

BULLETIN DE LA S. M. F.

SMF

Vie de la société

Bulletin de la S. M. F., tome 13 (1885), p. 205-210

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1885__13__205_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1885__13__205_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1885, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Soit

$$f(X, Y, Z) = 0$$

l'équation homogène de la conique directrice K.

La polaire t' du point $P(x, y, z)$ de la courbe C a pour équation

$$xf'_x + yf'_y + zf'_z = 0.$$

Le point P' où cette droite touche son enveloppe C' est donné par son intersection avec la droite

$$dx f'_x + dy f'_y + dz f'_z = 0.$$

L'équation de la droite PP' sera donc

$$\frac{dx f'_x + dy f'_y + dz f'_z}{x f'_x + y f'_y + z f'_z} = \frac{dx f'_x + dy f'_y + dz f'_z}{x f'_x + y f'_y + z f'_z}$$

ou, en vertu du théorème des fonctions homogènes,

$$\frac{dx f'_x + dy f'_y + dz f'_z}{x f'_x + y f'_y + z f'_z} = \frac{dx f'_x + dy f'_y + dz f'_z}{2f(x, y, z)}.$$

Pour que cette droite passe par un point fixe (x_1, y_1, z_1) , il faut que l'on ait, quel que soit le point (x, y, z) de la courbe C,

$$\frac{dx f'_{x_1} + dy f'_{y_1} + dz f'_{z_1}}{x f'_{x_1} + y f'_{y_1} + z f'_{z_1}} = \frac{dx f'_x + dy f'_y + dz f'_z}{2f(x, y, z)}.$$

Posons

$$f(x, y, z) = S, \quad x f'_{x_1} + y f'_{y_1} + z f'_{z_1} = M;$$

l'équation précédente devient

$$\frac{dM}{M} = \frac{dS}{2S},$$

d'où, en intégrant,

$$S - \lambda M^2 = 0,$$

λ étant une constante arbitraire. On trouve donc l'équation des coniques bitangentes à la conique directrice K, la corde des contacts étant la polaire du point (x_1, y_1, z_1) par rapport à K.

Ainsi, *les seules courbes qui soient homologues de leurs polaires réciproques, les points correspondants étant les mêmes dans les deux cas, sont les coniques bitangentes à la conique directrice.* L'axe d'homologie se confond avec la corde des contacts, le centre d'homologie avec le pôle de cette corde.

En particulier, on sait que le lieu du sommet d'un angle constant (courbe isoptique) dont les côtés sont tangents à une parabole est une hyperbole bitangente à cette parabole, la corde des contacts étant la directrice de cette parabole. Donc, si H est une hyperbole isoptique de la parabole P , H' la polaire réciproque de H par rapport à P , les droites qui joignent les points de H aux points correspondants de H' passent toutes par le foyer de P . Nous avons, par une voie indirecte, obtenu géométriquement ce théorème dans une de nos Notes sur la symédiane ⁽¹⁾.

Réponse à la Note de M. Rouché (Bulletin, n° 3, 1885);
par M. ERNEST LEBON.

Lorsque j'ai communiqué à la Société mathématique la construction que je propose, j'ai exprimé des doutes au sujet de sa nouveauté, et aucun des auditeurs n'a présenté d'observation. De plus, j'avais auparavant parcouru les principaux Ouvrages de Géométrie descriptive, sans y trouver cette application d'un théorème connu. Il est important que je donne le résultat de mes recherches dans deux de ces Ouvrages.

1° *Cours de Géométrie descriptive*, par M. Théodore Olivier, troisième édition, revue et annotée par M. Eugène Rouché; 1^{er} novembre 1871. — A l'art. 388, l'auteur explique l'épure de l'ombre du puits militaire. La construction de la tangente en un point d'origine de la courbe d'ombre n'est pas indiquée. Je suis surpris que M. Rouché, qui affirme donner « régulièrement sous la même forme dans ses leçons depuis 1862 » la construction que j'ai proposée, n'ait pas pensé à réparer, par une note, une omission évidente et importante.

2° *Théorie des Ombres et du Lavis*, par J. Pillet, 1882. — Dans ma Communication du 12 novembre 1884, j'ai résumé la construction de cet auteur pour le cas du cylindre de révolution. Ici j'ajoute que, à la page 160 de son Ouvrage, M. J. Pillet, en parlant des

⁽¹⁾ *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 3^e série, t. II, p. 462, § 26.

points d'origine dans le cas d'un cône creux, écrit : « Il serait intéressant d'avoir les tangentes en ces points; mais leur recherche serait un peu trop compliquée. » Il me paraît bien étonnant que M. J. Pillet n'ait pas au moins signalé en 1882 une construction simple « donnée depuis 1862 » par son collègue à l'École Polytechnique.

Ma bonne foi étant mise en évidence par ce qui précède, il me reste à faire remarquer qu'il est nécessaire que M. Rouché : 1° prouve que l'application dont il conteste la nouveauté existait « en 1862 » et « qu'il la donne régulièrement sous la même forme dans ses leçons depuis 1862 »; 2° cite les pages des « Ouvrages très répandus » où elle est « imprimée »; 3° produise la preuve qu'elle est « enseignée dans tous les cours de Mathématiques spéciales de Paris ». Sinon, la réclamation vague de M. Rouché ne peut arrêter l'attention et fixer l'opinion des géomètres.

Paris, 7 juin 1885.



TABLE DES MATIÈRES

DU TOME XIII.

	Pages
État de la Société mathématique de France au 1 ^{er} janvier 1885.....	5
Sur une méthode élémentaire pour obtenir les développements en série trigonométrique des fonctions elliptiques; par M. P. APPELL.....	13
Remarques sur l'emploi de la méthode précédente; par M. H. POINCARÉ.....	19
Sur la décomposition d'un nombre en quatre carrés; par M. WEILL.....	28
Méthode pour mener les plans tangents aux surfaces gauches; par M. J. MARCHAND.....	34
Sur les courbes unicursales; par M. G. HUMBERT.....	49
Sur la chaînette sphérique; par M. APPELL.....	65
Note de M. Rouché.....	71
Sur les isométriques d'une droite par rapport à certains systèmes de courbes planes; par M. MAURICE D'OCAGNE.....	71
Extraits des procès-verbaux (séances du 7 novembre 1884 au 1 ^{er} avril 1885)...	83
Bulletin bibliographique.....	87
Errata et Omissa.....	88
Sur les courbes unicursales (suite et fin); par M. G. HUMBERT.....	89
Sur les surfaces homofocales du second ordre; par M. G. HUMBERT.....	95
Sur la recherche des diviseurs des fonctions entières; par M. D. SÉLIVANOFF..	119
Sur la résolution des problèmes géométriques par le calcul des variations; par M. A. STARKOFF.....	132
Sur la détermination des axes de l'indicatrice en un point d'une surface du second ordre; par M. G. HUMBERT.....	142
Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques; par M. E. GOURSAT.....	143
Sur la représentation des nombres par les formes; par M. H. POINCARÉ.....	162
Sur l'équation indéterminée $x^2 + y^2 = z^2$; par M. R. PERRIN.....	194

	Pages.
Sur le problème de la construction du cercle minimum renfermant n points donnés d'un plan; par M. CHRYSTAL	198
Sur les rayons de courbure de deux courbes qui rencontrent les tangentes d'une troisième courbe sous des angles liés par une relation donnée; par M. E. HABICH, Directeur de l'École des Mines de Lima.....	201
Sur les courbes polaires réciproques homologues; par M. MAURICE D'OCAGNE.	204
Réponse à la Note de M. Rouché (<i>Bulletin</i> , n° 3, 1885); par M. ERNEST LEBON.....	206

FIN DE LA TABLE DU TOME XIII.

Réimpression Photomécanique
LES PROCÉDES DOREL - PARIS