

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

PAUL TANNERY

Notes pour l'histoire des lignes et surfaces courbes dans l'antiquité

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 8, n° 1 (1884), p. 101-112

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1884_2_8_1_101_0>

© Gauthier-Villars, 1884, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

NOTES POUR L'HISTOIRE DES LIGNES ET SURFACES COURBES
DANS L'ANTIQUITÉ ⁽¹⁾;

PAR M. PAUL TANNERY.

VII.

LE CONCEPT DE COURBE.

Après la quadratrice d'Hippias, après la *spire* d'Archytas, nous avons encore une fois à revenir aux temps antérieurs à la découverte des coniques. Eudoxe de Cnide (408-355 av. J. C.), en effet, en dehors de l'*hippopède*, dont nous avons déjà parlé, s'est signalé par l'invention d'une courbe destinée à la solution du problème de Délos et qu'il appela du terme général de *καμπύλη* (infléchie).

Malheureusement Eutocius (*Archimède*, éd. Torelli, p. 135 et 144) n'a pas compris la solution d'Eudoxe qui subsistait encore de son temps, et, la trouvant erronée, ne nous l'a pas conservée. On est donc réduit, sur la nature de la *kampyle*, à des conjectures sans appui ⁽²⁾.

Je ne veux m'arrêter à ce terme de *kampyle* que pour en préciser l'historique. Il n'est pas douteux qu'Eudoxe ne l'ait détourné d'un sens général pour lui attribuer une signification toute particulière; mais cela laisse supposer que le sens général était relativement vague.

Toutefois, tandis qu'il serait difficile de rencontrer, antérieurement à Eudoxe, le mot *καμπύλον* dans le sens précis de *courbe* opposée à droit (*εὐθύ*) ⁽³⁾, immédiatement après lui, et peut-être à cause même de son adoption de ce terme, quoiqu'il l'eût pris dans un sens

(¹) Voir les numéros d'octobre 1883 et de janvier 1884.

(²) J'ai supposé ailleurs (*Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 2^e série, t. II, p. 277-283) qu'il s'agissait de l'une des projections des courbes gauches de la solution d'Archytas. Cette projection a pour équation polaire

$$\rho = \frac{b^2}{a \cos^2 \varphi};$$

son intersection avec le cercle $\rho = a \cos \varphi$ donne pour le rayon vecteur une des deux moyennes proportionnelles entre a et b , $\rho^2 = ab^2$.

(³) Ainsi on ne le trouve pas dans Platon, qui oppose d'ordinaire la circonférence à la droite. Auparavant, Héraclite oppose le *σχαλίον* à l'*εὐθύ*.

particulier, la signification générale précise semble s'imposer. Elle est courante chez Aristote, qui donne d'ailleurs l'opposition *droit-courbe* (εὐθύ-καμπύλον) comme une des dix que certains pythagoriciens de son temps regardaient comme fondamentales.

Si Euclide ne nous fournit aucune indication, Archimède oppose aussi aux droites les lignes καμπύλαι, à la vérité seulement dans un plan et en y comprenant les lignes brisées (*De sphaera et cylindro*, axiome I); son objet est d'ailleurs de définir la concavité.

Par un singulier retour, après Archimède, le sens général se perd au moins chez les mathématiciens, car il se retrouve naturellement chez les commentateurs d'Aristote (¹). Mais le terme καμπύλη ne se trouve point chez Pappus, qui dit seulement en général γραμμή (ligne), et, si on le rencontre dans Proclus (*Geminus*), il s'y trouve opposé aux circonférences d'une part, aux lignes hélicoïdes de l'autre.

« Platon (*Philèbe*, 51, C.) ayant posé les deux espèces les plus simples et les plus primordiales de la ligne, la droite et la circulaire, fait provenir de leur mixtion toutes les autres, aussi bien toutes celles qu'on appelle *hélicoïdes* et qui sont planes ou bien s'engendrent autour des solides, que toutes les espèces de lignes *kampyles* qui proviennent des sections des solides. » (Éd. Friedlein, 103, 21 à 104, 5).

De même dans les *Definitiones* du Pseudo-Héron.

« 4. *Quelles sont les différences des lignes?* — Des lignes, les unes sont droites, les autres non; de celles qui ne sont pas (²) droites, les unes sont circulaires, celles qu'on appelle περιέρεται (³), les autres *hélicoïdes*, les autres *kampyles*. »

Pour les *kampyles*, la même compilation (7), après avoir dit qu'il y en a une infinité, se contente de reproduire la définition de la concavité d'après Archimède; pour les *hélicoïdes* (8), elle dé-

(¹) Ainsi, chez Proclus (éd. Friedlein, 121, 16), dans un passage qu'il emprunte exceptionnellement à son maître Syrianus, ἡμῖν ἐπομένους τῷ ἡμετέρῳ καθηγεμόνι (p. 123, 19).

(²) Héron, éd. Hultsch, p. 8, l. 122. — Οὐκ est évidemment à rétablir avant εὐθειῶν.

(³) Ce terme désigne, chez les géomètres classiques, aussi bien un arc de cercle que la circonférence entière.

finît la spirale plane d'après Archimède aussi (περὶ ἐλίκων), et l'hélice cylindrique d'après Apollonius (περὶ τοῦ κοιλίου).

C'est donc l'invention de la spirale et de l'hélice par Archimède qui a été l'occasion de ne pas maintenir la généralisation qu'il avait adoptée; la véritable cause qui a fait rejeter cette généralisation est d'ailleurs indiquée par Proclus; elle doit être cherchée dans une tentative de retour aux idées de Platon.

Ce retour — c'est-à-dire la tripartition des lignes en droites, circulaires et mixtes, les deux premières espèces étant d'ailleurs regardées comme simples — nous apparaît comme propre à Geminus, quoique lui-même ait sans doute emprunté cette division à quelque autre auteur.

Pappus ne la reconnaît point explicitement : les termes de lignes *simples* et *mixtes* lui sont inconnus; cependant leur distinction subsiste au fond dans son classement des problèmes en plans (c'est-à-dire dont la solution n'emploie que les lignes simples) et solides ou grammiques (qui réclament des lignes mixtes).

De même Pappus, qui, au contraire de Geminus, fait des coniques une classe toute spéciale (solution des problèmes solides), distingue vaguement pour les autres lignes entre celles qui sont engendrées par des intersections de surfaces et non plus seulement par des sections planes, et celles qui sont engendrées par des mouvements, comme les hélices, les quadratrices, les cochloïdes, les cissoïdes. Mais ce n'est point l'opposition tranchée de Proclus et des *Definitiones* entre les *hélicoïdes* et les *kampyles*, opposition que l'on doit cependant ramener originairement à une grossière distinction entre les formes plutôt qu'à la différence du mode de génération.

Quoique la classification platonicienne de Geminus n'ait donc pas rallié l'assentiment général, elle n'en a pas moins joui d'une certaine faveur vers la fin de la période alexandrine, et en tout cas elle a empêché l'adoption d'un terme technique comme celui de *kampyle*, pour désigner les courbes par opposition aux droites, malgré l'exemple d'Archimède. Les citations de Proclus montrent d'ailleurs que la classification en *simples* et *mixtes* avait donné lieu, antérieurement à Geminus, à des discussions qu'il essaya de clore.

Ainsi (p. 104-106) on s'était demandé s'il ne fallait pas consi-

dérer comme une troisième ligne simple l'hélice cylindrique, en raison de sa propriété que tous ses arcs sont superposables, ou, ainsi que le disaient les anciens, puisqu'elle est *homéomère* au même titre que la droite et le cercle.

Geminus rejette cette opinion en se fondant sur ce que l'hélice est engendrée par la combinaison de deux mouvements, simples à la vérité, mais différents.

« Geminus a remarqué que si plusieurs mouvements simples engendrent une ligne, elle n'est pas toujours mixte, elle ne l'est que si ces mouvements sont dissemblables. Ainsi, qu'on imagine un carré et deux mouvements de même vitesse, l'un suivant la longueur, l'autre suivant la largeur, la ligne engendrée est la diagonale, c'est-à-dire une droite; mais il ne faut pas dire pour cela qu'elle est mixte, car elle n'est pas précédée, comme l'hélice cylindrique, par une autre ligne différente engendrée par un mouvement simple. De même, si l'on imagine une droite inscrite dans un angle droit et dont le milieu décrit un cercle, il ne faut pas conclure que la ligne circulaire engendrée est mixte; car les extrémités de la droite ont des mouvements rectilignes, mais d'ailleurs non uniformes pour toutes deux (p. 106, l. 13, lire ἀνωμαλως au lieu de δμαλως); le milieu ne se meut donc pas uniformément et décrit un cercle, tandis que les autres points décrivent des ellipses, en sorte que la génération de la ligne circulaire résulte de la non-uniformité dans le mouvement du milieu, ou de ce que la ligne droite est donnée inscrite dans un angle droit et n'a pas son mouvement naturel. »

Nous avons déjà vu, d'un autre côté, que la distinction des simples et mixtes s'était étendue des lignes aux surfaces, où le plan et la sphère étaient regardés comme simples. Geminus (*Proclus*, p. 117-118) a remarqué que le concept de *mixte* n'était pas identique pour les lignes et pour les surfaces. Pour ces dernières, il n'y a, dit-il, ni composition (σύνθεσις) ni confusion (σύγχυσις), mais plutôt en quelque sorte *mélange* (χρᾶσις) des éléments. Les différentes sections qu'on y peut faire redonnent ces éléments générateurs (par exemple la droite et le cercle dans le cône); on résout ainsi les surfaces en leurs éléments simples. Pour les lignes, au contraire, il n'y a rien de semblable; la mixtion a plutôt le caractère d'une *fusion* (σύγχυσις).

« L'hélice est mixte, elle n'a pas une partie droite, une partie courbe, comme les mixtes par composition; on ne peut la couper de façon à faire apparaître les éléments, comme dans les mixtes par *mélanges*; mais ces éléments ont comme disparu en se fondant ensemble; c'est donc à tort que Théodore le mathématicien (1) a admis un mélange pour les lignes. »

L'historique que je viens d'essayer de retracer n'a guère d'autre intérêt, au fond, que de marquer un empiètement malheureux de la Philosophie dans le domaine des Mathématiques; cet empiètement ne pouvait aboutir à une classification rationnelle, ni pour les lignes, ni pour les surfaces.

VIII.

LA SPIRALE D'ARCHIMÈDE.

Comme je n'ai pas l'intention d'aborder ici l'histoire des coniques, qui a droit à être traitée pour elle-même, il ne me reste désormais qu'à dire quelques mots sur la spirale d'Archimède, sur la conchoïde et sur la cissoïde.

Je puis être d'autant plus bref sur la première de ces courbes que nous possédons le Traité d'Archimède *Περὶ ἐλίκων* (éd. Torelli, p. 217-255), où il a résolu en général le problème de mener en un point donné la tangente à la spirale et trouvé la mesure de l'aire comprise entre la courbe et un rayon vecteur quelconque.

Nous venons d'ailleurs de voir que le nom d'ἑλῖξ donné par Archimède à sa spirale servit également dans l'antiquité pour désigner toutes les courbes, planes ou gauches, présentant une forme enroulée ou tortillée; et nous avons notamment rencontré déjà l'hélice cylindrique, également inventée par Archimède au point de vue pratique, et des hélices coniques et sphériques imaginées ultérieurement.

Par opposition à ces hélices gauches, la spirale d'Archimède est appelée (*Definitiones*, 8, *Pappus*, p. 234), *hélice plane* (ἑλῖξ ἐν ἐπιπέδῳ). Il est très douteux au reste que les anciens aient considéré d'autres spirales planes.

(1) Probablement Théodore de Soles, qui avait donné une explication des passages mathématiques de Platon (*ΠΛΑΤΩΝ, De orac. defect. — De anim. procr.*).

Le seul indice qui se rencontre à cet égard est un passage assez obscur de Proclus (p. 176), où, après avoir remarqué que non seulement des droites, mais encore d'autres courbes peuvent être prolongées indéfiniment sans se rencontrer, il ajoute : « Ainsi il est possible d'imaginer des hélices tracées dans une telle relation avec des droites ⁽¹⁾ que, si on les prolonge indéfiniment en même temps que ces droites, elles ne se rencontrent jamais ».

Si l'on admet que Proclus voulait ici parler de spirales planes et qu'il ne comptait pas comme telles la conchoïde ou la quadratrice, on ne pourrait guère penser qu'à la spirale hyperbolique ; mais, en fait, l'hypothèse première est assez improbable.

La spirale d'Archimède fut, après son inventeur, l'objet de quelques travaux ; nous avons déjà vu la relation indiquée par Pappus entre cette courbe, l'hélice cylindrique et la quadratrice ; nous avons également vu que la spirale d'Archimède avait été employée pour résoudre le problème du partage d'un angle dans un rapport donné ⁽²⁾.

Dans son Livre IV (p. 234-242), Pappus expose quelques théorèmes d'Archimède et leur ajoute celui-ci : que l'aire engendrée par un rayon vecteur est proportionnelle au cube de ce rayon. Les théorèmes généraux d'Archimède (prop. 26-28) ont un énoncé beaucoup plus compliqué, parce qu'ils portent sur des différences entre les aires et des secteurs circulaires ; la simplification ne présentait aucune difficulté et elle doit être très antérieure à Pappus.

On peut enfin signaler le terme technique d'*hélice monostrophe* employé par Proclus (p. 180-187) pour désigner la courbe correspondant à la première révolution du rayon vecteur ; ce terme, en effet, n'est point dans Archimède, et Pappus ne l'emploie que pour l'hélice cylindrique. Il faut, au reste, remarquer que le passage de Proclus (p. 187) n'est nullement emprunté à Geminus,

(¹) Τεταγμένας ἑλικας περὶ εὐθείας (l. 23-24). On pourrait lire *παρὰ*, au lieu de *περὶ* (autour), qui indiquerait, par exemple, l'hélice cylindrique autour de son axe. Mais, plus loin, Proclus distingue avec Geminus les lignes *asymptotes* (qui ne se rencontrent pas, quelque loin qu'on les prolonge), suivant qu'elles sont ou non dans un même plan, et ne donne comme exemple des *asymptotes* dans un plan que des droites parallèles d'une part, que l'hyperbole et la conchoïde d'autre part.

(²) PAPPUS, p. 286. — PROCLUS, p. 272.

puisqu'en contradiction formelle avec ce dernier (p. 111), Proclus y reconnaît des courbes s'arrêtant brusquement ⁽¹⁾.

Quant au nom de Conon qui a parfois été substitué à celui d'Archimède dans la désignation de la spirale, il a été emprunté à Pappus, qui dit formellement (p. 234) : « La théorie de la *spirale* tracée dans un plan a été proposée par le géomètre Conon de Samos. » Mais il ne peut y avoir là qu'une méprise sur le sens du langage d'Archimède dans sa Préface. Ce langage est pourtant assez clair, et la méprise de Pappus n'est malheureusement pas de nature à nous inspirer une grande confiance dans la parfaite exactitude de tous les renseignements qu'il nous a conservés.

IX.

LES CONCHOÏDES DE NICOMÈDE.

J'ai déjà établi, d'après un passage des commentaires de Simplicius sur la *Physique* d'Aristote (éd. Diels, p. 60), que l'inventeur de la courbe

$$\rho = a + \frac{b}{\cos \varphi}$$

a dû être plus âgé qu'Apollonius, s'il était d'autre part plus jeune qu'Eratosthène ; il vivait donc au III^e siècle avant notre ère.

Pappus qui, de même que Jamblique dans Simplicius, appelle cette courbe *cochloïde*, en parle dans deux de ses Livres.

III (p. 58-62). « Nicomède a résolu le problème (des deux moyennes proportionnelles) par la ligne cochloïde, au moyen de laquelle il a également effectué la trisection de l'angle. » Suit la solution classique du problème des deux moyennes proportionnelles.

IV (p. 242-250). On retrouve une répétition plus détaillée de cette solution, avec la définition de la courbe et les indications suivantes :

Nicomède appelait *καὶνόν* (règle) la droite fixe, *πῶλος* le point fixe, *διάστημα* (intervalle) la longueur a , et distinguait quatre cochloïdes, dont la première correspondait aux valeurs positives de a (les trois autres, ajoute Pappus, servaient pour d'autres théorèmes). Il

(1) Il donne précisément l'exemple assez malheureux de l'*hélice monotrope*

indiquait le tracé à l'aide d'un instrument et démontrait que la *règle* est asymptote; enfin il n'aurait exposé que la solution du problème de Délos sans démonstration.

Eutocius (p. 146-149) reproduit la démonstration de Pappus et ne nous apprend guère plus, si ce n'est que l'invention de Nicomède fut mise par lui en rivalité avec le *Mésolabe* d'Eratosthène, et qu'il avait écrit un Traité spécial *sur les lignes conchoïdes*.

Enfin Proclus cite la conchoïde (p. 111) parmi les lignes ne formant pas figure, mais se prolongeant indéfiniment, tandis que page 177, où d'ailleurs il parle de son asymptote, il la range seulement parmi celles qui se prolongent indéfiniment, et paraît entendre, ainsi que nous l'avons déjà vu, une des espèces de la conchoïde comme type des courbes formant boucle et se prolongeant ensuite indéfiniment.

Il parle encore de la conchoïde (p. 112), comme pouvant, par exemple, être la méridienne d'une surface de révolution (p. 113), comme décrite par Geminus; enfin (p. 272, cf. 356), il en attribue formellement l'invention à Nicomède, dit que ce dernier en a donné la génération, le classement et les caractères, et que d'autre part il s'en est servi pour obtenir la trisection de l'angle droit.

Ainsi que l'a remarqué M. Cantor (*Vorlesungen*, p. 305), la solution de ce dernier problème se retrouve en fait dans Pappus (p. 274), et quoique celui-ci semble vouloir s'en arroger l'invention (p. 246), il n'est pas douteux qu'on ne doive la faire remonter à Nicomède, au moins dans son essence.

Quant aux trois autres espèces de conchoïde distinguées par Nicomède après la première et seule dont parle Pappus, le savant historien moderne croit devoir laisser indécise la question de leur restitution; mais, malgré son opinion, je crois que l'on ne peut méconnaître dans ces trois espèces les trois formes que prend la courbe lorsque a est négatif, suivant qu'il est, en valeur absolue, plus petit que b , égal ou plus grand.

Je viens de rappeler un passage de Proclus où la quatrième espèce, la conchoïde à boucle, est très probablement indiquée. Je n'ai donc qu'à réfuter les objections que l'on a pu faire à l'identification proposée.

En premier lieu, il est clair, d'après Eutocius, que Nicomède débutait par la description de l'instrument servant au tracé des

conchoïdes, instrument qui se prête facilement à la variation de α dans tous les sens, mais suppose que la directrice est rectiligne; le classement établi, suivant Proclus, après l'exposé de la génération, ne pouvait donc porter sur des conchoïdes à directrice courbe, conjecture qui a été émise.

D'autre part, les théorèmes auxquels servaient les trois dernières conchoïdes pouvaient très bien, quelle que soit l'expression de Pappus, être de simples transformations des solutions obtenues avec la première conchoïde, et il est facile de les imaginer; car, pour inscrire, par exemple, dans un angle donné une droite de longueur donnée dont le prolongement passe par un point donné, on peut évidemment prendre l'un ou l'autre des deux côtés de l'angle pour directrice de la conchoïde, et l'on peut par conséquent résoudre le problème soit avec la première conchoïde, soit avec l'une des trois autres.

Ajouterai-je que la forme avec boucle est peut-être la seule qui justifierait l'appellation de *cochloïde* employée par Pappus et Jamblique, au lieu de celle de *conchoïde* qui paraît être la véritable?

X.

LA CISSOÏDE ET DIOCLÈS.

La dernière courbe dont il me reste à parler n'a été identifiée que par une hypothèse très plausible à la vérité, mais qui, il convient de le remarquer, n'est nullement assurée.

Le nom de Dioclès ne se trouve que dans Eutocius (*Archimède*, p. 138, 163, 171), qui lui attribue un Ouvrage *Περὶ πυρρείων* et en donne deux extraits, dont l'un est la solution par les coniques du problème d'Archimède : *Couper par un plan une sphère dans un rapport donné*; dont le second est la solution du problème des deux moyennes proportionnelles par une courbe dont le nom n'est pas donné et dont l'équation est

$$y^2(R + x) = (R - x)^3.$$

Ainsi le nom de *cissoïde* ne se trouve pas dans Eutocius, tandis que Pappus et Proclus ne donnent point celui de Dioclès et ne définissent nullement, de fait, la courbe dénommée d'après son analogie avec la feuille de lierre.

Pappus la cite deux fois (p. 54 et 270), mais seulement comme une courbe qui n'est pas engendrée par une section plane d'un solide géométrique et qu'il classe par conséquent avec les hélices, quadratrices, conchoïdes.

Proclus dit (p. 113) que Geminus en donnait la génération (p. 111 et 152), que la cissoïde est une ligne mixte tracée sur un plan et formant une figure en retombant sur elle-même (p. 126), que lorsque les lignes cissoïdes vont se réunir en un même point, figure qui se présente sur la feuille de lierre (*κισσός*) et d'où vient le nom de la ligne, elles forment un angle qui est compris sous des lignes mixtes. Cette indication est partiellement corrigée (p. 128), où il est dit que l'angle est formé en réalité par une seule ligne, car on appelle *cissoïde* la courbe tout entière et non l'une de ses parties.

Ainsi la cissoïde est une courbe plane fermée, et présentant au moins soit un rebroussement, soit un point saillant. On peut évidemment l'identifier avec la courbe de Dioclès, à condition toutefois, comme nous l'avons déjà remarqué, de la limiter à l'intérieur du cercle générateur de rayon R et de la compléter par la courbe symétrique

$$y^2(R - x) = (R + x)^3.$$

Mais on pourrait évidemment aussi supposer une courbe tout à fait différente, comme, par exemple, telle épicycloïde ou telle hypocycloïde.

L'hypothèse courante est plausible en ce qu'elle place sous un nom assigné par les Grecs à une certaine courbe la seule ligne dont on sache qu'ils se soient occupés, sans connaître comment ils la désignaient; mais cette hypothèse devrait tomber immédiatement si l'on découvrait quelque preuve, par exemple, que Dioclès était postérieur à Geminus.

Le sujet de l'Ouvrage de Dioclès est au reste assez incertain. Galien emploie le terme de *πυρρίων* pour désigner les miroirs ardents avec lesquels, suivant la tradition, Archimède porta l'incendie sur la flotte romaine. Si cette tradition est à peine soutenable, il n'en est pas moins avéré qu'Archimède s'était occupé de la réflexion sur les miroirs ⁽¹⁾ et l'on peut supposer que Dioclès avait

(1) Voir HEIBERG, *Quæstiones Archimedææ*, p. 33.

repris un sujet déjà abordé par le Syracusain, et peut-être ainsi contribué à la formation ultérieure de la légende.

On a récemment retrouvé dans un manuscrit de l'*Ambrosienne* un fragment grec relatif à la théorie des miroirs ardents et qui a été publié sous le titre de *Fragmentum mathematicum Bobiense* (Hermes, XVI, p. 261 et suiv., voir p. 637 et suiv.). M. Cantor a pensé qu'on pouvait attribuer à Dioclès ce fragment qui témoigne de la connaissance du foyer de la parabole ⁽¹⁾. M. Heiberg ⁽²⁾ a combattu cette opinion et restitué à bon droit, croyons-nous, l'honneur du nouveau texte à l'ingénieur Anthemius de Tralles ⁽³⁾, contemporain d'Eutocius (vi^e siècle après J.-C.). Toutefois la date de la découverte que constate ce texte peut rester incertaine, car si Anthemius, dans un passage sur les $\pi\rho\upsilon\sigma\epsilon\iota\varsigma$, revendique l'originalité pour ses travaux et prétend que ses précurseurs ont employé des sections coniques sans discernement et sans démonstrations, la chose est assez peu croyable, surtout quand on voit Dioclès traiter des problèmes qui semblent si éloignés de son sujet. Mais, à l'époque où vivait Anthemius, les écrits anciens qui subsistaient encore étaient déjà assez souvent mutilés et défigurés pour qu'on puisse expliquer son langage sans ajouter foi à ses assertions.

Quoi qu'il en soit, nous retombons pour Dioclès sur les seules données d'Eutocius. Elles peuvent suggérer les remarques suivantes :

Il semble bien qu'Eutocius ait effectivement eu à sa disposition l'Ouvrage $\Pi\epsilon\rho\iota\ \pi\rho\upsilon\sigma\epsilon\iota\omega\upsilon$, ce qui n'était pas le cas, je crois, ni pour bon nombre d'écrits d'auteurs dont il cite les solutions du problème de Délos, ni pour Dionysodore dont il donne, concurremment avec celle de Dioclès, la solution du problème d'Archimède.

Pour Dionysodore en effet, Eutocius ne donne pas le titre de l'Ouvrage où il avait publié sa solution, et l'on peut penser qu'elle

⁽¹⁾ On sait qu'Apollonius connaissait les foyers de l'ellipse et de l'hyperbole ; on n'a, au contraire, aucun autre indice que ce nouveau fragment de la découverte par les anciens du foyer de la parabole.

⁽²⁾ *Zeitschrift für Math. und Phys.*, t. XXVIII, p. 4.

⁽³⁾ Je signale en passant la donnée de Suidas : « Archimède de Tralles, philosophe, auteur d'un Commentaire sur Homère et de Traités de Mécanique », comme une preuve qu'Anthemius avait reçu, comme mécanicien, le surnom glorieux d'Archimède de Tralles, et fut par suite confondu ultérieurement par Suidas avec un commentateur d'Homère.

se trouvait comme complément sur des exemplaires du traité d'Archimède : *De la sphère et du cylindre*.

Les citations des coniques d'Apollonius qui se trouvent dans la solution de Dioclès doivent être des interpolations d'Eutocius et ne peuvent servir pour déterminer la limite supérieure de l'époque où vivait Dioclès; je crois cependant que ce dernier doit être regardé comme postérieur à Apollonius et, en raison même de la mutilation qu'avait déjà subie de son temps le Traité précité d'Archimède, je serais porté à le rapprocher, le plus possible au moins, de l'âge de Geminus.

D'un autre côté, Eutocius remarque très justement que la solution du problème de Délos par Dioclès est au fond identique à celles de Sporos et de Pappus, si l'on supprime l'emploi de la courbe pour y substituer un autre procédé graphique plus simple. Il est dès lors très peu probable que, si Sporos a joint à la compilation qu'il faisait ⁽¹⁾ une solution qu'il s'attribuait, il en ait également reproduit une autre susceptible de diminuer singulièrement l'originalité de son travail. Ce n'est donc point dans cette compilation qu'Eutocius a dû trouver la solution de Dioclès.

Ainsi l'Ouvrage *Περὶ πυρῶων* devait encore exister, plus ou moins complet au reste, à l'époque d'Eutocius et d'Anthemius; on pourrait donc avoir quelque espoir d'en rencontrer une version arabe. Malheureusement l'indication qui existe à ce sujet dans Casiri paraît erronée, comme M. Heiberg l'a fait voir.

(¹) Voir un Essai *Sur les fragments d'Eudème de Rhodes*, dans les *Annales de la Faculté des Lettres de Bordeaux*, p. 70; 1882.