

D. MAÏTI

**Sur les hodographes en physique de haute énergie
: les événements proton-proton aux I.S.R. ; étude
statistique de leurs invariants géométriques**

Les cahiers de l'analyse des données, tome 4, n° 3 (1979),
p. 271-279

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1979__4_3_271_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LES HODOGRAPHES EN PHYSIQUE DE HAUTE ÉNERGIE :
LES ÉVÉNEMENTS PROTON-PROTON AUX I.S.R.;
ÉTUDE STATISTIQUE DE LEURS INVARIANTS GÉOMÉTRIQUES
[HODOGRAPHES]

par D. Maïti (1)

1 Les données et le cadre géométrique

La présente étude porte sur un corpus de 259 événements p - p : collision, entre faisceaux de protons à 52.5 GeV dans le centre de masse sous un faible angle en sorte que le système du laboratoire diffère peu de celui du centre de masse. L'enregistrement des événements a été déclenché par une particule émergente à fort moment transverse recherchée dans un angle solide assez étroit : l'ensemble émergent étant alors saisi à grand angle solide ($\approx 4\pi$), une étude détaillée des angles morts du détecteur est en cours, en vue de parachever un modèle de simulation, mais en se bornant aux particules chargées et avec une reconstruction cinématique approximative confondant π et K (Collaboration CCHK). Les 259 événements traités ont été triés parmi quelque 180 000, parce que d'après la conservation de la composante transverse du quadrimoment on estime vraisemblable qu'il n'y a pas de particules neutres à fort moment transverse non enregistrées. La multiplicité peut atteindre quelques dizaines, la moyenne étant de 14 particules émergentes (exactement 3508 particules pour 259 événements).

A chaque événement est associé un hodographe, ou ensemble de points représentatifs de particules émergentes dans le système des vitesses (sphères de rayon $c = 1$). Initialement, la sphère des vitesses est rapportée à un système d'axes liés au centre de masse : 1° axe suivant les faisceaux ; 2° axe dans le plan de particules de déclenchement. Dans cette étude, les calculs sont faits après une rotation des axes effectuée par analyse factorielle en sorte qu'ils vont mini-

miser le moment quadratique transverse $\sum PT^2$ par rapport au nouvel axe 1 et au nouveau plan 1 x 2. De plus, puisqu'on s'intéresse aux propriétés géométriques invariantes par transformation de Lorentz. L'hodographe lui-même est regardé comme la représentation projective (Arguesienne : par l'intérieur d'une quadruple ; ici la sphère des vitesses ; les droites correspondant aux droites) d'une figure de Lobatchewski (la distance étant l'angle hyperbolique des quadrimoments, ou rapidité relative des particules). Dans la suite on fera grand usage des transformations projectives de l'hodographe, celles-ci étant réalisées par transformation de Lorentz des quadrimoments.

Le problème est : l'analyse géométrique des hodographes peut-elle aboutir aux partons et aux jets qui sont l'explication théorique des événements ?

Dans la présente note, on expose les principes et les résultats des analyses que nous avons effectuées sur ce thème. Deux autres notes [ANGL. SOMM. CONV.] et [BURT GUTTMAN], sont consacrées respectivement aux calculs géométriques et aux transformations statistiques utilisés

(1) Laboratoire de physique corpusculaire. Collège de France.
Laboratoire de statistique. Université P. et M. Curie.

dans ces analyses. Le lecteur se reportera à ces notes qu'on a séparées du présent exposé parce qu'elles sont susceptibles d'applications en dehors de la physique corpusculaire.

2 Enchaînement d'analyses et d'hypothèses

Une première voie explorée d'abord, comme on l'a déjà expliqué ailleurs (Communication au colloque de Nimègue 1978) est d'agrèger automatiquement les points (particules) en classes, qui devraient correspondre aux jets (4 jets : 2 longitudinaux, 2 transverses). La difficulté est bien connue : le partage des particules de basse énergie entre les jets se fait arbitrairement ; que le partage soit décidé automatiquement par un algorithme n'y change rien. D'ailleurs du point de vue théorique on peut supposer que de même qu'un événement $p - p$ une particule à haut p_T peut être regardée comme engendrée par

un état intermédiaire dont l'hodographe serait un plateau rectiligne entre deux partons extrêmes ; de même nos événements seraient des plateaux bidimensionnels entre quatre partons dont deux transverses, résultat d'un choc dur. Si cela était, le partage du centre de l'hodographe n'aurait pas de sens ; seul compterait la recherche des jets extrêmes, caractérisés comme quatre pointes de l'hodographe. D'où la question géométrique qui nous a été posée par Froissart (juin - juillet 1978) : l'hodographe a-t-il, en un certain sens, quatre pointes ?

L'hypothèse la plus simple est que l'hodographe s'inscrit dans un tétraèdre. Il suffit de dessiner un seul hodographe en projection dans le plan 1×2 pour rejeter l'hypothèse tétraédrique par sa forme pure : l'hodographe apparaît comme un polygone, presque tous les points sont extrêmes quelques un seulement étant à l'extérieur du polygone de sustentation des autres. Une étude tridimensionnelle complète (Maïti, juillet - août 1978) effectuée grâce au programme CONVESP (cf. cahiers vol. IV n° 2), confirme que dans les deux tiers de nos événements tous les points sont extrêmes. A la réflexion, ce résultat d'abord reçu comme une surprise, apparaît naturel : puisque presque toutes les particules sont très dures, l'hodographe adhère à une sphère de rayon $c = 1$, il ne peut donc être un tétraèdre : le modèle de l'hodographe peut d'ailleurs être précisé par la considération de l'espace des phases, qui est ici lobatchewskien, avec cette conséquence que dans le domaine où se déploie l'événement, le volume de l'intérieur est négligeable vis à vis de celui de la périphérie.

Il n'y a donc pas de tétraèdre tel quel mais l'examen d'un hodographe suggère des alignements ; d'ailleurs compte-tenu des moments transverses, il ne faut attendre la réalisation exacte d'aucun modèle géométrique simple : tout points de l'hodographe doit être regardé comme déplacé aléatoirement à une distance qui exprimée en p dans le système propre d'un π est de 0.5 GeV/c, voire plus ; ce qui exprimé en

vitesse équivaut à e.g. : $\beta = (p^2/(p^2 + m^2))^{1/2} \approx (14/15)^{1/2} = .96...$ A une telle échelle il est difficile de deviner une structure simple sous-jacente ; toutefois celle-ci pourrait apparaître par des transformations géométriques et par le calcul. Il n'y a pas d'hodographes tétraédriques, soit ! Mais il peut y avoir à la frontière de l'hodographe des pointes, des méplats relatifs, des arêtes...

3 Etude locale des sommets d'un hodographe

De façon précise disons que les 2/3 des hodographes ne comportent pas de point intérieur : 1/3 des 259 événements nous ont fourni au total 121 points intérieurs (un ou plusieurs parfois par événements) sur un total de 3508 particules émergentes. Un hodographe est un polyèdre convexe, possédant généralement plus de 10 sommets, avec parfois un point intérieur. L'étude géométrique se concentre donc sur les

sommets dont le nombre total est 3387. Pour cela il faut un algorithme énumérant de façon précise les arêtes de l'hodographe cf. CONVESP ; (Maïti août 1978). Au voisinage d'un sommet, l'hodographe apparaît alors comme une pointe engendrée par les arêtes issues de ce sommet. Pour voir cette pointe en vraie grandeur, on fait une transformation de Lorentz amenant le sommet au centre : il se peut qu'alors la pointe apparaisse comme un méplat (angle solide proche de 2π) ou un cône très aigu (angle solide faible ; et de plus angle des arêtes deux à deux très faibles) ; ou une *pince* (angle solide faible : mais angle maximum des arêtes approchant 2π ; la pointe remplissant à peu près un dièdre de faible ouverture).

On a donc défini et calculé pour chaque sommet un ensemble de paramètres géométriques (Maïti août 78). Le calcul de ces paramètres est expliqué dans la note [ANGL. SOMM. CONV.] ; on se borne ici à de brèves définitions :

DA : maximum de l'angle entre deux arêtes du cône contingent en un sommet (il faut prendre garde que DA n'est pas nécessairement atteint pour deux arêtes du polyèdre ; il se peut que le maximum corresponde à une arête proprement dite de la pyramide et une arête d'une face).

DB : maximum de l'angle entre deux arêtes du supplémentaire du cône contingent.

SL : angle solide du cône contingent.

SS : angle solide du supplémentaire du cône contingent.

A ces variables angulaires on a adjoint une distance, mesurant l'écart du sommet à l'enveloppe convexe des autres particules convergentes : en effet il peut être permis ultérieurement de déplacer un sommet vers le corps de l'événement, à condition que ce déplacement soit de l'ordre de grandeur admis pour le mouvement transverse (cf. *supra* § 2 *in fine*).

DT : distance du sommet à l'enveloppe convexe des autres points de l'hodographe, cette distance est en fait calculée comme le carré

d'une vitesse (β^2) = vitesse² dans le repère où le sommet est au repos, du point de l'enveloppe complémentaire qui est le plus proche du sommet.

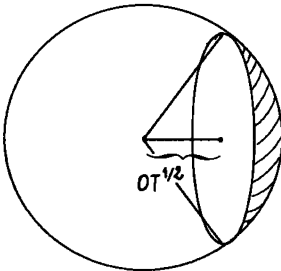
Pour faire une typologie des formes des sommets, on a converti les cinq variables géométriques (DA, DB, SL, SS, DT) ainsi que l'énergie EN, en variables logiques, suivant le découpage en classes usuel, à chaque variété sont associées 10 modalités successives définies en découpant l'intervalle de variation en dix créneaux au-dessus de chacun desquels l'histogramme a même masse. Les six variables fournissent ainsi un ensemble J de 60 modalités : on construit le tableau de cooccurrence 60 x 60 de ces modalités (tableau de BURT) : $k(j, j')$: nombre des individus (ici des sommets) ayant à la fois les modalités j et j'. En particulier chaque bloc 10 x 10, et un tableau de contingence croisant les modalités de deux variables ; ce tableau se lit comme un histogramme bidimensionnel, à cette particularité près qu'il s'agit d'un histogramme bidimensionnel canonique dont les marges ont été rendues plates pour le découpage du champ de chaque variable en classes d'égal effectif.

4 Typologie des sommets des hodographes

L'analyse factorielle du tableau de Burt fournit un résultat inattendu ; dans le plan 1 x 2 (et au-delà) toutes les modalités $j \in J$, s'alignent sur une courbe unique, les modalités de DA et SL se succèdent dans le même sens, associées à celles de DB, SS, DT, EN qui vont dans le sens opposé. Ce très fort effet Guttman impose une conclusion que confirme pleinement l'examen direct du tableau de Burt : l'ensemble des sommets sont approximativement décrits par un paramètre

de forme unique qui domine largement les autres variations, variation qu'on pourra toutefois chercher à caractériser dans la suite (§ 7). Nous appellerons *acuité* ce paramètre de forme : un sommet est d'autant plus *aigu* que l'angle solide SL est plus faible, ainsi que diamètre angulaire DA ; un sommet très aigu est aussi généralement un sommet correspondant à une particule *dure*, (i.e. d'énergie EN élevée). (Pour un exposé moins sommaire de l'analyse du tableau de Burt, avec confrontation à un modèle, cf. [BURT, GUTTMAN] ; où toutefois on rend compte seulement d'une analyse à 5 variables ; sans EN dont le rôle est particulier).

Comme il est souvent le cas pour un résultat net et inattendu, le résultat aurait pu être prévu *a priori* et peut du moins s'expliquer *a posteriori*. Pour cela, partons de la variable DT (Pr. Froissart, sept. 1978) et convertissons toutes les variables en angles variant à peu près proportionnellement.



Connaissant DT, on peut enfermer l'hodographe complémentaire dans une calotte sphérique qui est vue du sommet considéré sous un angle dont

la moitié est $TT = \text{ACOS}(\sqrt{DT})$. Le demi angle d'ouverture $AA = DA/2$, du cône contingent est certainement inférieur à TT , il en approche toutefois, parce que l'événement comporte des jets opposés très divers qui soutendent une corde maxima de la calotte. De même l'angle $BB = (\pi - DB)/2$, qui est approximativement la demi ouverture du cône contingent dans sa dimension la plus faible (petit axe de la base), est inférieur à TT et même

à AA , tout en étant du même ordre de grandeur. Il est facile de convertir les angles solides en demi angles d'ouverture de cônes, afin de faciliter les comparaisons. On pose donc :

$LL = \text{Arcos}(1 - (SL/2\pi))$ = demi ouverture d'un cône de révolution ayant l'angle solide SL.

$UU = \text{Arcsin}(1 - (SS/2\pi))$ = complémentaire de la demi ouverture d'un cône de révolution ayant l'angle solide SS.

L'énergie elle-même peut être convertie en un angle par la formule :

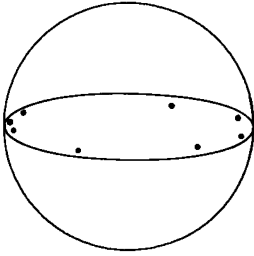
$EE = \text{Arcos}((1 - (m_\pi/EN)^2)^{1/2})$; en bref, EN est d'abord converti en

un β^2 sous l'hypothèse que la particule est un π ; puis le β^2 est converti en un angle comme DT l'a été ci-dessus.

Après cette transformation, les relations approchées révélées par l'analyse factorielle et l'examen direct du tableau de Burt, prennent une forme quasi linéaire. Voici comment : soit par exemple à comparer les deux variables AA et BB ; on peut faire le graphique de quelque 3367 points ayant pour abscisse et ordonnée respectives les valeurs de AA et BB pour les sommets des événements ; ou simplement tracer une courbe moyenne à ce graphe de points, en prenant les 3387 ayant pour coordonnées les AA et BB de même rang. (e.g. le point n° 1311 aura pour abscisse le AA qui a le rang 1311 dans l'ensemble des valeurs de AA et de même pour ordonnée le BB qui a le rang 1311 dans l'ensemble des valeurs de BB ; ou plus sommairement encore, se borner à marquer 9 points dont les coordonnées sont fournies par les limites des intervalles d'égal effectif construits pour le tableau de BURT. L'ensemble

des résultats apparaît sur un graphique ; la linéarité est frappante ; elle est encore améliorée (i.e. persiste jusqu'à la neuvième classe à peu près) si au lieu des angles on utilise comme coordonnées les tangentes, qui à la vérité sont les véritables dimensions des bases des cônes considérés (cf [BURT GUTTMAN] § 1.3).

5 Confrontation aux modèles de jets.



Sous sa forme la plus simple le modèle de jets de Feynman se résume à ce qui suit. Le jet est défini par un axe longitudinal : le long de l'axe (plus exactement long d'un intervalle de l'axe, mais est loisible de considérer un jet indéfini dans les deux sens...) les points sont distribués uniformément en rapidité (à la Poisson), transversalement, la distribution est normale, plane en p_T . A la vérité, la norma-

lité n'a pas d'importance ; seul compte l'ordre de grandeur de p_T ;

Si l'on considère comme nous un hodographe, il importe de se souvenir que :

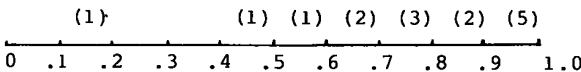
$$V_{Tr} = (1 - V_X^2)^{1/2} \times \tau ; \quad p_{Tr} = m(1 - \tau^2)^{-1/2}$$

où τ désigne un paramètre d'aplatissement transverse de l'ellipsoïde de vitesses ; or avec l'ordre de grandeur admis pour p_{Tr} , τ soit au delà de 0,8, et de plus, tandis que p_{Tr} a une distribution unimodale centrée à l'origine, τ a une probabilité infime d'être au voisinage de 0, la distribution de V_{Tr} étant concentrée au voisinage de l'ellipsoïde correspondant à la valeur la plus probable de τ .

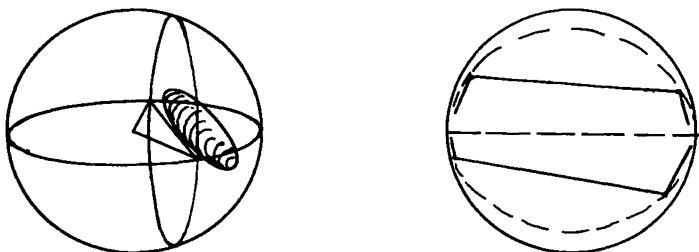
Dans le cas d'un événement comportant des particules à grand moment transverse, on peut considérer un modèle à deux jets ellipsoïdaux, ou tout autre modèle plus global ; il apparaîtra de toute façon un plan principal (plan de la réaction, parton - parton à grand p_T) ; et un axe transverse (axe 2) avec cette fois

$$V_Z = (1 - V_X^2 - V_Y^2)^{1/2} \times \tau ; \quad p_Z = m(1 - \tau^2)^{1/2} ;$$

τ étant un paramètre invariant de transversalité propre (composante extérieure). A titre indicatif voici l'histogramme de τ pour les 15 particules de l'événement 1 (évidemment il faut aller plus loin !)



On pourrait tenter de se représenter l'hodographe complémentaire d'un sommet comme un ellipsoïde indicateur inclus dans la calotte délimitée par l'horizon de vitesse $\beta = (DT)^{1/2}$.



L'hodographe complémentaire serait vu comme une ellipse, d'aplatissement $\beta/\alpha \approx \tau$. En réalité, $\beta/\alpha \approx 1/3$ est beaucoup plus faible que τ : l'ellipsoïde indicateur lui-même, rempli à peu près tout le champ circulaire du sommet (cône de demi ouverture AA); l'aplatissement est seulement dû à ce que l'événement est loin de remplir de façon dense l'ellipsoïde indicateur : l'échantillonnage longitudinal en rapidité étant très peu dense. Au total, toutes les relations approchées mises en évidence au § 4, et au delà de ces relations, les fluctuations de forme, devaient être comparées à celles résultant d'un modèle à la Feynman à deux paramètres : espacement longitudinal, et p_{Tr} , avec peut être un troisième paramètre de transversalité (i.e. une variance différente pour p_Y et $p_Z = p_{ext}$).

6 Diversité de forme des sommets.

En première approximation (cf. § 4) la forme d'un sommet est décrite en fonction d'une dimension unique, que nous appellerons *l'acuité* : le sommet est plus ou moins *aigu*. Mais ce paramètre n'épuise pas la forme du sommet : à acuité égale un sommet peut être plus ou moins pincé (aplatis : BB/AA faible) ; plus ou moins excentrique (DT relativement fort ; i.e. TT faible ; plus exactement AA/TT approchant 1) ; plus ou moins dur (EN grand i.e. EE faible relativement à l'échelle fournie par les autres variables angulaires) ; etc... A priori, on imagine qu'à l'horizon du sommet apparaît un cercle extérieur de rayon $\text{tg}(TT)$ où s'inscrit une ellipse d'axes $\text{tg}(AA)$, $\text{tg}(BB)$; les variables LL et UU étant dépendantes de AA et BB, tandis que l'angle d'énergie EE (égal à peu près à BB je ne sais pourquoi !) est à part. Il faut préciser cela par l'analyse. Le but étant de découvrir finalement une structure dans l'hodographe, en distinguant des sommets d'après leur forme.

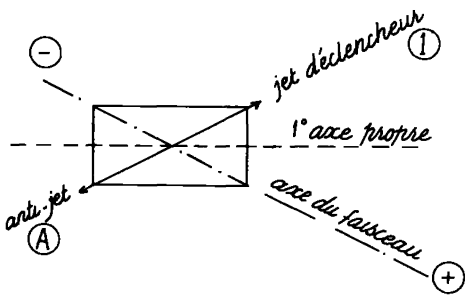
Des analyses faites on peut extraire quelque suggestion dans ce sens. Le tableau de BURT a déjà été construit pour les sous ensembles des 765 sommets dont le p_T dépasse 1 GeV/c. Comme dans l'analyse globale des 3387 sommets, la diversité des formes apparaît dominée par une unique dimension d'acuité. Mais de façon précise on peut d'après

les bornes des classes, reprendre sur un sous-échantillon particulier les constructions effectuées au § 4 sur les 3387 sommets. Il faut noter que parmi les 765 sommets à $p_T > 1 \text{ GeV}/c$, il n'y a que des som-

metts à haute énergie, donc aigus ; les angles AA, BB, LL, UU, TT et EE n'ont que des valeurs assez faibles, ne couvrant pas tout le champ exploré dans l'analyse des 3300 sommets ; mais à ceci près les alignements obtenus pour ces variables géométriques, diffèrent très peu de ceux vus au paragraphe 4. Il y a toujours exception pour l'énergie ; l'angle EE est nettement supérieur (pour des valeurs données de AA, BB, LL, UU, TT) à ce qu'on a trouvé au paragraphe 4. Autrement dit, à énergie égale, les sommets à grand p_T sont plus aigus que les autres.

Ceci n'est pas inexplicable : l'acuité du sommet n'est pas liée directement à l'énergie, mais plutôt à l'écart du sommet par rapport à l'ellipsoïde indicateur de l'hodographe d'énergie égale, un tel écart est confirmé par un fort moment transverse.

Mais une question se pose : est-ce la transversalité dans le système initial (premier axe suivant le faisceau) qui est en cause, avec l'opposition entre jets transverses et jets axiaux ou la transversalité propre ? L'échantillon des 765 est principalement recruté dans ce qui sur la figure est noté 1 et A ; que se passerait-il si l'on gardait aussi - et + à l'exclusion des sommets proches du premier axe propre ? Quels que soient les résultats obtenus, on peut attendre que les particules du secteur 1 (jet déclencheur) se distinguent ; non qu'il en faille tirer de conclusion précise, vu le recrutement de ces particules comme des valeurs extrêmes ; en revanche, la comparaison entre - et A, moins influencés par le biais de la sélection devrait être la plus instructive.



7 Définition de nouvelles variables géométriques.

Les comparaisons esquissées au paragraphe 6 d'après les dépouillements disponibles relatifs aux particules à grand p_T suggèrent de

construire des tableaux de Burt pour diverses classes de sommets définies par des conditions diverses (dans le système initial ou dans le système des axes propres), afin de comparer les relations quasi linéaires entre AA, BB, LL, UU, TT, EE, vérifiées sur ces diverses classes.

Il reste à tenter une analyse nouvelle de l'ensemble des sommets, fondée sur une description plus fine que celle du paragraphe 3 ; i.e. mesurant explicitement l'écart entre la forme d'un sommet et la forme moyenne des sommets de même acuité que lui. Diverses voies s'offrent :

1 - Estimer un angle d'acuité II définie comme une moyenne de AA, BB, LL, UU, TT ; ces dernières variables étant éventuellement corrigées par un coefficient (pente des graphes du § 4) afin qu'elles deviennent à peu près égales : (e. g. garder TT tel quel ; mais remplacer LL par 2 LL, parce que $LL \approx 0,5 TT$ etc...). Puis caractériser chaque sommet par les rapports AA/II, BB/II, ..., TT/II ; ces rapports étant ensuite

soumis à un codage logique pour construire et analyser un tableau de Burt.

2 - Estimer l'acuité par le rang ; i. e. pour chaque variable angulaire e.g. AA, un sommet est caractérisé par un rang : son AA a rang $r(AA) = 1541$ dans l'ensemble des valeurs trouvées pour AA ; de même son BB a rang $r(BB) = 1319$; etc... On définit un rang moyen, ou rang d'acuité, $mr = (r(AA) + r(BB) + r(LL) + r(UU) + r(TT)) / 5$. Puis on calcule des coordonnées fictives correspondant à ce rang : $AA(r(II)) =$ la valeur de AA ayant rang mr dans l'ensemble des 3387 valeurs trouvées pour AA. Enfin on code sous forme logique les rapports $QA = AA/AA(mr)$; $QB = BB/BB(mr)$; etc...

3 - Ce qui est suggéré pour les angles peut être fait pour les tangentes.

8 Etat des recherches en Juin 1979 : Nous considérons ici deux points : le calcul de nouvelles variables d'après le rang moyen ; et la comparaison entre données réelles et données simulées.

8.1 Recherche de facteur indépendant de l'acuité : Le § 2.3 de la note [BURT, GUTTMAN] rend compte d'une analyse faite en découpant en classes les variables QA, QB, QL, QU, QT définies ci-dessus (§ 7 ; 2) : il apparaît au sein de ces variables une nette opposition :

$$\{QA ; QU ; QT\} \neq \{QB ; QL\}.$$

Traduisons d'abord cette opposition avant de tenter de l'interpréter : il y a, à acuité égale, un étalement des sommets entre deux pôles opposés : d'un côté des sommets qui (relativement à leur rang moyen) ont de forte valeurs de AA, UU, TT, associées à de faibles valeurs de BB, LL ; de l'autre des sommets réalisant la combinaison opposée. {AA fort ; BB faible}, signifie que l'ellipse de base du cône contingent est allongée ; c'est ce qu'au § 3 on a appelé une *pince* ; {AA faible ; BB fort} (en fait BB est inférieur à AA ; mais nous considérons des effets relatifs), signifie au contraire que la base du cône contingent est à peu près circulaire.

Pour situer par rapport à cette opposition les trois autres variables, considérons les fig. du § 5 : du sommet étudié, le reste de l'hodographe est vu comme un nuage symbolisé par un ellipsoïde. La dispersion du nuage est plus forte dans le plan principal (plan des axes des 4 jets) ; plus faible dans la direction transverse. D'un sommet placé dans le plan principal, la dimension transverse au nuage donne une faible valeur de QB ; cependant que le nuage approche du sommet donc la distance DT est faible et l'angle TT fort ; au contraire pour un sommet placé dans la direction transversale on a QB fort, QT faible. Ceci semble rendre compte de l'opposition $QB \neq QT$. De même on conçoit qu'un sommet placé dans la direction transverse voit le reste de l'hodographe sous un angle solide relativement élevé ; d'où l'association {QB ; QL}. Enfin l'opposition {QL \neq QU} signifie (cf. *supra* § 4) qu'aux sommets présentant une pince on a simultanément des valeurs relativement faibles de l'angle solide SL et de l'angle solide SS du cône supplémentaire ; en effet, pour une pince parfaite, dans le cas d'un sommet situé au milieu d'une arête, ces deux angles solides sont simultanément nuls.

L'interprétation suggérée ici pourrait être mise à l'épreuve en plaçant des variables supplémentaires décrivant la position du sommet relativement à l'ensemble de l'événement : soit dans le plan de la réaction (plan des jets ; plan des axes 1 x 2) ; soit dans la direction transverse.

8.2 Comparaison des données réelles à des données simulées.

Les analyses rapportées aux §§ 1.3 et 2.3 de [BURT, GUTTMAN] ont été faites non seulement sur des données réelles (les 259 événements issus

des I.S.R.), mais aussi sur un corpus équivalent de données simulées, engendrées suivant un programme communiqué par G. Fontaine et dont le principe est exprimé au § 5. Une nette différence apparaît entre données réelles et données simulées. Toutefois avant de conclure de façon certaine à l'inadéquation du modèle, il faut incorporer à celui-ci toutes les particularités du dispositif expérimental ; les angles morts des détecteurs, et plus encore la sélection très particulière des événements dont l'enregistrement est déclenché par une particule à fort moment transverse observée dans un certain secteur.