

# BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

PAUL TANNERY

## **Pour l'histoire des lignes et surfaces courbes dans l'antiquité**

*Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2<sup>e</sup> série,*  
tome 8, n° 1 (1884), p. 19-30

<[http://www.numdam.org/item?id=BSMA\\_1884\\_2\\_8\\_1\\_19\\_1](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1884_2_8_1_19_1)>

© Gauthier-Villars, 1884, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

---

POUR L'HISTOIRE DES LIGNES ET SURFACES COURBES DANS L'ANTIQUITÉ

PAR M. PAUL TANNERY (¹).

---

SURFACES ET COURBES SPIRIQUES.

V.

Le concept des trois corps ronds, cylindre, cône et sphère, semble, comme celui de la droite et du cercle, antérieur aux débuts de la Science. Les autres surfaces courbes, dont l'étude par les anciens est historiquement constatée, sont :

Le cylindre et le cône circulaires obliques qui doivent avoir été considérés dès avant Archimède;

Les quatre surfaces de révolution du second degré inventées par le géomètre de Syracuse (*conoïdes* et *sphéroïdes*) (²);

Les surfaces *cylindroïdes* (nos cylindriques quelconques) et *plectoïdes* (nos conoïdes), dont nous avons vu Pappus parler incidemment;

---

(¹) Seconde Note, voir le numéro d'octobre.

(²) Il n'a pas considéré l'hyperboloïde à une nappe.

Enfin les tores ou surfaces engendrées par la révolution d'un cercle autour d'un axe avec lequel il reste toujours dans un même plan.

L'invention de ces dernières surfaces était des plus naturelles, une fois la génération analogue constatée pour les trois corps ronds. De fait, cette invention semble avoir été la plus ancienne, et si celle de la première courbe différente du cercle, la *quadratrice*, remonte à la fin du v<sup>e</sup> siècle avant J.-C., dès le commencement du iv<sup>e</sup> au plus tard, Archytas de Tarente (*Eutocius sur Archimède*, éd. Torelli, p. 143) résolvait le problème des deux moyennes proportionnelles par l'intersection de trois surfaces :

$$\text{Le cylindre} \dots\dots x^2 + y^2 = ax,$$

$$\text{Le cône} \dots\dots\dots x^2 + y^2 + z^2 = \frac{a^2}{b^2} x^2,$$

$$\text{Et le tore} \dots\dots\dots (x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2(x^2 + y^2)$$

engendré par la révolution d'un cercle autour de l'une de ses tangentes.

Dans les *Definitiones* du pseudo-Héron (éd. Hultsch, Berlin, 1864), les surfaces de ce genre suivent immédiatement les trois corps ronds; elles sont connues sous le nom de *spires* (*σπειρα*) ou *anneaux* (*κρίσος*). Archytas ne semble pas avoir dénommé la sienne.

(P. 27)98 : « La *spire* est engendrée par la révolution complète d'un cercle ayant son centre sur un autre cercle et son plan perpendiculaire à celui de ce second cercle. On l'appelle aussi *anneau*. La *spire* est *ouverte* (*διεχής*) quand elle présente un vide; *fermée* (*συνεχής*) quand il y a contact intérieurement en un point unique <sup>(1)</sup>, *rentrante* (*πικλάττουσα*) lorsque le cercle générateur se coupe lui-même. Ces corps ont pour sections certaines lignes qui les caractérisent. »

Comparons l'essai de classification des surfaces par le même compilateur (p. 23-24).

75 : « Les surfaces des figures solides sont soit *non composées*, soit *composées*; *non composées* quand, en les prolongeant, on re-

(1) Comme dans le tore d'Archytas.

tombe sur la surface elle-même, comme pour la sphère; *composées* lorsque, en les prolongeant, elles se coupent réciproquement.

» Les surfaces *composées* le sont de parties qui sont ou ne sont pas du même genre; le genre est différent pour les cônes, les cylindres <sup>(1)</sup>, les hémisphères et autres volumes semblables; il est le même pour les solides rectilignes <sup>(2)</sup>.

» On peut diviser autrement les surfaces des figures solides en *simples* et *mixtes*. Les surfaces *simples* sont, dans la théorie des solides, les *planes* et la *sphérique*; les *mixtes* sont la conique, la cylindrique et autres semblables. La conique et la cylindrique sont *mixtes* de plan et de circonférence, les *spiriques mixtes de deux circonférences*. Il y a une infinité d'autres *mixtes*, aussi bien que de *composées*. »

76 : « Les lignes des figures solides sont également *simples* ou *mixtes*. Les *simples* sont les droites et les circulaires; les *mixtes* sont les *coniques* et les *spiriques*. Ce sont là les lignes *classées*, (τεταγμέναι). Il y en a une multitude infinie de *non classées* (ἀτακτοι), aussi bien que de *composées* <sup>(3)</sup>. »

Pappus ne parle ni des *spires* (tores) ni de leurs sections, les lignes *spiriques*. Mais Proclus (Geminus) nous fournit des renseignements tout à fait identiques à ceux des *Definitiones* et les complète par d'autres plus précis.

Avant d'aborder la détermination des *spiriques* étudiées par les anciens, je vais insister sur l'identité des classifications essayées par Geminus et par le compilateur des *Definitiones*. L'intérêt de la question consiste dans ce fait que, si Geminus est reconnu, d'après le témoignage de Proclus, comme l'auteur de ces classifications, dont on n'a pas de trace avant lui et que Pappus n'emploie ni n'admet, il sera impossible de nier que le compilateur des

(1) En tant que solides limités par des bases planes.

(2) Polyèdres.

(3) A la suite du fragment précédent (98), se trouve l'addition suivante, qui semble plus récente que le texte :

« Les *anneaux tétragones* sont des *tranches* (ἐκπίσματα) de cylindres. Il y a divers autres *prismes* variés, engendrés par des sphères ou des surfaces mixtes. »

Ces *anneaux tétragones* sont évidemment les solides engendrés par la révolution d'un carré autour d'un axe parallèle à l'un des côtés.

*Definitiones* n'ait utilisé Geminus : par conséquent, il ne peut être qu'à peine antérieur à l'ère chrétienne.

Remarquons que la double division des surfaces d'une part en non composées et composées, de l'autre en simples et mixtes, en suppose une semblable pour les lignes. Les *Definitiones* semblent ne donner que la seconde pour les lignes et encore en limiter l'emploi à la théorie des solides. Mais cette limitation est évidemment inacceptable (1), et, d'autre part, la fin du passage cité reconnaît implicitement les lignes composées. La division correspondante est d'ailleurs donnée dans les *Definitiones*, sinon pour les lignes, au moins pour les figures.

(P. 15) 28 : « Les figures sur les surfaces sont soit *non composées*, soit *composées* : *non composées* quand elles ne sont pas formées par plusieurs lignes, *composées* quand elles le sont. Les figures composées sur les surfaces sont formées, soit de lignes de même nature, soit de lignes de nature différente, comme les secteurs de cercles, les demi-cercles, les *apsides* [segments plus petits que le demi-cercle] et les segments plus grands que le demi-cercle. *Comme formées de lignes homogènes* (2), on peut citer les *lunules*, les *couronnes* [espace compris entre deux cercles concentriques] et autres figures semblables. »

Comme on le voit, le parallélisme avec la classification des surfaces est complet.

Or nous retrouvons dans Geminus cette double division des lignes, et si pour les surfaces la distinction des simples et mixtes est seule indiquée par Proclus, c'est que, sur ce point, les extraits sont beaucoup moins complets.

*Proclus*, p. 111, l. 1-9 : « Geminus divise tout d'abord la ligne en *non composée* et en *composée* (il appelle *composée* celle qui est brisée et forme angle) (3), puis il subdivise la non composée

(1) P. 9, l. 10. Les lignes circulaires sont dites être des lignes simples (*ἀπλῶν*), seules à faire des figures (à limiter un espace). La leçon de Hultsch : *ἄλλων* (autres), au lieu d'*ἀπλῶν*, est insoutenable. La remarque, assez singulière au reste, puisque la ligne droite est la seule simple avec la circonférence, se retrouve dans Proclus (éd. Friedlein, p. 107, l. 14).

(2) Ces mots en italique manquent dans le texte.

(3) Proclus passe sous silence la subdivision des lignes composées, de même que les *Definitiones* ont omis celle des non composées.

(lire ἀσύνθετον, l. 4, au lieu de σύνθετον) en formant figure et en prolongée à l'infini; formant figure, comme la ligne circulaire, celle du bouclier <sup>(1)</sup>, la cissoïde <sup>(2)</sup>; n'en formant pas, comme la section du cône orthogone ou amblygone (parabole ou hyperbole), la conchoïde, la droite et autres semblables. »

Le passage suivant est plus complet (p. 176, l. 26, p. 177, l. 9) :

« Geminus a justement distingué, dans le principe, les lignes en limitées et formant figure, comme le cercle, la ligne de l'ellipse, la cissoïde et autres semblables, et en lignes indéfinies se prolongeant sans limite, comme la droite, la section du cône orthogone et amblygone, et la conchoïde. A leur tour, les lignes qui se prolongent indéfiniment peuvent ne former aucune figure, comme la droite et les sections coniques précitées, ou bien leurs branches se rencontrent, forment une figure, puis s'en vont à l'infini. »

Ce dernier passage est précieux en ce que, la conchoïde n'étant pas classée dans la première subdivision, on peut en conclure que les anciens avaient considéré le cas où elle forme boucle.

Reprenons la suite du passage précédent :

*Proclus*, p. 111, l. 9, p. 112, l. 15 : « D'une autre façon, il dit que la ligne non composée est *simple* ou *mixte*; que la *simple* forme une figure comme la circulaire, ou bien est indéfinie comme la droite; que la *mixte* se considère soit sur les plans, soit sur les solides; que sur les plans elle peut soit retomber sur elle-même, comme la cissoïde, soit se prolonger à l'infini; que sur les solides elle peut être imaginée suivant une section du solide, ou bien comme engendrée autour du solide. Ainsi l'hélice sur la sphère ou le cône est engendrée, autour du solide, tandis que les sections coniques ou *spiriques* s'engendrent par telle ou telle section des solides. Ces sections ont été imaginées, les coniques par Ménechme, comme le témoigne Eratosthène, lorsqu'il dit :

Ni les triades de Ménechme, ses sections du cône;

(1) Θυστήρ. Comme Heiberg l'a remarqué, ce doit être là le premier nom porté par l'ellipse. Il se rencontre dans les *Phénomènes* d'Euclide.

(2) Les anciens ne considéraient donc la cissoïde qu'à l'intérieur du cercle générateur et en fermant la figure par deux branches symétriques.

les autres par Persée qui a fait cet épigramme sur sa découverte :

Ayant trouvé par des sections cinq et trois lignes <sup>(1)</sup>,  
Persée en a remercié les divinités.

» Les trois sections coniques sont la parabole, l'hyperbole et l'ellipse; quant aux spiriques, l'une est entrelacée comme l'*entrave du cheval* <sup>(2)</sup>, l'autre s'élargit au milieu en diminuant de côté et d'autre; l'autre, au contraire, est allongée, resserrée vers son milieu et s'élargissant ensuite de côté et d'autre.

» Il y a une multitude indéfinie d'autres lignes mixtes, car le nombre des figures solides est illimité et elles donnent lieu à diverses sections. Si une droite, par une révolution circulaire, engendre une surface, il en est de même des sections coniques, des conchoïdes tout aussi bien que des circonférences, et en coupant ces solides de toutes les façons, on obtient des lignes de la plus grande variété... »

(P. 113, l. 3-6) : « Les curieux de la Science doivent aller rechercher ces démonstrations dans Geminus, comme aussi la génération des lignes spiriques, conchoïdes, cissoïdes. »

## VI.

Le long extrait de Geminus, qui précède, et où l'on a pu remarquer la conception générale des surfaces de révolution, nous a donné incidemment d'importants détails sur les sections *spiriques*. Réunissons les autres données que Proclus a empruntées au même auteur; nous pourrons essayer ensuite de préciser les sections distinguées par les anciens.

(P. 119, l. 7, p. 120, l. 6) : « Après avoir établi que le caractère du *mixte* est différent pour les lignes et pour les surfaces, Geminus remarque que la ligne circulaire seule, quoique simple, peut engendrer des surfaces mixtes.

(1) Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὐράν... .

Le vers a été complété par l'éditeur au moyen du mot ἑλικώδεις, qui est au moins douteux; on peut supposer ἐνὶ σπείρα, « sur la spire ». Pour le sens de τρεῖς ἐπὶ πέντε, voir plus loin.

(2) Ἰπποπέδη, nom d'une figure de manège représentant le tracé d'un 8, et dont parle Xénophon, *De l'équitation*, chap. VII.

« Ce que je dis se présente pour la surface *spirique*, qui est conçue comme engendrée par la révolution d'un cercle normal autour d'un point qui n'est pas son centre. De la sorte, il y a trois espèces de spires, car le centre de rotation peut être sur la circonférence, il peut être intérieur ou extérieur. S'il est sur la circonférence, on a la spire *fermée*; s'il est à l'intérieur, la spire *entrelacée* (<sup>1</sup>) (ἐμπεπλεγμένη); s'il est à l'extérieur, la spire ouverte. Il y a trois sections spiriques suivant ces trois différences. En tout cas, la spire, quoique provenant du seul mouvement circulaire, est mixte. »

(P. 127, l. 1-3) : « Lorsque l'*hippopède*, qui est une des spiriques, se coupe elle-même en formant un angle, cet angle est compris sous des lignes mixtes. » *Comp.*, p. 128, l. 1-5, suiv.

(P. 356, l. 12) : « Persée, pour les *spiriques*, a montré quel était le *symptôme* ». (Caractère correspondant à l'équation des modernes.)

Ces passages ont servi à M. Schiaparelli, dans son célèbre Mémoire : *Le sfere omocentriche di Eudosso, di Callippo e di Aristotele*, pour restituer l'*hippopède* d'Eudoxe, intersection d'une sphère par un cylindre tangent intérieurement. Le nom de cette courbe fut naturellement adopté par suite de l'analogie des formes pour l'*hippopède spirique* de Persée, qui représente évidemment la section d'un tore ouvert par un plan parallèle à l'axe et tangent intérieurement.

M. Schiaparelli a également reconnu, dans les deux autres spiriques décrites par Proclus, celles qu'on obtient en coupant le tore ouvert par un plan parallèle à l'axe et passant par une corde du cercle générateur, suivant d'ailleurs que ce plan est plus ou moins éloigné de l'axe que le centre dudit cercle générateur. Quant à la donnée qui fait varier les sections spiriques suivant l'espèce de la spire, ouverte, fermée ou rentrante, le savant astronome l'a rejetée comme improbable après discussion; enfin il a négligé celle que fournit le distique de Persée, τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς.

L'importance de cette dernière donnée est cependant majeure,

---

(<sup>1</sup>) Ici une différence de terminologie avec les *Definitiones*.

et elle va nous permettre de compléter la restitution des courbes de Persée.

Avant tout, il faut déterminer le sens de ces mots; car littéralement, on peut entendre que Persée a trouvé trois courbes en faisant cinq sections différentes; c'est ainsi que la traduction a été faite jusqu'à présent, et c'est également le sens que paraît supposer la triple distinction de Proclus.

Mais, après avoir épuisé toutes les hypothèses possibles, je crois pouvoir affirmer que cette traduction est insoutenable et qu'il faut en chercher une autre. Or il y en a une au moins également légitime au point de vue grammatical; c'est celle que j'ai adoptée plus haut. Persée a trouvé par des sections trois lignes en outre de cinq, c'est-à-dire huit lignes en tout.

Si l'on remarque que la forme versifiée de la donnée justifie suffisamment la singularité de l'expression, que Persée a pu d'ailleurs vouloir distinguer deux groupes de courbes, si notamment trois d'entre elles ont été obtenues en faisant varier l'espèce de la spire, qu'enfin Proclus ne dit point formellement qu'il n'y a que trois spiriques, mais ne fait évidemment que commencer une énumération incomplète, notre interprétation paraîtra sans doute satisfaisante à tous les points de vue.

Soient, en effet,  $R$  le rayon du cercle générateur,  $A$  la distance de son centre à l'axe, enfin  $d$  la distance à ce même axe du plan sécant que nous lui supposerons parallèle; dans l'hypothèse où le tore est ouvert, c'est-à-dire où  $A > R$ , Persée devait naturellement distinguer cinq sections différentes en faisant varier  $d$  depuis  $A + R$  jusqu'à 0.

- |     |                   |  |
|-----|-------------------|--|
| (1) | $A + R > d > A$ , | ovale renflé au milieu, 2 <sup>e</sup> spirique de Proclus;            |
| (2) | $d = A$ ,         | courbe formant transition entre (1) et (3);                            |
| (3) | $A > d > A - R$ , | courbe fermée, rétrécie au milieu, 3 <sup>e</sup> spirique de Proclus; |
| (4) | $d = A - R$ ,     | hippopède ou 1 <sup>re</sup> spirique de Proclus;                      |
| (5) | $A - R > d > 0$ , | deux courbes fermées symétriques et isolées                            |

(1) Il est à peine utile de remarquer que la lemniscate ordinaire

$$\rho^2 = 2A^2 \cos 2\varphi$$

est un cas particulier de l'hippopède, lorsqu'on suppose  $A = 2R$ .

Si l'on suppose le tore fermé,  $A = R$ , les formes (4) et (5) disparaissent, les trois premières subsistent et il n'y en a pas de nouvelles.

Si l'on suppose enfin le tore *rentrant*,  $A < R$ , on peut au contraire trouver trois formes nouvelles correspondant aux courbes (1), (2), (3), avec un ovale à leur intérieur. Il suffit de supposer  $d < R - A$ , ce qui entraîne d'ailleurs pour les courbes (1) et (2) l'hypothèse  $A < \frac{R}{2}$ .

On trouve donc bien ainsi huit espèces de sections, naturellement partagées en deux groupes : l'un de cinq, l'autre de trois, et la concordance entre les diverses données de Proclus se trouve rétablie. A la vérité, celle qui indique trois sections spiriques suivant les trois différentes espèces du tore n'est point satisfaite en réalité. Mais M. Schiaparelli a très bien montré que cette donnée, prise à la lettre, est insoutenable, et l'on peut parfaitement croire que Proclus, en faisant trop rapidement son extrait, s'est trompé sur le sens exact des paroles de Geminus.

Resterait maintenant à déterminer l'époque où vivait l'inventeur des courbes spiriques.

Bretschneider <sup>(1)</sup> qui, d'ailleurs, tout en réunissant les textes, n'est pas parvenu à les expliquer convenablement, a remarqué que Montucla avait identifié à tort le géomètre dont parlait Geminus (Περσεύς) avec le philosophe (Περσαῖος) Persæos de Cittium, compatriote et disciple de Zénon le stoïcien (fin du 1<sup>er</sup> et commencement du 11<sup>e</sup> siècle avant J.-C.). Aucune autre identification ne semble davantage possible; on se trouve donc exclusivement réduit aux données de Proclus.

L'invention des sections spiriques est nécessairement postérieure à celle des coniques; au plus haut, Persée pourrait donc être contemporain d'Euclide, tout le monde est d'accord à cet égard.

Comme limite inférieure, on doit admettre non pas l'époque où vivait Héron d'Alexandrie, comme l'ont fait Bretschneider et M. Cantor, mais bien l'époque de Geminus, puisque les *Definitions* ne sont pas de Héron, mais postérieures non seulement à

(1) *Die Geometer und die Geometrie vor Euklides*, Leipzig; 1870.

Posidonius, comme nous l'avons déjà établi ailleurs, mais encore au garant de Proclus, si nos remarques précédentes suffisent à le démontrer. On a donc, pour placer Persée, un intervalle de plus deux siècles, de 300 à 75 avant J.-C. environ.

Bretschneider le rapproche autant que possible de la limite inférieure qu'il admet, en le faisant contemporain de Héron. Les courbes spiriques ont été évidemment, dit-il, si peu considérées dans l'antiquité, elles ont fourni si peu de matière à la Géométrie, qu'elles ont été vite oubliées, et que le souvenir n'en a été gardé que par les auteurs les plus voisins de leur invention.

Ces observations ne me paraissent nullement convaincantes. Si Pappus ne trouve pas l'occasion de faire allusion aux spiriques, on peut bien admettre à la vérité que leur théorie, telle que Persée l'avait constituée, n'offrait à ses yeux rien de particulièrement intéressant. Pappus ne cherche nullement à faire un recueil complet de tous les travaux antérieurs; il choisit ce qui lui plaît en dehors des ouvrages classiques de son temps, et il est certes permis de croire que les travaux de Persée ne lui ont pas semblé mériter une attention spéciale.

Mais Geminus s'était proposé un but différent, l'exposé méthodique de l'ensemble de la mathématique; c'est lui qui a dressé le bilan, malheureusement perdu en grande partie pour nous, de tout ce qu'avait produit le génie des alexandrins de l'âge hellène; à ce point de vue, il devait nécessairement parler des spiriques, que leur invention ait été, pour lui, récente ou déjà ancienne.

Je serais, pour ma part, plutôt porté à rapprocher Persée d'Euclide, à le mettre avant Apollonius plutôt qu'après. Il est bien certain aujourd'hui qu'avant la composition des *coniques* par le grand géomètre de Perge, la matière était déjà assez approfondie, avait procuré assez de gloire aux travailleurs, pour qu'un mathématicien, jaloux de s'illustrer à son tour, imaginât des sections d'un corps différent du cône et du cylindre, mais déjà connu, puisque Archytas l'avait employé dès longtemps. Que le travail de Persée dût rester infécond en réalité, nous le comprenons suffisamment aujourd'hui; mais il marchait sans doute plein d'espoir dans la voie nouvelle qu'il essayait de se frayer.

Après Apollonius, une tentative semblable aurait été, ce me semble, plus en dehors du courant scientifique. Les questions à

l'ordre du jour avaient changé de nature et l'on devait avoir un peu plus nettement conscience de la chance des recherches dans telle ou telle direction. L'espoir de trouver, dans des courbes particulières telles que les spiriques, un sujet d'études aussi fécond que les coniques, ne pouvait plus guère être conçu par un géomètre ayant vraiment approfondi sa science. C'est d'ailleurs l'époque où l'on essaya plutôt de s'élever à des conceptions un peu générales, comme celle des classes de surface (de révolution, cylindroïdes, plectoïdes). Enfin la solution désormais complète des problèmes solides (du troisième et du quatrième degré) au moyen de lieux coniques entraînait la position des problèmes de degré plus élevé, et l'invention de nouvelles courbes aurait dû être liée à la tentative de résoudre de pareils problèmes et d'en constituer une classe supérieure à celle des solides. Si Persée avait fait quelque essai de ce genre, Pappus en aurait nécessairement parlé; mais on sait pertinemment par lui que les anciens s'étaient arrêtés au problème à *quatre lignes* <sup>(1)</sup>, et qu'il a fallu attendre Descartes pour dépasser la limite où se sont arrêtés les efforts des alexandrins.

J'insisterai aussi particulièrement sur la qualification de *τεταγμένα* (*lignes classées*) donnée par les *Definitions* aux coniques et aux spiriques, par opposition aux autres lignes considérées comme *ἀτακτοί* (non classées). C'est exactement l'opposition des irrationnelles *non classées* d'Apollonius et de celles, dites *classées*, que Euclide avait étudiées au livre X des *Éléments*. Ou plutôt, le *classement* des coniques et des spiriques est encore plus arbitraire; si Geminus, qui montre généralement un sens critique exact, avait adopté, comme il semble, ce prétendu classement, c'est sans doute qu'il avait à ses yeux une valeur historique en tant qu'établi, comme je le présume, peu après la constitution même de la science, en tous cas avant Apollonius.

Puisque tout à l'heure je parlais de Descartes, je crois devoir signaler une singulière erreur historique où il a été entraîné par la

(1) Trouver le lieu des points tels que le produit de leurs distances à deux droites données soit dans un rapport donné avec le produit de leurs distances à deux autres droites données. — En thèse générale, le problème à *2n lignes* correspond à une équation du degré *n*. C'est, comme on sait, l'examen de ce problème qui constitue l'objet principal, en apparence, de la *Géométrie* de Descartes.

traduction de Pappus due à Commandin. Des lieux à plus de quatre lignes, qui ne sont plus, d'après Pappus, des lignes connues, mais qui sont simplement appelées *lignes* (γραμμαί), les anciens en auraient imaginé une dont ils auraient démontré l'utilité et qui, d'ailleurs, se présenterait très facilement, mais cependant n'aurait pas été la première. Là-dessus Descartes, après avoir montré à quoi revient en général la recherche du lieu pour un nombre quelconque de lignes, s'ingénie à rechercher quelle pouvait être cette courbe dont parle Pappus, et il en fait une très heureuse restitution.

Or, en réalité, Pappus dit tout le contraire (1) : ὧν μίαν οὐδέ τινα συμφανεστάτην εἶναι δοκοῦσαν συντεθείασιν ἀναδείξαντες χρησίμην οὔσαν, ce qui doit se traduire ainsi : « dont on n'a ni construit ni employé (pour la solution du problème à plus de quatre lignes) une seule, pas même celle qui pourrait sembler la plus clairement indiquée. » C'est évidemment par inadvertance qu'en restituant le texte correct M. Hultsch a conservé, dans sa traduction latine, le sens général de la version de Commandin.

(A suivre.)