

M. MORFIN

## **Problème d'implantation de machines dans un atelier**

*Les cahiers de l'analyse des données*, tome 1, n° 3 (1976),  
p. 287-296

[http://www.numdam.org/item?id=CAD\\_1976\\_\\_1\\_3\\_287\\_0](http://www.numdam.org/item?id=CAD_1976__1_3_287_0)

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

## PROBLÈME D'IMPLANTATION DE MACHINES DANS UN ATELIER

[IMPLANT]

par M. Morfin (1)

Ce problème posé par la compagnie Honeywell-Bull d'Angers dans le cadre d'un groupe de travail CHB-IMA concerne une implantation déjà réalisée. Il s'agit donc de voir comment traiter une telle question qui peut se reposer à l'avenir.

La formalisation du problème est née au cours de réunions régulières du groupe de travail. En particulier l'idée d'utiliser l'analyse multidimensionnelle est due à Claude Berthelot (I.M.A.) que je tiens à remercier ici :

Ce travail comprend trois parties : 1 exposé de la question  
2 construction du tableau des correspondances  
3 analyse des résultats.

### 1. Exposé de la question.

[D'après D. Cochet CHB, Division informatique, 16.12.75]

#### 1.1. Définition du problème.

L'usinage de 13 types de pièces constituant une unité à disques nécessite 25 postes de travail (machines-outil, poste de montage, de contrôle, etc...) chaque pièce passant en moyenne sur 10 postes.

Le problème est d'implanter ces postes de façon à minimiser les manutentions tout en respectant certaines contraintes.

Les manutentions sont évaluées en considérant le déplacement et le nombre moyen de "boîtes" servant au transport des différentes pièces.

#### 1.2. Données.

Voir table 1 : liste des postes

table 2 : liste des pièces, avec quantité et gamme d'usinage.

#### 1.3. Contraintes.

- Les pièces brutes proviennent d'un magasin d'entrée, les pièces terminées vont dans un magasin de sortie, les deux magasins étant groupés sur un même côté de la surface de la plateforme de l'atelier.

- Les postes M15, M16 et M25 (rectifieuses) doivent être groupées sur un bord de la surface (local clos pour éviter les poussières abrasives).

---

(1) Institut de Mathématiques Appliquées - Université catholique de l'Ouest; Angers.

- Le poste M22 (traitement de surfaces) est à l'extérieur de la plateforme. Les pièces transitent par le magasin de sortie (elles sortent et reviennent par ce magasin).

Remarques :

Il serait intéressant de pouvoir présenter plusieurs solutions suivant que l'on tient compte ou non de ces contraintes.

Le problème a été limité à 10 pièces et 18 postes. Et ici on n'a pas tenu compte des contraintes.

Une première formalisation du problème fut présentée en termes de programmation mathématique par Paul Chaillou (I.M.A.) puis peu à peu, grâce surtout à Claude Berthelot l'idée d'utiliser l'analyse multidimensionnelle apparut. D'où le traitement dont les § 2 et 3 présentent les étapes.

2. Construction du tableau de correspondance.

Désignons par I l'ensemble des postes de travail, ensemble constitué

- des "machines" : M2, M4, ..., M25
- des magasins d'entrée ou de sortie : ME, MS

Table 1 : liste des machines			
M2, M4, M5, M6, M7, M8, M9, M10, M11, M12, M13, M15, M16, M17, M19, M22, M23, M25			
↓		↓ ↓ ↓ ↓	
poste de contrôle		rectifieuses trait. surf. rect.	

Table 2 : liste des pièces			
Code	Nb par boîtes	Nb de boîtes	Opérations usinage
C	8	25	8-25-8-9
D	8	25	2-23-22-5-12-8-5-9-7-5-8-7-5-7-5-7-5-23-9
E	8	25	2-4-9
F	6	33	23-2-7-22-5-9
G	3	67	8-16-8-16-19-16-22-9
H	8	25	6-11-7-13-6-22-25-16-9
L	50	4	19-17-19-10-22-23-9-15-16
M	18	11	17-6-7-9
P	6	33	6-7-23-11-7-9-22-6-9-22-9
R	24	8	6-7-11-13-9-22-6-25-9-13-22-9

Le transport des pièces se fait par boîtes.

Pour chaque type de pièce, codé ici par une lettre, on donne :

- le nombre de pièces par boîte
- le nombre de boîtes utilisées durant un mois, soit pour la fabrication de 200 unités de disque environ.
- la gamme d'usinage donnée par la suite des numéros des machines sur lesquelles passe chaque type de pièce.

2.1. Principe.

A partir de ces données on construit un tableau de correspondance symétrique, dont la diagonale est chargée de façon à obtenir des facteurs directs [1].

L'unité choisie est donc la "boîte" (cf 1.1)

Le tableau carré symétrique est une application  $k$  de  $I \times I$  dans  $N$

$$k = I \times I \rightarrow N$$

- si  $i \neq i'$   $k(i, i')$  est le nombre de manutentions effectuées soit de  $i$  vers  $i'$ , soit de  $i'$  vers  $i$
- si  $i = i'$

si  $i$  est ME o MS,  $k(i, i) = 256$ , 256 est le nombre de boîtes traitées dans le mois donc sorties de ME ou rentrées dans MS;

sinon  $k(i, i)$  est le nombre d'opérations effectuées au poste  $i$ .

Il est évident qu'un tel tableau est symétrique. La recherche de la proximité entre postes de travail justifie le choix de  $k(i, i')$ .

### 2.2. Construction.

On remplit le tableau  $k$  en opérant pièce par pièce. Au départ toutes les cases sont nulles.

*Exemple pour les pièces E :*

Le tableau  $k$  se trouvant alors dans l'état correspondant aux cumuls dus aux pièces C et D, on ajoute 25 (nombre de boîtes de E) aux cases :

(ME, ME), (M2, M2), (M4, M4), (M9, M9), (MS, MS) (magasins et postes d'usinage);

et : (ME, M2), (M2, ME), (M2, M4), (M4, M2), (M4, M9), (M9, M4), (M9, MS), (MS, M9); (transferts entre postes ou entre magasin et poste)

Le tableau  $k$  correspondant aux données de la Table 2 est donné dans la table 3. Dans la ligne notée PJ(J) on donne le total de chaque colonne.

### 2.3. Quelques calculs.

- Soit une boîte d'une pièce nécessitant  $\ell$  opérations d'usinage, soit la gamme :

$$ME \rightarrow i_1 \rightarrow i_2 \rightarrow \dots \rightarrow i_{\ell-1} \rightarrow i_{\ell} \rightarrow MS$$

Dans le tableau  $k$  elle intervient  $(\ell + 2)$  fois dans la diagonale (magasins et postes d'usinages); et, de plus  $2(\ell+1)$  fois : les  $\ell$  opérations demandant  $\ell + 1$  manutentions, chacune étant comptée deux fois, en dehors de la diagonale.

- Si on note  $P$  l'ensemble des types de pièces, ici au nombre de 10, et pour un type  $p$  donné  $n_p$  le nombre de boîtes usinées dans le mois,  $\ell_p$  le nombre d'opérations d'usinage, le total général du tableau  $k$ , que nous noterons aussi  $k$  est alors :

$$k = \sum \{k(i, i') \mid (i, i') \in I \times I\} = \sum \{n_p (3\ell_p + 4) \mid p \in P\}$$

Dans le problème étudié  $k = 7468$ . De façon générale  $k$  est le nombre de manutentions ou opérations d'usinage effectuées dans le mois (une manutention comptant 2).

- Pour une machine donnée,  $i \in I$ , notons  $k(i)$  le total de la ligne [ou de la colonne]  $i$ .

- On remarque que si  $i \in \{ME, MS\}$ ,  $k(i) = 3k(i,i)$ . En effet chaque opération d'usinage d'une boîte sur la machine  $i$  nécessite deux manutentions : une pour l'amener et l'autre pour l'emmener.

- Si  $i \in \{ME, MS\}$   $k(i) = 2k(i,i)$ . En effet dans ce cas-là il n'y a qu'une manutention : entrée à partir de ME; ou sortie vers MS.

2.3'. Remarque : tableaux associés à un processus : il est commun, notamment en linguistique (\*), d'associer à tout ensemble de séquences d'éléments d'un ensemble  $I$  (e.g. un alphabet en linguistique; ici un ensemble de postes; etc.) un tableau  $\kappa_{I \times I}$ , où  $\kappa(i,i')$  est le nombre des cas où  $i$  est suivi de  $i'$ . Comme pour être complet un élément  $i$  doit être caractérisé sur une seule ligne à la fois par les signes qui le suivent et par ceux qui le précèdent, ce n'est pas le tableau carré  $\kappa_{I \times I}$  (card  $I \times$  Card  $I$ ) que l'on analyse; mais plutôt un tableau rectangulaire  $\rho$ , (Card  $I \times 2$  Card  $I$ ) : chaque élément  $i$ 'y figure deux fois en colonnes  $i'_s$  et  $i'_p$  :

$$\rho(i, i'_s) = \kappa(i, i') = \text{nombre de fois que } i' \text{ suit } i;$$

$$\rho(i, i'_p) = \kappa(i', i) = \text{nombre de fois que } i' \text{ précède } i$$

schématiquement,  $\rho$  est obtenu en juxtaposant  $\kappa$  et son transposé.

Dans la présente étude, on ne distingue pas entre transfert de  $i$  vers  $i'$  et transfert de  $i'$  vers  $i$  : aussi analyse-t-on le tableau  $k$  qui n'est autre que  $\kappa$  symétrisé ( $k(i, i') = \kappa(i, i') + \kappa(i', i)$ ) et complété sur la diagonale, comme indiqué.

#### 2.4. Analyse des correspondances [2].

• Chaque poste  $i \in I$  est décrit par son profil, vecteur ici à 20 composantes, la composante de rang  $i'$  étant :  $f_{i'}^i = k(i, i')/k(i)$  parmi les manutentions ou opérations concernant le poste  $i$ , la fréquence de celles faisant intervenir  $i$  et  $i'$  est  $f_{i'}^i$ . Ici un des avantages de travailler sur les profils est de supprimer l'arbitraire qu'il y a à prendre l'unité de temps égale au mois.

• Chaque poste  $i \in I$  est affecté du poids  $k(i)/k = f$ , donc (cf 2.3) proportionnel au nombre d'opérations effectuées sur le poste  $i$ .

On munit l'espace  $R^{20}$  de la distance du  $\chi^2$  :

$$d^2(i, i') = \sum \{(1/f_{i''}) (f_{i''}^i - f_{i''}^{i'})^2 \mid i'' \in I\}.$$

On recherche alors les axes principaux d'inertie de ce nuage de 20 points dans l'espace  $R^{20}$ . La projection sur le plan des deux premiers axes donne la meilleure représentation bidimensionnelle.

### 3. Analyse des résultats.

#### 3.1. Résultats généraux [3].

L'inertie totale du nuage par rapport à son centre de gravité est 3, 11.

(\*) La présente remarque a justement été rédigée à l'occasion du colloque de Montpellier.

Statistiques sur les valeurs propres :

Numéro	Valeur propre	Pourcentage	Pour. Cumulé
1	0,638	20,478	20,478
2	0,557	17,864	38,342
3	0,388	12,462	50,804
4	0,291	9,346	60,150
5	0,271	8,692	68,842
6	0,178	5,721	74,563
7	0,159	5,120	79,683

Les résultats concernant les 7 premiers facteurs sont donnés sur la table 4. Tous ces facteurs sont directs.

### 3.2. Etude du plan 1.2.

Sur la figure 1 on a représenté la projection du nuage sur le plan des deux premiers axes. Chaque poste de travail est figuré par un disque dont la taille varie avec le poids (cf 2.4) associé au poste.

#### • Axe 1.

5 postes contribuent à plus de 80 % à la création de cet axe : (les contributions sont données en  $^{\circ},^{\circ},^{\circ}$ ;

	CTR	CØR
M 8	151	583
M 9	97	411
M16	284	771
M19	172	526
M S	115	249

Ce sont aussi ces postes qui sont les mieux représentés; MS est un peu moins bien représentés : c'est le point ayant la plus forte contribution à l'Inertie totale ( $95^{\circ},^{\circ},^{\circ}$ ).

Cet axe est créé par les fortes liaisons existant entre M8 et M16 (201), entre M16 et M19 (134) entre MS et M9 (252).

#### • Axe 2.

5 postes contribuent à plus des 3/4 de l'inertie de cet axe :

M E	157	343
M 2	115	367
M23	81	334
M 9	142	524
M S	272	513

Cet axe est créé par l'opposition entre Entrée et Sortie : les postes M2 et M23 se groupant avec ME et M9 allant avec MS.

#### • Interprétation au niveau des types de pièce.

Les représentations des manutentions correspondant à chaque type de pièce sur le plan 1.2 permettent de mieux comprendre la réduction des données effectuée par l'Analyse des correspondances, de mieux lire en somme le tableau de correspondances de la table 3.

On aboutit à une typologie des pièces :

TABLE 3 - TABLEAU DE CORRESPONDANCE k

NOM(J)	ME	M2	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12	M13	M15	M16	M17	M19	M22	M23	M25	M5
PJ(J)	512.	249.	75.	549.	429.	729.	702	1089.	12.	198.	75.	123.	12.	690.	45.	225.	708.	360.	174.	512.
ME	256.	50.	0.	0.	66.	0.	92.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	11.	4.	0.	33.	0.	0.
M2	50.	83.	25.	0.	0.	33.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	58.	0.	0.
M4	0.	25	25.	0.	0.	0.	0.	25.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
M5	0.	0.	0.	183.	0.	150.	50.	58.	0.	0.	25.	0.	0.	0.	0.	0.	58.	25.	0.	0.
M6	66.	0.	0.	0.	143.	52.	0.	33.	0.	25.	0.	25.	0.	0.	11.	0.	66.	0.	8.	0.
M7	0.	33.	0.	150.	52.	243.	25.	69.	0.	66.	0.	25.	0.	0.	0.	0.	33.	33.	0.	0.
M8	92.	0.	0.	50.	0.	25.	234.	25.	0.	0.	25.	0.	0.	201.	0.	0.	182.	29.	8.	252.
M9	0.	0.	25.	58.	33.	69.	25.	363.	0.	4.	0.	16.	4.	25.	0.	0.	4.	0.	0.	0.
M10	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	4.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	4.	4.	0.	0.	0.
M11	0.	0.	0.	0.	25.	66.	0.	0.	0.	66.	0.	8.	0.	0.	0.	0.	0.	33.	0.	0.
M12	0.	0.	0.	25.	0.	0.	25.	0.	0.	0.	25.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
M13	0.	0.	0.	0.	25.	25.	0.	16.	0.	8.	0.	41.	0.	0.	0.	0.	8.	0.	0.	0.
M15	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	4.	0.	0.	0.	0.	4.	4.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
M16	0.	0.	0.	0.	0.	0.	201.	25.	0.	0.	0.	0.	4.	230.	0.	134.	67.	0.	25.	4.
M17	11.	0.	0.	0.	11.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	15.	8.	8.	0.	0.	0.	0.
M19	4.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	4.	0.	0.	0.	0.	134.	8.	75.	0.	0.	0.	0.
M22	0.	0.	0.	58.	66.	33.	0.	182.	4.	0.	0.	8.	0.	67.	0.	236.	29.	25.	0.	0.
M23	33.	58.	0.	25.	0.	33.	0.	29.	0.	33.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	29.	20.	0.	0.
M25	0.	0.	0.	0.	8.	0.	50.	8.	0.	0.	0.	0.	0.	25.	0.	0.	25.	0.	58.	0.
M5	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	252.	0.	0.	0.	0.	0.	4.	0.	0.	0.	0.	0.	256.

TABLE 4 - RESULTATS DE L'ANALYSE DES CORRESPONDANCES

J1	CLT	POID	INR	1=F	COR	CTR	2=F	COR	CTR	3=F	COR	CTR	4=F	COR	CTR	5=F
1	ME	947	82	374	37	18	-1130	343	157	1156	358	236	-488	64	56	679
2	M2	961	56	-378	37	7	-1383	367	115	1209	280	125	1017	198	118	-632
3	M4	651	100	46	737	38	-522	19	5	1605	182	67	1637	189	92	-1103
4	M5	933	735	43	-286	45	-198	22	5	-898	447	153	557	172	78	382
5	M6	888	575	43	-283	32	-567	146	33	-82	3	1	-1204	667	286	90
6	M7	878	976	43	801	182	-509	188	46	-783	445	155	106	8	4	-144
7	M8	914	940	53	1011	583	11	0	0	-9	0	0	271	42	24	649
8	M9	979	1455	48	-651	411	737	524	142	187	34	13	-2	0	0	12
9	M10	308	16	38	1222	20	4	741	8	-798	1	0	-684	6	3	-2629
10	M11	843	285	45	-655	82	-1012	194	49	-894	152	55	-362	25	12	-746
11	M12	647	100	41	519	21	-151	2	0	-1043	86	28	1336	140	62	1834
12	M13	446	165	38	-635	56	-411	24	5	-786	86	26	-1270	224	91	-337
13	M15	30	16	36	535	4	1	997	14	3	135	0	153	0	0	-622
14	M16	939	924	75	1400	771	284	499	98	41	-69	2	1	98	4	-362
15	M17	564	60	39	787	30	-726	26	6	918	41	13	-2169	231	97	-323
16	M19	945	301	67	1911	526	112	641	39	22	22	0	-191	5	4	-1399
17	M22	777	947	33	-202	37	6	277	70	13	231	72	-231	49	18	-77
18	M23	689	482	43	-475	81	-264	334	81	365	25	9	558	112	51	-535
19	M25	706	233	38	903	159	30	297	17	4	166	5	2	14	0	682
20	MS	889	686	95	-1035	249	115	1487	513	272	742	128	97	-19	0	159



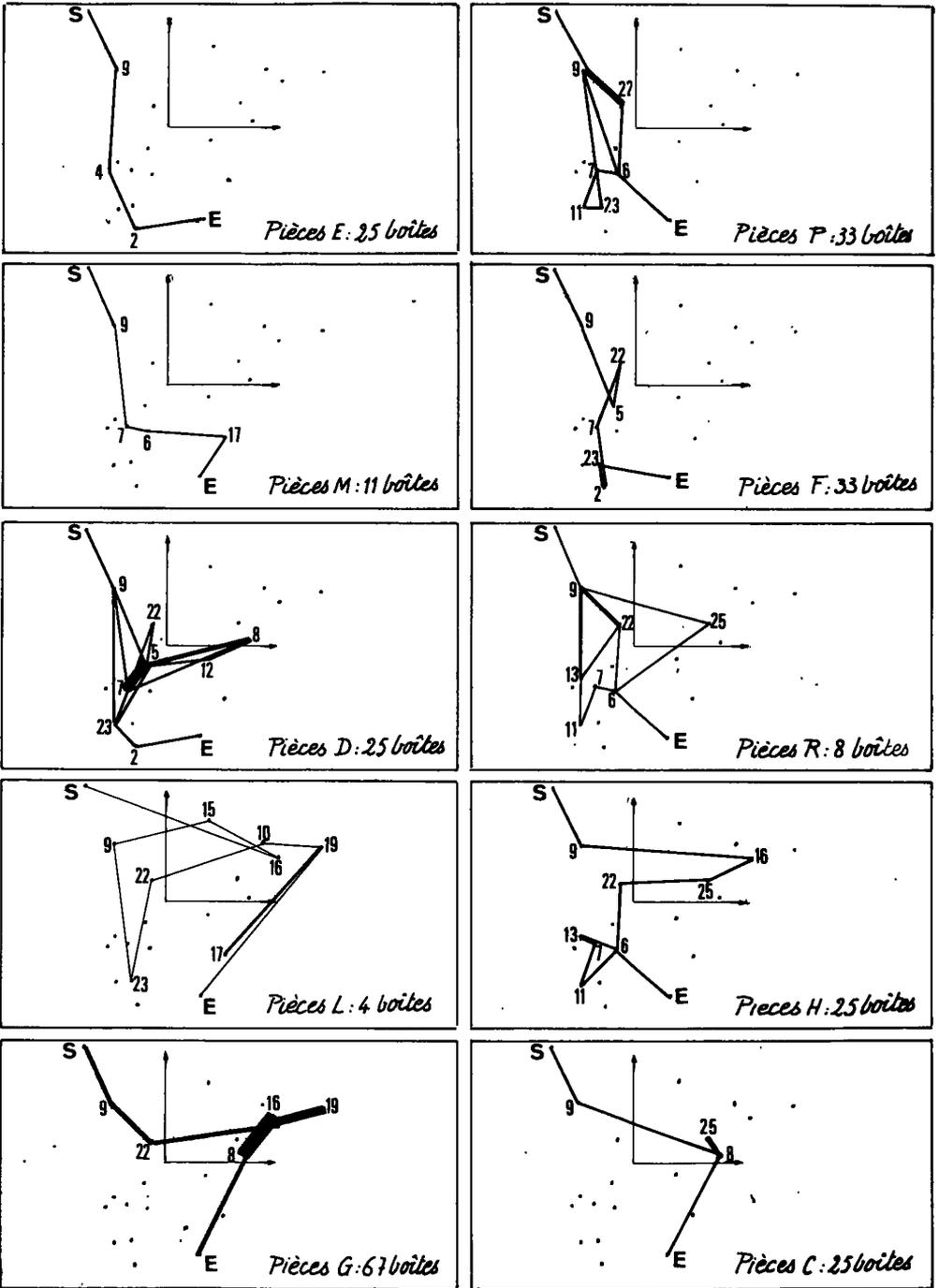


Figure 2: Flux correspondant aux différents types de pièces, représenté sur le plan des axes 1-2. On a donné aux axes longueur 1, 4.

