

J. P. BENZÉCRI

J. BIAREZ

J. L. FAVRE

**L'analyse des données en mécanique des sols.
Application à des sédiments marins**

Les cahiers de l'analyse des données, tome 6, n° 1 (1981),
p. 39-57

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1981__6_1_39_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1981, tous droits réservés.
L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

L'ANALYSE DES DONNÉES EN MÉCANIQUE DES SOLS.

APPLICATION A DES SÉDIMENTS MARINS

[MÉCA. SOLS]

par J. P. Benzécri ⁽¹⁾,
J. Biarez ⁽²⁾, J. L. Favre ⁽³⁾

Afin d'intéresser à nos recherches les praticiens de l'analyse des données, nous rappellerons d'abord quelques notions de mécanique des milieux continus (§ 1) ; et leur application, à l'échelle macroscopique, à l'étude des sols ; où pourtant les discontinuités de structure jouent un rôle essentiel (§ 2) ; nous présenterons alors un jeu de données (§ 3) que nous avons analysées (§ 4) ; en suggérant les voies de recherches ultérieures (§ 5).

1 Propriétés des milieux continus : élasticité, plasticité, viscosité

1.1 Modèle général : L'acier, la cire, l'huile et l'eau, sont des exemples concrets de milieux continus, à partir desquels on peut définir un modèle mathématique général qui suivant les valeurs données à quelques paramètres offre à des degrés divers toutes les propriétés rencontrées dans la nature.

Un solide élastique tel que l'acier n'est pas absolument indéformable ; mais lorsque cessent les contraintes (si du moins celles-ci n'ont pas dépassé certaines limites) il reprend ses dimensions initiales.

Un matériau plastique, au contraire, prend sous la contrainte des dimensions nouvelles ; et les contraintes cessant, il ne manifeste pas de tendance à revenir à ses dimensions initiales.

Un liquide enfin semble n'avoir point de dimensions propres ; ou du moins, il ne manifeste aucune tendance à conserver les dimensions qui sont les siennes à un instant donné : mais un changement rapide de forme requiert une contrainte, d'autant plus nettement sensible que le liquide est plus visqueux (e.g. plus sensible pour l'huile que pour l'eau).

(1) Professeur de statistique. Université P. et M. Curie.

(2) Professeur à l'Ecole Centrale de Paris.

(3) Maître-Assistant à l'Ecole Centrale de Paris.

Le présent article expose des résultats publiés dans un rapport de J. Biarez, J.L. Favre et M. Rudelle, soumis à la discussion de la 6-ème session spéciale du 9-ème ICSMFE (Tokyo, 1977) ; et dans la thèse de J.L. Favre (U. P. et M. Curie, Déc. 1980) ; et évoque des recherches complémentaires de J.L. Favre. Les auteurs ont bénéficié de l'aide financière du CNEOX (Centre National pour l'Exploitation des Océans) ; et de la collaboration bénévole de deux élèves de l'Ecole Centrale : F. Ropers, et J.L. Boelle.

Un modèle général du milieu continu doit (à tout le moins) comporter l'élasticité, la plasticité, et la viscosité. Il est commode pour décrire ce modèle d'user du langage de la théorie moléculaire en donnant au terme de molécule le sens vague de particule (ion, atome, molécule chimique ; ou grain, comme en mécanique des sols). A un instant donné les distances entre molécules ont des valeurs que nous appellerons *dimensions spatiales* (instantanées) ; mais simultanément les molécules ont tendance à se disposer les unes vis-à-vis des autres à des distances autres que les distances spatiales (instantanées) et que nous appellerons *dimensions matérielles* : ces dimensions sont celles que prendrait un petit volume du milieu continu, si cessaient les contraintes qu'exerce sur lui la matière environnante.

Dans ce modèle, (i) la contrainte élastique est le système de forces requis pour donner au milieu des dimensions spatiales différentes de ses dimensions matérielles. (ii) La plasticité est l'effet des dimensions spatiales sur les dimensions matérielles : celles-ci tendant à rejoindre celles-là au moins à partir du moment où l'écart est trop grand : e. g. une tige d'acier que l'on fléchit modérément, revient à sa forme quand on la relâche ; mais au-delà d'un seuil, la tige acquiert une déformation permanente ; ce que nous interprétons par le fait que les distances matérielles des molécules (ou distances que celles-ci tendent à avoir entre elles, en l'absence de contraintes) sont modifiées. (iii) Dans le cas du liquide, il n'y a pas lieu de distinguer entre dimensions spatiales et dimensions matérielles : celles-ci suivent instantanément celles-là ; mais cette modification des dimensions matérielles ne s'effectue pas sans des contraintes, les contraintes visqueuses qui sont proportionnelles à la vitesse de variation des dimensions matérielles. En général les contraintes visqueuses existent chaque fois que les dimensions matérielles se modifient avec une vitesse notable.

1.2 Géométrie différentielle et calcul tensoriel : Pour écrire les équations correspondant au modèle, il faut recourir à la géométrie différentielle et au calcul tensoriel : sans entrer dans le détail on donnera le départ de la mise en équation ; et on introduira quelques notions tensorielles à la fois simples et importantes.

De même qu'on suit les déformations d'un fil en affectant chaque point d'un paramètre u , en fonction duquel on exprime les positions instantanées $\{X(u;t); Y(u;t); Z(u;t)\}$, de même on rapporte les molécules d'un milieu continu à trois paramètres (u, v, w) et on écrit :

$$\{X, Y, Z\} = \{X(u, v, w; t) ; Y(u, v, w; t) ; Z(u, v, w; t)\}.$$

Sur ces équations les distances spatiales sont en évidence : on peut écrire avec les notations usuelles de la géométrie différentielle :

$$\begin{aligned} (ds_{\text{spat}})^2 &= (dX)^2 + (dY)^2 + (dZ)^2 \\ &= E_{uu} du^2 + E_{vv} dv^2 + E_{ww} dw^2 \\ &\quad + 2 E_{uv} du dv + 2 E_{vw} dv dw + 2 E_{wu} du dw ; \end{aligned}$$

avec e.g. : $E_{uu} = (\partial X/\partial u)^2 + (\partial Y/\partial u)^2 + (\partial Z/\partial u)^2$;

$$E_{uv} = ((\partial X/\partial u)(\partial X/\partial v)) + ((\partial Y/\partial u)(\partial Y/\partial v)) + ((\partial Z/\partial u)(\partial Z/\partial v)) ; \text{ etc.}$$

Quant à la métrique de matière il faut la définir explicitement :

$$\begin{aligned} (ds_{\text{mat}})^2 &= E_{uu}^m du^2 + E_{vv}^m dv^2 + E_{ww}^m dw^2 \\ &\quad + 2 E_{uv}^m du dv + 2 E_{vw}^m dv dw + 2 E_{wu}^m du dw . \end{aligned}$$

Le fluage, s'exprime par une équation liant (d'une manière qu'on ne précisera pas) la dérivée temporelle du tenseur E^m (métrique de matière) à l'écart entre E^m et E (métrique spatiale). L'élasticité s'exprime par une équation donnant un tenseur de contrainte proportionnel à l'écart entre E^m et E ; et la viscosité par un tenseur de contrainte proportionnel à la vitesse de variation temporelle de cet écart; pour un solide de Kelvin-Voigt par exemple, le tenseur global des contraintes est alors la somme des deux tenseurs d'élasticité et de viscosité.

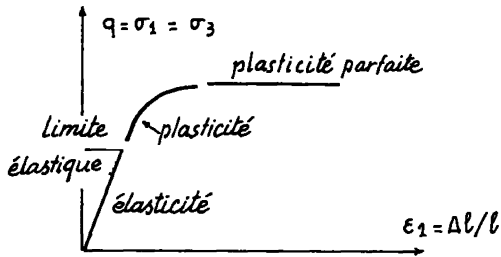
Sans entrer dans le détail, on peut dire que les tenseurs considérés ici sont des tenseurs symétriques, ce qui permet de les diagonaliser dans un système d'axe orthonormé convenable. Considérons le cas des déformations et des contraintes.

Déformation : la transformation qui fait passer des positions instantanées (distances spatiales) des molécules d'un petit volume de matière centré en un point M , à un système de position correspondant aux distances matérielles (état non contraint du petit volume; ou plus exactement état dans un milieu soumis à une pression de référence isotope : e.g. la pression atmosphérique) peut dans un système d'axe orthonormé convenable se réaliser à une rotation près en multipliant chacune des trois coordonnées par un coefficient différent; ainsi à une sphère de l'état contraint, correspond un ellipsoïde de l'état sans contrainte; et réciproquement. Les coefficients sont généralement notés $1 + \epsilon$ (ϵ positif = dilatation; ϵ négatif = contraction).

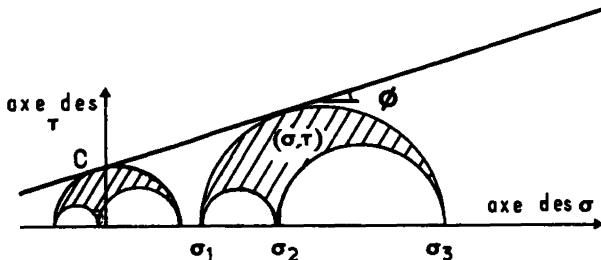
Contrainte : pour appliquer aux milieux continus les principes de la statique et de la dynamique, on écrit que chaque volume élémentaire est soumis à des forces qu'exercent à sa frontière le reste de la matière : la notion fondamentale, généralisant celle de pression hydrostatique des liquides, est donc celle de force exercée sur un élément orienté de surface placé en un point M au sein du milieu continu. Mais tandis qu'en hydrostatique la force de pression est normale (perpendiculaire), ici elle a en général une composante tangentielle non nulle. Ceci dit, si comme il est d'usage on associe à un élément de surface le vecteur qui lui est perpendiculaire et a une longueur proportionnelle à l'aire, la force se déduit de ce vecteur par une transformation linéaire; laquelle dans un système orthonormé convenable s'écrit simplement en multipliant chaque coordonnée par un coefficient propre. En particulier pour un élément de surface ordonné suivant l'un des plans de ce système d'axes, la force est normale; c'est comme une pression, que l'on note σ . Mais suivant une orientation quelconque on a une composante normale σ et une composante tangentielle notée τ et appelée "force de cisaillement" : σ et τ étant des forces rapportées à une unité de surface ou contraintes se mesurent, comme une pression usuelle, en Pascals (Pa).

1.3 Contraintes limites : En résistance des matériaux et en particulier en mécanique des sols on accepte des contraintes entraînant des déformations élastiques (donc d'une part réversibles, si on supprime les contraintes et d'autre part permanentes, si les contraintes demeurent constantes) mais on refuse la plasticité parfaite (qui conduit à la ruine).

On peut accepter des déformations plastiques limitées de la viscosité, et plus généralement tout fluage s'ils conduisent à des déformations différées ou non mais *limitées* compatibles avec les servitudes de l'ouvrage.



On s'intéresse donc d'une part à l'élasticité, liant contraintes et déformations, et à la limite d'élasticité ; et d'autre part, et surtout, à la rupture (fragile ou par écoulement plastique parfait ; ou par fluage illimité). Essentiellement, selon la théorie de Mohr, la rupture se déclare dès que, suivant un certain élément de surface, le couple (σ, τ) (contrainte normale ; cisaillement) atteint une certaine limite. Le fait remarquable est que du fait de la structure des contraintes, les couples (σ, τ) réalisés pour les éléments de surface passant par un point M où les contraintes principales sont $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (pressions suivant les plans de coordonnées principaux du tenseur, cf. *supra*) décrivent un domaine en croissant limité à trois cercles : à trois nouvelles valeurs de $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ correspondent 3 autres cercles, donc



en bref : le domaine permis est l'enveloppe des cercles de contrainte maxima, (ou cercles de Mohr), produisant la rupture dans les différents états $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. En mécanique des sols cette enveloppe est le plus souvent (plasticité parfaite) une droite paramétrée par son angle ϕ avec l'axe des σ ou angle de frottement interne du sol, et son ordonnée à l'origine C, ou cohésion.

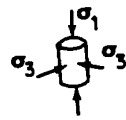
La théorie des milieux continus offre matière à des développements géométriques infinis, si l'on veut suivre en toute rigueur les propriétés des corps avec leur anisotropie... Pratiquement, il est indispensable de caractériser par des expériences simples les comportements de la matière. Compte-tenu de ce qui précède l'expérience la plus simple consiste à soumettre un cube (ou un parallélépipède) de matière à des pressions différentes $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ suivant ses trois couples de faces opposées ; afin de caractériser le domaine élastique et la rupture... Or l'appareil apte à réaliser une telle expérience et appelé, bien naturellement, *triaxial*, est loin d'être technologiquement simple. C'est pourquoi on se contente souvent en mécanique des sols d'expériences qui sans accéder directement à une telle généralité, ont le mérite d'être réalisées simplement. Voici quelques exemples. (Cf. note *in fine*).

La compression simple : dans un matériau doué de cohésion on peut découper une carotte, généralement cylindrique, que l'on écrase entre les 2 plateaux d'une presse dont l'action peut être cyclique, on peut prétendre à l'homogénéité des contraintes et déformations. Le système de contrainte est $\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ et de déformation $\epsilon_1, \epsilon_2 = \epsilon_3$.

On mesure la correspondance entre les différentes grandeurs σ_1, ϵ_1 et σ_1, ϵ_2 .



La compression ou compression-décompression "triaxiale" (en fait triaxiale de révolution). On peut soumettre maintenant la carotte à une contrainte isotrope σ_3 (par l'intermédiaire d'un fluide dans une enceinte) et la surcharger ou la décharger axialement. On peut prétendre à l'homogénéité. Le système est alors de révolution $\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$, $\epsilon_1, \epsilon_2 = \epsilon_3$. On mesure généralement :



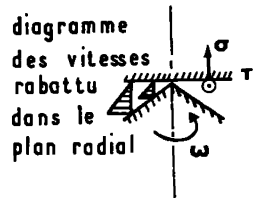
pour σ_3 donné les correspondances $\sigma_1 - \sigma_3, \epsilon_1$ et ϵ_V, ϵ_1 (ϵ_V : déformation volumétrique). L'enveloppe dans le plan de Mohr des cercles limites pour différents σ_3 , donne le critère de rupture. On peut réaliser aussi une compression oedométrique en frettant latéralement le matériau : $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$.

La boîte de cisaillement à géométrie variable. Une boîte annulaire contenant le sol peut être déformée par cisaillement direct. On peut prétendre à une certaine homogénéité :

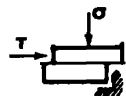


pour une contrainte normale σ donnée on peut mesurer la correspondance entre la contrainte tangentielle τ et le glissement γ .

Le rhéogoniomètre de Weissemberg. Le matériau entre un plateau plan et un plateau conique est soumis à des vitesses de déformation homogènes ; on peut mesurer les composantes normales et tangentielles développées sur les plateaux, en fonction de cette vitesse de déformation.



La boîte de cisaillement avec surface de discontinuité. Le matériau soumis dans deux demi-boîtes à une contrainte σ est cisailé sous l'action d'une contrainte tangentielle τ , suivant une surface pré-imposée - à la rupture on peut prétendre sur la surface de discontinuité à l'homogénéité en contraintes. On mesure pour une normale σ donnée la composante tangentielle maximum τ on décrit directement dans le plan de Mohr le critère de rupture.



À côté de ces expériences réalisées en conditions homogènes et donc technologiquement délicates qui permettent de connaître la forme de la loi et ses paramètres, il existe des expériences en conditions non homogènes technologiquement plus simples mais très normalisées qui moyennant la présupposition de la forme de la loi permettent d'en calculer les paramètres à partir des mesures réalisées. Il en est ainsi de :

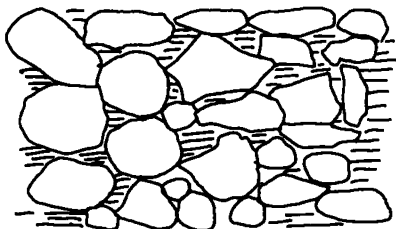
Le scissomètre : On enfonce dans un milieu plastique, (e.g. un sol), un croisillon formé e.g. de deux pales perpendiculaires se coupant suivant un axe vertical : on exerce sur cet axe un couple jusqu'à ce que le croisillon tourne. On admet que l'on a ainsi fait tourner un cylindre de matière frottant sur la matière ambiante avec une force tangentielle uniforme τ (matériau non consolidé non drainé, à $\phi = 0$) : donc le couple vaut $2\pi R^2 h \tau$ si, h est la hauteur des pales et R

le rayon du cylindre entraîné (i.e. la largeur des pales) : on mesure donc τ .

Le cône en chute (fall cone) : On lâche un cylindre terminé à sa base inférieure par un cône de telle sorte qu'il rencontre le sol à la vitesse normalisée de 2 m/s : le diamètre de l'impact est interprété en terme de limite de plasticité ; et par étalonnage peut fournir une mesure de contrainte de cisaillement, comme le scissomètre. Dans la suite, τ (mesurée en kilo Pascal : KPA) est souvent appelée cohésion non drainée ou simplement cohésion et notée CU, ce qui suppose que l'angle de frottement interne ϕ soit nul.

2 Les sols

2.1 Sol naturel et sol remanié : A l'échelle macroscopique, un sol terreux peut se présenter comme un milieu continu. A l'échelle microscopique, parfois même à l'oeil nu, le tableau est tout autre : le sol est un empilement de grains divers quant à la taille, la forme et la matière ; entre lesquels passe de l'eau et parfois de l'air. Laissons l'air, dont le rôle est pourtant parfois critique : il reste ce que schématise la figure...



Ce modèle se prête à des calculs, si l'on consent à ne considérer que des grains sphériques superposés comme dans une pile de boulets. Qualitativement, il a le mérite de donner des références concrètes au modèle esquissé au § 1. Le sol reste dans les limites des déformations élastiques, tant que les points de contact entre les grains ne varient pas : quand les points de contact et les positions relatives se modifient, il y a transformation plastique ou fluage. Dans un parallélépipède de sol soumis à des contraintes (e.g. triaxiales) on a d'une part, une compression hydrostatique de la phase liquide (en fait dans les limites d'utilisation des sols l'eau est incompressible : et supporte donc toute variation de pression isotrope s'il n'y a pas drainage sans changer de volume) ; d'autre part une modification des réactions entre grains solides, ou entre grains et surfaces limitant l'échantillon. C'est à ce niveau que réside l'aptitude du sol à des déformations qui macroscopiquement se manifestent, e.g., par la transformation d'une sphère en ellipsoïde.

Les actions de contact entre grains sont de deux natures : d'une part des actions quasi-instantanées, dues au frottement des surfaces plus ou moins rugueuses, et aussi à certains effets de couche où intervient le fluide ambiant (eau plus ou moins chargée en ions divers) et les particules les plus fines ; d'autre part des cimentations qui tout en étant dues aux propriétés chimiques permanentes des phases liquide et solide ne s'établissent pas immédiatement dans un sol remanié.

De cette distinction, il résulte que les caractéristiques mécaniques d'un sol peuvent être déterminées à deux niveaux.

Etat naturel : on prélève soigneusement (e.g. par carottage) un volume de sol qu'on s'applique à maintenir dans les conditions initiales de température, pression drainage... avant de le soumettre à des essais mécaniques (e.g. au triaxial). Ici il faut d'ailleurs noter que le régime hydrologique fait de l'état naturel non une constante, mais une variable dont les caprices sont redoutables.

Etat remanié : on considère le sol comme une poudre (e.g. un sable) additionnée d'eau : on détermine d'une part les caractéristiques physico-chimiques de la poudre ; et d'autre part quelques aptitudes mécaniques des pâtes (de consistances diverses et caractéristiques, que l'on obtient en adjoignant à la poudre plus ou moins d'eau).

Nous ne dirons rien ici de l'étude individuelle des grains (grains lisses ou rugueux ; arrondis ou anguleux ; sphériques ou allongés) parce que ces données, pourtant essentielles n'étaient pas disponibles pour les analyses dont nous voulons donner un exemple. Nous nous bornerons donc à la granulométrie, en distinguant silice et calcaire ; et aux essais d'Atterberg sur la pâte reconstituée.

2.2 Granulométrie : Ici nous adopterons d'emblée les notations qui sont celles des analyses présentées dans la suite.

CL : pourcentage en masse dans la phase solide, des grains dont le diamètre est inférieur à $2 \mu\text{m}$ (2×10^{-6} mètre) : CL est l'initiale du mot anglais *clay* = argile ; il s'agit ici d'une définition purement granulométrique, imparfaite en ce qu'elle compte avec l'argile proprement dite les particules calcaires. Quant à la mesure, cette fraction n'est pas séparée par tamisage d'une poudre... mais d'après le temps de dépôt en phase liquide diluée (sol dispersé dans l'eau) ; et le poids du dépôt est évalué d'après la variation de densité de la phase liquide.

SN : pourcentage en masse dans la phase solide, des grains dont le diamètre est supérieur à $80 \mu\text{m}$: SN est l'initiale du mot anglais *sand* = sable : ici encore on substitue un critère granulométrique à une définition pétrographique.

GS : densité des grains : cette mesure signale des valeurs particulièrement élevées ; correspondant à des minéraux lourds : e. g. de l'oxyde de fer.

CA : pourcentage en masse de carbonates dans la phase solide.

Ca : pourcentage en masse dans la phase solide des particules calcaires dont le diamètre dépasse $80 \mu\text{m}$: ce sont, selon la définition de SN des *sables calcaires*.

C* = CA - Ca ; se réfère aux particules calcaires de diamètre inférieur à $80 \mu\text{m}$.

SI = SN - Ca ; se réfère aux particules de diamètre supérieur à $80 \mu\text{m}$ et qui ne sont pas calcaires ; d'où le sigle SI = sable siliceux.

S = 100 - CA : particules non calcaires, notées S, i.e. encore, silice.

D'autres indices sont éventuellement utilisés :

% a = $100(\text{Ca}/\text{CA})$ = pourcentage dans la phase calcaire des particules grosses dites sables calcaires.

% A = $100(\text{C}^*/(100 - \text{SN}))$ = pourcentage en masse des particules calcaires sur l'ensemble des particules de diamètre inférieur à $80 \mu\text{m}$ (i.e. des non-sable).

% X = 100 (Ca/CL) : indice de fragilité...

2.3 Les limites d'Atterberg : Une fois diluée dans l'eau, puis passée à l'étuve, le sol se présente comme une poudre ; laquelle (après élimination éventuelle des grains de diamètre supérieur à 0,4 mm) donne par addition d'eau un matériau dont la consistance va du mortier solide à la boue liquide en passant par la terre à modeler plastique. C'est sur ce matériau qu'on détermine les limites d'Atterberg WP et WL ; à partir desquelles on calcule divers indices.

W : teneur en eau d'un sol : rapport du poids d'eau au poids de sol sec.

WP : limite de plasticité : teneur en eau (en %) qui correspond au passage de l'état "solide" à l'état "plastique". C'est par définition: "la teneur maxima pour laquelle un petit rouleau (modelé à la main sur une plaque) se brise quand son diamètre atteint 3 mm". Inutile de dire que WP ne se mesure pas sans tâtonnement! néanmoins le passage est très rapide.

WL : limite de liquidité : teneur en eau (en %) qui correspond au passage de l'état "plastique" à l'état "liquide". C'est par définition: "la teneur pour laquelle deux moitiés d'un gâteau de matériau, placées dans une coupelle et divisées en deux parties par une rainure, arrivent à se rejoindre sur une longueur de 1 cm, sous l'influence de 25 chocs imprimés à la coupelle par un appareil normalisé : l'appareil de Casagrande". Evidemment cette définition ne s'impose pas par elle-même : elle a l'avantage d'être internationalement acceptée et pratiquée depuis plus d'un demi-siècle. Et si l'on transpose du comportement des sols à celui des humains, on concèdera qu'elle n'est pas plus bizarre que celle-ci : "est ingénieur qui a été reçu au concours d'entrée d'une école d'ingénieurs"...

IP : intervalle (ou indice) de plasticité : $IP = WL - WP$.

Entre les limites d'Atterberg, on a la relation approchée (Biarez-Favre) :

$$I_p = 0,73 (WL - 13).$$

Pour un matériau ayant une teneur en eau W donnée, on note :

$IL = (W - WP)/(WL - WP)$ = indice de liquidité ; l'indice vaut 0 à la limite de plasticité ; il vaut 1 à la limite de liquidité ; il est supérieur à 1 pour une boue liquide.

L'indice de plasticité est mis en rapport avec la teneur en "argile" (diam < 2 μ) par la formule :

$A = IP/CL$ = activité ; l'idée est que l'intervalle de plasticité qu'on peut appeler la tenue du matériau est due à l'argile : donc celle-ci est d'autant plus active que pour un taux donné elle conditionne un intervalle de plasticité plus grand.

Enfin au lieu de W, teneur en eau (ou masse) on considère parfois

$E = \text{volume des vides}/\text{volume des particules solides} = W \times GS/100$; par "vides" on entend ici la phase aqueuse (et l'air s'il y en a).

3 Les données étudiées

3.1 Les sols marins : L'exploitation des océans est en plein développement, qu'il s'agisse d'ouvrages portuaires, d'îles artificielles, de

plates-formes pétrolières ou de ramassage de nodules, une connaissance plus poussée des sols marins apparaît nécessaire. La compréhension des nombreux types de sols terrestres s'est faite progressivement; mais ici nous nous sommes trouvé disposer d'un nombre important d'observations sur une dizaine de paramètres. Le moyen le plus rapide d'acquiescir une vue globale de ces données a été l'analyse factorielle.

Avant de décrire notre dossier nous donnerons une classification sommaire des sédiments marins. On peut classer ceux-ci de la façon suivante.

Sédiments pélagiques : Ce sont des sédiments des grands fonds, d'origine océanique (tests de microfossiles principalement) et aussi terrestre, mais que l'océan a longuement façonnés, leur conférant un caractère propre, nous distinguerons :

- L'argile rouge, ferrugineuse, d'origine terrestre.

- Les boues siliceuses, à base de microfossiles divers, soit diatomées soit radiolaires (sur des dépôts de diatomées en milieu lacustre, cf. *Cahiers* Vol IV n° 1 p. 81).

- Les boues calcaires : les boues sont dites calcaires quand leur teneur en carbonate dépasse 30%. Il s'agit essentiellement de tests creux de micro-organismes : foraminifères ou coccolithophoridés de 10 à 100 μm , se déposant en eau profonde (sur l'utilisation des dépôts de foraminifères pour estimer les paléotempératures, cf. *Cahiers* Vol IV n° 1 pp 61 sqq ; pour une étude analogue des dépôts de coccolithophorides, cf. F. Casanova del Angel, thèse 3-ème cycle Univ. P. et M. Curie, 1980, dont un extrait doit paraître dans les *Cahiers*) ; ou ptéropodes, de taille supérieure, se déposant en eau profonde.

sédiments terrigènes : proviennent des continents par l'intermédiaire des fleuves.

- hémipélagites : sédiments fins ($< 0,8 \mu\text{m}$), assez analogues aux sédiments terrestres.

- turbidités : résultent du glissement d'une masse de sédiments fluviaux, partiellement remise en suspension et déposée e.g. dans une plaine abyssale, les gros dessous, les fins dessus ; la séquence des dépôts pouvant se renouveler de nombreuses fois en un même lieu.

Cendres volcaniques : pouvant constituer des dépôts de plusieurs cm d'épaisseur.

L'extraction de ces sédiments se fait par carottage ; elle comporte nécessairement un remaniement des sols du fait de la décompression de l'eau interstitielle, du stockage et du transport (qui devrait s'effectuer à 4 °C, température moyenne du fond des mers : mais parfois les échantillons réfrigérés se trouvent gelés...). Dans le cas où il a été possible d'effectuer des mesures au scissomètre (cf. *supra* § 1.3) au fond sur le sédiment *in situ* et au laboratoire, on a trouvé dans ce dernier cas (sur le sol analysé peu remanié) une force tranchante τ , mesurée en Pa comme une pression, et notée ici CU, cf. cohésion...) près de trois fois plus faible :

au fond CU = 13 kPa ; au laboratoire : CU = 4,9 kPa

(cf. Richards et coll, in *Marine Geotechnology*, Vol I n° 1 pp 33-67).

3.2 Le dossier DEMARS : Les données considérées ici proviennent de la thèse de K.R. Demars (*Strength and stress-strain behaviour of deep-ocean carbonate soils* ; Ph. D. U. of Rhode Island ; 1975).

Le lieu exact des prélèvements n'a pas été relevé par l'auteur. Nous savons seulement que le dossier (4 carottes) est localisé dans la zone des côtes irlandaises par 4000 m de fond et au-delà.

Granulométriquement, nous avons affaire à des matériaux assez fins. On observe au maximum 20% d'éléments de dimension supérieure à 80 μm . La quantité de carbonate varie entre 10 et 85% du poids total sec. Ces carbonates sont constitués de tests de micro-organismes (foraminifères coccolithophoridés).

Les tests de foraminifères sont creux, ont un diamètre moyen de 100 μm et l'épaisseur de la paroi est de 2 μm environ. Lorsqu'ils ne sont pas brisés, ils contiennent donc une certaine quantité d'eau intraparticulaire. L'examen radiographique a révélé l'hétérogénéité de cet échantillon (présence de cailloux, varves).

Notons dans certains cas, la présence de carbonates dans les "argiles" (environ 5% dans la fraction inférieure à 2 μm). Ce résultat a été déduit de plusieurs données, mais n'a pas été mesuré directement.

Les quatre carottes ont été prélevées à l'aide d'un carottier gravitaire à câble, et certains échantillons ont gelé pendant leur stockage.

3.3 Les variables figurant au dossier : La plupart des variables publiées par Demars relèvent de la granulométrie ; nous nous bornons à les énumérer en renvoyant au § 2.2 pour leur définition ; ce sont :

CA, SN, CL, Ca, C*, SI, GS

Sur le sédiment remanié, on a mesuré les limites d'Atterberg ; cf. § 2.3 : d'où deux variables WL et $IP = WL - WP$.

Un certain nombre de variables concernent le sédiment *in situ* ; ce sont :

E = indice des vides, lié à la teneur en eau W, cf. § 2.3.

IL = indice de liquidité = $(W - WP)/(WL - WP)$; il faut noter que dans les trois quarts des cas cet indice est supérieur à 1 ; ce qui signifie que, au moins à l'état remanié le sédiment avec sa teneur en eau naturelle se présente comme une boue liquide (*in situ* le sédiment non remanié est plus ferme).

PR : profondeur d'eau au lieu du prélèvement : cette profondeur on l'a dit dépasse 4000 m : c'est une variable importante parce qu'au-delà de 4500 m la pression d'eau entraîne la dissolution des carbonates : c'est la *pression de compensation* (d'ailleurs quelque peu variable selon le milieu).

Z : cote de l'échantillon à partir du fond de l'océan où on a prélevé la carotte : cette variable évoque l'étagement et la consolidation des dépôts, importante même pour des sols qui n'ont jamais été surchargés.

Enfin pour une partie des échantillons seulement, Demars a publié la *cohésion* non drainée mesurée au cône : (cf. § 1.3 ; variable τ , notée ici CU) inférieure dans la moitié des cas à 8 kPa ; et toujours inférieure à 70 kPa.

4 Exemples d'analyses de correspondance

Nous rapportons succinctement les résultats de deux analyses : la première portant sur 78 échantillons de sol ne comporte pas la cohésion

(qui on l'a dit n'est pas connue pour tous les cas) ; la deuxième est limitée aux 49 échantillons de sol pour lesquels la cohésion est connue.

4.1 Première analysé : granulométrie et limites d'Atterberg : 8 variables ont été choisies comme éléments principaux ;

CA, SN, CL, GS, IL, WL, IP, E ;

et cinq autres figurent en éléments supplémentaires :

Ca, C*, SI, PR, Z.

Le codage des variables que nous avons adopté est un compromis entre un découpage en classes d'effectifs égaux qui noie les valeurs extrêmes au sein de classes trop larges, et un découpage en classes d'égale amplitude qui signale trop les classes extrêmes rejetées très loin du centre de gravité. Nous avons ainsi au total 33 modalités pour les variables principales et 17 pour les variables supplémentaires. Sur les graphiques les modalités d'une variable principale (e.g. SN : pourcentage de gros ou sables) sont reliées par des traits pleins ; pour une variable supplémentaire, on fait usage de tireté. En faisant usage de couleurs on a ainsi des graphiques très lisibles, malgré leur relative complexité ; mais ici faute de couleurs, nous préférons soumettre au lecteur des graphiques partiels successifs.

Examen du plan 1 x 2 : 1°) le premier axe est gradué par WL (limite de liquidité) et E (indice des vides) (il oppose les fortes et les faibles valeurs de ces variables) qui apportent les plus fortes contributions totales au facteur (243% et 219%). Cf. schéma 1.

Le deuxième axe est gradué par des variables granulométriques : % argile = CL (argile) (148%), % "gros" = SN sable (209%). Mais deux variables supplémentaires le graduent aussi : Ca (carbonates gros) et SI (silice gros). Cf. schéma 2.

2°) Examinons maintenant plus en détail les phénomènes non linéaires :

Les modalités de IP (intervalle de plasticité) suivent bien celles de WL (limite de liquidité) sauf la dernière qui est repoussée vers le centre. Si on regarde la variable CA (% de calcaire) on voit que sa modalité la plus forte attire WL et repousse donc IP. Ainsi les carbonates agissent sur les hautes valeurs des limites d'Atterberg seulement (l'explication en est les tests creux de dimensions supérieures à 80 μ). Ceci se trouve confirmé par les deux variables E (indices des vides) et Ca (carbonates gros) dont les hautes modalités viennent avec celles de WL et du CA (calcaire total). Cf. schéma 3.

On note une excellente corrélation entre % (CL) et % gros (SN) qui varient en sens inverse. Si on examine les deux variables supplémentaires SI et Ca (silice et calcaire, respectivement dans les "gros" sables), on voit se repousser leurs fortes valeurs, celles de SI suivant celles du % gros SN, ceci signifie que lorsque le SN est important, il est surtout composé de silice ; lorsqu'il est peu important alors le Ca y joue un rôle prépondérant. On notera aussi que les SN et CI forts se tournent vers les WL et les IP faibles (schémas 1 et 2).

Sur le schéma 4 on notera la variation opposée de la profondeur et des carbonates ; ceci est conforme à ce que nous savions sur la dissolution des carbonates qui s'accroît avec la profondeur à partir de 4000 m ; d'où une teneur décroissante.

Enfin l'examen simultané des 4 schémas, où l'on voit les fortes

Schéma 1

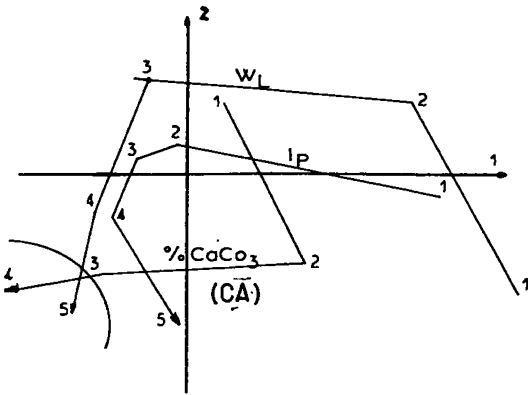


Schéma 3

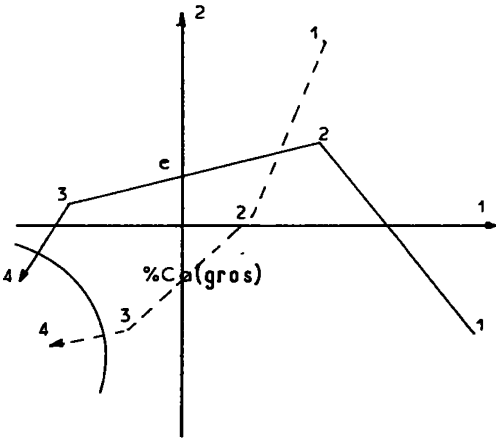
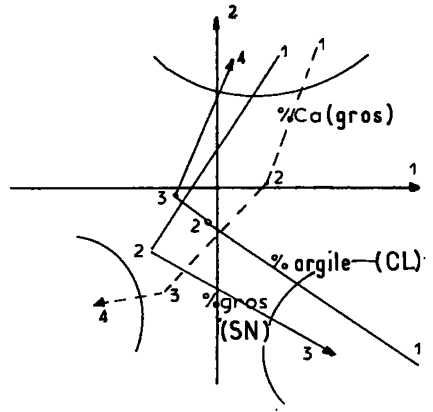


Schéma 2

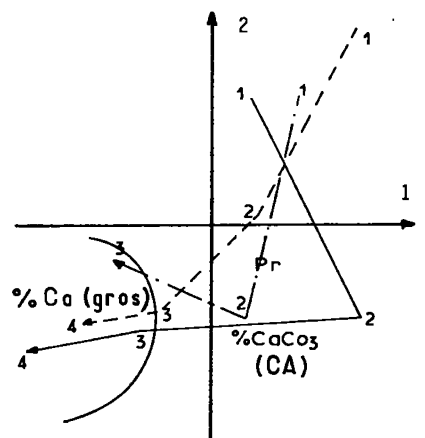
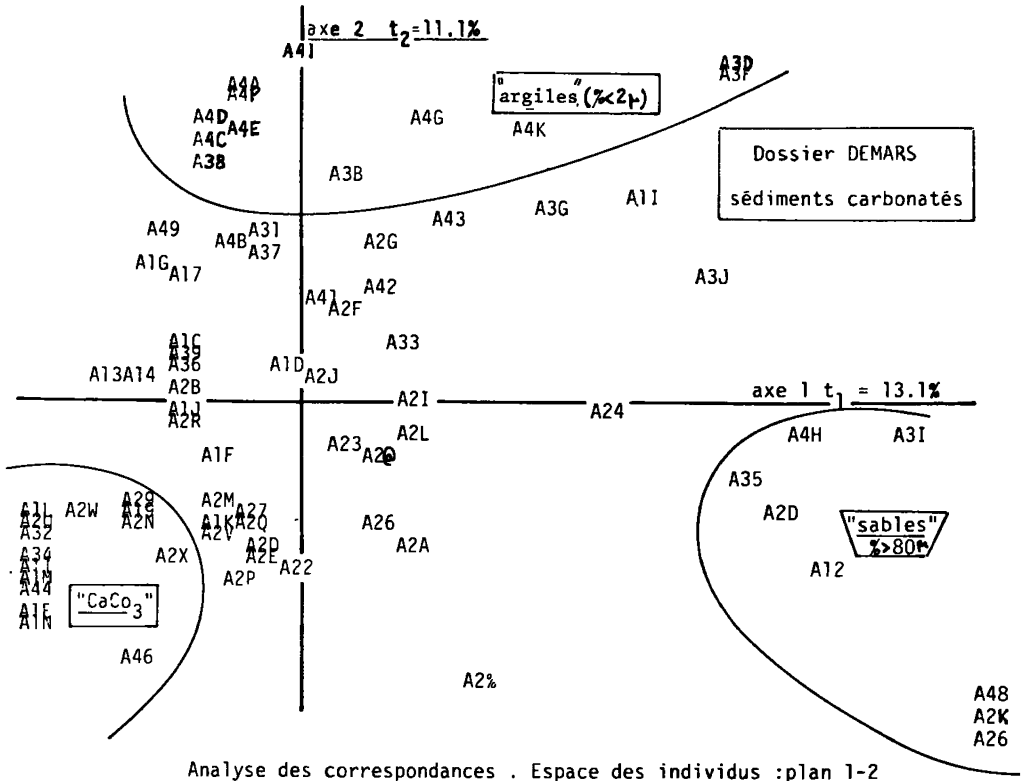
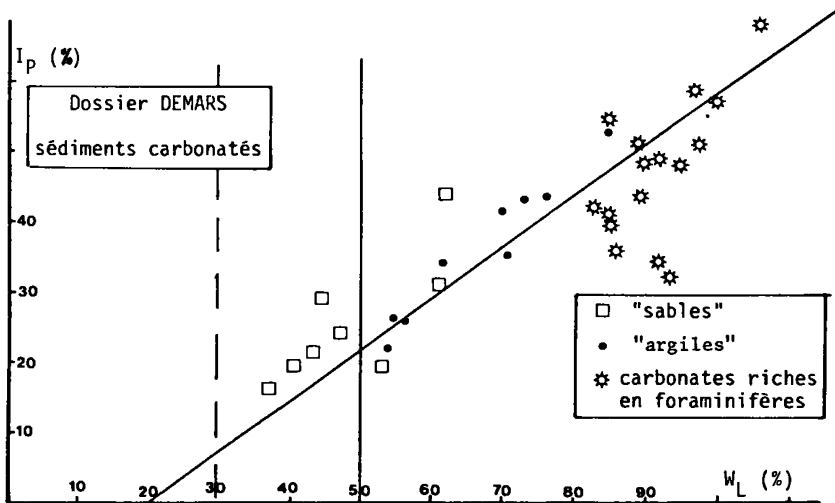


Schéma 4



Analyse des correspondances . Espace des individus : plan 1-2



Abaque de CASAGRANDE : classements des individus

modalités des variables sus-indiquées arriver dans trois zones différentes, nous a conduit à classer les individus en trois catégories : les "argiles", les "sables" et les "carbonates". Nous avons pu, grâce au principe barycentrique (d'un emploi relativement facile ici à cause de la notation en 0-1), vérifier que les individus se regroupaient bien ainsi (voir figure) et faire apparaître aussi sur l'abaque de CA-SAGRANDE (i.e. dans le plan rapporté aux deux variables WL, en abscisse et PI, en ordonnée) ces trois familles assez bien différenciées (figure), ce qui est normal puisque sur le plan 1 x 2 elles le sont suivant le 1-er axe, lequel est gradué par WL.

Examen du plan 3 x 4 : C'est IP qui contribue le plus au troisième axe (352%) bien qu'il ne le gradue pas parfaitement, la 1-ère modalité étant rejetée vers le 4-ème axe. Nous n'avons pas trouvé d'explication physique autre que la répulsion des fortes modalités des carbonates et l'attraction par la plus forte modalité de IL, un très fort IL venant avant tout de la faiblesse du dénominateur, IP, dans $IL = (W - WP)/IP$.

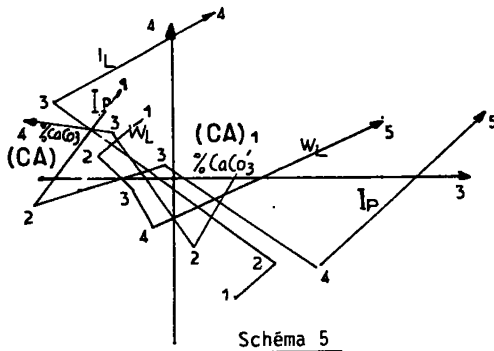


Schéma 5

Le 3-ème axe est aussi gradué par les modalités de CA (% Ca CO₃) (118%) mais à l'envers. Schéma 5 ci-dessus. Ceci montre l'action contradictoire des carbonates. En effet ici apparaît le rôle de %Ca (fins) qui diminue la plasticité du matériau.

Le 4-ème axe est celui de IL indépendant des carbonates puisque leur influence s'élimine par soustraction et par division.

4.2 Deuxième analyse, comportant la cohésion (mesurée du cône) : Nous avons donc effectué un deuxième traitement en ajoutant la variable CU (cohésion non drainée mesurée au cône), ce qui a restreint l'étude à 49 échantillons de sol.

Nous avons pris 12 variables principales au lieu de 8, soit : CA, Ca, SN, CL, S, SI, GS, IL, WL, IP, E, CU.

Diverses variables sont mises en supplémentaire. En particulier pour tenir compte de l'eau intra-particulaire (eau emprisonnée dans les tests fossiles, cf. § 3.2) on a créé une variable WC = WL corrigée = WL - 2,7 Ca, calculée en retranchant de la teneur en eau WL (correspondant à la limite de liquidité) l'eau intra-particulaire, dont le volume est estimé en supposant que les particules calcaires grosses (Ca) se composent exclusivement de tests sphériques de diamètre 100 µm et d'épaisseur 2 µm.

Examen du plan 1 x 2 : Le premier axe est celui de WL, Ca (calcaire gros) et CU (cohésion).

Le deuxième axe est celui de la granulométrie (i.e. opposition entre SN et CL).

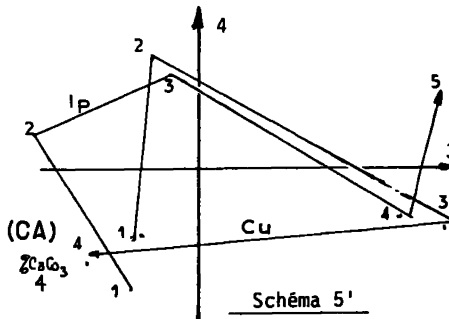
Par contre la variable supplémentaire WC, calculée avec WL et Ca se trouve ici indépendante de ce dernier, variant avec CL (% argile). Ceci montre le bien fondé de la correction par laquelle on retrouve la liaison de la limite de liquidité au pourcentage d'argile. Schéma 1'.

On retrouverait la même configuration de WL et IP (avec CA et Ca = calcaire gros) si ce n'était une forte anomalie de la deuxième modalité de IP. Ceci est dû sans doute à Ca et C* (calcaire gros et autre) dont les rôles opposés ne se séparent pas sur ce plan 1 x 2 si ce n'est pour indiquer que WL dépend de Ca et que IP n'en dépend pas : cf. schéma 1'.

Pour CU on remarque bien sa variation avec SN, % de grains supérieurs à 80μ , mais là aussi de façon différenciée : schémas 2' et 3'. Dans les faibles valeurs, CU croît avec SN et n'a ensuite de fortes valeurs pour des SN forts qu'en raison de forts pourcentages en Ca. Ceci pourrait être la marque de cimentations, mais ce n'est qu'une hypothèse.

Examen du plan 3 x 4 : L'axe 3 est encore celui de plasticité : IP schéma 4'.

On y retrouve la bonne corrélation entre IP et WL. Nous avons observé deux variables supplémentaires : l'activité calculée $A = IP/CL$ (cf. § 2.3) croît avec IP, (% argile) variant peu. Le pourcentage relatif de calcaire gros, % a = $100 Ca/CA$, varie avec IP et confirme la décroissance de IP et de A lorsque le pourcentage relatif des carbonates fins croît.



Avec le schéma 5', il nous est possible de compléter l'interprétation de CU, tentée plus haut : par ses trois premières modalités, CU suit IP (c'est une vérification de la corrélation connue sous le nom de loi de SKEMPTON); par contre les CU forts sont fortement tirés vers les forts $Ca = \% Ca CO_3$ et les faibles % a, c'est-à-dire vers les forts calcaires non gros, C* (qu'il aurait été équivalent de placer en variable supplémentaire). On a vérifié que les individus dont CA4 est le barycentre avaient des carbonates dans les fins. Ceci nous encourage à garder l'hypothèse des cimentations par les carbonates fins à l'inverse des tests.

Schéma 1'

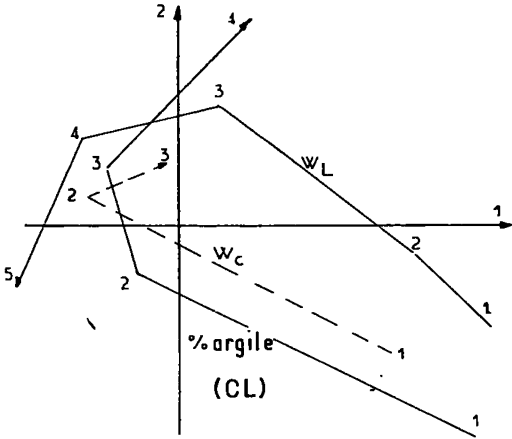


Schéma 2'

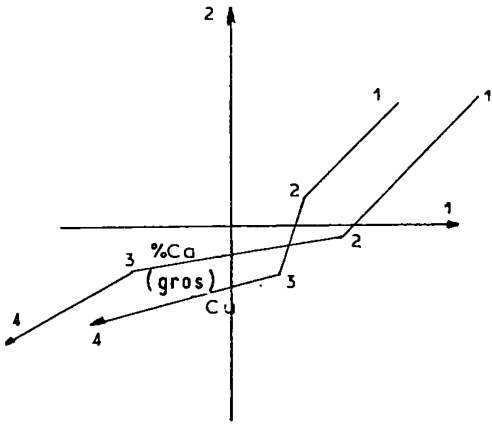
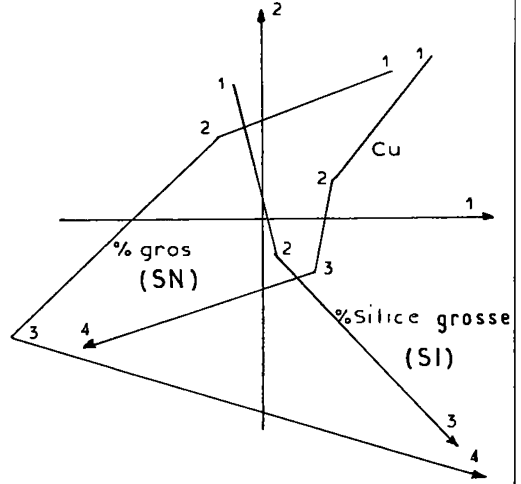


Schéma 3'

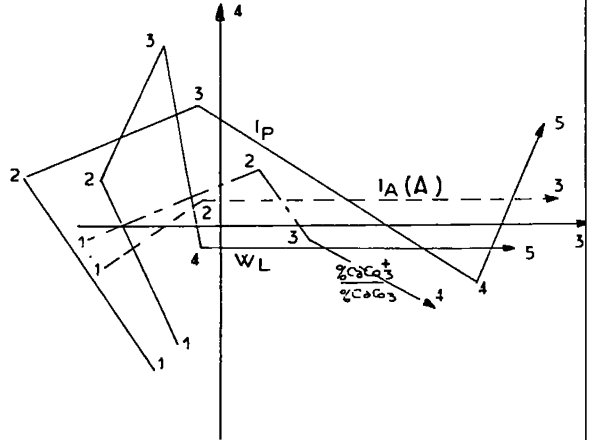


Schéma 4'

4.3 Récapitulation et conclusions : L'échantillon étant très hétérogène, montrait le jeu des influences diverses, contradictoires et plus ou moins indépendantes ; mais l'analyse a pu séparer :

- l'influence de la granulométrie
- l'influence des carbonates par leur quantité et par leur granulométrie
- l'influence de la minéralogie mise en évidence entre autre, par le rôle de l'activité, les individus pour lesquels cette dernière est forte se plaçant sur l'abaque d'activité (i.e. le plan rapporté aux coordonnées IP et CL) du côté d'une classe d'argile particulière : les illites.

Cette hétérogénéité nous semble logique en mer car ces facteurs sont indépendants puisque les carbonates viennent de la vie marine et les minéraux de la terre. La sédimentation relativement lente fait que les changements de conditions d'érosion à terre et de vie en mer sur de grandes échelles de temps créent des hétérogénéités sur de petits horizons et de faibles épaisseurs.

Nous avons pu séparer trois classes de matériaux : les "argiles", les "sables", les "carbonatés" que l'on retrouve, logiquement en fonction de ce qui vient d'être dit, de façon aléatoire dans chaque carotte et entre les quatre sites. On s'en convaincra en regardant les identificateurs sur la figure du plan 1 x 2 issu de l'analyse du § 4.1, le deuxième caractère étant le site et le troisième la hauteur dans la carotte.

Composition en carbonates : elle diminue quand la profondeur augmente et augmente avec la granulométrie (tests creux).

Limites d'Atterberg : A la relation du type $WL = a \cdot IP + b$, on peut substituer la relation :

$$WL = a(\% < 2\mu.A) + b + W_i ; \text{ où } W_i = \text{eau intra-particulaire.}$$

- quand WL croît avec Ca (gros) c'est l'aspect W_i que l'on voit, alors IP n'est pas influencé ; par contre WL corrigé (WC) varie avec le pourcentage de fins (pour une activité donnée).

- quand WL varie avec IP c'est l'aspect classique qui se manifeste ; on voit surtout la relation avec l'activité confirmée par le fait que pour un fort pourcentage de carbonates fins, IP est faible puisque l'activité de la calcite est d'environ 0.18.

La résistance au cisaillement non drainée, mesurée au *Fall-cone* : on peut poser qu'elle est fonction de trois paramètres, l'angle de frottement interne du matériau (ϕ'), la minéralogie (IP), et les cimentations.

$$Cu = f(\phi', IP, \text{cimentations})$$

- l'influence de ϕ' se manifeste par la granulométrie : ϕ' croissant quand le % gros croît. Cu contient donc un terme frottant.

- le rôle de IP est classiquement appréhendé par la relation de SKEMPTON (c'est la cohésion classique).

- les cimentations sont dues aux carbonates (ou autres).

Ces trois effets ont pu être séparés : le premier sur le plan 1 x 2 avec déjà manifestation du 3-ème effet ; le deuxième effet sur le plan 3 x 4 avec confirmation probable du 3-ème, les matériaux correspondants à des Cu forts pour des % Ca CO3 forts contenant sûrement plus de 5 %

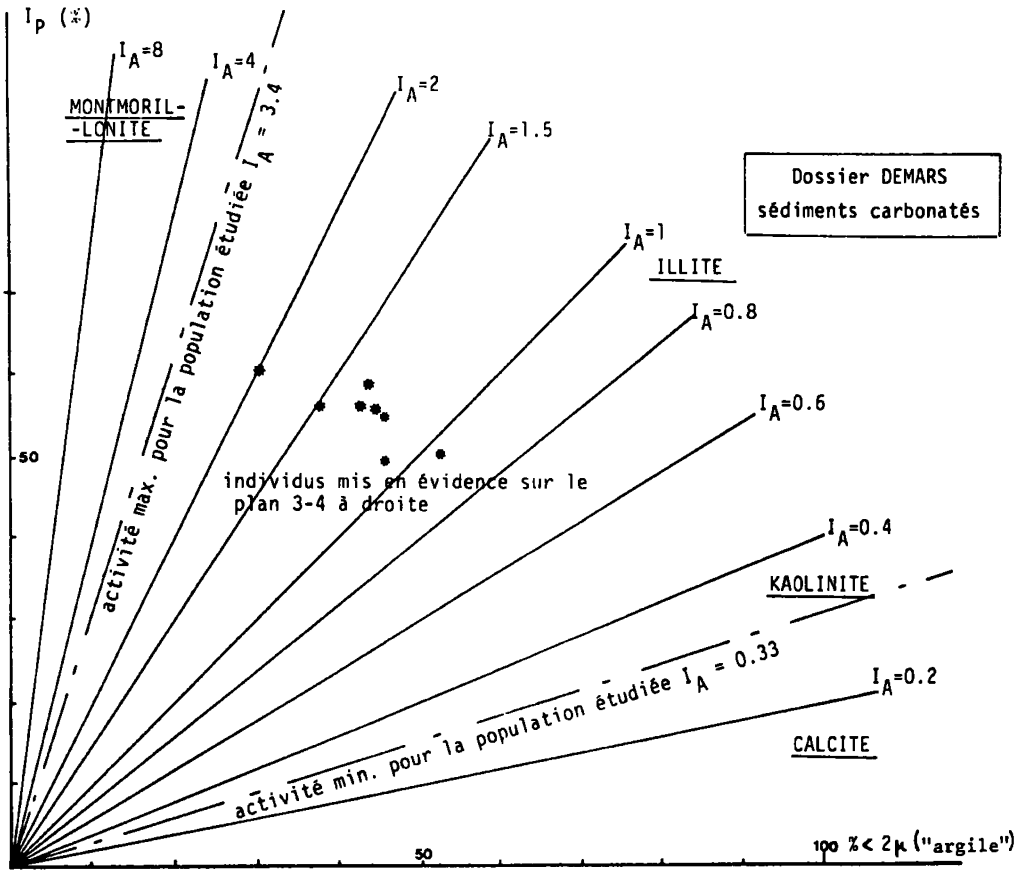


Figure 12 : Diagramme des activités calculées

de Ca CO₃ inférieurs à 2μ.

5 Recherches ultérieures

Dans la présente étude, l'analyse des données a permis de broser rapidement une vue d'ensemble d'un dossier relativement important, mais très particulier. Il est en principe possible de concevoir une expérimentation systématique dont les résultats, soumis à des programmes de régression par l'analyse factorielle, prennent la forme de lois numériques précises. En particulier, en constituant des sols artificiels par le mélange en proportions diverses de particules calcaires ou siliceux de plusieurs diamètres, on pourrait préciser comment les propriétés mécaniques (notamment les limites d'Atterberg) sont déterminées par ces proportions. Un autre problème important est celui des différences entre sol naturel et sol remanié : on a vu au § 3.1 qu'une simple manipulation (moins profonde que le remaniement effectué pour déterminer les limites d'A.) peut diviser par 4 la cohésion ; tandis que dans le cas du dossier Demars (§ 3.3), les sédiments consistants à l'état naturel, ont une teneur en eau qui dans les 3/4 des cas correspond à une boue liquide à l'état remanié. Entre les deux états intervient donc un facteur de correction, qu'on pourrait appeler facteur de cimentation (si on nomme cimentation le lien de cohésion détruit en remaniant les sols), et qu'on devrait pouvoir estimer en fonction de diverses propriétés des sols.

Note au § 1.3 ; p. 42 : pour comprendre les termes d'angle de frottement et de contrainte limite, il suffit de considérer deux cas particuliers.

1°) $C = 0$: le domaine des contraintes permises est un angle d'ouverture ϕ : il y a glissement du matériau sur lui-même si τ dépasse $\sigma \tan \phi$: ce qui est la loi usuelle du frottement solide.

2°) $\phi = 0$: le domaine des contraintes permises est la bande $\tau < C$: il y a glissement quand τ dépasse une certaine valeur C qu'on considère légitimement comme une mesure de la cohésion.

N.B. D'après $\sigma < 0$ la rupture se produit rapidement même en dessous de la droite enveloppe valable du côté $\sigma > 0$: car $\sigma < 0$ signifie matériau en extension, et un sol à la différence d'un métal (ou à la rigueur d'une pierre) n'y résiste guère.