

BULLETIN DE LA S. M. F.

SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 61 (1933), p. 1-54 (supplément spécial)

http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1933__61__v1_0

© Bulletin de la S. M. F., 1933, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES

DE L'ANNÉE 1933

SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

ÉTAT

DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

AU 14 FÉVRIER 1934 ⁽¹⁾.

Membres honoraires du Bureau ...	MM. BOREL. BRILLOUIN. CARTAN (E.). DEMOULIN. DERUYTS. DRACH. ESCLANGON. GOURSAT. HADAMARD. JOUGUET. LEBESGUE. OCAGNE (D'). PICARD. VALLÉE POUSSIN (DE LA). VILLAT. VOLTERRA.
Président.....	MM. CHAZY. TRESSE.
Vice-Présidents.....	FRÉCHET. MICHEL. BROGLIE (LOUIS DE). DESFORGE.
Secrétaires.....	VALIRON. CHAPELON.
Vice-Secrétaires.....	GOT.
Archiviste.....	BARRÉ.
Trésorier.....	TURMEL. BEGHIN, 1935. BRICARD, 1937. BRILLOUIN (LÉON), 1937. DENJOY, 1935. DULAC, 1936. GARNIER, 1936. JOUGUET, 1934. JULIA, 1936. LÉVY (PAUL), 1935. LIÉNARD, 1937. MONTEL, 1935. PÉRÈS, 1937. VERGNE, 1936.
Membres du Conseil ⁽²⁾	

(¹) MM. les Membres de la Société sont instamment priés d'adresser au Secrétariat les rectifications qu'il y aurait lieu de faire à cette liste.

(²) La date qui suit le nom d'un membre du Conseil indique l'année au commencement de laquelle expire le mandat de ce membre.

Date
de
l'admission.

1932. **ABASON**, sous-directeur de l'École polytechnique, Bucarest (Roumanie).
 1922. **ABRAMESCO** (N.), professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).
 1900. **ADHÉMAR** (vicomte Robert d'), rue de Lille, 87, à Lambersart (Nord). **S. P.** ⁽¹⁾.
 1929. **AHLFORS** (Lars), docteur ès sciences, professeur adjoint à l'Université d'Helsingfors (Finlande).
 1919. **ALMÉRAS**, professeur de mathématiques spéciales au lycée de Casablanca (Maroc).
 1931. **AMIRA** (B.), lecteur à l'Université de Jérusalem. P. O. B. 715.
 1918. **ANGELESCO**, professeur à l'Université de Bucarest (Roumanie).
 1925. **ANGHELUTZA** (Th.), docteur ès sciences, professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).
 1919. **ANTOINE**, professeur à la Faculté des Sciences, 10, quai Richemond, Rennes (Ille-et-Vilaine).
 1931. **ARONSAJN** (N.), 8, rue Paulin-Enfert, Paris (13^e).
 1920. **ARVENGAS** (Gérard), ingénieur en chef des poudres, poudrerie de Sorgues, à Sorgues (Vaucluse).
 1900. **AURIC**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, rue du Val-de-Grâce, 2, à Paris (5^e). **S. P.**
 1919. **BACHELIER**, professeur à la Faculté des Sciences, à Besançon (Doubs).
 1929. **BADESCU** (Radu), professeur à l'Université, 5, rue Minerva, à Cluj (Roumanie).
 1928. **BAKER** (H. F.), professeur à Saint-John College, Walcott, 3 Storey's Way, Cambridge (Angleterre).
 1917. **BARRAU** (J.-A.), professeur à l'Université, M. H. Trompstr., 10, à Utrecht (Hollande).
 1905. **BARRÉ**, colonel du génie, docteur ès sciences mathématiques, 8 bis, rue Amyot, à Paris (5^e).
 1932. **BARRILLON**, directeur de l'École du génie maritime, 3, avenue Octave-Gréard, à Paris (7^e).
 1918. **BARRIOL** (A.), secrétaire général de la Société de Statistique de Paris, rue des Martyrs, 40, à Paris (9^e). **S. P.**
 1927. **BARY** (M^{lle} Nina), Pokrovka ulitza 29, app. 22, à Moscou, U. R. S. S.
 1920. **BAYS**, professeur ordinaire de mathématiques à l'Université de Fribourg, Le Châtelet, Fribourg (Suisse).
 1919. **BECHIN**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Courcelles, 191, à Paris (17^e).
 1919. **BÉNÉZÉ**, professeur au lycée Racine, rue du Rocher, 20, à Paris (8^e).
 1929. **BERGEOT**, licencié ès sciences, ingénieur des Arts et Manufactures, rue de Turin, 22, à Paris (8^e).
 1929. **BERRIAT** (Jean), ingénieur en chef des Manufactures de l'État, avenue Maurice-Berteaux, 97, au Vésinet (Seine-et-Oise).
 1923. **BERNSTEIN** (S.), professeur à l'Université, rue Technologique, 11, à Kharkow (Russie).
 1931. **BERNSTEIN** (Wladimir), docteur ès sciences, chargé de cours à l'Université royale de Pavie, via Paganini, 2, ~~Milan~~ (4/11) (Italie).
 1891. **BERTRAND DE FONTVIOLANT**, professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, Les Acacias, à Vaucresson (Seine-et-Oise). **S. P.**
 1927. **BESSONOFF**, professeur à l'École technique, 2^e Neopalimovskg ulitza 11, app. 1, à Moscou, U. R. S. S.
 1932. **BIERNACKI**, Institut mathématique de l'Université de Poznan (Pologne).

(1) Les initiales **S. P.** indiquent les Sociétaires perpétuels.

Date
de
l'admission.

1888. **BIOCHE**, professeur honoraire au lycée Louis-le-Grand, rue Notre-Dame-des-Champs, 56, à Paris (6^e). **S. P.**
1926. **BIRKHOFF**, professeur à l'Université de Harvard, 984, Memorial Drive, à Cambridge, Massachusetts, U. S. A.
1932. **BLANC**, professeur au lycée, 16, rue de l'Ancienne-Comédie, à Poitiers (Vienne).
1922. **BLOCH**, Grande-Rue, 57, à Saint-Maurice (Seine).
1891. **BLUTEL**, inspecteur général honoraire, rue Denfert-Rochereau, 110, à Paris (14^e).
1926. **BOHR** (H.), professeur à l'Université, à Copenhague (Danemark).
1895. **BOREL** (Émile), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Bac, 32, à Paris (7^e). **S. P.**
1913. **BORTOLOTTI** (Ettore), professeur à l'Université, via Pelagio Pelagi, 5, Bologne (Italie).
1931. **BORTOLOTTI** (Enea), professeur, Istituto matematico della R. Università, Cagliari (Italie).
1927. **BOTEZ** (Gustave), professeur au lycée de Cernauti (Roumanie).
1909. **BOULAD** (F.), membre de l'Institut d'Égypte, 28, rue Faggalah, au Caire (Égypte).
1913. **BOULICAND**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Théophraste-Renaudot, 50, à Poitiers (Vienne).
1920. **BRANTUT**, ingénieur général d'artillerie navale, rue de Poissy, 13, Paris (5^e).
1933. **BRASSIER**, professeur honoraire à La Mure (Isère).
1911. **BRATU**, professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).
1930. **BRAY** (H. E.), professeur, Rice Institute, à Houston (Texas).
1924. **BREQUET** (Louis), ingénieur-constructeur, président de la Chambre syndicale des industries aéronautiques, rue de la Pompe, 115, Paris (16^e).
1932. **BRELOT** (Marcel), chargé de cours à la Faculté des Sciences d'Alger.
1897. **BRICARD**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers et à l'École Centrale, rue Denfert-Rochereau, 108, à Paris (14^e).
1919. **BRILLOUIN** (M.), membre de l'Institut, professeur au Collège de France, boulevard du Port-Royal, 31, à Paris (13^e).
1920. **BRILLOUIN** (Léon), professeur à la Faculté des Sciences, quai du Louvre, 30, à Paris.
1920. **BROGLIE** (Louis DE), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, 94, rue Perronnet, Neuilly-sur-Seine.
1920. **BRUNSWICIG**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Lettres, rue Schæffer, 53, à Paris (16^e).
1901. **BUHL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue des Coffres, 11, à Toulouse (Haute-Garonne).
1929. **BUREAU** (Florent), docteur ès sciences de l'Université de Liège, à Jemeppe-sur-Sambre (Belgique).
1894. **CANEN** (E.), rue de Passy, 1, à Paris (16^e).
1928. **CAIRNS** (W. D.), Peters Hall, Oberlin College, Oberlin, Ohio, U. S. A.
1927. **CALLANDREAU**, ingénieur des Arts et Manufactures, maître de conférences à l'École Centrale, boulevard Edgar-Quinet, 1, Paris (14^e).
1928. **CALUGAREANO**, docteur ès sciences, Calea Mitorilor, 40, à Cluj (Roumanie).
1931. **CAPOULADE**, professeur au collège Chaptal, 65 bis, rue Denis-Papin, Colombes (Seine).
1892. **CARONNET**, docteur ès sciences, professeur au collège Chaptal, avenue Niel, 15, à Paris (17^e).
1919. **CARRUS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Bab-Azoum, 11, à Alger.

Date
de
l'admission.

1896. **CARTAN** (E.), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, avenue de Montespan, 27, au Chesnay (Seine-et-Oise).
1930. **CARTAN** (Henri), maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1887. **CARVALLO**, directeur honoraire des études à l'École Polytechnique, rue des Bourdonnais, 27, à Versailles (Seine-et-Oise). **S. P.**
1919. **CERF**, professeur à la Faculté des Sciences, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1929. **CESAREC** (Rodolphe), professeur à l'Université, Vlaska ul, 16, à Zagreb (Yougoslavie).
1925. **CHAMBAUD** (R.), ingénieur E. C. P., rue Félix-Faure, 1, à Paris (15^e).
1919. **CHANDON** (M^{me}), astronome adjoint à l'Observatoire, avenue de l'Observatoire, 38, à Paris (14^e).
1919. **CHAPELON**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille, examinateur à l'École Polytechnique, boulevard Morland, 2, à Paris (4^e). **S. P.**
1931. **CHARDOT** (Jacques), ancien élève de l'École Polytechnique, villa des Iris, à Mont-Saint-Martin (Meurthe-et-Moselle).
1930. **CHARPENTIER** (M^{lle}), docteur ès sciences, rue Gambetta, 53, à Poitiers (Vienne).
1933. **CHARRUEAU** (A.), ingénieur des Ponts et Chaussées, docteur ès sciences, rue Naujac, 152, Bordeaux (Gironde).
1896. **CHARVE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, villa Gambie, 23, rue Va-à-la-Mer, à Marseille (Bouches-du-Rhône).
1911. **CHATELET**, recteur de l'Académie de Lille (Nord).
1907. **CHAZY**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Villebois-Mareuil, 6, à Paris (17^e). **S. P.**
1923. **CHENEVIER**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5^e).
1933. **CHENG** (Chuan Chang), rue Gay-Lussac, 46, Paris (5^e).
1928. **CHEYBAMI** (Sadegh), ingénieur d'artillerie, 6, rue Cheybami, à Téhéran (Perse), et avenue La Bourdonnais, 40, à Paris (7^e).
1928. **CIORANESCO** (Nicolas), maître de conférences à l'École Polytechnique, Strada Maria Hagi-Mosco, 12, Bucarest (Roumanie).
1921. **CLAPIER**, docteur ès sciences, 47, avenue de Lodève, Montpellier (Hérault).
1921. **CLAUDON**, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, 7, rue Albert-Maignan, Le Mans (Sarthe).
1913. **COBLYN**, ingénieur-conseil, rue des Vignes, 34, à Paris (16^e).
1920. **COISSARD**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, avenue Gambetta, 17, à Paris (20^e).
1933. **COISSARD** (M.), 6, rue Chanzy, Viroflay (Seine-et-Oise).
1931. **CORDONNIER** (Gérard), ingénieur du génie maritime, rue Nélaton, 4, à Paris (15^e).
1928. **CORPUT** (J.-G. van der), professeur à l'Université, Parklaan, 28, à Groningen (Pays-Bas).
1900. **COTTON** (Émile), correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, place Saint-Laurent, 1, à Grenoble (Isère). **S. P.**
1933. **COURRIER**, professeur au lycée Fustel-de-Coulanges, Strasbourg (Bas-Rhin).
1926. **CRAWLEY** (A.-G.), Esq., directeur du British Museum, à Londres.
1914. **CRELIER**, professeur à l'Université de Berne, rue Schläfli, 2, à Berne (Suisse).
1904. **CURTISS**, professeur à l'Université Northwestern, Stermann Avenue, 2023, à Evanston (Illinois, États-Unis).

Date
de
l'admission.

1919. **DANJOY**, ingénieur des constructions civiles, rue de Villersexel, 9, à Paris (7^e).
1919. **DARMOIS**, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy, 7, rue de l'Odéon, Paris, (6^e).
1885. **DAUTHEVILLE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, cours Gambetta, 27, à Montpellier (Hérault).
1933. **DEBEY** (Jean), professeur au lycée Rollin, rue Vauvenargues, 8, à Paris (18^e).
1920. **DEBROX**, professeur au lycée Condorcet, avenue de Suffren, 113 *ter*, à Paris (15^e).
1920. **DEFORNEAUX**, professeur au lycée Condorcet, rue Lemoine-Rivière, 39, à Argenteuil (Seine-et-Oise).
1920. **DELENS**, professeur au lycée, rue de Sainte-Adresse, 35, Le Havre (Seine-Infér.).
S. P.
1934. **DELGLEIZE**, répétiteur à l'Université de Liège, 15, rue Visé-Voie, à Liège (Belgique).
1926. **DELLOUE**, professeur au lycée de Galatasaray, à Constantinople (Turquie).
1932. **DELSARTE**, professeur à la Faculté des Sciences, 4, rue de l'Oratoire, Nancy (M.-et-M.).
1919. **DELTHEIL**, professeur à la Faculté des Sciences, boulevard Carnot, 26, à Toulouse (Haute-Garonne).
1931. **DELTOUR**, professeur à l'École Polytechnique de l'Université de Montréal (Canada).
1892. **DEVOULIN** (Alph.), professeur à l'Université, rue Van-Hulthem, 36, à Gand (Belgique).
1927. **DEMTCHENKO**, docteur ès sciences, 118, rue d'Assas, Paris (6^e).
1905. **DENJOY** (Arnaud), professeur à la Faculté des Sciences, boulevard Raspail, 116, à Paris (6^e).
1883. **DERUYTS**, professeur à l'Université, rue Louvrex, 37, à Liège (Belgique).
1894. **DESAINT**, docteur ès sciences, rue du Marché, 15, Neuilly-sur-Seine (Seine).
1931. **DESPORCE** (J.), professeur au lycée Saint-Louis, 11 *bis*, rue Le Bouvier, Bourg-la-Reine (Seine).
1930. **DEVISME** (Jacques), professeur de mathématiques spéciales, au lycée de Tours (Indre-et-Loire).
1932. **DEVISME** (M^{lle} Odette), professeur au lycée de jeunes filles de Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1933. **DIAMOND**, American University Union, 173, boulevard Saint-Germain, Paris (6^e).
1900. **DICKSTEIN**, professeur à l'Université, Marszatowska, 117, à Varsovie (Pologne).
1932. **DIEUDONNÉ** (Jean), chargé de cours à la Faculté des Sciences, 28, rue des Trente, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1931. **DIVE** (P.), chargé de cours à la Faculté des Sciences, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1926. **DOLLON**, professeur de mathématiques spéciales au lycée, 35, rue Isabey, Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1914. **DONDER** (J. DE), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, rue de l'Aurore, 5, Bruxelles (Belgique).
1899. **DRACH**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue Geoffroy-Saint-Hilaire, 53, à Paris (5^e).
1930. **DRESDEN** (A.), professeur à Swarthmore College, à Swarthmore, Pensylvanie (U. S. A.).
1930. **DUBOURDIEU**, docteur ès sciences, rue d'Antin, 3, à Paris.
1933. **DUBREIL**, maitre de conférences à la Faculté des Sciences, à Lille (Nord).
1922. **DUCHANGÉ**, ingénieur en chef des mines, 98, boulevard Malesherbes, Paris (17^e).
1920. **DUFOUT** (G.), professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Monge, 21, à Paris (5^e).

Date
de
l'admission.

1907. **DULAC** (Henri), professeur à la Faculté des Sciences, avenue Jules-Favre, 2, à Lyon (Rhône).
1896. **DUMAS** (G.), docteur de l'Université de Paris, professeur à l'Université, Cabrières, avenue Mont-Charmant, à Béthusy-Lausanne (Suisse).
1917. **DU PASQUIER** (L.-Gustave), docteur ès sciences, professeur à l'Université, Sablons 33, Neuchâtel (Suisse). **S. P.**
1930. **DURAND** (Georges), docteur ès sciences, astronome à l'Observatoire, 87, rue du Dix-Avril, Toulouse (Haute-Garonne).
1922. **DUVERGER** (M^{me}), 32, rue d'Orfond, à Angoulême (Charente).
1912. **EISENHARDT** (L.-P.), professeur à l'Université de Princeton, Alexander Street, 22, à Princeton (New-Jersey, États-Unis).
1916. **ELCUS**, banquier, rue du Colisée, 36, à Paris (8^e). **S. P.**
1920. **ERREHA**, professeur à l'Université de Bruxelles, chaussée de Waterloo, 1039, Uccle (Belgique).
1915. **ESCLANGON**, membre de l'Institut, directeur de l'Observatoire de Paris.
1896. **EUVERTE**, ancien élève de l'École Polytechnique, ancien capitaine d'artillerie, rue du Pré-aux-Clercs, 18, à Paris (7^e).
1929. **EVANS**, professeur au Rice Institute, à Houston, Texas (U. S. A.).
1888. **FABRY**, correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, traverse Magnan, 1, à Mazargues (Bouches-du-Rhône).
1924. **FANTAPPIÉ** (Luigi), docteur ès sciences, via Mazzini, 4, à Viterbo (Italie).
1926. **FAVARD** (J.), maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Grenoble (Isère).
1932. **FAYET**, professeur au lycée français, calle del Marqués de la Ensenada, 12, Madrid (Espagne).
1892. **FERR** (Henri), professeur à l'Université, route de Florissant, 110, à Genève (Suisse).
1928. **FÉRAUD** (L.), docteur ès sciences, 24, rue H.-Mussard, à Genève (Suisse).
1929. **FERRIER** (R.), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, directeur central au Ministère de la Marine, rue de Franqueville, 2, Paris (16^e).
1926. **FINKOFF** (Serge), professeur à l'Université, Sobatchia Plochadka n° 3, app. 10, Moscou (Russie).
1919. **FLAMANT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Schweighäuser, 35, à Strasbourg.
1920. **FLAVIEN**, professeur au lycée Rollin, avenue du Parc, 35, à Sceaux (Seine).
1903. **FORD** (Walter B.), professeur de mathématiques à l'Université de Michigan, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1919. **FORGERON**, agrégé de mathématiques, sous-directeur de la Caisse syndicale de retraites des Forges, rue de Rome, 46, à Paris (8^e).
1929. **FOUARGE** (L.), professeur à l'Université, à Liège (Belgique).
1905. **FOUET**, professeur à l'Institut catholique, rue Le Verrier, 17, à Paris (6^e).
1903. **FRAISSÉ**, proviseur du lycée de Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1920. **FRANCESCHINI**, avenue du Petit-Chambord, 40, à Bourg-la-Reine (Seine).
1911. **FRÉCHET**, professeur à la Sorbonne, Institut H.-Poincaré, rue Pierre-Curie, 11, Paris (5^e).
1934. **FRJITZINSKY** (W.-Z.), professeur à l'Université Northwestern, 720, Simpson Street, Evanston (Illinois, U. S. A.).
1929. **FRODA** (Alexandre), ingénieur, str. Burghilea, 10, à Bucarest, IV (Roumanie).
1911. **GALBRUN**, docteur ès sciences, avenue Bosquet, 40 bis, à Paris (7^e).
1919. **GAMBIER**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille, 23, rue du Laos, à Paris (15^e).

Date
de
l'admission.

1908. **CARNIER** (René), professeur à la Faculté des Sciences, rue Decamps, 21, à Paris (16°).
1920. **GAY**, professeur au lycée, à Montpellier (Hérault).
1906. **GÉRARDIN**, quai Claude-le-Lorrain, 32, à Nancy (Meurthe-et-Moselle). **S. P.**
1929. **GERNAY** (R.-H.), professeur à l'Université de Liège, à Wandre, Cahorday, 28, province de Liège (Belgique).
1920. **GEVREY**, professeur à la Faculté des Sciences, à Dijon (Côte-d'Or).
1931. **CHERMANESCO**, docteur ès sciences, professeur, str. Popa Nan, 79, Bucarest, IV (Roumanie).
1913. **GIRAUD** (Georges), route de Villeneuve, à Bonny-sur-Loire (Loiret).
1929. **GIROS** (Alexandre), ingénieur, ancien élève de l'École Polytechnique, rue du Regard, 7, à Paris (6°).
1913. **GODEAUX**, professeur à l'Université de Liège, 75, rue Frédéric-Nyst, à Liège (Belgique).
1903. **GODEY**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue de Prony, 59, à Paris (17°) et Villa Lygie, Roquebrune, Cap Martin (Alpes-Maritimes).
1928. **GONSETH**, professeur à l'École Polytechnique fédérale, Scheuchersstrasse, 7, à Zurich (6) (Suisse).
1926. **GONTCHAROFF** (Basile), assistant au Séminaire mathématique, Youriewsky per-coulouk 11, à Kharkoff (Russie).
1923. **GOSSE**, doyen de la Faculté des Sciences, à Grenoble (Isère).
1924. **GOSSOT**, général de division en retraite, directeur honoraire des études à l'École Polytechnique, 188, rue Lecourbe, Paris (15°).
1907. **GOT** (Th.), professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers, 3, rue du Dragon, à Paris (6°).
1881. **COURSAT**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Navarre, 11 bis, à Paris (5°). **S. P.**
1920. **GRAMONT** (duc DE), membre de l'Institut, avenue Henri-Martin, 42 bis, à Paris (16°).
1933. **GROOTENBOER** (B.), docteur ès sciences, Breedstraat, 30, à Utrecht (Hollande).
1927. **GRYNAEUS**, à l'Université de Budapest (Hongrie).
1899. **GUADET**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue de l'Université, 69, à Paris (7°).
1930. **GUERARD DES LAURIERS**, agrégé de mathématiques, rue Brûle-Maison, 96, à Lille (Nord).
1906. **GUERBY**, professeur au collège Stanislas, 57, rue du Cherche-Midi, Paris (6°). **S. P.**
1907. **GUICHARD** (L.), professeur de mathématiques au collège de Barbezieux (Charente).
1919. **HAAG**, correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, 25, rue du Polygone, à Besançon (Doubs).
1896. **HADAMARD**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France et à l'École Polytechnique, rue Jean-Dolent, 25, à Paris (14°). **S. P.**
1894. **HALSTED** (G.-B.), Colorado State Teacher College, à Greeley, Colorado (États-Unis). **S. P.**
1901. **HANCOCK**, professeur à l'Université de Cincinnati, Auburn Hotel, Ohio, U. S. A.
1905. **HEDRICK**, professeur à l'Université de Californie, à Los Angeles, Californie, U. S. A. **S. P.**
1919. **HELBRONNER**, docteur ès sciences, membre de l'Institut, avenue Kléber, 46, à Paris (16°). **S. P.**
1929. **HERSENT** (Georges), ingénieur, rue de Londres, 60, à Paris (8°). **S. P.**
1929. **HERSENT** (Jean), ingénieur, rue de Londres, 60, à Paris (8°). **S. P.**
1911. **HIERHOLTZ**, professeur, Villa La Bruyère, Montreux, Vaud (Suisse).

Da.s
de
l'admission.

1933. **HIONG** (King-Lai), maître de conférences à l'Université Tsing-Hua, à Péking (Chine).
1928. **HLAVATY** (V.), professeur à l'Université Charles, Charwatské, 5, à Prague (Tchécoslovaquie).
1911. **HOLMGREN**, professeur à l'Université d'Upsal, à l'Observatoire, à Upsal (Suède).
1921. **HOSTINSKY**, professeur à l'Université Masaryk, Kounicovo, 63, à Brno (Tchécoslovaquie).
1927. **HULUBEI** (Dan), maître de conférences à l'Université de Cernauti (Roumanie).
1918. **HUNBERT** (P.), professeur à la Faculté des Sciences, rue Lunaret, 82, à Montpellier (Hérault).
1920. **HUSSON**, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy (Meurthe-et-Moselle). **S. P.**
1932. **HURWITZ** (W.), professeur à l'Université Cornell, Ithaca, N. Y. (U. S. A.).
1919. **ILIOVICI**, professeur au lycée Buffon, rue de Vaugirard, 225, à Paris (15°).
1934. **ITARD**, professeur de Mathématiques au lycée Buffon, Paris.
1932. **JACOB** (Cafus), boulevard Roi-Ferdinand, 69, Oradéa (Roumanie).
1921. **JACQUES**, professeur à la Faculté des Sciences, 3, rue Pasteur, Montpellier (Hérault).
1896. **JACQUET** (E.), professeur honoraire au lycée Henri IV, rue Notre-Dame-des-Champs, 76, à Paris (6°).
1919. **JANET** (Maurice), professeur à la Faculté des Sciences de Caen (Calvados).
1920. **JANSSON** (Tim), docteur de l'Université d'Upsal, inspection royale des assurances, Stockholm, 5 (Suède).
1931. **JARDETSKY** (V.), professeur à l'Université, Séminaire mathématique, Belgrade (Yougoslavie).
1926. **JRKHOWSKY** (Benjamin), astronome à l'Observatoire de Bordeaux, à Floirac (Gironde).
1929. **JESSE** (Douglas), Ph. D. University Columbia, Eastern Parkway, 284, Brooklyn (États-Unis).
1927. **JONESCO** (D. V.), professeur à la Faculté des Sciences, à Cluj (Roumanie).
1914. **JORDAN**, professeur à l'Université, 46, Maria Utca, Budapest VIII (Hongrie). **S. P.**
1919. **JOUGUET**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Pierre-Curie, 12, à Paris (5°). **S. P.**
1919. **JULIA** (Gaston), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, rue Traversière, 4 bis, à Versailles (Seine-et-Oise). **S. P.**
1919. **JUVET** (G.), professeur à la Faculté des Sciences et à l'École d'ingénieurs, avenue Verdeil, 3, à Lausanne (Suisse).
1916. **KAMPÉ DE FÉRIKT**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1927. **KANITANI** (J.), professeur au Collège Rijojun of Engeniviez, à Port-Arthur (Mandchourie).
1928. **KARAMATA** (Yovan), assistant à l'Université, Séminaire de mathématiques, Beograd (Yougoslavie).
1913. **KASNER** (E.), professeur à l'Université Columbia, à New-York (États-Unis).
1924. **KAUCKY** (Jos), Kounicovo, 63, à Brno (Tchécoslovaquie).
1932. **KEMPISTY**, professeur à l'Université de Wilno (Pologne).
1931. **KÉREKJARTO** (B. DE), professeur à l'Université de Szeget (Hongrie).
1928. **KHARIDZÉ** (A.), professeur adjoint à l'Université, à Tiflis (Russie).
1921. **KOCBETLIANTZ**, professeur à l'Université d'Erivan, boulevard Brune, 89 bis, à Paris (14°).
1913. **KOSTITZIN** (V.), ancien professeur à l'Université de Moscou, rue Bellier-Dédouvre, 3, à Paris (13°).

Date
de
l'admission.

1927. **KRAWTCHOUK**, professeur à l'École Polytechnique, a Kieff (Russie).
1925. **KREBS** (H.), docteur ès sciences mathématiques, Greyerzstrasse, 20, Berne (Suisse).
1907. **KRYLOFF**, ingénieur des mines, docteur ès sciences, membre des Académies des Sciences de l'Ukraine et de l'U. R. S. S., Box n° 155, Kieff, Ukraine (U. R. S. S.).
1929. **KUNIGI**, professeur à l'Université de Hokkaïdo (Japon).
1931. **KUNTZ** (Alfred), maison Gache, à Bougie (Constantine).
1919. **LABROUSSE**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Léon-Vaudoyer, 7, à Paris (7°).
1920. **LAGARDE**, astronome à l'Observatoire, à Paris (14°).
1920. **LACORSSE**, proviseur du lycée de Valenciennes (Nord).
1922. **LAGRANGE**, professeur à la Faculté des Sciences, 7, rue du Château, Dijon (Côte-d'Or).
1921. **LAINÉ**, docteur ès sciences, professeur à l'Institut catholique d'Angers (Maine-et-Loire).
1919. **LAMBENT**, astronome à l'Observatoire, boulevard Arago, 99, à Paris (14°).
1920. **LANGE NIELSEN** (Frederik), directeur du Bureau statistique des Compagnies norvégiennes d'assurances sur la vie, Torvet, 5, à Oslo (Norvège).
1919. **LAPONTE**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Sophie-Germain, 3, Paris (14°).
1927. **LAVRENTIEFF**, professeur à l'École Technique, Machkof pereoulouk, 114, log. 24, à Moscou (Russie).
1896. **LEAU**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Monte-quieu, 8, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1896. **LEBEL**, professeur au lycée, rue Pelletier-de-Chambrun, 12, à Dijon (Côte-d'Or).
1902. **LEBESQUE**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France, rue Saint-Sabin, 35 bis, à Paris (11°).
1919. **LECONTE**, inspecteur général de l'enseignement secondaire, avenue d'Orléans, 89, à Paris (14°). **S. P.**
1920. **LE CORBEILLER**, ingénieur des télégraphes, 278, boulevard Raspail, à Paris (14°).
1925. **LEFEBVRE** (Éloi), licencié ès sciences mathématiques, avenue de la Station, 22, à Arcueil (Seine).
1918. **LEFSCHETZ**, professeur à l'Université, 190, Prospect Street, Princeton, New-Jersey, U. S. A.
1925. **LÉGAUT**, professeur à la Faculté des Sciences, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1928. **LEJA** (François), professeur à l'École Polytechnique, rue Polna, 3, à Varsovie (Pologne).
1929. **LEPAGE** (Th. H.-J.), professeur à la Faculté des Sciences, 21, rue Augustin-Delporte, Bruxelles (Belgique).
1895. **LE ROUX**, professeur à la Faculté des Sciences, rue de Fougères, 93, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1898. **LE ROY**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France, rue Cassette, 27, à Paris (6°).
1900. **LEVI-CIVITA** (T), professeur à l'Université, via Sardegna, 50, à Rome, 25 (Italie).
1907. **LÉVY** (Paul), ingénieur en chef des mines, professeur d'analyse à l'École Polytechnique, rue Théophile-Gautier, 38, Paris (16°). **S. P.**
1927. **LEWICKY** (Valdemar), rue Teatynska, 3, à Lwów (Pologne).
1920. **LUERMITTE**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, rue de Lubeck, 32, à Paris (16°).
1920. **LHOSTE**, chef d'escadron, rue Jacob, 52, à Paris (6°).
1929. **LIÉVARD**, directeur de l'École Nationale supérieure des Mines, boulevard Saint-Michel, 60, à Paris (6°).

Date
de
l'admission.

1929. **LIMOUSIN**, ingénieur-constructeur, rue de Miromesnil, 67, à Paris (8^e). **S. P.**
1898. **LINDELÖF** (Ernst), professeur à l'Université, Sandvikskajen, 15, à Helsingfors (Finlande).
1924. **LINFIELD** (Ben Zin), professeur à l'Université de Virginia (U. S. A.).
1925. **LOICHANSKY** (L.), professeur à l'École Polytechnique et à l'Institut de Marine, Leningrad (Russie).
1923. **LOUVET**, chef d'escadron en retraite, rue Saint-Martin, 31, Endoume-Corniche, à Marseille (Bouches-du-Rhône). **S. P.**
1912. **LOVETT** (E.-O.), professeur au Rice Institute, à Houston, Texas, U. S. A. **S. P.**
1902. **LUCAS-GIRARDVILLE**, Room 1120, Lexington Building, Plaza 3532, Baltimore, Maryland, U. S. A. **S. P.**
1925. **LUSIN** (N.), membre de l'Académie de Leningrad, Arbat ulitza 25, app. 8, à Moscou (Russie).
1923. **MACAIGNE**, bibliothécaire de l'Université de Lille (Nord).
1895. **MAILLET**, inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, avenue de Contades, 19, à Angers (Maine-et-Loire). **S. P.**
1933. **MALCHAIR** (O.), docteur ès sciences, répétiteur à l'Université de Liège, 56, rue Chaussée, à Cheratte (Belgique).
1924. **MALET** (Henri), ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, député de la Charente, rue du Colonel-Moll, 25, à Paris (17^e).
1922. **MANDELBROJT**, professeur à la Faculté des Sciences, 25, rue Raynaud, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1919. **MARCHAUD**, professeur à la Faculté des Sciences, 4, avenue Gabrielle, Prado, Marseille (Bouches-du-Rhône).
1906. **MARCUS** (O.), agrégé de mathématiques, 15, rue Frédéric-Passy, Neuilly-sur-Seine (Seine).
1930. **MARDEN** (Morris), Forrest street, 38, Winthrop, Massachusetts (États-Unis).
1919. **MARIJON**, inspecteur général de l'Instruction publique, avenue Félix-Faure, 37, à Paris (15^e).
1920. **MARNION**, général du génie, 39, rue de Bellechasse, à Paris (7^e).
1904. **MAROTTE**, professeur au lycée Charlemagne, rue de Reuilly, 35 bis, à Paris (12^e).
1932. **MARTY** (Frédéric), docteur ès sciences, 2, Georges-de-Porto-Riche, escalier 163, Paris (14^e).
1920. **MAYER**, secrétaire général du Bureau d'Organisation économique, rue Georges-Berger, 10, à Paris (9^e).
1922. **MAYOR**, professeur à l'Université, avenue Église-Anglaise, 14, à Lausanne (Suisse).
1933. **MAZET** (R.), maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 17, rue Gay-Lussac, La Madeleine (Nord).
1889. **MENDIZABAL TAMBOREL** (DE), membre de la Société de Géographie de Mexico, calle de Jésus, 13, à Mexico (Mexique). **S. P.**
1927. **MENCHOFF**, professeur à l'Université, Dievitschie Polie, Bojeninovski per 5, log. 14, à Moscou, 21 (U. R. S. S.).
1930. **MENTRÉ** (Paul), professeur à la Faculté des Sciences, rue de la Foucotte, 21, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1902. **MERLIN** (Émile), professeur à l'Université, avenue Astrid, 29, à Gand (Belgique).
1931. **MESSONIER** (M^{re}), bibliothécaire à l'Université, quai Claude-Bernard, 18, Lyon (Rhône).

Date
de
l'admission.

1919. **MÉTRAL** (P.), prof. au lycée, rue Edmond-Rostand, 136, Marseille (B.-du-R.).
1904. **METZLER** (William), 4, Glenwoodst, Albany, N.-Y. (U. S. A.).
1909. **MICHEL** (Charles), professeur au lycée Saint-Louis, rue Sarrette, 14, à Paris (14^e).
1932. **MINAÏLESCO** (Tibère), prof., rue Dionisie Eclesiarhul, 15, Bucarest (II) (Roumanie).
1920. **MILHAUD**, professeur au collège Chaptal, boulevard des Batignolles, 45, à Paris (8^e).
1928. **MILLET**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, 78, avenue du Roule, à Neuilly-sur-Seine (Seine).
1921. **MILLOUX**, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, 51, cours de Reims, à Talence (Gironde).
1927. **MINEUR** (Henri), astronome adjoint à l'Observatoire, avenue Trudaine, 16, à Paris (9^e).
1928. **MIRIMANOFF**, professeur à l'Université, rue Töppfer, 11 bis, à Genève (Suisse).
1922. **MOCH** (F), ingénieur aux chemins de fer de l'Est, boulevard Masséna, 131, à Paris (13^e). **S. P.**
1931. **MOISIL** (G. C.), docteur ès sciences, strada Archivelor, à Bucarest (Roumanie).
1924. **MONFRAIX**, ingénieur principal d'artillerie navale, rue du Cher, 7, à Paris (20^e).
1933. **MONTEIRO** (Ribeiro), rue d'Ulm, 4 bis, Paris (5^e).
1907. **MONTEL**, professeur à la Faculté des Sciences, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, rue du Faubourg-Saint-Jacques, 79, Paris (14^e).
1898. **MONTESUS DE BALLORE** (vicomte Robert DE), docteur ès sciences, 46, rue Jacob, Paris (6^e).
1911. **MOORE** (Ch.-N.), professeur à l'Université de Cincinnati (États-Unis).
1920. **MOREL**, professeur au Prytanée militaire, à La Flèche (Sarthe).
1933. **MOTCHANE** (Léon), licencié ès sciences, 126, quai d'Auteuil, Paris (16^e).
1920. **MOUTHON**, professeur au lycée Lakanal, rue Alphonse-Daudet, 15, à Paris (14^e).
1920. **MUIR** (Thomas), Elmoste Sandown Road, Rondebosch (Sud-Africain).
1923. **MUSSEL**, général à l'Inspection générale de l'artillerie, place Saint-Thomas-d'Aquin 1, à Paris (7^e).
1931. **MYARD** (Francis), chef des travaux à l'École centrale des Arts et Manufactures, 21, boulevard Saint-Michel, Paris (5^e).
1928. **MYLLER** (Alexandre), professeur à l'Université, à Jassy (Roumanie).
1910. **MYRBERG**, professeur à l'École Polytechnique, Temppeilikatu, 21, Helsingfors (Finlande).
1920. **NEPYEU**, professeur honoraire, à Bélàbre (Indre).
1926. **NEVANLINNA** (Rolf), professeur à l'Université, Museig, 9 A., à Helsingfors (Finlande).
1926. **NEYMANY**, professeur à l'Université, à Varsovie (Pologne).
1928. **NICOLESCO** (Miron), professeur à la Faculté des Sciences de Cernauti, 14, strada Paris (Parc Bonaparte), Bucarest 3 (Roumanie).
1926. **NIKODYM** (O.), docteur ès sciences, Koszykowa, 53, 35, à Varsovie (Pologne).
1921. **NOAILLON**, docteur ès sciences, 7, rue de la Barre, à Saint-Maur (Seine).
1919. **NÖRLUND** (E.), prof. à l'Université, Malmögade, 8, Copenhague (Danemark). **S. P.**
1927. **OBRECHKOFF** (N.), professeur à l'Université, à Sofia (Bulgarie).
1882. **OCAGNE** (M. D'), membre de l'Institut, inspecteur général des Ponts et Chaussées, professeur à l'École Polytechnique et à l'École des Ponts et Chaussées, rue La Boétie, 30, à Paris (8^e). **S. P.**
1926. **ORE** (Oystein), professeur, Yale University, New Haven (Conn.), États-Unis.
1924. **ORY** (Herbert), professeur, chemin des Fauconnières, 6, Chailly-sur-Lausanne (Suisse).

Date
de
l'admission.

1912. **PANGE** (DE), ancien élève de l'École Polytechnique, rue François 1^{er}, 32, à Paris (8^e). **S. P.**
1919. **PARODI** (H.), ingénieur-conseil, 12, avenue Alphonse, Paris (16^e).
1921. **PASQUIER**, docteur ès sciences, professeur à l'Institut catholique d'Angers, 6, rue Volney, Angers (Maine-et-Loire). **S. P.**
1881. **PELLET**, professeur honoraire à la Faculté des Sciences, boulevard Gergovia, 77, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1914. **PÈRES**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue Mozart, 48 bis, à Paris (16^e).
1924. **PERRIER**, membre de l'Institut, boulevard Exelmans, 39 bis, à Paris (16^e).
1896. **PETROVITCH**, prof^r à l'Université, Kossancicev Venac, 26, Belgrade (Yougoslavie).
1925. **PEYOVITCH** (Tadya), professeur à l'Université, 35, Stojana Novakovic, à Belgrade (Yougoslavie).
1887. **PEZZO** (DEL), professeur à l'Université, piazza San Domenico Maggiore, 9, à Naples (Italie).
1927. **PFEIFFER** (Georges), membre de l'Académie des Sciences de l'Ukraine, rue Korolenko, à Kieff (Russie).
1879. **PICARD** (Émile), de l'Académie française, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, membre du Bureau des Longitudes, professeur honoraire à la Faculté des Sciences et professeur à l'École Centrale des Arts et Manufactures, quai Conti, 25, à Paris (6^e). **S. P.**
1919. **PICART** (L.), directeur de l'Observatoire de Bordeaux, à Floirac (Gironde).
1925. **PINTE** (l'abbé), professeur à la Faculté libre des Sciences, 72, rue des Stations, à Lille (Nord).
1931. **PLUTON** (V.), professeur à la Faculté des Sciences, à Athènes (Grèce).
1924. **PÓLYA**, professeur à l'École Polytechnique fédérale, Dunantstrasse, 4, Zurich (Suisse). **S. P.**
1920. **POMEY** (Étienne), professeur à l'École de Physique et de Chimie, boulevard Saint-Marcel, 70, à Paris (5^e).
1920. **POMEY** (J.-B.), répétiteur honoraire à l'École Polytechnique, 120, boulevard Raspail, Paris (6^e).
1920. **POMEY** (Léon), examinateur d'admission à l'École Polytechnique, ingénieur en chef des Manufactures de l'État, 140, rue de Paris, à Pantin (Seine).
1918. **POMPEIU**, professeur à l'Université, 4 Str. Braziliei, Bucarest (Roumanie).
1920. **PORTALIER**, professeur au lycée Henri-IV, à Paris (5^e).
1932. **POSSEL** (René DE), maître de Conférences à la Faculté des Sciences, 99, rue Sylvabelle, Marseille (Bouches-du-Rhône).
1894. **POTRON** (M.), docteur ès sciences, rue de Grenelle, 42, Paris (7^e).
1928. **POULIOT** (Adrien), professeur à l'Université Laval, rue Garnier, 140, à Québec (Canada).
1919. **PRADEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6^e).
1931. **PRASAD** (B. N.), lecteur à l'Université d'Allahabad, 11, Katra Road, Allahabad (India).
1919. **PRÉVOST** (J.), ingénieur civil des mines, rue Huysmans, 1, à Paris (6^e).
1896. **QUIQUET**, vice-président de l'Institut des actuaires français, boulevard Saint-Germain, 92, à Paris (6^e).
1930. **RACINE** (Ch.), licencié ès sciences, rue Raynouard, 9, à Paris (16^e).
1930. **RADOITCHITCH** (Miloch), assistant de mathématiques à l'Université, à Belgrade (Yougoslavie).

Date
de
l'admission.

1930. **RAUCH**, professeur au lycée, rue Geoffroy-de-Montbray, 81, à Coutances (Manche).
1926. **RIABOUCHINSKY**, directeur adjoint du Laboratoire de Mécanique des Fluides de la Faculté des Sciences, rue Edmond-Roger, 10, à Paris (15°).
1908. **RISSE**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, 10, rue Oswaldo-Cruz, à Paris (16°).
1928. **RHAM** (Georges DE), 7, avenue Bergières, à Lausanne (Suisse).
1932. **RICCI** (Giovanni), École normale supérieure de Pisa (Italie).
1919. **ROBERT** (Paul), professeur au lycée Louis-le-Grand, 4, rue de Villiers, Levallois (Seine).
1925. **ROBERT** (Pierre), docteur ès sciences, professeur au collège Chaptal, 59, boulevard des Batignolles, Paris (8°).
1916. **ROBINSON** (L.-B.), 131 E. North Av^e, à Baltimore (Maryland, États-Unis).
1903. **ROCHE**, agrégé de l'Université, docteur ès sciences, 16, rue Jeanne-Hachette, Paris (15°).
1931. **ROMANOSKY** (V.), professeur de mathématiques à l'Université, rue Karl-Marx, 71, Tachkent (U. R. S. S.).
1919. **ROQUES** (M^{me}, née Masson), docteur ès sciences, actuaire, Caixa Postal, 970, Rio de Janeiro (Brésil).
1926. **ROUSSEL**, professeur à la Faculté des Sciences, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1920. **ROUYER**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Jean-Rameau, 3, à Alger.
1921. **ROWE** (Ch.), professeur à l'Université, 38, Trinity College, à Dublin (Irlande).
1920. **ROY** (L.), correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue Frizac, 9, à Toulouse (Haute-Garonne).
1932. **RUDNICKI**, professeur à l'Université de Wilno (Pologne).
1923. **RUEFF**, inspecteur des finances, rue Pierre-Curie, 4, à Paris (5°).
1920. **SAINTÉ-LAGÜE**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, rue Barye, 12, à Paris (17°).
1919. **SAKELLARIOU**, professeur à l'Université, rue Voulgaroctonou, 22A, à Athènes (Grèce).
1923. **SALEM**, rue Léonard-de-Vinci, 16, à Paris (16°).
1900. **SALTYKOW** (N.), professeur à l'Université, à Belgrade (Yougoslavie). **S. P.**
1921. **SARANTOPOULOS**, docteur ès sciences des Universités d'Athènes et de Strasbourg, assistant et répétiteur à l'École Polytechnique, à Athènes (Grèce).
1926. **SAXER** (Walter), professeur au Polytechnicum, à Zurich (Suisse).
1901. **SÉE** (Thomas-J.-J.), Observatory Mare Island (Californie). **S. P.**
1927. **SEGRE** (Beniamino), Instituts matematics della R. Università Bologna (Italie).
1896. **SÉQUIER** (J.-A. DE), docteur ès sciences, rue du Bac, 114, à Paris (7°).
1920. **SERGESCU**, professeur à l'Université de Cluj (Roumanie). **S. P.**
1920. **SERRIER**, professeur honoraire au lycée Louis-le-Grand, rue Boulard, 38, à Paris (14°). **S. P.**
1900. **SERVANT**, Grande-Rue, 159, à Bourg-la-Reine (Seine). **S. P.**
1908. **SHAW** (J.-B.), professeur à l'Université, Cochise, Arizona (U. S. A.).
1930. **SHOKAT** (James-A.), Faculty-House, South Hadley, Massachusetts (États-Unis).
1912. **SIRE**, professeur à la Faculté des Sciences, à Lyon (Rhône).
1931. **SOKOLKA** (Yehoudith), Zichron-Mosché, Jérusalem, Eretz-Israel (Palestine).
1916. **SOULA**, maître de Conférences à la Faculté des Sciences, rue des Carmes, 14, à Montpellier (Hérault).
1928. **SPEISER**, professeur à l'Université, Pelikanstrasse, 22, à Zurich (Suisse).

Date
de
l'admission.

1925. **SRIVASTAVA** (P.-L.), lecturer at the University, 1, Bank Road, Allahabad (India).
1912. **STECKER** (H.-F.), professeur de mathématiques, à Pensylvania State College, Miles St. 306 (Pensylvanie, États-Unis).
1930. **STIBI**, assistant à l'Université, à Jassy (Roumanie).
1918. **STOILOW** (S.), professeur à l'Université de Cernauti (Roumanie).
1925. **STONE**, Hamilton Hall, 304, Columbia University, New-York, U. S. A.
1898. **STÖRMER**, professeur à l'Université, Huitfeldts Gate, 9, Oslo (Norvège).
1929. **STOYANOFF** (A.), professeur à l'Université, Rakowski, 120*, à Sofia (Bulgarie).
1904. **SUDRIA**, directeur de l'École spéciale de mécanique et d'électricité, 161, rue de Sèvres, Paris (15°).
1904. **SUNDMAN**, professeur à l'Université, directeur de l'Observatoire, Helsingfors (Finlande).
1920. **TAKAGI**, professeur à l'Université de Tokio (Japon).
1921. **TAMBS LYCHE**, professeur à l'École Polytechnique de Trondhjem, Hovødbiblioteket, Norgestekniske hoiskole, Trondhjem (Norvège).
1928. **TCHAO-TSIN-VI**, professeur à la Faculté des Sciences, Université Normale Nationale, à Pékin (Chine).
1931. **THÉODORESCO** (Nicolas), docteur ès sciences, rue Lacépède, 1bis, à Paris (5°).
1920. **THIRY**, correspondant de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, boulevard de la Victoire, 15, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1930. **THOMAS** (Joseph Miller), 4785, Duke Station, Durham, North Carolina (U. S. A.).
1929. **THOMPSON** (Stanley), rue des Pyramides, 6, à Paris (2°).
1899. **THYBAUT**, inspecteur de l'Académie de Paris, chargé de Conférences à la Sorbonne, boulevard Saint-Germain, 50, à Paris (6°).
1912. **TOUCHARD**, ingénieur des Arts et Manufactures, Le Châtelard, Veurey (Isère).
1910. **TRAYNARD**, professeur à la Faculté des Sciences, 5, quai de la Joliette, à Marseille (Bouches-du-Rhône). **S. P.**
1896. **TRESSE**, inspecteur général de l'enseignement secondaire, rue Mizon, 6, à Paris (15°).
1907. **TRIPPIER** (H.), ingénieur des Arts et Manufactures, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17°). **S. P.**
1920. **TROUSSET**, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).
1929. **TUCKER** (Albert.-W.), 195, Glendonwyne Road, Toronto, 9, Ontario (Canada).
1919. **TURNEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6°).
1911. **TURRIÈRE**, professeur à la Faculté des Sciences, 12, rue de la Vieille, Montpellier (Hérault).
1925. **TZENOFF**, rue San Stefano, 17, à Sofia (Bulgarie).
1926. **TZITZÉICA** (G.), professeur à l'Université, strada Dionisie, 82, Bucarest (Roumanie).
1930. **TZORTZIS** (Anastasios), docteur ès sciences, Séminaire mathématique de l'Université, à Athènes (Grèce).
1929. **ULLMO** (Jean), ancien élève de l'École Polytechnique, avenue Victor-Hugo, 45, à Paris (16°).
1929. **ULRICH** (Marcel), ingénieur des mines, boulevard Haussmann, 75, à Paris (8°).
1923. **VAKSELJ** (Anton), professeur au lycée Salendrova, 4, Ljubljana (Yougoslavie).
1913. **VALIRON** (Georges), chargé de cours à la Faculté des Sciences, 10, rue Jean-Baptiste-Dumas, à Paris (17°).
1932. **VALIRON** (René), professeur au lycée, Maison Aquilina, avenue Gambetta, Tunis (Belvédère).

Date
de
l'admission.

1893. **VALLÉE POUSSIN** (Ch.-J. DE LA), membre de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, professeur à l'Université, avenue des Alliés, 149, à Louvain (Belgique).
1904. **VANDEUREN**, professeur à l'École militaire, rue du Moniteur, 10, à Bruxelles (Belgique).
1927. **VANEY**, professeur au collège cantonal, avenue Fraisse, 11, à Lausanne (Suisse).
1905. **VAN VLECK**, professeur à l'Université, 519 N. Pinckney Street, à Madison (Wisconsin, États-Unis).
1920. **VAROPOULOS**, professeur à l'Université de Salonique, rue Thémistocle, 35, à Athènes (Grèce).
1932. **VASSEUR** (Marcel), docteur ès sciences, professeur au lycée à Lille (Nord).
1930. **VASSILION** (Philon), docteur de l'Université d'Athènes, Séminaire de l'Université, à Athènes (Grèce).
1920. **VAULOT**, docteur ès sciences, rue Barbet-de-Jouy, 42, à Paris (7°).
1913. **VEBLEN** (O.), professeur à l'Université de Princeton (États-Unis). **S. P.**
1920. **VERGNE**, professeur à l'École Centrale, rue de Lubeck, 31, à Paris (16°).
1920. **VÉRONNET** (A.), astronome à l'Observatoire, chargé de conférences à la Faculté des Sciences, 24, boulevard d'Anvers, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1901. **VESSIOT**, directeur de l'École Normale supérieure, rue d'Ulm, 45, à Paris (5°).
1922. **VICTOR**, ingénieur, rue Poussin, 16, à Paris (16°).
1920. **VIEILLEFOND**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Garibaldi, 45, à Paris (15°).
1911. **VILLAT**, membre de l'Institut, professeur à la Sorbonne, boulevard Blanqui, 47, à Paris (13°).
1919. **VINEUX**, professeur au lycée, à Nice (Alpes-Maritimes).
1928. **VINCENSINI** (Paul), professeur au lycée, boulevard Paoli, 26, à Bastia (Corse).
1920. **VINTÉJOUX**, professeur au lycée Carnot, rue Cernuschi, 12, à Paris (17°).
1933. **VIOLA** (Tullio), assistant de théorie des fonctions à l'Université de Bologne, (prezzo Martin), via Castiglione, 109, à Bologne (Italie).
1888. **VOLTERRA** (Vito), sénateur, professeur à l'Université, via in Lucina, 17, à Rome (Italie).
1926. **VHANCEANU**, professeur à la Faculté des Sciences, à Cernauti (Roumanie).
1900. **VOIBENT**, éditeur, boulevard Saint-Germain, 63, à Paris (5°).
1928. **WACHS** (Sylvain), chaussée de l'Étang, 96, à Saint-Mandé (Seine).
1919. **WAVRE**, professeur à l'Université, rue Le Fort, 25, à Genève (Suisse).
1880. **WALCKENAEER**, inspecteur général des mines, boulevard Saint-Germain, 218, à Paris (7°).
1930. **WAZEWSKI** (Thadée), professeur à l'Université, rue Sw. Jana, 30, à Cracovie (Pologne).
1920. **WEBER**, professeur au lycée Hoche, rue des Prés-aux-Bois, 5, à Viroflay (Seine-et-Oise).
1933. **WEIL** (André), Institut de mathématiques de l'Université de Strasbourg, et 3, rue Auguste-Comte, à Paris (6°). **S. P.**
1879. **WILL**, directeur honoraire du collège Chaptal, boulevard Delessert, 23, à Paris (16°).
1919. **WEILL** (Émile), professeur au lycée Saint-Louis, rue Leclerc, 6, Paris (12°).
1929. **WEYL** (Ernest), ingénieur en chef des Manufactures de l'État, avenue Élisée-Reclus, 5, à Paris (7°).

Date
de
l'admission.

1926. **WILKOSZ** (Witold), professeur à l'Université, rue Zybkiewiera, donn. P. K. O.
à Cracovie (Pologne).
1933. **WINN**, assistant à l'Université du Caire (Égypte).
1911. **WINTER**, avenue d'Iéna, 68, à Paris (16^e).
1924. **WOLFF** (Julius), professeur d'analyse à l'Université, Stadhouderslaan, 51, à
Utrecht (Pays-Bas).
1878. **WORMS DE ROMILLY**, inspecteur général des mines, en retraite, rue du Général-
Langlois, 5, à Paris (16^e).
1932. **WORONETZ** (Constantin), docteur ès sciences, avenue Montespan, 7 bis, à Paris (16^e).
1920. **XAVIER-LÉON**, directeur de la *Revue de Métaphysique et de Morale*, rue des
Mathurins, 39, à Paris (8^e).
1928. **YOITI-YOSIDA**, professeur à la Faculté des Sciences, à Hokkaïdo, Sapporo (Japon).
1912. **YOUNG** (W.-H.), membre de la Société Royale de Londres, professeur à l'Univer-
sité de Liverpool, villa Collonge, La Conversion, à Vaud (Suisse).
1920. **ZAREMBA**, professeur à l'Université de Cracovie, Warszavokaie, rue Zytnia, 6, à
Cracovie (Pologne).
1903. **ZERVOS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Mytilène, 20, à Athènes (Grèce).
1898. **ZIWET**, professeur de mathématiques à l'Université Packart, 532, à Ann Arbor
(Michigan, États-Unis).
1929. **ZYGMUND** (Antoine), professeur à l'Université, Séminaire mathématique, à Wilno
(Pologne).

Membres décédés : MM. **ANDRADE**, **MESNAGER**, **MICHEL** (F.), **OVIDIO** (D'),
PAINLEVÉ, **SPARRE** (DE), **TISSIER**, **YOUNG** (J. W.).

SOCIÉTAIRES PERPÉTUELS DÉCÉDÉS.

BENOIST. — BIENVAYNÉ. — BISCHOFFSHEIM. — BOBERIL (COMTE ROGER DE). — BORCHARDT. — BOURLET. — BOUTROUX. — BROCARD. — CANET. — CHASLES. — CLAUDE-LAFONTAINE. — FIELDS. — FOURET. — GAUTHIER-VILLARS. — HALPHEN. — HATON DE LA COUPILLIÈRE. — HERMITE. — HIRST. — JORDAN. — KÖNIGS. — LAFON DE LADEBAT. — LEAUTÉ. — MANNHEIM. — MESNAGER. — PERRIN (R.). — POINCARÉ. — DE POLIGNAC. — RAFFY. — SÉLIVANOFF. — DE SPARRE. — SYLOW. — TANNERY (PAUL). — TCHÉBICHEF. — VIELLARD.

LISTE

DES

PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

DEPUIS SA FONDATION.

MM.	MM.
1873 CHASLES.	1904 CARVALLO.
1874 LAFON DE LADEBAT.	1905 BOREL.
1875 BIENVAYNÉ.	1906 HADAMARD.
1876 DE LA GOURNERIE.	1907 BLUTEL.
1877 MANNHEIM.	1908 PERRIN (R.).
1878 DARBOUX.	1909 BIOCHE.
1879 O. BONNET.	1910 BRICARD.
1880 JORDAN.	1911 LÉVY (L.).
1881 LAGUERRE.	1912 ANDOYER.
1882 HALPHEN.	1913 COSSERAT (F.).
1883 ROUCHÉ.	1914 VESSIOT.
1884 PICARD.	1915 CARTAN.
1885 APPELL.	1916 FOUCHÉ.
1886 POINCARÉ.	1917 GUICHARD.
1887 FOURET.	1918 MAILLET.
1888 LAISANT.	1919 LEBESGUE.
1889 ANDRÉ (D.).	1920 DRACH.
1890 HATON DE LA COUPILLIÈRE.	1921 BOULANGER.
1891 COLLIGNON.	1922 CAHEN (E.).
1892 VICAIRÉ.	1923 APPELL.
1893 HUMBERT.	1924 LÉVY (P.).
1894 PICQUET.	1925 MONTEL (P.).
1895 GOURSAT.	1926 FATOU.
1896 KÖNIGS.	1927 BERTRAND DE FONTVILANT.
1897 PICARD.	1928 THYBAUT.
1898 LECORNU.	1929 AURIC.
1899 GUYOU.	1930 JOUGUET.
1900 POINCARÉ.	1931 DENJOY.
1901 D'OCAGNE.	1932 JULIA.
1902 RAFFY.	1933 LIÉNARD.
1903 PAINLEVÉ.	

Liste des Sociétés scientifiques et des Recueils périodiques avec lesquels
la Société mathématique de France échange son Bulletin.

Amsterdam.....	Académie Royale des Sciences d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.....	Société mathématique d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.....	<i>Revue sem. des publications mathématiques.</i>	Pays-Bas.
Bâle.....	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.
Baltimore (Maryland)	<i>American Journal of Mathematics.</i>	États-Unis.
Bologne.....	Académie des Sciences de Bologne.	Italie.
Bologne.....	<i>Bolletino della Unione matematica.</i>	Italie.
Bordeaux.....	Société des Sciences physiques et naturelles.	France.
Bruxelles.....	Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique.	Belgique.
Bruxelles.....	<i>Mathesis.</i>	Belgique.
Bucarest.....	École polytechnique.	Roumanie.
Bucarest.....	Société roumaine de Mathématiques.	Roumanie.
Calcutta.....	Calcutta mathematical Society.	Inde anglaise.
Cambridge.....	Cambridge philosophical Society.	Grande-Bretagne.
Christiania.....	<i>Archiv for Mathematik og Naturvidenskab.</i>	Norvège.
Cluj.....	<i>Matematica.</i>	Roumanie.
Coimbre.....	<i>Annales scientificas da Academia Polytech- nica do Porto.</i>	Portugal.
Copenhague.....	<i>Nyt Tidsskrift for Matematik.</i>	Danemark.
Copenhague.....	<i>Det Kongelige danske videnskabernes sels- kabs Skrifter.</i>	Danemark.
Cracovie.....	Académie polonaise des Sciences et Lettres.	Pologne.
Cracovie.....	Société polonaise de Mathématiques.	Pologne.
Delft.....	Académie technique.	Pays-Bas.
Dublin.....	Royal Irish Academy.	Irlande.
Édimbourg.....	Société Royale d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Édimbourg.....	Société mathématique d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Göttingen.....	<i>Nachrichten.</i>	Allemagne.
Halifax.....	Nova Scotian Institute of Science.	N ^{lle} -Écosse (Canada)
Hambourg.....	Séminaire mathématique.	Allemagne.
Hambourg.....	Société mathématique de Hambourg.	Allemagne.
Harlem.....	Société hollandaise des Sciences.	Hollande.
Helsingfors.....	Société des Sciences de Finlande.	Finlande.
Kazan.....	Société physico-mathématique de Kazan.	U. R. S. S.
Kharkow.....	Société mathématique de l'Université.	U. R. S. S.
Lawrence (Kansas).	Université de Kansas.	États-Unis.
Léeds (Yorkshire).	University Library.	Grande-Bretagne.
Leopol.....	Société mathématique.	Pologne.
Liège.....	Société Royale des Sciences.	Belgique.
Livourne.....	<i>Periodico di Matematica.</i>	Italie.
Londres.....	Société astronomique de Londres.	Grande-Bretagne.
Londres.....	Société mathématique de Londres.	Grande-Bretagne.
Londres.....	Société Royale de Londres.	Grande-Bretagne.
Louvain.....	Société scientifique de Bruxelles.	Belgique.
Luxembourg.....	Institut grand ducal de Luxembourg.	Luxembourg.

Marseille.....	<i>Annales de la Faculté des Sciences.</i>	France.
Mexico.....	Sociedad científica <i>Antonio Alzate.</i>	Mexique.
Milan.....	Institut Royal lombard Sciences et Lettres.	Italie.
Moscou.....	Société mathématique de Moscou.	U. R. S. S.
Munich.....	Académie des Sciences.	Allemagne.
Naples.....	Académie Royale des Sciences physiques et mathématiques de Naples.	Italie.
New-Haven.....	Académie des Arts et Sciences du Connecticut.	États-Unis.
New-York.....	American mathematical Society.	États-Unis.
Palerme.....	<i>Circolo matematico di Palermo.</i>	Italie.
Paris.....	Académie des Sciences.	France.
Paris.....	Annales de l'Institut Henri-Poincaré.	France.
Paris.....	Association franç. pour l'avanc ^t des Sciences.	France.
Paris.....	Société philomathique de Paris.	France.
Paris.....	<i>Bulletin des Sciences mathématiques.</i>	France.
Paris.....	<i>Journal de l'École Polytechnique.</i>	France.
Paris.....	Institut des Actuaire français.	France.
Paris.....	<i>Intermédiaire des Mathématiciens.</i>	France.
Pise.....	École Royale Normale supérieure de Pise.	Italie.
Pise.....	Université Royale de Pise.	Italie.
Pise.....	<i>Il Nuovo Cimento.</i>	Italie.
La Plata.....	Faculté des Sciences physico-mathématiques.	Républ. Argentine
Prague.....	Académie des Sciences de Bohême.	Tchécoslovaquie
Prague.....	<i>Jednota českoslvenských mathematiců a fysiků</i>	Tchécoslovaquie.
Prague.....	Société mathématique de Bohême.	Tchécoslovaquie
Princeton, New-Jersey.....	<i>Annals of Mathematics.</i>	États-Unis.
Rennes.....	<i>Travaux de l'Université.</i>	France.
Rome.....	R. Accademia Nazionale dei <i>Lincei.</i>	Italie
Rome.....	Accademia Pontificia delle Scienze (<i>Nuovi Lincei</i>).	Italie.
Rome.....	Società italiana delle Scienze.	Italie.
Rome.....	Società Italiana per il Progresso delle Scienze.	Italie.
Stockholm.....	<i>Acta mathematica.</i>	Suède.
Stockholm.....	<i>Arkiv for Matematik.</i>	Suède.
Stockholm.....	<i>Bibliotheca mathematica.</i>	Suède.
Tokyo.....	Mathematico-physical Society.	Japon.
Toulouse.....	<i>Annales de la Faculté des Sciences.</i>	France.
Turin.....	Académie Royale des Sciences de Turin.	Italie.
Upsal.....	Société Royale des Sciences d'Upsal.	Suède.
Varsovie.....	<i>Mathesis Polska.</i>	Pologne.
Varsovie.....	Prace Matematyczno Fizyczne.	Pologne.
Venise.....	Institut Royal des Sciences, Lettres et Arts.	Italie.
Vienne.....	Académie des Sciences.	Autriche.
Vienne.....	<i>Monatshefte für Mathematik und Physik.</i>	Autriche.
Washington.....	National Academy of Sciences.	États-Unis.
Zagreb (Agram).....	Académie Yougoslave des Sciences et Beaux-Arts.	Yougoslavie.
Zurich.....	Commentarii Mathematici Helvetici.	Suisse.
Zurich.....	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES

SÉANCE DU 11 JANVIER 1933.

PRÉSIDENCE DE M. JULIA.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la séance précédente est lu et adopté.

Élection :

M. René Valiron, professeur de mathématiques spéciales au Lycée de Tunis, présenté par MM. Vessiot et Valiron, est élu à l'unanimité.

La Société, réunie en Assemblée générale, procède au renouvellement d'une portion du Conseil : 127 votants.

Sont élus :

MM. Julia.....	126 voix
Michel	126 »
Fréchet.....	127 »
Louis de Broglie.....	125 »
Desforge.....	124 »
Dulac	123 »
René Garnier.....	125 »
Vergne.....	124 »

A obtenu : M. Labrousse, 2 voix.

L'Assemblée générale donne décharge au Trésorier de sa gestion financière.

La séance est levée à 21^h 22^m.

SÉANCE DU 25 JANVIER 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Communication :

M. Liénard fait une Communication : *Sur les parties réelles des racines des équations algébriques à coefficients réels.*

La séance est levée à 21^h 30^m.

SÉANCE DU 8 FÉVRIER 1933.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL LÉVY.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Élections :

M. Coissard, élève à l'École Normale supérieure, présenté par MM. Vessiot et Valiron; M. Ribeiro Monteiro, licencié ès sciences, présenté par MM. Fréchet et Valiron; M. B. Grootenboer, docteur ès sciences, présenté par MM. Van den Corput et Wolff; M. Cheng Chuan Chang, licencié ès sciences, présenté par MM. Fréchet et Valiron, sont élus à l'unanimité.

Conférence :

M. E. Cartan fait une Conférence : *Sur la géométrie définie par une intégrale double*

$$\iint F \left(x, y, z, \frac{dz}{dx}, \frac{dz}{dy} \right) dx dy.$$

La séance est levée à 22^h 15^m.

SÉANCE DU 22 FÉVRIER 1933.

PRÉSIDENCE DE M. MANDELBROJT.

La séance est ouverte à 20^h45^m.

Le procès-verbal de la séance précédente est lu et adopté.

Élections :

M. Charrueau, ingénieur des Ponts et Chaussées, présenté par MM. Villat et Valiron; M. Hiong (King-Lai), maître de conférences à l'Université Tsing-Hua à Péking, présenté par MM. Montel et Valiron, sont élus à l'unanimité.

Communications :

M. Mandelbrojt : *Sur les séries trigonométriques.*

M. Theodoresco : *Extension d'un théorème d'unicité relatif aux séries trigonométriques.*

La séance est levée à 21^h30^m.

SÉANCE DU 8 MARS 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h45^m.

Le procès-verbal de la séance précédente est lu et adopté.

Élections :

M. R. Mazet, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Marseille, chargé de cours à la Faculté des Sciences de Lille, présenté par MM. Villat et Valiron; M. Jean Debey, professeur au Lycée Rollin, présenté par MM. Fréchet et Valiron; M. O. Malchair, docteur ès sciences, répétiteur à l'Université de Liège, présenté par MM. Godeaux et Fouarge, sont élus à l'unanimité.

Communications :

M. Aronszajn : *Sur les points singuliers des fonctions analytiques multiformes sur leur surface de Riemann.*

M. Jacques Devisme : *Sur les cosinus d'Appell.*

La séance est levée à 21^h50^m.

Communication de M. Jacques Devisme : *Sur les cosinus d'Appell*.

I. On sait que les fonctions introduites par Appell ⁽¹⁾ pour paramétrer la surface

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1$$

servent à tout moment dans l'étude de l'équation de M. P. Humbert ⁽²⁾.

Si l'on étudie les équations généralisant cette dernière, on est amené à introduire de nouvelles fonctions analogues aux fonctions d'Appell. M. M. Ghermanesco, dans une lettre récente (Bucarest, 20 février 1933), me signale qu'il va publier une étude sur ce sujet; ayant moi-même travaillé dans cet ordre d'idées sans avoir presque rien fait paraître, je voudrais présenter ici quelques remarques.

1° Une définition très générale a été donnée par Appell lui-même ⁽³⁾ qui considère les fonctions vérifiant le système différentiel

$$(1) \quad \begin{cases} dy_1 = y_2 dx_1 + y_3 dx_2 + \dots + y_n dx_{n-1}, \\ dy_2 = y_3 dx_1 + y_4 dx_2 + \dots + y_1 dx_{n-1}, \\ \dots\dots\dots \\ dy_n = y_1 dx_1 + y_2 dx_2 + \dots + y_{n-1} dx_{n-1}. \end{cases}$$

avec les conditions initiales

$$y_1(0, 0, \dots, 0) = 1,$$

$$y_2(0, 0, \dots, 0) = y_3(0, 0, \dots, 0) = \dots = y_n(0, 0, \dots, 0) = 0.$$

Ces intégrales vérifient la relation

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ y_n & y_1 & \dots & y_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_2 & y_3 & \dots & y_1 \end{vmatrix} = 1.$$

On peut pour ces fonctions écrire des formules d'addition, Nous avons, ma sœur et moi ⁽⁴⁾, utilisé récemment la fonction $y_1(x_1, \dots, x_n)$.

⁽¹⁾ APPELL, *C. R. Acad. Sc.*, t. 84, 1877, p. 540.

⁽²⁾ P. HUMBERT, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, t. 8, 1927, p. 145; J. DEVISME, *C. R. Acad. Sc.*, t. 193, 1931; t. 194, 195, 1932.

⁽³⁾ APPELL, *C. R. Acad. Sc.*, t. 84, 1877, p. 1378.

⁽⁴⁾ Odette et Jacques DEVISME, *Sur une propriété des cosinus d'ordre supérieur* (*Actes du Congrès international de Mathématiques de Zurich*, t. II, 1932, p. 67).

2° Au lieu du système (1), on peut plus généralement étudier des systèmes tels que (1) où chaque lettre y_i apparaît une fois et une seule dans chaque ligne et dans chaque colonne. J'en ai donné un exemple dans un Mémoire qui doit paraître à *Mathematica* ⁽¹⁾, à savoir

$$\begin{aligned} dP &= Q d\theta + R d\varphi + S d\psi, \\ dQ &= P d\theta + S d\varphi + R d\psi, \\ dR &= S d\theta + P d\varphi + Q d\psi, \\ dS &= R d\theta + Q d\varphi + P d\psi. \end{aligned}$$

II. Profitons de la circonstance pour signaler une propriété relative au développement de la fonction $P(h\theta, k\varphi)$ d'Appell. On a

$$\begin{aligned} P(h\theta, k\varphi) &= \frac{1}{3} [e^{h\theta+k\varphi} + e^{jh\theta+j^2k\varphi} + e^{j^2h\theta+jk\varphi}] \\ &= \frac{1}{3} \sum a_{mn} (h\theta)^m (k\varphi)^n [1 + j^{m+2n} + j^{2m+n}], \end{aligned}$$

le crochet étant égal à 3 pour $m + 2n \equiv 0 \pmod{3}$ et nul dans le cas contraire, le développement s'exprimera donc en fonction des seuls groupements $hk\theta\varphi$ et $h^3\theta^3 + k^3\varphi^3$.

SÉANCE DU 22 MARS 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Le Président donne lecture d'un télégramme de M^{me} Pia Andreoni d'Ovidio, faisant part de la mort du sénateur d'Ovidio, professeur à l'Université de Turin, membre de la Société depuis 1873. Le Président transmettra à la famille du sénateur d'Ovidio les condoléances de la Société.

Élections :

M. Dubreil, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille, présenté par MM. Liénard et Valiron; M. Weill, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Marseille, présenté par MM. Liénard et Valiron, sont élus à l'unanimité.

⁽¹⁾ J. DEVISME, *Sur les équations aux dérivées partielles de MM. P. Humbert et M. Ghermanesco.*

Communications :

M. Valiron donne lecture d'une Communication de M. Georges Giraud : *Sur certaines équations de Fredholm à noyau non borné.*

M. Liénard fait une Communication : *Sur la formule de Green pour les potentiels du troisième ordre de M. Pierre Humbert.*

La séance est levée à 21^h 25^m.

Communication de M. Georges Giraud : *Sur certaines équations de Fredholm à noyau non borné.*

Il est démontré (*C. R. Acad. Sc.*, t. 196, 1933, p. 595 à 597) que les trois théorèmes fondamentaux de Fredholm s'appliquent aux équations

$$(1) \quad u(X) = \lambda \int_E^{(m)} G(X, A) u(A) dV_A = h(X),$$

pourvu seulement que le noyau G , qui, pour plus de commodité, sera supposé continu quand les deux points X et A sont distincts, remplisse la condition

$$(2) \quad |G(X, \Xi)| < kf[L(X, \Xi)] L^{-m}(X, \Xi) \quad (L = \text{distance}),$$

où $f(t)$ est une fonction croissante de la variable positive t , telle que la fonction $f(t)t^{-m}$ soit décroissante, et que l'intégrale $\int_0^t \frac{f(t)}{t} dt$ soit convergente; k est une constante positive, et E est un ensemble borné et fermé. Mais en dehors de ces théorèmes fondamentaux, il y a intérêt à savoir si les propositions de M. Hilbert, relatives aux noyaux symétriques, ainsi que les propriétés découvertes ensuite pour d'autres catégories de noyaux, sont vraies aussi quand G , au lieu d'être continu ou d'avoir un carré sommable, n'est assujéti qu'à la condition (2).

Tout d'abord, si G est *symétrique*, ou bien si

$$G(X, \Xi) = A(X) B(\Xi) H(X, \Xi),$$

où H est symétrique et où A et B sont des fonctions partout positives ou nulles, il est immédiat que :

1° Il y a au moins une valeur fondamentale (à moins que G ne soit identiquement nul);

2° Toutes les valeurs fondamentales sont réelles et sont des pôles simples du noyau résolvant.

Pour aller plus loin, G étant symétrique, on considère le noyau

$$G(X, \Xi) L^m(X, \Xi) [L(X, \Xi) + s]^{-m},$$

qui est symétrique et continu pour s positif, et qui se réduit au noyau donné quand s s'annule. Soit $h(X)$ une fonction donnée, bornée et mesurable; nous désignerons par h_n ses coefficients de Fourier relativement aux fonctions fondamentales de G , et par λ_n les valeurs fondamentales correspondantes. Un raisonnement fondé sur des considérations de continuité prouve qu'on a toujours, sous la condition (2),

$$\int_E^{(m)} h(X) \int_E^{(m)} G(X, A) h(A) dV_A dV_X = \sum_n \frac{h_n^2}{\lambda_n}.$$

Cela permet d'établir que si un noyau G est, non symétrique, mais *symétrisable* par composition avec un noyau S *symétrique et positivement défini*, les propositions énoncées il y a un instant pour les noyaux symétriques, restent valables [on suppose que S et G admettent la limitation (2)].

Enfin on peut considérer avec M. Lalesco les noyaux *symétriques gauches*, c'est-à-dire ceux qui donnent lieu à l'identité

$$G(X, \Xi) = -G(\Xi, X).$$

On prouve alors, sous la condition (2), que :

- 1° Toutes les valeurs fondamentales sont purement imaginaires, et elles sont des pôles simples du noyau résolvant;
- 2° Il y a au moins deux valeurs fondamentales (sauf si G est identiquement nul).

Communication de M. A. Liénard : *Sur la formule de Green pour les potentiels de troisième ordre de M. Pierre Humbert.*

Au cours de la Communication qu'il a faite à notre Société le 8 mars, M. J. Devisme a cité l'équation des potentiels de troisième ordre de M. P. Humbert et à ce propos a été soulevée la question de la recherche de la formule de Green correspondante.

Les trois axes de coordonnées jouent un rôle symétrique dans l'équation des potentiels de troisième ordre; il est par suite naturel de rechercher ce que devient cette équation lorsque l'on prend la

droite $x = y = z$ comme nouvel axe des z . L'équation se transforme en

$$(1) \quad u = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2 \partial z} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2 \partial z} = \Delta \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Pour obtenir la formule de Green correspondant à l'équation (1), il faut d'abord trouver une intégrale particulière de l'équation

$$(2) \quad \Delta \frac{\partial u}{\partial z} = \rho(x, y, z),$$

dans l'hypothèse où la fonction ρ n'est différente de zéro que dans un volume très petit entourant un point (a, b, c) et où elle a une valeur très grande dans ce volume, de telle sorte que l'intégrale $\iiint \rho \, d\tau$ soit égale à l'unité. Partant de la solution connue du même problème pour l'équation $\Delta v = \rho(x, y, z)$ on voit d'abord que $\frac{\partial u}{\partial z}$ peut être pris égal à zéro partout, sauf dans le plan $z = c$ où il sera infini de façon à donner pour u une discontinuité brusque de valeur $\frac{1}{2\pi} \mathcal{E}r$ à la traversée de ce plan $z = c$. r représente la distance

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

d'un point (x, y, z) à la verticale du point (a, b, c) .

Ce résultat conduit ensuite pour u aux valeurs

$$(3) \quad \begin{cases} u = \frac{1}{4\pi} \mathcal{E}r & \text{si } z - c > 0, \\ u = -\frac{1}{4\pi} \mathcal{E}r & \text{si } z - c < 0. \end{cases}$$

De même que $\frac{\partial u}{\partial z}$ est nul partout sauf dans le plan $z = c$, où il est infini, de même Δu est nul partout sauf sur la verticale du point (a, b, c) où le produit de Δu par un élément de surface horizontale vaut $+\frac{1}{2}$ pour $z - c > 0$ et $-\frac{1}{2}$ pour $z - c < 0$.

Tous calculs faits, si l'on désigne par S la surface fermée pour laquelle on veut obtenir la formule de Green, par N la normale *interne*, par C une section horizontale de la surface S par ds un élément de courbe C et par n une normale *interne* à une courbe C

dans son plan, on obtient $[N_z = \cos(N, z)]$,

$$\begin{aligned} v(a, b, c) &= - \iint_S v(x, y, z) \Delta u N_z dS \\ &\quad + \iint_S \left\{ \frac{\partial v}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial N} - N_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - u \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial N} - N_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right\} dS \\ &= - \iint_S v(x, y, z) \Delta u N_z dS + \iint_S \left[\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] ds dz. \end{aligned}$$

Tenons compte de la particularité signalée pour Δu et désignons par z_1 et z_2 les cotes des points de rencontre de la surface S par la verticale du point (a, b, c) ; l'équation pourra s'écrire

$$\begin{aligned} (4) \quad v(a, b, c) &= \frac{v(a, b, z_1) + v(a, b, z_2)}{2} \\ &\quad + \int dz \int_c \left[\frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] ds. \end{aligned}$$

Telle est la formule cherchée ⁽¹⁾.

Il est facile de vérifier l'exactitude de la formule (4) par un calcul direct. D'après la valeur donnée plus haut pour u et d'après l'expression bien connue de la formule de Green pour les fonctions harmoniques dans le plan, l'intégrale $\int_c$ qui figure dans l'équation (4) représente $\pm \frac{1}{2} \frac{\partial v(a, b, z)}{\partial z}$ (signe — pour $z - c > 0$, et signe + pour $z - c < 0$) ou zéro suivant que le point (a, b, z) est intérieur ou extérieur à la surface S .

D'après cela, l'équation (4) se transforme en

$$\begin{aligned} (4') \quad v(a, b, c) &= \frac{v(a, b, z_1) + v(a, b, z_2)}{2} \\ &\quad + \int_{z_1}^c \frac{1}{2} \frac{\partial v(a, b, z)}{\partial z} dz - \int_c^{z_2} \frac{1}{2} \frac{\partial v(a, b, z)}{\partial z} dz. \end{aligned}$$

⁽¹⁾ On a supposé pour simplifier qu'une verticale ne rencontrait la surface qu'en deux points. S'il y avait par exemple quatre points z_1, z_2, z_3, z_4 , avec $z_1 < c < z_2 < z_3 < z_4$, la formule devrait être complétée au second membre par deux termes

$$- \frac{1}{2} v(a, b, z_3) + \frac{1}{2} v(a, b, z_4).$$

Or, comme l'on a identiquement

$$(5) \quad v(a, b, c) = v(a, b, z_1) + \int_{z_1}^c \frac{\partial v(a, b, z)}{\partial z} dz$$

et

$$(5') \quad v(a, b, c) = v(a, b, z_2) - \int_c^{z_2} \frac{\partial v(a, b, z)}{\partial z} dz,$$

la relation (4') se réduit à une identité.

Au lieu de prendre pour u la solution (3), on pourrait tout aussi bien prendre

$$u = \frac{1}{2\pi} \mathcal{E}r \quad \text{ou} \quad u = 0 \quad \text{pour} \quad z - c > 0.$$

$$u = 0 \quad \text{ou} \quad u = -\frac{1}{2\pi} \mathcal{E}r \quad \text{pour} \quad z - c < 0.$$

Dans ces cas, on trouverait pour la relation (4) une forme légèrement différente dont la vérification conduirait directement aux identités (5) ou (5').

Au point de vue de la résolution du problème de Dirichlet pour l'équation (1), on peut se donner arbitrairement en tous les points de la surface S les valeurs de $\frac{\partial v}{\partial z}$ et en outre les valeurs de v sur la « moitié » des points, chaque moitié étant définie par la condition que $\cos(N, z)$ y conserve un même signe. C'est une conséquence immédiate des résultats obtenus ci-dessus.

SÉANCE DU 26 AVRIL 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Communication :

M. C. Jacob fait une Communication : *Sur quelques problèmes mixtes dans une couronne circulaire.*

La séance est levée à 21^h35^m.

SÉANCE DU 10 MAI 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Élection :

M. Courrier, professeur au Lycée de Strasbourg, présenté par MM. Chazy et Darmon, est élu à l'unanimité.

Le Président présente l'Ouvrage, offert par l'auteur à la Société mathématique, *Les Sciences en France depuis 1870*, par M. Maurice d'Ocagne, de l'Académie des Sciences, avec la collaboration de MM. Henry Volkringer et Marcel Roubault. En adressant à l'auteur les remerciements de la Société, le Président signale l'intérêt du livre, et sa belle présentation.

Communications :

M. Devisme fait une Communication : *Sur les transformations des sommes en produits pour les cosinus d'Appell.*

M. Jacob fait une Communication complémentaire : *Sur quelques problèmes mixtes dans une couronne circulaire*, et une seconde Communication : *Sur quelques problèmes mixtes inverses et leurs applications à l'hydrodynamique.*

La séance est levée à 21^h20^m.

Communication de M. Jacques Devisme : *Sur les transformations des sommes en produits pour les cosinus d'Appell.*

Rappelons les formules de définitions (1) :

$$\begin{aligned} 3P(j, \varphi) &= e^{0+\varphi} + e^{j^0+j^1\varphi} + e^{j^1j^0+j^2\varphi} \\ 3Q(j, \varphi) &= e^{0+\varphi} + j^2e^{j^0+j^1\varphi} + je^{j^1j^0+j^2\varphi} \quad (j^3=1), \\ 3R(j, \varphi) &= e^{0+\varphi} + je^{j^0+j^1\varphi} + j^2e^{j^1j^0+j^2\varphi} \end{aligned}$$

(1) P. APPELL, *Propositions d'Algèbre et de Géométrie déduites de la considération des racines cubiques de l'unité* (C. R. Acad. Sc., t. 84, 1877, p. 549).

Ces fonctions admettent des formules d'addition telles que

$$(1) \quad P(\theta + \theta', \varphi + \varphi') \\ = P(\theta, \varphi) P(\theta', \varphi') + Q(\theta, \varphi) R(\theta', \varphi') + R(\theta, \varphi) Q(\theta', \varphi').$$

Si nous remarquons que

$$P(j\theta, j^2\varphi) = P(\theta, \varphi), \quad Q(j\theta, j^2\varphi) = jQ(\theta, \varphi), \\ R(j\theta, j^2\varphi) = j^2R(\theta, \varphi).$$

nous tirons de (1)

$$P(\theta + \theta', \varphi + \varphi') + P(\theta + j\theta', \varphi + j^2\varphi') + P(\theta + j^2\theta', \varphi + j\varphi') \\ = 3P(\theta, \varphi) P(\theta', \varphi').$$

d'où la formule cherchée

$$P(a, b) + P(a', b') + P(a'', b'') \\ = 3P\left(\frac{a + a' + a''}{3}, \frac{b + b' + b''}{3}\right) P\left(\frac{a + j^2a' + ja''}{3}, \frac{b + jb' + j^2b''}{3}\right).$$

D'autres formules sur ces fonctions, et quelques autres qui s'y rattachent, seront données dans un formulaire que nous publierons prochainement, dans un autre recueil.

SÉANCE DU 24 MAI 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Élection :

M. Tullio Viola, assistant de théorie des fonctions à l'Université de Bologne, présenté par MM. Denjoy et Montel, est élu à l'unanimité.

Le Président donne lecture d'une lettre de la Société des Amis de l'École Polytechnique, invitant la Société mathématique à la cérémonie organisée le 10 juin prochain à l'École Polytechnique pour fêter la 40^e année de professorat de M. Maurice d'Ocagne; M. Liénard, président, et M. Barrée représenteront la Société mathématique à cette cérémonie.

Conférence :

M. Paul Robert fait une Conférence : *Sur le théorème le plus général de Poncelet.*

La séance est levée à 22^h 30^m.

Communication de M. Paul Robert : *Sur le théorème le plus général de Poncelet.*

1. Étant donnés trois cercles d'un même faisceau, soit ABC un triangle variable inscrit à l'un d'eux dont les côtés AB, AC touchent respectivement les deux autres cercles. L'enveloppe du troisième côté BC est un cercle du même faisceau, susceptible d'ailleurs de deux déterminations.

La démonstration géométrique classique (*Traité de Géométrie supérieure de Chasles*) évite habilement la difficulté provenant du fait que l'enveloppe BC se décompose. Elle consiste à trouver par la théorie des enveloppes l'élément de contact d'un côté BC avec son enveloppe et à remarquer que cet élément appartient à un cercle du faisceau. Elle a donc le caractère d'une intégration d'équation différentielle.

Une interprétation très intuitive du théorème se rencontre dans l'étude classique du mouvement d'un point pesant sans frottement sur un cercle vertical, les points A, B, C sont alors des positions successives du mobile à des instants séparés par des durées constantes. Le caractère différentiel de cette méthode est ici dans la considération

de l'intégrale $\int \frac{ds}{\sqrt{2gh}}$ (temps).

Est-il possible de donner une démonstration ne faisant pas appel à la géométrie infinitésimale ? Nous avons étudié seulement le cas où le faisceau de cercles est à points limites M, M' et où les cercles enveloppes sont intérieurs au cercle ABC, de centre O, de rayon R.

2. Les paramètres de forme sont, pour la figure formée par les quatre cercles, le rapport

$$k = \frac{OM}{R} = \frac{R}{OM'} = \frac{MA}{M'A} = \frac{MB}{M'B} = \frac{MC}{M'C}$$

et les rapports

$$l = \frac{BC}{MB + MC}, \quad m = \frac{CA}{MC + MA}, \quad n = \frac{AB}{MA + MB},$$

chacun de ces derniers demeurant constant quand le côté qui lui correspond roule sur son cercle enveloppe : le point de contact est sur la bissectrice intérieure de l'angle sous lequel M (ou M') voit ce côté.

Le théorème sera démontré si l'on prouve qu'il existe une relation $f(k, l, m, n) = 0$.

On peut poser

$$l = \sin \lambda, \quad m = \sin \mu, \quad n = \sin \nu$$

et de même

$$kl = \frac{BC}{M'B + M'C} = \sin \lambda', \quad km = \sin \mu', \quad kn = \sin \nu'.$$

Le calcul, assez long, donne

$$k^2 \sin^2 \lambda \sin^2 \mu \sin^2 \nu = 1 - \cos^2 \lambda - \cos^2 \mu - \cos^2 \nu \pm 2 \cos \lambda \cos \mu \cos \nu$$

(il est permis de prendre le signe + par choix convenable de λ, μ, ν , donnés par leurs seuls sinus). D'où

$$\sin^2 \lambda' \sin^2 \mu' \sin^2 \nu' = \begin{vmatrix} 1 & \cos \mu & \cos \nu \\ \cos \mu & 1 & \cos \lambda \\ \cos \nu & \cos \lambda & 1 \end{vmatrix}$$

et en faisant un choix convenable de λ', μ', ν' nous avons la conséquence.

Il existe un trièdre dont les faces sont λ, μ, ν et dont les dièdres correspondants sont λ', μ', ν' .

La décomposition de l'enveloppe de BC en deux cercles trouve donc comme explication le fait qu'un triangle sphérique dont on donne deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux a deux déterminations.

3. Il est désirable de donner de ce théorème du trièdre une démonstration géométrique où le trièdre soit visible.

L'interprétation de l'angle ν tel que

$$\sin \nu = \frac{AB}{MA + MB}$$

amène à considérer le cercle $(\gamma\gamma')$ orthogonal au plan et axe de la transposition anallagmatique échangeant A avec B, M avec le point de l'infini du plan anallagmatique. γ et γ' sont sur la bissectrice de MA, MB et

$$M\gamma = M\gamma' = \sqrt{MA \cdot MB}.$$

ν est l'angle de $M\gamma$ avec les tangentes menées de M au cercle Σ_γ axial au cercle $(\gamma\gamma')$ et passant par A (et B). Le choix de $\cos \nu$ équivaut à la distinction des points γ et γ' où le cercle $(\gamma\gamma')$ coupe le plan, ou encore au choix d'un cycle sur ce cercle. Il équivaut aussi au choix du demi-angle des vecteurs MA , MB :

$$\widehat{\gamma MA} = \widehat{\gamma MB} = \zeta.$$

On voit que :

$$\frac{\cos \nu}{\cos \zeta} = \frac{2\sqrt{MA \cdot MB}}{MA + MB}.$$

De même

$$\frac{\cos \mu}{\cos \eta} = \frac{2\sqrt{MA \cdot MC}}{MA + MC},$$

$$\frac{\cos \lambda}{\cos \xi} = \frac{2\sqrt{MB \cdot MC}}{MB + MC},$$

η et ξ ayant des définitions analogues à celles de ζ . Définissons $\beta\beta'$, $\gamma\gamma'$ analogues à $\alpha\alpha'$.

Enfin

$$2(MA, M\gamma) + 2(MB, M\alpha) + 2(MC, M\beta) \equiv 0 \pmod{2\pi},$$

d'où

$$(MA, M\gamma) + (MB, M\alpha) + (MC, M\beta) = k\pi.$$

Nous supposons k pair, ce qui est permis en choisissant le troisième angle entre λ , μ , ν d'après les deux premiers, de manière convenable.

Dans ces conditions on voit que le triangle $M\beta\gamma$ est semblable aux triangles $M\alpha B$, $MC\alpha$. λ est donc l'angle de $M\beta$ avec les tangentes menées de M au cercle F passant par γ et axial au cercle $(\beta\beta')$.

L'interprétation des angles λ' , μ' , ν' est analogue. Par exemple, ξ' étant un demi-angle de $M'B$ et $M'C$,

$$\frac{\cos \lambda'}{\cos \xi'} = \frac{2\sqrt{M'B \cdot M'C}}{M'B + M'C},$$

$$\text{Comme } \frac{M'B}{MB} = \frac{M'C}{MC},$$

$$\frac{\cos \lambda'}{\cos \xi'} = \frac{\cos \lambda}{\cos \xi}.$$

Pour préciser le choix de λ' , il suffit de fixer ξ' . On démontre les

égalités d'angles de cercles

$$\begin{aligned}(AB, AM'B)_A &= 2(\Sigma_\gamma, ABC)_A, \\ (M'B, M'A) + \pi &= 2(\Sigma_\gamma, ABC)_A, \\ (M'G, M'A) + \pi &= 2(\Sigma_\beta, ABC)_A.\end{aligned}$$

Par différence

$$(M'B, M'G) = 2(\Sigma_\gamma, \Sigma_\beta)_A.$$

On peut donc considérer que ξ' est l'angle en A des cercles Σ_γ et Σ_β .

L'orientation des cycles $(\gamma\gamma')$, $(\beta\beta')$ déjà faite commande celle de Σ_γ et Σ_β , par la convention que les anneaux orthogonaux de cycles $\gamma\gamma'$, Σ_γ et $\beta\beta'$, Σ_β soient de même espèce (tous deux dextrorsum ou sinistrorsum).

4. Les interprétations précises qui viennent d'être données vont permettre de prouver que λ , μ , ν étant maintenus constants (et l'angle ξ variable), les angles $\lambda'\mu'\nu'$ restent constants.

Supposons $\beta\beta'$ fixes, le cercle Σ_β est fixe (μ constant). Le point γ décrit le cercle F fixe (λ constant). La figure formée par M, γ , γ' et le cercle Σ_γ est de forme invariable. $\xi = \widehat{\beta M \gamma}$ et ξ' angle de Σ_γ et Σ_β sont variables.

En désignant par (p, S) la puissance réduite d'un point p par rapport à un cercle S, on a dans la révolution anallagmatique de γ autour du cercle $\beta\beta'$, Mz étant l'axe du cercle $\beta\beta'$:

$$\frac{(\gamma, \Sigma_\beta)}{(\gamma, Mz)} = \text{const.} \quad \text{ou} \quad \frac{(\gamma, \Sigma_\beta)}{M\gamma \cos \xi} = \text{const.}$$

Mais M γ est dans un rapport constant avec (γ, Σ_γ) .

$$\frac{(\gamma, \Sigma_\beta)}{(\gamma, \Sigma_\gamma) \cos \xi} = C_1, \quad \text{de même} \quad \frac{(\gamma', \Sigma_\beta)}{(\gamma' \Sigma_\gamma) \cos \xi} = C_2.$$

En effectuant une inversion de pôle A qui transforme Σ_γ et Σ_β en des droites, et n'altère pas les rapports de puissances réduites d'un même point par rapport à Σ_γ et Σ_β , on voit aisément que

$$C_1 + C_2 = 2 \frac{\cos \xi'}{\cos \xi}.$$

Donc le rapport $\frac{\cos \xi'}{\cos \xi} = \frac{\cos \lambda'}{\cos \lambda}$ reste constant et l'angle λ' demeure constant.

C. Q. F. D.

Lorsque γ est au point de contact γ_0 avec F d'une des tangentes issues de M, $M\gamma_0 = M\beta$, $\xi = \lambda$; donc $\xi' = \lambda'$. Les sphères ayant Σ_{γ_0} et Σ_β comme grands cercles sont orthogonales au cercle de centre M et de rayon $M\beta$, elles se coupent suivant un cercle dont le plan passe par M.

La tangente MT issue de M à ce cercle forme avec MB et $M\gamma_0$ un trièdre tel que

$$\widehat{\beta M \gamma_0} = \lambda, \quad \widehat{\beta M T} = \mu, \quad \widehat{\gamma_0 M T} = \nu.$$

Le dièdre MT de ce trièdre est égal à l'angle des sphères Σ_{γ_0} , Σ_β ou à son supplément, soit λ' ou $\pi - \lambda'$. Un raisonnement de continuité où intervient la définition précise de λ' permet de vérifier (en faisant $\lambda = \mu + \nu$) que le dièdre MT est toujours égal à λ' .

Il y a donc bien des trièdres de faces λ, μ, ν et de dièdres correspondants λ', μ', ν' (égaux ou symétriques).

5. Considérons un quadrilatère plan articulé ABCD dont le côté AD est fixe : $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $AD = d$ et un cercle fixe Γ du plan à chaque position du quadrilatère variable faisons correspondre un des triangles inscrits à Γ , dont les côtés soient parallèles aux trois barres mobiles AB, BC, CD. Quand par continuité, le triangle varie, ses côtés enveloppent trois cercles fixes, appartenant à un même faisceau dont fait partie Γ .

Cette propriété donne une synthèse de la figure de Poncelet, ne comportant que des calculs vectoriels fort simples.

Le cas que nous avons étudié plus haut, où notre trièdre est réel, est celui où d est le plus petit côté du quadrilatère, la somme du plus petit et du plus grand côté étant inférieure à la somme des deux autres.

$\sqrt{\Omega}$ étant le sinus de l'angle solide du trièdre, on a

$$\frac{\sin \lambda}{a} = \frac{\sin \mu}{b} = \frac{\sin \nu}{c} = \frac{\sqrt{\Omega}}{d} = \rho.$$

en posant

$$\rho^2 = \frac{d}{kabc}, \quad k = \frac{\eta - \Delta}{8abcd} \quad (\text{ici } 0 < k < 1),$$

$$\eta = 2 \Sigma a^2 b^2 - \Sigma a^4 \quad (\text{fonction symétrique de } a, b, c, d),$$

$$\Delta = \sqrt{\Pi(d \pm a \pm b \pm c)} \quad (8 \text{ facteurs}).$$

On a l'identité

$$\eta^2 - \Delta^2 = 64a^2b^2c^2d^2,$$

enfin

$$\frac{\sin \lambda'}{a} = \frac{\sin \mu'}{b} = \frac{\sin \nu'}{c} = k\rho.$$

Les hauteurs du triangle sphérique d'éléments $\lambda, \mu, \nu, \lambda', \mu', \nu'$ ont comme sinus $\frac{d}{a}, \frac{d}{b}, \frac{d}{c}$. De là une construction d'un *triangle sphérique étant données ses trois hauteurs*, en traçant dans un plan le quadrilatère articulé dans ses positions « à point mort », et inscrivant dans un cercle Γ les triangles correspondants, d'où les cercles de Poncelet, les points limites et les éléments $\lambda, \mu, \nu, \lambda', \mu', \nu'$.

SÉANCE DU 14 JUIN 1933.

PRÉSIDENTE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Conférence :

M. Pérès fait une conférence : *Sur quelques problèmes concernant la théorie de l'aile.*

La séance est levée à 22^h 15^m.

SÉANCE DU 28 JUIN 1933.

PRÉSIDENTE DE M. FRÉCHET.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Élections :

M. Léon Motchane, licencié ès sciences, présenté par MM. Émile Borel et Paul Montel; M. Winn, assistant à l'Université du Caire, présenté par MM. Fréchet et Hadamard, sont élus à l'unanimité.

Conférence :

M. Fréchet souhaite la bienvenue à M. Mukhopadhyaya, professeur à l'Université de Calcutta, qui fait une conférence : *Sur les nouvelles méthodes en géométrie.*

Communication :

M. Fréchet signale qu'il a reçu une Note de M. Georges Giraud : *Sur les équations à intégrales principales.*

Cette Note sera lue lors de la prochaine séance.

La séance est levée à 22^h.

Conférence de M. Mukhopadhyaya (Calcutta) : *Sur les nouvelles méthodes de géométrie.*

En 1909, j'ai publié dans le *Bulletin de la Société mathématique de Calcutta*, qui venait juste d'être fondé, un article intitulé : *Nouvelles méthodes de géométrie.* Dans cet article, entre autres théorèmes, étaient établis les deux suivants :

THÉOREME I. — *Dans tout ovale convexe il existe au moins quatre points cycliques.*

THÉOREME II. — *Dans tout ovale convexe il existe au moins six points sextactiques.*

Ces deux théorèmes ont leur intérêt en topologie moderne. Le professeur Blaschké, a qui nous devons quelques démonstrations élégantes de ces théorèmes, a, dans la récente édition de ses *Vorlesungen*, reconnu que M. Mukhopadhyaya a, le premier, découvert ces théorèmes.

Je vais encore m'occuper de ces théorèmes en partant d'un autre point de vue, par l'application de mes nouvelles méthodes. Ils peuvent être réénoncés comme suit :

THÉOREME III. — *Dans tout ovale convexe il existe au moins deux points cycliques pour lesquels le cercle osculateur est situé tout entier à l'intérieur de l'ovale et au moins deux points cycliques pour lesquels le cercle osculateur est situé tout entier à l'extérieur de l'ovale.*

Ce sont les quatre points cycliques du théorème I.

THÉOREME IV. — *Dans tout ovale convexe il existe au moins trois points sextactiques pour lesquels la conique osculatrice est située*

tout entière à l'intérieur de l'ovale et au moins trois points sextactiques pour lesquels la conique osculatrice est située tout entière à l'extérieur de l'ovale.

Ce sont les six points sextactiques du théorème II.

Je définis un *ovale convexe* comme la limite d'un *polygone convexe*. Je définis un polygone convexe comme un simple polygone fermé dans lequel tous les angles formés par les côtés successifs ont le même sens. La méthode précise de dérivation a été exposée dans un de mes articles paru dans le numéro de juin du *Journal de Mathématiques de Tohoku*.

L'ovale est une simple courbe fermée décrite de façon continue par un point se mouvant dans un sens donné. Il divise le plan en deux régions, une intérieure et une extérieure. Il y a en chaque point, une tangente qui tourne de façon continue dans le même sens. L'ovale et tous les points qui lui sont intérieurs sont situés entièrement du même côté de chaque tangente.

Je définis un point *cyclique* d'un ovale comme un point $A(s)$ tel que, dans chacun de ses voisinages $(s - \sigma, s + \sigma)$ arbitrairement choisi, il existe quatre points situés sur un cercle.

Je définis un point *sextactique* d'un ovale comme un point $B(s)$ tel que, dans chacun de ses voisinages $(s - \sigma, s + \sigma)$ arbitrairement choisi, il existe six points situés sur une conique.

Dans les théorèmes III et IV je suppose que le rayon d'un cercle déterminé par trois points distincts est compris entre deux limites finies et non nulles et que ce cercle varie de façon continue avec les points qui le déterminent. Ainsi l'existence d'un cercle osculateur et sa variation continue sont assurées en tous points.

Dans le théorème IV nous supposons en outre que la conique déterminée par cinq points distincts a toujours son *latus rectum* compris entre des limites finies et qu'elle varie de façon continue avec les points qui la déterminent. Ainsi l'existence d'une conique osculatrice avec un *latus rectum* fini et sa variation continue sont assurées en tous points.

Démonstration du théorème III.

Premier cas. — Supposons d'abord qu'il n'existe aucun cercle touchant intérieurement l'ovale V en trois points ou plus.

Prenons un point quelconque P de V . Soit un cercle c plus petit que la borne inférieure des rayons des cercles passant par trois points de V . Alors si c est placé de façon à être tangent intérieurement à V au point P , il sera tout entier intérieur à V .

Dilatons c de façon continue, tout en maintenant son contact avec V en P . Alors à un certain moment de la dilatation quand c est devenu C , il touchera de nouveau V en un point Q différent de P ou identique à P . Il y a un seul point Q correspondant à P , car nous avons supposé qu'il n'existe aucun cercle de triple contact interne avec V .

La corde PQ divise V en deux portions, une droite et une gauche. Dans la portion droite prenons un point P_1 quelconque. Correspondant à P_1 , il y aura un autre point Q_1 tel qu'un cercle C_1 touche V en P_1 et Q_1 et soit situé tout entier à l'intérieur de V . P_1 et Q_1 doivent être sur la même portion, car si Q_1 était sur la portion gauche et P_1 sur la droite, alors les deux cercles C et C_1 dont les cordes de contact sont PQ et P_1Q_1 se couperaient évidemment en quatre points, ce qui est impossible.

En déplaçant P_1 d'une façon continue, à partir de P , sur la portion PQ , vers la gauche, les points P_1 et Q_1 viendraient se rejoindre au même point X_1 , qui serait alors un point cyclique, pour lequel le cercle osculateur serait tout entier situé à l'intérieur de V . De même sur la portion de V à la droite de PQ , il existe un autre point X_2 cyclique de même nature que X_1 .

Si Q est différent de P les points X_1 et X_2 sont différents de P et Q . Mais si Q coïncide avec P , alors P est lui-même un point cyclique.

Maintenant supposons que C ait un triple contact interne avec V en P, Q, R . Alors, par la méthode précédente, nous pourrions montrer que dans chacune des portions PQ, QR, RP de V , il existe un point cyclique qui n'est jamais P , ni Q , ni R , et pour lequel le cercle osculateur est situé tout entier à l'intérieur de V . Ensuite si dans le procédé d'obtention de l'un quelconque de ces trois points cycliques, il se présente un cercle de triple contact, nécessairement limité à cet arc particulier, on obtient un point cyclique supplémentaire de la nature donnée.

Second cas. — La détermination du nombre de points cycliques, pour lesquels le cercle osculateur est situé tout entier à l'extérieur de l'ovale se fait de la même façon. Le nombre de tels points est $2 + m$, où m est le nombre de cercles de triple contact extérieur qui peut exister pour l'ovale donné.

Le théorème III a été établi par une méthode différente par mon élève M. R.-C. Bose, dans le *Mathematische Zeitschrift*, 1932. J'ai discuté ce théorème seulement pour montrer combien il peut être démontré facilement par ma méthode et comment on peut étendre la méthode de démonstration de ce théorème au théorème IV.

Démonstration du théorème IV.

Premier cas. — Supposons qu'il n'existe aucune conique touchant intérieurement l'ovale en quatre points ou plus et située toute entière à l'intérieur de V .

Prenons deux points quelconques P et Q de V . Imaginons une ellipse e assez étroite pour toucher V en P et Q intérieurement et pour être située tout entière à l'intérieur de V . Nous pouvons prendre le *latus rectum* de cette ellipse moindre que la limite inférieure des *latera recta* de toutes les ellipses passant par cinq points de V .

Imaginons que cette ellipse e se dilate de façon continue en maintenant ses points de contact avec V en P et Q . Alors, à un certain moment de la dilatation, quand e est devenue E , elle touchera de nouveau V en un point R , qui est généralement différent de P et de Q .

Nous avons maintenant une ellipse E qui présente trois points de contact avec V en P , Q et R .

Nous allons montrer que par une suite de variations de E , les trois points de contact P , Q et R peuvent être amenés ensemble en n'importe lequel des ordres : PQR , QRP , RPQ . Pour chaque ordre de coïncidence, il y a un point sextactique différent et chaque point sextactique est tel que la conique osculatrice du point est tout entière à l'intérieur de l'ovale.

Nous allons montrer comment nous pouvons amener ensemble P , Q , R . Nous allons employer une méthode que j'appelle *la méthode des moyens*.

Prenons un point P_1 situé au milieu de l'arc PQ . Imaginons une ellipse mince e_1 qui touchera V en R et P_1 . Dilatons-la en E_1 jusqu'à ce qu'elle touche V en Q_1 . Q_1 sera situé sur le même arc PQ_1 qui contient P_1 , autrement E et E_1 se couperaient en six points. L'arc PQ devient l'arc P_1Q_1 qui est plus petit que la moitié de l'arc PQ .

Supposons maintenant que le point Q_2 est situé au milieu de l'arc P_1Q_1 . Traçons une ellipse étroite e_2 qui touchera V en P_1 et Q_2 . Dilatons-la en E_2 jusqu'à ce qu'elle touche de nouveau V en R_2 .

Par une suite d'opérations semblables, nous obtenons une suite d'ellipses $E, E_1, E_2, \dots$ qui présentent un triple contact interne avec V . Les trois points de contact se rapprochent l'un de l'autre, et à la fin coïncident en un point X qui est un point sextactique dont la propriété est qu'en ce point la conique osculatrice est une ellipse qui est située tout entière à l'intérieur de l'ovale. Ce point X ne peut coïncider avec P ou R . Il sera situé sur l'un des deux arcs PQ et QR .

Supposons qu'il soit sur PQ . Alors nous pouvons amener de la même

façon P, Q, R dans l'ordre Q, R, P en un point Y qui sera un point sextactique de la même nature que X .

Joignons X et Y par la méthode déjà employée, nous obtenons ainsi une ellipse de triple contact interne avec V en X, Y et un troisième point. En réunissant X, Y et ce troisième point par la méthode des moyens, nous obtenons un troisième point sextactique Z de même nature que X .

Si l'on rencontre une ellipse de quadruple contact interne avec V en P, Q, R, S , nous ne considérons que P, Q, R pour déterminer X . Alors on obtient Y et Z comme précédemment. Il y aura sûrement un autre point sextactique de la même nature que X, Y, Z dans ce cas, mais il est téméraire de suggérer une formule précise qui permettrait de déterminer le nombre exact de points sextactiques supplémentaires de la nature de X, Y, Z , en ce cas.

Second cas. — La détermination du nombre minimum 3 des points sextactiques de V ou la conique osculatrice est entièrement à l'extérieur de V peut être faite comme dans le cas précédent. Dans ce cas, au lieu de dilater une ellipse droite PQ , nous contractons une hyperbole formée des deux tangentes de V en P et Q .

La méthode est évidente quand l'ovale V est elliptique. Quand l'ovale V n'est pas elliptique, on peut résoudre ces difficultés si nous observons :

1° Que cinq points quelconques d'un ovale convexe sont toujours situés sur une ellipse, sur une parabole ou sur la même branche d'une hyperbole;

2° Que cinq points quelconques d'un ovale convexe, qui sont en ordre sur l'ovale, ne sont pas nécessairement en ordre continu sur une parabole ou sur la branche d'une hyperbole déterminée par eux, à moins que les distances entre les points consécutifs ne soient inférieures à une certaine longueur. Cette longueur est la borne inférieure du *demi-latus-rectum* d'une conique passant par cinq points de l'ovale; c'est un théorème que j'ai démontré à un autre endroit.

Communication de M. Georges Giraud : *Sur les équations à intégrales principales.*

Soit $\mathfrak{V}$ une variété close à m dimensions; on la suppose décomposable en un nombre fini de régions $\mathfrak{V}_n$, telles que chaque point de $\mathfrak{V}$ soit intérieur à au moins une de ces régions, et que chaque point d'un des $\mathfrak{V}_n$ soit déterminé par m paramètres ou coordonnées. Dans les

changements de coordonnées, qui interviennent dans les régions communes à deux $\mathfrak{V}_n$, on suppose que les coordonnées de l'un des systèmes sont des fonctions continues et deux fois continûment dérivables des coordonnées de l'autre système, et que le jacobien de la transformation est partout positif : $\mathfrak{V}$ est donc orientable. Un tenseur d'ordre m , covariant et symétrique gauche, est donné sur $\mathfrak{V}$; la composante Ω qui correspond aux indices $1, 2, \dots, m$ placés dans leur ordre naturel, est supposée positive, continue et continûment dérivable; elle sert à définir la mesure $dV = \Omega d(x_1, \dots, x_m)$ d'un élément de $\mathfrak{V}$.

Soient en outre $A_{\alpha, \beta}$ ($\alpha, \beta = 1, 2, \dots, m$) les composantes covariantes d'un tenseur symétrique donné sur $\mathfrak{V}$; on suppose que la forme quadratique $\Sigma_{\alpha, \beta} A_{\alpha, \beta} x_\alpha x_\beta$ est définie positive quel que soit X sur $\mathfrak{V}$. Nous allons considérer des fonctions $H(X, A)$ de deux points de $\mathfrak{V}$, ces fonctions étant continues et continûment dérivables quand les deux points sont distincts; si X et A appartiennent à un même $\mathfrak{V}_n$, soient x_α les coordonnées de X et a_α celles de A ($\alpha = 1, 2, \dots, m$) : on suppose qu'on peut alors écrire

$$H(X, A) = H_1(X, A) + H_2(X, A),$$

la fonction H_2 étant continue et continûment dérivable pour X et A distincts, et valant $O[L^{h-m}(X, A)]$ pendant que ses dérivées valent $O[L^{h-m-1}]$ [O est le symbole de Landau, h est une constante positive, $L(X, A)$ est la distance des points qui, dans l'espace euclidien, ont pour coordonnées respectives les x_α et les a_α]; enfin on a

$$H_1(X, A) = H_1^*(x_1 - a_1, \dots, x_m - a_m; v_1(X), \dots, v_p(X)),$$

où les $v_n(X)$ sont des fonctions continues et continûment dérivables; la fonction $H_1^*(\omega_1, \dots, \omega_m; v_1, \dots, v_p)$ est supposée continue et continûment dérivable par rapport à toutes les variables tant que $\omega_1, \dots, \omega_m$ ne sont pas nuls ensemble; on suppose que c'est une fonction *positivement homogène* d'ordre $-m$ des ω_α (relation d'homogénéité satisfaite pour les facteurs positifs); enfin on suppose que l'intégrale

$$\int^{(m)} H_1(X, A) d(a_1, \dots, a_m),$$

étendue à la région

$$\eta^2 < \Sigma_{\alpha, \beta} A_{\alpha, \beta}(X) (x_\alpha - a_\alpha) (x_\beta - a_\beta) < \zeta^2 \quad (0 < \eta < \zeta)$$

est nulle quels que soient X, η, ζ . Soit en outre $\varphi(X)$ une fonction d'un point X de $\mathfrak{V}$; on suppose qu'elle remplit une condition de Hölder,

c'est-à-dire qu'on a

$$|\rho(X) - \rho(Y)| = O[L^k(X, Y)] \quad (h > 0),$$

dès que X et Y appartiennent à un même $\mathfrak{V}_n$. Excluons de $\mathfrak{V}$ la région des points A tels que,

$$\sum_{\alpha, \beta} A_{\alpha, \beta}(X) (x_{\alpha} - a_{\alpha}) (x_{\beta} - a_{\beta}) < \eta^2 + \eta^2 f_1(X, A),$$

où η est un infiniment petit positif et où $f_1(X, A)$ est une fonction valant $O[L^k(X, A)]$ ($k > 0$); on démontre que l'intégrale

$$\int^{(m)} H(X, A) \rho(A) dV_A,$$

étendue à la région restante, tend vers une limite indépendante de f_1 quand $\eta \rightarrow 0$: cette limite est ce que nous nommons l'intégrale prin-

cipale $\int_{\mathfrak{V}}^{(m)} H(X, A) \rho(A) dV_A$.

Soit maintenant $G(X, A)$ un noyau donné de ce type, pour lequel la fonction G_1 , analogue à H_1 , a pour expression

$$G_1(X, A) = \frac{\sum_{\alpha} c_{\alpha}(X) (x_{\alpha} - a_{\alpha})}{[\sum_{\alpha, \beta} A_{\alpha, \beta}(X) (x_{\alpha} - a_{\alpha}) (x_{\beta} - a_{\beta})]^{\frac{(m+1)}{2}}},$$

où les c_{α} sont les composantes covariantes d'un tenseur. Nous considérons l'équation en ρ ,

$$(1) \quad \rho(X) - \lambda \int_{\mathfrak{V}}^{(m)} G(X, A) \rho(A) dV_A = f(X),$$

où λ est un paramètre, et où $f(X)$ est une fonction donnée, continue et continûment dérivable sur $\mathfrak{V}$; l'inconnue ρ devra remplir quelque condition de Hölder, de façon que l'intégrale principale existe. On peut démontrer que, si l'on exclut du plan de la variable complexe λ deux coupures tracées le long de l'axe purement imaginaire, et symétriques l'une de l'autre par rapport à O , les trois théorèmes fondamentaux de Fredholm s'appliquent à l'équation (1) quand λ appartient au domaine complexe restant, et en particulier quand λ est réel : ces coupures sont déterminées dès que l'on connaît les tenseurs Ω , $A_{\alpha, \beta}$, c_{α} .

Pour parvenir à ces résultats, on démontre qu'il existe un noyau d'intégrale principale $H(X, \Xi; \lambda)$, qui est du type déjà défini, et qui

remplit les conditions

$$\begin{aligned} H(X, \Xi; \lambda) - G(X, \Xi) &= \lambda \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} H(X, A; \lambda) G(A, \Xi) dV_A \\ &= O[L^{k-m}(X, \Xi)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(X, \Xi; \lambda) - G(X, \Xi) &= \lambda \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} G(X, A) H(A, \Xi; \lambda) dV_A \\ &= O[L^{k-m}(X, \Xi)], \end{aligned}$$

où k est une certaine constante positive; de plus il existe une fonction $\Phi(X; \lambda)$, positive ou nulle quand λ est réel, et telle qu'on ait, pour toute fonction ρ remplissant une condition de Hölder,

$$\begin{aligned} &\int_{\mathfrak{A}}^{(m)} H(X, A; \lambda) \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} G(A, \Xi) \rho(\Xi) dV_{\Xi} dV_A \\ &= \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} \rho(\Xi) \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} H(X, A; \lambda) G(A, \Xi) dV_A dV_{\Xi} = \Phi(X; \lambda) \rho(X), \\ &\int_{\mathfrak{A}}^{(m)} G(X, A) \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} H(A, \Xi; \lambda) \rho(\Xi) dV_{\Xi} dV_A \\ &= \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} \rho(\Xi) \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} G(X, A) H(A, \Xi; \lambda) dV_A dV_{\Xi} = \Phi(X; \lambda) \rho(X). \end{aligned}$$

Alors on peut, d'une part en exprimant

$$f(X) + \lambda \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} H(X, A; \lambda) f(A) dV_A,$$

en fonction de l'inconnue ρ de l'équation (1), d'autre part en prenant comme nouvelle inconnue dans l'équation (1) une fonction σ liée à ρ par la relation

$$(2) \quad \rho(X) = \sigma(X) + \lambda \int_{\mathfrak{A}}^{(m)} H(X, A; \lambda) \sigma(A) dV_A,$$

former deux équations qui sont toutes deux du type de Fredholm quand λ appartient à notre domaine complexe, car on prouve que $1 + \lambda^2 \Phi(X; \lambda)$ ne s'annule nulle part dans ce domaine; la première de ces équations admet toutes les solutions de (1), et toute solution σ de la seconde conduit par la formule (2) à une solution de (1); ces deux équations servent à établir notre énoncé.

La recherche de la fonction H , qui jouit des propriétés indiquées, a donc une grande importance. On démontre que, si X et λ sont

donnés, la partie positivement homogène et d'ordre $-m$ de $H(X, A; \lambda)$ ne dépend que des valeurs de Ω , des $A_{\alpha, \beta}$ et des c_x en X . Dès lors un changement de variables permet de se borner au cas où la partie positivement homogène et d'ordre $-m$ de $\lambda \Omega G$, au point donné X , serait

$$\mu \frac{\Gamma \left[\frac{(m+1)}{2} \right] (x_1 - a_1)}{\pi^{\frac{(m+1)}{2}} L^{m+1}(X, A)};$$

posons $a_1 = x_1 + L(X, A) \cos \varphi$; la partie positivement homogène et d'ordre $-m$ de $\lambda \Omega H(X, A; \lambda)$ peut alors s'écrire

$$\mu \Gamma \left[\frac{(m+1)}{2} \right] \pi^{-\frac{(m+1)}{2}} \omega(\varphi) L^{-m}(X, A),$$

où la fonction ω dépend aussi de μ . La fonction ω , qui est l'inconnue définitive, se trouve à l'aide des considérations suivantes. Sur l'hypersphère

$$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \dots + \xi_{m+1}^2 = 1 \quad (\text{sphère si } m = 2),$$

posons

$$\begin{aligned} \xi_{m+1} &= \cos \psi, & \xi_1 &= \sin \psi \cos \varphi, & \xi_x &= \sin \psi \sin \varphi \eta_x \\ (1 < \alpha \leq m; & 0 \leq \varphi \leq \pi, & 0 \leq \psi \leq \pi), \end{aligned}$$

où les η_x sont des fonctions de $m-2$ paramètres, indépendantes de φ et de ψ , et telles que $\sum_x \eta_x^2 = 1$; supposons connue une fonction u , continue dans la région $\xi_{m+1} \geq 0$ de l'hypersphère, harmonique (solution de l'équation de Beltrami) dans la région $\xi_{m+1} > 0$, nulle au point $\xi_{m+1} = 1$ et remplissant sur la frontière $\xi_{m+1} = 0$ la condition

$$\frac{\partial u}{\partial \psi} + \mu \left[\sin \varphi \frac{\partial u}{\partial \varphi} + (m-1) \cos \varphi u \right] = -\cos \varphi;$$

alors on a

$$\omega(\varphi) = \left(\frac{\partial u}{\partial \psi} \right)_{\left(\psi = \frac{\pi}{2} \right)}.$$

Or on démontre de proche en proche que u existe et est unique, pourvu que μ ne prenne pas de valeur purement imaginaire non comprise entre i et $-i$, et la proposition énoncée en découle.

Pour $m = 1$,

$$\omega(\varphi) = -\cos \varphi \quad \text{et} \quad 1 + \lambda^2 \Phi(X; \lambda) = 1 + \mu^2;$$

ici φ n'a que les valeurs 0 et π ; ce résultat comprend celui que l'abbé

Bertrand a obtenu à la suite de Poincaré. Pour $m = 2$,

$$\omega(\varphi) = \frac{2g}{\mu} \frac{(1+g^2)\cos\varphi - 2g}{(1-2g\cos\varphi+g^2)^2} \quad \text{et} \quad 1+\lambda^2\Phi = \sqrt{1+\mu^2},$$

le radical ayant la détermination dont la partie réelle est positive; on a posé $g = \frac{1-\sqrt{1+\mu^2}}{\mu}$. Pour $m = 3$, $\omega(\varphi)$ est défini par une certaine série uniformément convergente de polynomes de Legendre en $\cos\varphi$, et $1+\lambda^2\Phi = \frac{\mu}{\arctan\mu}$, où $\arctan\mu$ a la détermination dont la partie réelle est comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. Pour $m = 4$,

$$\omega(\varphi) = \frac{2g}{3\mu} \frac{3(1+g^2)\cos\varphi - 4g - 2g\cos^2\varphi}{(1-2g\cos\varphi+g^2)^3}$$

et

$$1+\lambda^2\Phi = \frac{1+\sqrt{1+\mu^2}}{2},$$

g ayant la même valeur que plus haut.

Si $m = 1$ et si c_1 ne s'annule nulle part, les coupures sont de longueur finie, le noyau résolvant est méromorphe à l'infini, qui est un point régulier ou un pôle simple, et les théorèmes de Fredholm s'appliquent même à l'équation

$$\int_{\mathcal{V}} G(X, A) \rho(A) dV_A = f(X).$$

Soit $\mathcal{O}$ un domaine borné de l'espace ordinaire à m dimensions, et soit $\mathcal{S}$ sa frontière. Soit

$$\sum_{\alpha, \beta} a_{\alpha, \beta} \frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} + \sum_{\alpha} b_{\alpha} \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + cu = f,$$

une équation du type elliptique, où tous les coefficients sont continus dans $\mathcal{O} + \mathcal{S}$, les $a_{\alpha, \beta}$ remplissant en outre une condition de Hölder; on admet que le premier membre soit remplacé au besoin par une opération généralisée. Soit

$$\sum_{\alpha, \beta} a_{\alpha, \beta} \varpi_{\alpha} \frac{\partial u}{\partial x_\beta} + \frac{1}{\Omega} \sum_{\alpha=1}^{m-1} \psi_{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t_{\alpha}} + \psi u = \varphi$$

une condition donnée sur $\mathcal{S}$: les ϖ_{α} sont les cosinus directeurs de la normale extérieure, $\Omega d(t_1, \dots, t_{m-1})$ est l'élément euclidien dS de $\mathcal{S}$;

les $\varpi_x, \Omega, \psi_x, \psi$ et φ remplissent par hypothèse des conditions de Hölder par rapport aux paramètres $t_1, \dots, t_{m-1}$ d'un point de $\mathcal{S}$ (cette frontière n'a pas de singularité). Ce problème se traite complètement par la théorie précédente (qui est valable dans des conditions plus larges que nous n'avons dit); la discussion est semblable à celle du problème généralisé de Neumann. En particulier si l'on a $a_{1,1}c \leq 0$ en tout point de $\mathcal{Q}$, et $a_{1,1}\psi \geq 0$ en tout point de $\mathcal{S}$, c et ψ n'étant pas à la fois identiquement nuls, le problème a une solution et une seule. Si $c = \psi = 0$, le problème exige une condition de possibilité. Le problème homogène adjoint, dont les solutions se ramènent toujours au même nombre de solutions linéairement indépendantes que les solutions du problème homogène correspondant au problème donné, se ramène, moyennant certaines conditions de régularité, au problème de trouver une fonction c , continue dans $\mathcal{Q} + \mathcal{S}$, satisfaisant dans $\mathcal{Q}$ à l'équation homogène adjointe à l'équation donnée, et sur $\mathcal{S}$ à la condition

$$\sum_{\alpha, \beta} \varpi_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x_{\beta}} (a_{\alpha, \beta} c) - \frac{1}{\Omega} \sum_{\alpha=1}^{m-1} \frac{\partial}{\partial t_{\alpha}} (\psi_{\alpha} c) + (\psi - \sum_{\alpha} b_{\alpha} \varpi_{\alpha}) c = 0.$$

SÉANCE DU 8 NOVEMBRE 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h 45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Élection :

M. Diamand, de l'American University Union, présenté par MM. Hadamard et Chazy, est élu à l'unanimité.

Communication :

M. Liénard donne lecture de la Note de M. Georges Giraud : *Sur les équations à intégrales principales*, signalée à la séance du 28 juin.

La séance est levée à 21^h 25^m.

SÉANCE DU 22 NOVEMBRE 1933.

PRÉSIDENCE DE M. BOULIGAND.

La séance est ouverte à 20^h45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Le secrétaire présente les excuses de M. Liénard, président, qui, appelé en province, ne peut assister à la séance de ce soir.

Communications :

M. Aronszajn fait une Communication : *Sur la définition des singularités sur une surface de Riemann.*

M. Bouligand fait une Communication : *Sur un problème de la théorie des fonctions harmoniques, résoluble, moyennant une hypothèse convenable, par une méthode de M. Georges Giraud.*

La séance est levée à 22^h.

SÉANCE DU 13 DÉCEMBRE 1933.

PRÉSIDENCE DE M. LIÉNARD.

La séance est ouverte à 20^h45^m.

Le procès-verbal de la précédente séance est lu et adopté.

Conférence :

M. G. Darmois fait une Conférence : *Sur l'emploi des observations statistiques.*

Communication :

M. Bouligand commente une Communication envoyée par M. Georges Giraud : *Sur certains problèmes de valeurs-frontière* et donne des indications sur les questions résolues par les méthodes de M. Georges Giraud.

La séance est levée à 22^h30^m.

Communication de M. Georges Giraud : *Sur certains problèmes de valeurs-frontière.*

Les problèmes mentionnés dans une précédente Communication (28 juin 1933; prière de s'y reporter pour les notations) peuvent être traités dans des hypothèses plus larges.

Tout d'abord on peut faire sur l'équation $\mathcal{F}u = f$ du type elliptique les hypothèses qui ont été étudiées dans l'article publié cette année-même par le *Bulletin de la Société mathématique* (pages 1 à 54); u doit être une solution régulière de cette équation, au sens précisé dans cet article. Cette généralisation ne modifie en rien la solution précédemment indiquée.

On peut ensuite généraliser la condition à la frontière. Soit Y un point de $\mathfrak{S}$, et soient y_α ($\alpha = 1, 2, \dots, m$). Soit Y_t le point qui a pour coordonnées des quantités

$$y_\alpha - t \left(\sum_{\beta} a_{\alpha, \beta} \varpi_{\beta} + \sum_{\nu} \frac{\psi_{\nu}}{\Omega} \frac{\partial y_{\alpha}}{\partial t_{\nu}} \right) + O(t^{1+k})$$

($t > 0$, $k > 0$; O est le symbole de Landau).

Si t est assez petit, Y_t appartient à $\mathcal{O}$; soit

$$\Theta u = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{u(Y) - u(Y_t)}{t} + \psi(Y) u(Y),$$

en supposant que la limite existe. Dorénavant nous supposons que les fonctions données ψ et φ sont continues sans plus, les hypothèses sur $\mathfrak{S}$ et sur les ψ_{ν} n'étant pas modifiées; la condition à la frontière est que u soit continu dans $\mathcal{O} + \mathfrak{S}$ et qu'on ait $\Theta u = \varphi$. On résout ce nouveau problème en choisissant des fonctions χ et ω telles que nous sachions, par ce qui a été vu, former une fonction de Green pour les opérations

$$\mathcal{F}u - \chi u$$

et

$$\Theta u - \omega u,$$

nous supposons que les $a_{\alpha, \alpha}$ sont positifs, et alors il suffit que, d'une part, $c - \chi$ soit continu et négatif dans $\mathcal{O} + \mathfrak{S}$, et, d'autre part, $\Theta u - \omega u$ soit positif et soumis à une condition de Hölder sur $\mathfrak{S}$. Si $F(X, A)$ est cette fonction de Green, on démontre que

l'équation

$$u(X) = - \int_{\omega}^{m-1} F(X, A) [f(A) - \chi(A) u(A)] dV_A \\ - \int_S^{m-1} F(X, B) [\varphi(B) - \omega(B) u(B)] dS_B$$

est une équation de Fredholm et qu'elle résout complètement la question. Ceci suffit pour la discussion générale du problème.