs classes.

A un stimulus rayonnant, un cône donne une réponse simple, suite d'impulsions nerveuses qui en elle-même n'apporte pas d'information sur la couleur : mais la vigueur de la réponse (le nombre d'impulsions émises par unité de temps) est une fonction de la brillance énergétique spectrale du stimulus, qui dépend de la classe T (cf. § 4) :

$$r_T(B) = \int X_T(\lambda) B(\lambda) d\lambda.$$

Une théorie simple, qui remonte en substance à Helmholtz, se présente naturellement ici. Avec trois types (T = 1, 2, 3) de cônes dont les réponses soient transmises par des fibres distinctes, on a pour chaque stimulus une réponse vectorielle tridimensionnelle,  $(r_1, r_2, r_3)$  :  $r_1, r_2, r_3$  sont les coordonnées naturelles du quotient  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  ; et, chaque stimulus B évoquant une réponse positive ou nulle de chaque cône,  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  est inclus dans le trièdre, ensemble des points dont les trois coordonnées sont positives. Chez les trichromates anormaux, la caractéristique spectrale de sensibilité de l'un au moins des types est altérée. Chez les dichromates l'un des types est absent : la réponse est donc bidimensionnelle, (soit  $r_1, r_2$ ), soit  $(r_2, r_3)$ , soit



$(r_3, r_1)$ . Connaissant le cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  des trichromates normaux, et les relations d'équivalence  $\mathcal{E}'_i$  de divers dichromates, il doit être possible de mettre en place dans l'espace  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  les trois plans de coordonnée  $(r_1 = 0)$ ,  $(r_2 = 0)$ ,  $(r_3 = 0)$ . Ainsi, on aura déterminé, (à un coefficient de proportionnalité près), les caractéristiques de réponses  $\chi_T(\lambda)$ . Si (en utilisant le système de la C.I.E.) :

$$r_T = \alpha_T x + \beta_T y + \gamma_T z,$$

on devra avoir :

$$\chi_T(\lambda) = \alpha_T x[\lambda] + \beta_T y[\lambda] + \gamma_T z[\lambda].$$

Nous allons ébaucher la réalisation de ce programme : mais, tout en reconnaissant, de façon à peu près certaine, des maillons du système de vision des couleurs, nous verrons que la structure de ce système (encore incomplètement analysée), ne peut être que plus complexe que nous ne l'avons supposé d'abord.

4.3.3.2 Représentation géométrique dans  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  du système d'un dichromate : Judd (1951, p. 828) souligne que "an important characteristic of dichromatic vision is that metameric pairs set up for normal vision are also equivalent stimuli for the dichromat". Autrement dit, si on note  $\mathcal{E}'$  la relation d'équivalence chromatique d'un dichromate, on a :

$$(\mathcal{E}(B_1) = \mathcal{E}(B_2)) \Rightarrow (\mathcal{E}'(B_1) = \mathcal{E}'(B_2)) ;$$

L'équivalence  $\mathcal{E}'$ , tout comme l'équivalence  $\mathcal{E}$  relative à un observateur normal, satisfait aux axiomes de linéarité ; on peut donc (cf. § 3.2) considérer les noyaux  $N(\mathcal{E}')$  et  $N(\mathcal{E})$ , (sous-espaces vectoriels de  $\mathcal{M}$  lieu des mesures équivalentes à zéro) : l'implication ci-dessus se traduit alors :

$$N(\mathcal{E}) \subset N(\mathcal{E}').$$

Notons  $N'$  le sous-espace image dans  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  du noyau  $N(\mathcal{E}')$  :

$$N' = \mathcal{E}(N(\mathcal{E}')),$$

Deux stimuli  $B_1$  et  $B_2$  sont  $\mathcal{E}'$ -équivalents si et seulement si :

$$\mathcal{E}(B_1) - \mathcal{E}(B_2) \in N'.$$

Le quotient  $\mathcal{M}/\mathcal{E}'$  s'identifie donc au quotient de  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  par le sous-espace  $N'$ . Puisque  $\mathcal{E}'$  est la relation d'équivalence d'un dichromate,  $\mathcal{M}/\mathcal{E}'$  est de dimension 2 ; le noyau  $N'$  est donc un sous-espace vectoriel de dimension 1, (une droite passant par l'origine) de l'espace de dimension 3:  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$ .

D'après l'axiome (S) on a dans  $\mathcal{M}$  (cf. § 3.2) :

$$\mathcal{M}^+ \cap N(\mathcal{E}') = \{0\}.$$

On a donc dans le quotient  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  de  $\mathcal{M}$  par le sous-espace  $N(\mathcal{E})$  inclus dans  $N(\mathcal{E}')$  :

$$\mathcal{E}(\mathcal{M}^+) \cap N' = \{0\} ;$$

la droite  $N'$  ne pénètre pas à l'intérieur du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$ .

Deux points  $C_1$  et  $C_2$  du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  sont  $\mathcal{E}'$ -équivalents si et seulement si la droite  $C_1 C_2$  est parallèle à  $N$ . Les points  $C_1$  et  $C_2$  ont dans  $\mathcal{E}/\mathcal{M}'$  des images sur une même demi-droite issue de l'origine, si et seulement si  $C_1$  et  $C_2$  sont dans un même demi-plan de frontière  $N'$ . Pour l'équivalence  $\mathcal{E}'$  deux stimuli de classes  $C_1$  et  $C_2$  respectivement ont alors même couleur mais ils peuvent différer par l'intensité lumineuse. Les couleurs pour  $\mathcal{E}'$ , forment un éventail qui correspond au dièdre des demi-plans limités à  $N'$  et rencontrant  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  (il s'agit bien d'un dièdre, car, on l'a vu plus haut,  $N'$  ne pénètre pas à l'intérieur de  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$ ). Au milieu de l'éventail est le demi-plan défini par le blanc  $\mathcal{E}(B_0)$  : tout stimulus  $B$  qui pour le sujet normal a sa classe  $\mathcal{E}(B)$  dans ce demi-plan est blanc (ou gris) pour la relation  $\mathcal{E}'$ . Les demi-plans frontières du dièdre correspondent aux deux complémentaires dont l'opposition est tout ce que connaît le dichromate. Dans un plan de  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  ne passant pas par l'origine, les demi-plans limités par  $N'$  ont pour trace des demi-droites toutes concourantes au point d'impact de la droite  $N'$  : dans la base de  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  ces demi-droites découpent des segments, qui correspondent aux couleurs de l'équivalence  $\mathcal{E}'$ . Sur la figure 17 nous donnons d'après Judd (p. 844, fig. 12) les éventails de deux types de dichromates : comme dans la figure 9, la base du cône  $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$  est inscrite dans le diagramme trichromatique de la C.I.E. . On le voit protanope et deuteranope confondent en une seule couleur le rouge, le vert et le jaune, auxquels ils opposent le violet ; le bleu-vert ( $\lambda = 0,495\mu$ ) leur paraît incolore. Mais les deux types se distinguent quant à l'efficacité lumineuse des diverses radiations ; nous reviendrons sur ce point.

#### 4.3.3.3 Classification des dichromates et théorie de la vision nor-

male : Selon le modèle proposé au § 4.3.3.1, il n'y a que trois positions possibles de la droite  $N'$  :  $N'$  doit être l'un des axes de coordonnées du système  $(r_1, r_2, r_3)$ . Si par exemple, les cônes de type 1 sont absents, le sujet ne fait à un stimulus qu'une réponse bidimensionnelle  $(r_2, r_3)$  ; les stimuli de l'axe des  $r_1$  (droite  $r_2 = r_3 = 0$ ) ne sont pas perçus ; cet axe est le noyau  $N'$ ). On connaît en effet trois types principaux de dichromates (nous laissons de côté les tétartanopes, que certains placent entre les tritanopes et les achromates...) : les protanopes (cf. fig. 17), dont la droite  $N'$  est très voisine de l'extrémité rouge de la nappe spectrale ; les deuteranopes, (cf. fig. 17) dont la droite  $N'$  a pour équation, (dans le système de la C.I.E.),  $z = y = 0$  ; les tritanopes dont la droite  $N'$  est très voisine de l'extrémité violette de la nappe spectrale. Dans le système de la C.I.E., les trois droites  $N'$  déterminent trois plans dont les équations s'obtiennent en annulant l'une des trois formes :

$$y ; (-0,46 x + 1,36 y + 0,1 z) ; z.$$

Postulons que les réponses  $r_1, r_2, r_3$  sont respectivement proportionnelles à ces trois formes : la protanopie (resp. deuteranopie, resp. tritanopie) pourra s'interpréter comme l'absence ou le non-fonctionnement des cônes de type 1 (resp. 2, resp. 3).

Avant d'en venir aux difficultés, citons quelques phénomènes qui corroborent cette théorie.

Du jaune au rouge (e.g. à partir de  $0,55\mu$ , cf. § 4.2.3.2), la

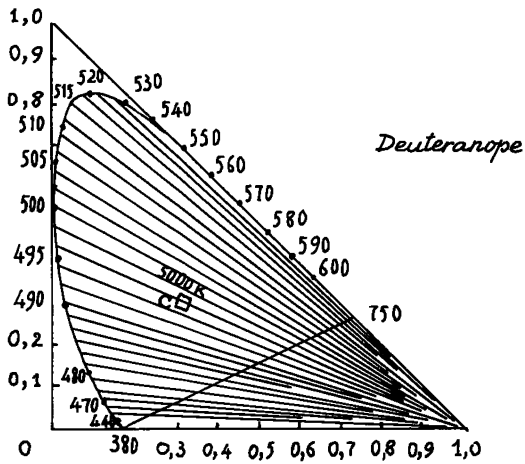
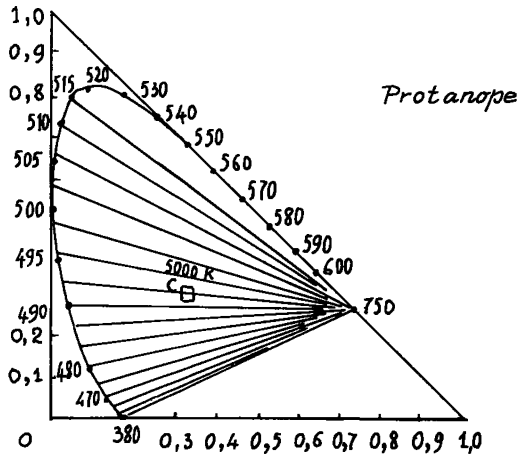


Fig.17: éventail des couleurs pour un protanope et un deuteranope ; (la base de  $\mathcal{E}(M^+)$  dans le plan  $x_y = 1$  est rapportée aux coordonnées  $x$  et  $y$  de la C.I.E.) ; d'après Judd, p.844, fig 12.

nappe spectrale peut être supposée rigoureusement plane ; (et le plan ainsi défini a été choisi pour plan  $z=0$  par la C.I.E., cf. § 4.2.3.4). L'ensemble des stimuli qui sont des mélanges de radiations de longueur d'onde supérieure à  $0,55\mu$  produit donc sur un sujet des impressions sensibles situées dans un continuum bidimensionnel. Dans le modèle théorique, cela s'explique simplement, si on suppose qu'un certain type de cône est totalement insensible aux radiations de longueur d'onde supérieure à  $0,55\mu$ . La réponse de ce type sera proportionnelle à une forme linéaire (coordonnée) sur  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$ , qui ne peut être que  $z$ . On retrouve ici la nécessité d'introduire le type appelé ci-dessus : type 3.

Chez un dichromate, comme chez un sujet normal, l'équivalence chromatique  $\mathcal{E}'$  de deux stimuli entraîne, *a fortiori*, leur équivalence lumineuse  $\mathcal{L}'$ . On peut donc compléter l'inégalité écrite ci-dessus (§ 4.3.3.2) :

$$N(\mathcal{E}) \subset N(\mathcal{E}') \subset N(\mathcal{L}')$$

Notons  $\mathcal{P}'$  l'image dans  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  du noyau  $N(\mathcal{L}')$  :  $\mathcal{P}'$  sera un plan contenant la droite  $N'$ . Soit  $r'$  une forme linéaire, (sur l'espace  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$ ), s'annulant sur le plan  $\mathcal{P}'$  : pour le dichromate, la brillance photométrique d'un stimulus  $B$  pourra être mesurée par la valeur de la forme linéaire  $r'$  au point  $\mathcal{E}(B)$ . Dans le plan  $\mathcal{M}/\mathcal{E}'$  la droite  $\mathcal{M}/\mathcal{L}'$ , (qui est aussi l'image du plan  $\mathcal{P}'$  dans  $\mathcal{M}/\mathcal{E}'$ , considéré comme quotient de  $\mathcal{M}/\mathcal{E}$  par le sous-espace  $N'$ ), jouera le même rôle que l'alychne pour le sujet normal.

Chez le deuteranope et le tritanope, la réponse à un stimulus lumineux a deux composantes, dont l'une a été identifiée avec la coordonnée  $r_1 = y$ . Or l'expérience montre que pour le deuteranope et le tritanope, l'équivalence lumineuse  $\mathcal{L}'$  coïncide avec celle,  $\mathcal{L}$ , du sujet normal. Le plan  $\mathcal{P}'$  n'est autre que l'alychne. Tout se passe comme si la composante  $r_1$  apportait l'impression d'intensité lumineuse, tandis que  $r_2$  et  $r_3$  ne serviraient qu'à distinguer les couleurs : ainsi à l'extrémité violette du spectre, si seul  $r_3$  est positif l'efficacité lumineuse des radiations tend à devenir négligeable vis-à-vis de leur efficacité chromatique (qui, toutefois, cf. § 4.3.1.3, tend elle aussi vers zéro).

Mais considérons le cas du protanope : chez lui la réponse  $r_1$  est absente, et pourtant il voit la lumière ! Le noyau  $N'$  étant voisin de la limite rouge du spectre, ce dichromate est peu sensible aux radiations rouges. Non seulement, comme le deuteranope il ne distingue pas la couleur rouge du vert, mais encore de deux stimuli, l'un rouge l'autre vert, qui à un sujet normal (ou un deuteranope) paraissent également lumineux, ce protanope jugera le rouge beaucoup plus obscur. Approximativement, le plan  $\mathcal{P}'$  est le plan  $\{r_2 = 0\}$  ; la brillance photométrique du protanope est la coordonnée  $r_2$ .

Les faits exposés suggèrent que les trois réponses  $r_1, r_2, r_3$  ont, à un niveau ou à un autre, une existence physiologique réelle. Mais d'une part l'impression de lumière est liée à la fois à  $r_1$  (sujets normaux et deuteranopes) et à  $r_2$  (protanopes) ; d'autre part, en l'absence de  $r_2$ , (chez le deuteranope), l'impression de lumière est normale. L'impression de lumière n'est donc pas une combinaison linéaire de  $r_1$  et de  $r_2$  : elle est normalement proportionnelle à  $r_1$  ; et, à défaut de  $r_1, r_2$  peut la produire. Ces effets, non-linéaires, nécessitent des systèmes complexes de connexions nerveuses (cf. Judd, 1951, pp 883 sqq ; et *infra*, §§ 4.3.3.4, 6).

Or il faut rendre compte non-seulement des diverses formes de l'équivalence chromatique et de l'équivalence lumineuse, mais aussi

des descriptions de couleurs que donnent les rares sujets dichromates d'un œil, trichromates de l'autre. D'où de nouvelles difficultés, dont voici un exemple : si l'on postule l'existence d'impulsions nerveuses liées au rouge, le deuteranope unilatéral ne devra-t-il pas, de son œil anormal, voir le rouge comme il le voit de son œil normal ? Mais d'après Müller (1924), il le voit en jaune...

Nous ne tenterons donc pas de décrire les avatars de l'information optique de la rétine jusqu'au cortex. Et, pour nous en excuser, nous citerons ce jugement que porte Judd sur la théorie de Müller : *'It takes at least qualitative account of nearly every known visual phenomenon and is noteworthy on that account alone. Its structure, based partly on conjecture is formidable, and many aspects of it are implausible'*.

4.3.3.4 Diagnostic des anomalies : Toute aberration du sens chromatique est communément appelée daltonisme. En effet, l'illustre Dalton était dichromate et il fut le premier à donner une description précise de l'anomalie dont il se trouvait affecté. A lire son observation princeps (cf. e.g. Blum et Schaff, 1930, p. 8) on s'étonne que seule une circonstance fortuite, (des recherches de botaniques), lui ait révélé ce qu'il décrit ainsi : "Mon jaune contient le rouge, l'orangé, le jaune et le vert de tout le monde. Mon bleu se confond tellement avec le violet, que je ne reconnais là qu'une seule et même couleur. La partie du spectre qu'on appelle rouge me semble à peine quelque chose de plus qu'une ombre ou qu'une absence de lumière..." Nombreux sont autour de nous les daltoniens (environ 8% des hommes, mais seulement 4% des femmes...) mais beaucoup d'entre eux (cf. Blum et Schaff, p. 28) "arrivent à désigner les couleurs d'une façon assez précise, lorsqu'il s'agit d'objets qui leurs sont connus ou lorsqu'ils sont à même d'apprécier les différences d'intensité et de clarté ou encore lorsqu'il s'agit de grandes surfaces...". Cette aptitude surprenante des daltoniens, on peut en donner en peu de mots de multiples explications.

(a) La plupart des objets communs ont des qualités de surface qui, corrélées avec la couleur, sont perçues comme un tout (cf. § 4) que le daltonien peut reconnaître et nommer du même nom de couleur que le trichromate normal.

(b) Le sujet normal qui (selon Judd, 1951, p. 829) est tritanope pour les stimuli quasi ponctuels (moins de 10' de diamètre) et deuteranope à la périphérie du champ visuel n'en a pas moins des impressions de couleur homogène, (sauf dans des conditions expérimentales particulières).

(c) Beaucoup de daltoniens ne sont pas des dichromates, mais des trichromates anomaux : on dit qu'ils sont protanomaux, tritanomaux, tétartanomaux, selon qu'ils se rapprochent le plus, respectivement, des protanopes, deuteranopes, tritanopes, tétartanopes... Les mécanismes de la vision des couleurs, la tritanopsie aux stimuli quasi ponctuels le confirme, dépendent non seulement des sommations linéaires d'influx nerveux, mais d'interactions d'ordre supérieur entre influx provenant de divers points de la rétine : un réseau plus ou moins faible d'interaction subsiste chez les sujets anomaux, et leur permet de différencier d'autant mieux les couleurs que celles-ci restent uniformes sur une plus grande portion du champ visuel.

Mais quelles que soient les ressources des daltoniens pour compenser leur infirmité, mieux vaut, dans notre monde balisé de feux rouges et de feux verts, (objets peu étendus qu'aucune différence de matière ne sépare) ne pas attendre l'accident pour faire un diagnostic ! Sans disposer d'un appareil aussi précis que celui de Stiles (cf. § 4.2.1), il est possible de déceler très simplement les anomalies du sens chromatique. On a notamment pour cela des atlas

\* mais que leur position distingue toutefois.

pointillistes (les plus fameux sont dus au japonais Ishiara), dont chaque page est une mosaïque de petites taches colorées : selon sa relation d'équivalence chromatique le sujet organise ces points en différents dessins (e.g. le protanope fera un 3 en réunissant un arc de points bruns à un arc de points rouges...). On imagine quel trésor d'ingéniosité il faut dépenser pour étudier le sens chromatique non seulement de sujets honnêtes, mais aussi de simulateurs...

## INDEX RERUM

## A

(A) : Axiome d'additivité	3.2
Absorption	2.1, 2.3.6
Achromatopsie	4.3.3.1
Adaptation (cf. Purkinje, fond, zéro)	
Alychne	4.2.3.2, 4.2.4.2
Anomalies de la vision	4.3.3, 4.3.3.4
Apostilb	4.1.4
Atlas des couleurs	4.3.2
Axiomes (A), (C), (M) etc. voir ces lettres	
Axiomes de Grassman (Cf. A et H)	4.2.2

## B

Base (cf. $\mathcal{R}$ -, $\mathcal{E}$ -)	4, 4.1.1., 4.1.2, 4.2.2
Batonnets	4.1.4
Bougie	2.4.6
Brillance (mesure de la)	2.3.2,
Brillance énergétique spectrale	4.1, 4.1.4,
Brillance énergétique spectrale (distribution de)	2.3.2
Brillance photométrique (ou lumineuse)	4.1, 4.1.4, 4.2.3.1

## C

(C) : Axiome de continuité	3.4
Candela	4.1.4
Changeante (couleur)	4
Cm <sup>2</sup> -stéradian	2.3.3
Complémentaire	4.3.1.1, 4.3.1.2
Cône (convexe, strict...)	3.1... , 4.2.3.2...
Cônes (rétiniens)	4.1.1, 4.1.2, 4.2.2
Coordonnées locales	2.3.3
Coordonnées sur un quotient	3.3, 3.4, 3.5, 4.2.3.1, 4.2.4
Corps chromatique	4.3
Corps noir (rayonnement du)	2.4.4,
Crépusculaire	4, 4.1.2, 4.1.3

## D

Daltonisme	4.3.3.4
Désaturant	4.2.1, 4.3.1.3
Deutéranomax	4.3.3.4 (C)
Deutéranope	4.3.3.2
Dichromate	4.3.3.1, 4.3.3.2, 4.3.3.3, 4.2.4.5
Diffusant	2.4.3, 4.2.1, 4.3.2
Diffusion	2.1
Dimension (d'un quotient)	3.3, 4.2.3.4
(D <sub>n</sub> ) : Axiome de la dimension n	3.3
Dominante (ext. complémentaire)	4.3.1.2, 4.3.1.3

*E*

Eclairement	4.1.4
Effet Purkinje	4.1.2, 4.1.3
Effet Stiles-Crawford	2.5.3
Élément de volume (sur l'espace des droites)	2.3.3, 2.3.4
Emission	2.1
Engendre (en algèbre)	3.1
Epure (du corps chromatique)	4.3.2.2
Équivalence linéaire	3.2
Équivalence non-linéaire	4.2.3.4
Espace muni d'un cône	3.1
Espace de Riez	3.1
Étalon (lampe ou source)	4.3.1, 4.1.4

*F*

Facette	4.3.2.2
Filtre	2.3.6, 4.2.4.2
Flux	2.3
Flux lumineux	4.1.4
Flux dans l'oeil	2.5.2
Fond (adaptation)	4.3.1.3
Fondamentale (grandeur)	4.1.4
Foot-Lambert (foot-candela)	4.1.4
Formule de Planck	2.4.4
Fusion (cf. photomètre à papillotage)	4.1.1

*G*

Génératrice extrémale	4.2.3.2
Gestaltiste	4.1.3

*H*

(H) : Axiome d'homogénéité	3.2
----------------------------	-----

*I*

Illuminance (angl.)	4.1.4
Infrarouge	4.2.2
Intensité	4, 4.1.4
Intensité énergétique spectrale (et distrib. de)	2.4.1

*L*

Lambert	4.1.4
Lavée (teinte)	4.3.2.3
Loi de Bloch et Bunsen-Roscoe	2.5.4
Loi de Descartes	2.3.5
Loi de Lambert	2.4.4,
Loi de Ricco	
Luisant	4
Lumen	
Lux	

*M*

Matière (Impression de)	4
Métamérie	4
Métrieque (des couleurs)	4.2.4.4

## N

Nappe spectrale	4.2.3.2
Nit	4.1.4
Niveau (puissance transportée à un)	2.3.2

## O

Observateur normal	4.1.1
Oeil (absorption de I')	2.5.3, 2.5.2
Oeil réduit de Listing	2.5.1

## P

Partie positive (négative)	3.1
Phot	4.1.4
Photomètre à papillotage	4.1.1
Photométrie	4
Photométrique (voir brillance)	
Platine incandescent	4.1.3, 4.1.4
Pourpre	4.2.32...
Primaires (réels, virtuels)	
Principe de Fermat	2.3.5
2-ème principe de la thermodynamique	2.4.5
Prismatique	4.3.1.1
Propagation	2.3, 2.3.6
Protanomaux	4.3.3.4 (C)
Protanope	4.3.3.1, 4.3.3.2
Pupille	2.5.2, 2.5.3, 4.1.2, 4.2.1
Pureté	4
Pureté (colorimétrique, d'excitation...)	4.3.1.2, 4.3.1.3

## Q

Quasi-monochromatique	3.5 (3°)
-----------------------	----------

## R

Rabattue (teinte)	4.3.2.3
Rayon	2.3.2
Rayonnement	2
Réflexion	2.1
Réflexive	3.5
Réfraction	2.1
Relation d'équivalence	3.1, 3.5
Relation expérimentale	3.5
Relation de Lagrange-Helmoltz généralisée	2.3.5,
Rétinienne (Stimulation)	1, 4, 4.1.1, 4.1.2

## S

(S) : Axiome	3.2
Saturation	4, 4.3.1.3
Scotopique (cf. crépusculaire)	4.1.2...
Seuil (chromatique)	1, 4.1.1, 4.2.4.4, 4.2, 4.5, 4.3.2.2
Sources	2.4, 4.1.4
Sources étendues	2.4.2, 2.4.3, 2.4.4, 2.4.5
Sources ponctuelles	4.2.1, 4.3.2.1
Spectre	2.3.3
Stéradian	4.1.4
Stilb	2.5.5
Stimuli (schéma simple des)	2.5.4
Stimuli ponctuels ou instantanés	4.2.1, 4.3.2.1
Sulfate de Baryum (écran au)	3.5
Symétrique (relation)	



## T

Ton	4, 4.3
Totalité (principe de)	4.1.3
Transmission	2.3.6, 4.2.4.2
Triangle de Maxwell	4.2.4.3
Trichromate	4.3.3.1
Tritanomaux	4.3.3.4
Tritanope	4.3.3.3
Troland	4.1.4

## U

(U) : Axiome d'unidimensionalité	3.3
U.C.S. : système de Judd	4.2.4.4
Ultraviolet	4.2.2
Unités de mesure photométriques	4.1.4

## V

Vibre (couleur qui)	4
---------------------	---

## W

Watt par $\text{cm}^2 \times \text{stéradian}$	2.2, 2.3.2, 2.3.3, 2.4.2
--	--------------------------

## Z

Zéro (instrument de)	4.2.2
----------------------	-------

## INDEX NOMINUM

Adams	4	Lagrange	2.3.5, 2.3.6
Bartly	2.5.3, 4.1.4	Lambert	2.4.4, 4.1.4
Bloch	2.5.4	Listing	2.5.1, 2.5.2
Blum	4.3.3.4	Maxwell	4.2.1, 4.2.4.3, 4.2.4.4
Bourbaki	3.1	Müller	4.3.3.3
Bourdon	4	Munsell	4.3.2.2
Buffon	2	Newhall	4.3.2.2
Bunsen	2.5.4	Newton	4.2.1, 4.2.2, 4.3.1.1
Crawford	2.5.3	Nickerson	4.3.2.2
Dalton	4.3.3.4	Parra	4.2.4.5
Darmois	2	Planck	2.1, 2.4.4
Descartes	2.3.5	Purkinje	4.1.2, 4.1.3
Dresler	4.1.2	Rabkin	4.2.4.3, 4.3.2...
Ferencz	1.4.2	Ricco	2.5.4
Fermat	2.3.5	Riesz	3.1
Grassman	4.2.2	Roscoe	2.5.4
Helmutz	2.3.5, 2.3.6, 4.3.3.1	Schaff	4.3.3.4
Hoffmann	4.3.2.1, 4.3.2.3	Schrödinger	4.2.4.4
Ishihara	4.3.3.4	Shepard	4.2.4.4
Judd	1, 2.5.4, 4, 4.1.1, 4.1.3, 4.1.4, 4.2.1, 4.2.2, 4.2.4.3, 4.2.4.4	Stiles	1, 2.5.3, 4, 4.2.1, 4.2.2, 4.2.4.2, 4.2.4.3
Kohlrausch	4.1.2	Suppes	1
		Urbanek	4.1.2
		Walraven	4.2.4.5
		Zinnes	1

## INDEX SIGLORUM

(A)	: Axiome d'additivité	3.2, 4.1.2, 4.2.2
$B(\delta)$	: Brillance énergétique totale suivant $\delta$	2.3.2, 2.3.3
$B(\delta, \lambda)$	: Brillance énergétique spectrale du rayon $(\delta, \lambda)$	2.3.2
$B(\delta, \lambda) d\lambda$	: La distribution de la brillance énergétique spectrale de la droite $\delta$	2.3.2
$B(\delta, \lambda) d\delta d\lambda$	: La mesure de flux	2.3.2
$B(\lambda) d\lambda$	: Une distribution de brillance énergétique spectrale	2.2, 3.1, 2.5.5
$B_0(\lambda) d\lambda$	: Blanc solaire	4.1.2
(C)	: Axiome de continuité	3.4, 4.1.2, 4.2.2
C.I.E.	: Commission Internationale de l'Eclairage	4.1.4, 4.2.4.3
$\mathcal{E}$	: Equivalence chromatique	4, 4.2, 4.2.1, 4.2.2
$\mathcal{E}(B)$	: Classe du stimulus B pour la relation $\mathcal{E}$	
$\mathcal{E}$ -base	: cf. $\mathcal{R}$ -base	4.2.2
$\mathcal{E}[\lambda] = (\delta(\lambda' - \lambda) d\lambda)$	:	4.2.3.1, 4.2.3.2
$\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$	: Quotient de $\mathcal{M}^+$ par $\mathcal{E}$	4.2, 4.3...
$D_4$	: Variété des droites de $E_3$	2.3.2, 2.3.3
$(D_n)$	: Axiome de la dimension n	3.3 4.2.2
$\mathcal{D}^+$	: Domaine des stimuli que l'oeil décèle et qu'il supporte	4.1.2, 3.5
$d(\lambda)$	: Facteur de diffusion d'une surface	2.4.3, 4.2.1
$\Delta S$	: Un élément de surface	2.1
$(\delta, \lambda)$	: Un rayon (i.e. une droite $\delta$ portant la radiation $\lambda$ )	2.3.2
$\delta(\lambda - \lambda_0) d\lambda$	: Mesure de Dirac (masse unité) du point d'abscisse $\lambda_0$ ) donc brillance énergétique spectrale d'un stimulus monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0$ et de brillance énergétique totale unité	4.1.3, 2.2
$E_3$	: Espace euclidien tridimensionnel	2.3.2
$E(\lambda) d\lambda$	: Une distribution d'énergie	2.2
(H)	: Axiome d'homogénéité	3.2, 4.1.2, 4.2.2
I.C.I.	: Initiales anglaises de la C.I.E.	4.1.4
IR	: Génératrice-limite de $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$	4.2.3.2
$I_S(\omega, \lambda) d\omega d\lambda$	: Intensité énergétique spectrale d'une source S	2.4.1

$\mathcal{L}$	: Equivalence lumineuse	4.1 4.1.1, 4.1.2, 4.2.2, 4.2.3.1
$\mathcal{L}(B)$	: Classe d'équivalence lumineuse du stimuli B	4.1.1, 4.1.2
	: Une longueur d'onde	
IR	: Extrémité rouge du spectre visible	3.5
UV	: Extrémité violette du spectre visible	3.5
$\mathcal{M}$	: Espace vectoriel des mesures sur $(0,3 ; 0,8)$	3.1
$\mathcal{M}^+$	: Cône des mesures positives de	3.1
$\mathcal{M}/\mathcal{E}$	: Espace vectoriel quotient	4.2.3...
$\mathcal{M}^+/\mathcal{E}$	: Ou $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$	4...
M.K.O.	: Initiales russes de la C.I.E.	4.1.4
$\nu$	: Une fréquence	2.1
P	: Un pinceau de droites, $P \subset D_4$	2.3.2
(Pour les coordonnées, cf. aussi 4.2.4.1)		
$\mathcal{R}$	: Une relation d'équivalence	3.1, 3.2, 3.3
$\mathcal{R}$ -base	:	3.3
$\mathcal{R}$ -générateur	:	3.3
$\mathcal{R}$ -coordonnées	:	3.3
$\mathbb{R}^+$	: Ensemble des scalaires réels positifs	2.3.2, 2.4.1, 3.1
r	: Un angle solide	2.1
$r_1, r_2, r_3$	: Coordonnées des stimuli ou réponses des cônes	4.3.3.3
s	: Un axiome	3.2, 4.2.2
t(B)	: Une coordonnée linéaire	4.1.3, 3.3
t[ $\lambda_0$ ]	: Coordonnée d'un stimulus de brillance spectrale $\delta(\lambda - \lambda_0) d\lambda$	3.4 4.1.3, 4.2.4.1
t( $\lambda, \theta$ )	: Efficacité lumineuse d'une radiation, $\lambda$ , en fonction de la brillance du trait, $\theta$	4.1.3
(U)	: Axiome d'unidimensionnalité	3.3, 4.1.2
U.C.S.	: Un système de coordonnées sur $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$	4.2.4.4, 4.3.1.3
UV	: Génératrice-limite de $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$	4.2.3.2
W.D.W.	: Un système de coordonnées sur $\mathcal{E}(\mathcal{M}^+)$	4.2.4.2
W( $\lambda$ )d $\lambda$	: Une distribution de puissance	
x, y, z	: ( $x(B)$ , $\bar{x}(B)$ , $x[\lambda]$ , $\bar{x}[\lambda]$ , etc.)	4.2.4.3.

## BIBLIOGRAPHIE

- S.H. Bartley : The psychophysiology of vision ; in Stevens et al, *Handbook of experimental psychology* pp 921-984 ; J. Wiley ; N.-Y. (1951)
- H. Bourdon : Les sensations, in G. Dumas et al : *Traité de psychologie*, T. I ; ; Paris (1923)
- P. Blum et E. Schaff : Le daltonisme ; Masson, Paris ; (1929)
- H. Grassman : Zur Theorie der farbennischung. *Po . Ann. Physik*, T. 89 ; (1853)
- H. von Helmholtz : *Handbuch der physiologischen Optik* Hamburg - Leipzig ; (1909-11)
- D. Jameson & L.M. Hurvich : Perceived color and its dependence on focal, sunounding, and preceding stimulus variables ; *J. Opt. Soc. of America*, T. 49, pp 890-898 (1959) ; reproduit dans Luce et al : *Readings in Mathematical Psychology* Vol II.
- D.B. Judd : Basic correlates of the visual stimulus ; in Stevens et al, *Handbook of experimental psychology* pp 811-867 ; J. Wiley ; N.-Y. (1951)
- D.B. Judd : A Maxwell triangle yielding uniform chromaticity scales ; *J. Res. Nat. Bureau of Standards* ; T. 14 (1935) ; ou : *J. Opt. Society of America* ; T. 25 (1935)
- S.M. Newhall, D. Nickerson, & D.B. Judd : Final report of the OSA subcommittee on the spacing of Munsell colors : *J. Opt. Soc. Amer.*, T. 33, p. 385 ; (1943)
- I. Newton : *Traité d'optique* (1704) ; nous citons la traduction française de (1722) d'après l'édition fac-similé qu'en a donné M. Solovine chez Gauthier-Villars ; Paris (1955)
- F. Parra : *Recherches sur le seuil différentiel de couleur* ; Thèse ; Paris (1966)
- Е.Е. РАБКИН : АТЛАС ЦВЕТОВ ; (atlas des couleurs) ; medgiz ; Moscou (1956)
- R.N. Sphepard : Attention and the Metric Structure of the Stimulus Space ; in *Journal of Mathematical Psychology* ; Vol 1, n° 1, pp 54-87 (1964)
- W.S. Stiles : The basic data of colour-matching ; *Physical Society Year Book*, pp 44-65 (1955) ; reproduit dans : Luce et al. : *Readings in Mathematical Psychology* ; (nous citons d'après la pagination de ce recueil)
- W.S. Stiles & B.H. Crawford : The liminal brightness increment for white light for different conditions the foveal and parafoveal retina. *Proc. roy. Soc. T. B116*, pp 55-102 (1934)

P.L. Walvaven : The fluctuation theory of colour discrimination ;  
*Studies in Perception* ; Institute for Perception RVOTNO ; (1966)

K.S. Weaver : A provisional standard observer for low level  
photometry ; in *J. Opt. Soc. Amer* ; 39, 278 (1949)