

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

SCHOUTE

## **Sur une certaine courbe du quatrième ordre douée de trois points doubles**

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2<sup>e</sup> série,*  
tome 8, n° 1 (1884), p. 278-280

[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1884\\_2\\_8\\_1\\_278\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1884_2_8_1_278_0)

© Gauthier-Villars, 1884, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

**SUR UNE CERTAINE COURBE DU QUATRIÈME ORDRE  
DOUÉE DE TROIS POINTS DOUBLES <sup>(1)</sup>;**

PAR M. SCHOUTE,

Professeur à l'Université de Groningue.

Pour analyser ce Mémoire, nous nous bornerons à énoncer les lemmes et théorèmes qu'il renferme.

1. OA et OB sont les asymptotes d'une hyperbole équilatère; P et Q sont deux points de cette courbe. Si l'on construit un rectangle dont PQ est une diagonale et dont les côtés sont parallèles à OA et à OB, la seconde diagonale passe par le point O.

Réciproquement, si deux points P et Q sont situés par rapport à deux axes rectangulaires OA et OB, de manière que la deuxième diagonale du rectangle PQ dont les côtés sont parallèles à OA, OB passe par le point O, les points P et Q se trouvent sur une hyperbole équilatère dont OA et OB sont les asymptotes.

Le rectangle PQ sera nommé *rectangle asymptotique*, et l'hyperbole équilatère sera désignée par le symbole

$$H(OA, OB; P, Q, \dots).$$

2. La tangente en P à  $H(OA, OB; P)$  est la droite antiparallèle de OP par rapport à OA et OB.

3. On trouve deux points de la tangente en P à  $H(OA, OB; P)$  en prolongeant PR et PS (R et S sont deux sommets du rectangle asymptotique PRQS) de longueurs RT, SU, égales respectivement à PR et PS, et en prenant les points d'intersection V de OT et SQ et W de OU et RQ.

Réciproquement, si les points P et Q sont situés par rapport à deux axes rectangulaires OA et OB, de manière que les points V et W obtenus comme ci-dessus sont en ligne droite avec P, le point Q se trouve sur  $H(OA, OB; P)$  et la droite PVW est tangente en P à cette courbe.

<sup>(1)</sup> Over een bijzondere kromme van den vierden graad met drie dubbelpunten, door P.-H. Schoute.

4. Par le centre  $M$  d'une conique  $K$ , les points à l'infini  $A$  et  $B$  de ses axes et un point quelconque  $P_1$  de  $K$ , on peut faire passer quatre coniques tangentes à  $K$  en un point différent de  $P_1$ . Les quatre points de contact avec  $K$  de ces quatre hyperboles équilatères se trouvent sur une même hyperbole équilatère. Si  $P_2$  est le point diamétralement opposé à  $P_1$ , cette hyperbole équilatère est  $H(P_2A, P_2B; M)$ . Chacune des quatre coniques coupe  $K$  en un quatrième point qui est situé sur la tangente à  $H(P_2A, P_2B; M)$  menée par le point de contact de la conique correspondante avec  $K$ .

5. La développée d'une conique à centre est une courbe  $C_4^6$  du sixième ordre et de la quatrième classe. Les tangentes à cette courbe aux quatre points où elle est coupée par une de ses tangentes concourent en un même point.

6. Lorsque le point  $P_1$  parcourt la conique  $K$ , l'hyperbole équilatère  $H(P_2A, P_2B; M)$ , qui coupe  $K$  aux quatre points de contact des hyperboles du faisceau  $(M, A, B, P_1)$ , enveloppe une  $C^4$  dont les points  $M, A, B$  sont des points doubles. Les tangentes en ces points à  $C^4$  sont tangentes à  $K$ .

7. Par un point quelconque  $P_1$  d'une conique quelconque  $C^2$  passent quatre coniques circonscrites à un triangle donné  $ABC$  conjugué par rapport à  $C_2$  et, en outre, tangentes à  $C_2$ . Les points de contact de ces quatre coniques se trouvent sur une conique  $C_7^2$  circonscrite à  $ABC$ . Le point de Brianchon par rapport au triangle circonscrit à  $C_7^2$  dont les points de contact sont  $A, B, C$  est le point  $P_1$ . Lorsque  $P_1$  parcourt  $C_2$ , la conique  $C_7^2$  des points de contact enveloppe une courbe  $C^4$  dont  $A, B, C$  sont des points doubles, les tangentes en ces points doubles étant des tangentes d'inflexion, tangentes en outre à  $C_2$ .

8. Si une courbe  $C^4$  du quatrième ordre a trois points doubles et si les six tangentes en ces trois points sont des tangentes d'inflexion, cette courbe jouit des propriétés suivantes. Les points de contact des quatre tangentes à  $C_1$  que l'on peut mener par un de ses points  $P$  se trouvent sur une droite  $l$ . Lorsque  $P$  parcourt la courbe  $C_1$ , la droite  $l$  enveloppe une conique; le triangle formé

par les points doubles de  $C_4$  est conjugué à cette conique; en outre, les trois couples de tangentes à  $C_4$  en ses points doubles sont tangentes à cette conique (extension d'un théorème sur la lemniscate démontré par M. Emile Weyr, professeur à Vienne).

9. Si une courbe  $K^4$  de la quatrième classe a quatre tangentes doubles et si les points de contact de ces tangentes sont des points de rebroussement, elle jouit des propriétés suivantes. Les tangentes à  $C_4$  aux quatre points d'intersection de la courbe et d'une de ses tangentes  $l$  concourent en un même point  $P$ . Quand la droite  $l$  tourne autour de  $C_4$  en l'enveloppant, le point  $P$  décrit une conique; le triangle formé par les tangentes doubles de  $C_4$  est conjugué à cette conique qui passe, en outre, par les points de rebroussement situés sur ces tangentes.

10. Le Mémoire est terminé par quelques remarques sur des propriétés de la courbe  $C^4$  établies géométriquement par M. Kupper, professeur à Prague. E.-D. W.

