

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 5, n° 1 (1881), p. 89-95

[<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1881_2_5_1_89_0>](http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1881_2_5_1_89_0)

© Gauthier-Villars, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

RESAL (H.). — TRAITÉ DE MÉCANIQUE GÉNÉRALE, 6 vol. in-8°. — Paris, Gauthier-Villars (1).

M. Resal vient de faire paraître le sixième et dernier Volume de son *Traité de Mécanique générale*. Nous n'avons pas cru devoir faire, à mesure qu'ils paraissaient, l'analyse des Volumes de cet Ouvrage considérable, qui résume la plus grande partie de nos connaissances en Mécanique rationnelle et appliquée.

Dans le premier Volume, l'auteur prend pour point de départ la partie rationnelle de son *Traité de Cinématique pure*, conformément aux idées de Poncelet. Il reproduit à ce sujet un grand nombre de théorèmes, dont une bonne partie est due à l'auteur; sans entrer dans trop de détails, nous pouvons faire remarquer qu'il expose d'une manière simple et élégante la théorie de Newton sur les perturbations des planètes censées situées dans le plan de l'équateur, et il en fait une heureuse application à la question soulevée par Poisson et relative à une accélération perturbatrice dirigée en sens inverse du mouvement et proportionnelle au carré de la vitesse.

La théorie des mouvements relatifs de Coriolis a reçu une grande extension de la part de l'auteur, qui, à l'aide de théorèmes très ingénieux, est parvenu à simplifier considérablement cette théorie, que l'on ne pouvait aborder auparavant que très difficilement.

Entrant dans le domaine de la Dynamique, M. Resal s'affranchit du théorème de d'Alembert, qui n'a presque rien de commun avec la signification qu'on lui attribue aujourd'hui et que l'on pourrait

(1) *Traité de Mécanique générale*, comprenant les Leçons professées à l'École Polytechnique et à l'École des Mines, par M. H. RESAL, membre de l'Institut, ingénieur en chef des Mines, adjoint au Comité d'Artillerie pour les études scientifiques. 6 volumes in-8° (Paris, Gauthier-Villars). Cet Ouvrage se divise en trois Sections :

Mécanique rationnelle. Tome I, avec 66 fig., 1873, et Tome II, avec 56 fig., 1874.

Mécanique appliquée (moteurs et machines). Tome III, avec 213 fig., 1875, et Tome IV, avec 200 fig., 1876.

Constructions. Tome V, avec 308 fig., 1880, et Tome VI, avec 519 fig. et 5 pl., 1881.

appeler avec juste raison le théorème de Laplace et Lagrange, chacun de ces illustres géomètres travaillant à l'insu de l'autre. Une interprétation de la vitesse de l'extrémité de l'axe qui représente le moment des quantités de mouvement permet à l'auteur d'établir, sans transformation de coordonnées, les équations d'Euler relatives au mouvement d'un solide autour d'un point fixe, du mouvement de la toupie, etc. M. Resal termine son premier Volume par une théorie très simple du mouvement relatif d'un solide par rapport à un système invariable, avec son application aux phénomènes terrestres.

Dans son deuxième Volume, M. Resal, en s'occupant du frottement, donne notamment l'explication des rotations périmétriques de M. Sire et du mouvement de glissement d'une bille sur un tapis (théorème de J.-A. Euler, fils du célèbre analyste).

L'auteur reproduit ensuite la théorie de l'équilibre intérieur des corps, en en faisant l'application à la poussée des terres et à la partie fondamentale de la théorie de l'élasticité. Abandonnant cette théorie, dont jusqu'à présent on n'a pu tirer un grand parti, l'auteur a cru devoir reprendre les idées de Bernoulli, Coulomb et Navier sur l'élasticité et dont Poisson a pu tirer un excellent parti en s'occupant des vibrations des prismes.

L'auteur a traité avec beaucoup de soin la mécanique des fluides. En Hydrostatique, il a exposé d'une manière simple, d'après les idées de Laplace et de Poisson, les principes fondamentaux de la capillarité. En Hydrodynamique, il a introduit les résultats de Svanberg sur l'écoulement d'un liquide pesant par un orifice pratiqué au sommet d'un vase de révolution autour d'un axe vertical et la théorie bien simplifiée de Meyer relative au mouvement d'un corps, dans un fluide pesant indéfini. L'auteur s'occupe ensuite de cette demi-science que l'on appelle l'Hydraulique, qui rentre surtout dans l'art de l'ingénieur et sur laquelle nous ne croyons pas devoir nous arrêter. Le Volume se termine par la Thermodynamique, exposée avec une grande simplicité et que M. Resal a introduite le premier en France, en 1860, sous le titre de *Commentaire*, dans un Mémoire publié dans les *Annales des Mines*.

On peut ajouter qu'il a établi les formules fondamentales de la Balistique intérieure, dont M. Sarrau a tiré depuis un excellent parti. Dans un Appendice nous trouvons quelques Notes intéressantes, savoir : 1^o *De l'influence du vent sur le mouvement des*

projectiles; 2° *De l'influence de la résistance de l'air sur le mouvement du pendule à oscillations elliptiques*, recherche basée sur une théorie originale d'un mode particulier de perturbations; 3° *Sur les points d'échappement d'un élément matériel mobile sur une courbe fixe*; 4° *Sur le choc de deux corps libres*, théorie qui a reçu depuis une si belle extension de la part de M. Darboux.

A partir de son troisième Volume, nous ne voyons plus dans M. Resal qu'un savant ingénieur qui cherche à relier la théorie avec la pratique. En ce qui concerne la première Section, relative aux transmissions de mouvement dans les machines, nous nous bornerons à signaler une théorie analytique originale du balancier et accessoires de Watt, une théorie complète des coulisses, empruntée à Zeuner, mais qui nous paraît beaucoup plus simple, enfin une théorie des coulisses des bateaux à vapeur du lac Léman. L'auteur s'occupe ensuite des volants, et à ce sujet il est allé plus loin que Coriolis, qui, par une analyse assez compliquée et combinée avec des épures (XXI^e Cahier du *Journal de l'Ecole Polytechnique*), avait cherché à tenir compte de l'inertie des pièces oscillantes. Par une approximation bien suffisante, M. Resal a su vaincre toutes les difficultés et même tenir compte de la détente dans une machine à vapeur. L'auteur expose ensuite une théorie complète des régulateurs ordinaires et isochrones, du régulateur pneumatique de Larivière, de la stabilité des locomotives et des mécanismes de l'horlogerie.

Le Tome IV est consacré à l'étude des moteurs animés, hydrauliques, à vent et thermiques. Nous nous bornerons à mentionner des théories complètes du bélier hydraulique, de l'utile intervention des réservoirs d'air, dans les conduits des enveloppes des cylindres des machines à vapeur, du profil rationnel des segments d'un piston, des fonds plats et compensateurs des chaudières.

Dans son cinquième Volume on voit que M. Resal, comme il le reconnaît lui-même, se lance de plus en plus dans la pratique, et par nécessité; car, sur les entrefaites, il est devenu professeur de Construction à l'École Nationale des Mines. Quoique n'ayant pas beaucoup de sympathie pour les sciences peu rationnelles, nous nous permettrons toutefois de dire que M. Resal a donné une formule nouvelle relativement à la flexion des pièces circulaires (qui, comme cas particulier, rentre dans celle des prismes), ce qui lui permet de ré-

soudre toutes les questions relatives à ces pièces non fermées ou fermées. Nous trouvons également dans cette Partie des théories intéressantes des chaînes à maillons plats, des chaînes de sûreté des chemins de fer, des bandages des roues, des véhicules des chemins de fer, une application très ingénieuse de la flexion circulaire au tracé des arcs de cercle d'un grand rayon au moyen d'un instrument dont il est l'inventeur, des ressorts de suspension des véhicules des chemins de fer, de la flexion et de la torsion simultanées des pièces planes ou gauches, des ressorts à boudin.

Nous ne nous arrêterons pas à l'exposition des détails techniques de la construction qui se trouve dans ce Volume. La seule chose que nous ayons à signaler est relative à la poussée et à la butée des terres. M. Resal est parvenu, par l'Analyse, à résoudre la question, quelle que soit la forme continue ou discontinue du profil du terrain; on ne connaissait jusqu'ici à ce sujet que l'épure de Poncelet, qui exige que l'on sache bien dessiner et que l'on ait beaucoup de patience.

En tête du Tome VI se trouve le Chapitre des voûtes. En ce qui concerne les voûtes en berceau, M. Resal donne d'abord le tracé dû à Huygens d'une anse de panier à trois centres, puis le tracé d'une anse de panier à un nombre quelconque d'après la méthode élégante et trop peu connue de feu Michal, inspecteur général des Ponts et Chaussées, enfin celui de la courbe à onze centres du pont de Neuilly, résultant d'une règle empirique de Perronet. Plus loin, nous remarquons une théorie originale relative à la pression exercée par une voûte en construction sur son centre. Les conditions de stabilité d'une voûte sont exposées d'abord en faisant usage des courbes de pression de Moreley et Méry, puis d'après les principes de Coulomb, dont les généraux Audoy, Poncelet et le colonel Petit ont fait de si intéressantes applications. A ce sujet, l'auteur démontre un théorème nouveau dont nous ne croyons pas devoir reproduire l'énoncé et qui a pour but de faire ressortir l'analogie qui existe entre les méthodes de Méry et de Coulomb. Nous signalerons enfin : 1° les théories nouvelles relatives à la flexibilité des plates-bandes et des voûtes en dôme, aux tirants en fer employés dans la construction des voûtes pour en assurer la stabilité; 2° les résultats des expériences de M. de la Gournerie sur les voûtes biaises et qui ont pour objet de faire disparaître l'idée ab-

surde de la poussée au vide. M. Resal établit les conditions de résistance de quelques ponts en charpente, des fermes en fer de Polonceau, la répartition, d'après une méthode nouvelle, des efforts dans une poutre en treillis; il étend ensuite à des piliers d'inégale hauteur la théorie des ponts suspendus créée par Navier et fait ressortir les effets des variations de température sur les câbles, ainsi que ceux qui sont dus à l'élasticité; après avoir passé en revue les principes des ponts métalliques sur arc, il donne une théorie complète des ponts-levis, qui a fait l'objet de nombreuses recherches de la part de Belidor, de Delile, de Derché, de Bergère, de Poncelet et, dans ces derniers temps, du colonel Peaucellier et du chef de bataillon Wagner. La stabilité et le tirage des cheminées sont traités d'une façon complète. Les Chapitres suivants se rapportent à l'aménagement des eaux motrices, à la navigation intérieure et aux travaux maritimes. L'auteur a fait suivre son Volume d'un Appendice dans lequel nous remarquons une nouvelle et très simple démonstration du théorème des trois moments (attribué à tort à Clapeyron, mais qui est réellement dû à M. Bertot, ancien officier de marine), la solution d'un problème se rattachant à la question du mètre, un aperçu nouveau sur la répartition des efforts dans les fermes en charpente basé sur la considération du centre instantané de rotation, une théorie de l'étalement des murs, l'exposition des principes adoptés pour établir la plate-forme d'un chemin de fer, la description de quelques ponts métalliques remarquables de la Hollande et de l'Allemagne, enfin celle d'un pont de bateaux pour le passage d'un chemin de fer sur le Rhin.

En joignant aux six Volumes dont nous venons de faire une analyse sommaire un *Traité de Cinématique pure* et un *Traité de Mécanique céleste*, M. Resal a formé une véritable encyclopédie dans laquelle toutes les branches de la Mécanique sont représentées et qui a déjà reçu l'accueil favorable qu'elle mérite à tous égards.

RUBINI (R.). — *COMPLEMENTO DI CALCOLO INFINITESIMALE*. — Napoli, 1880.
Br. in-8°, 167 pages.

(Analyse faite par l'auteur.)

Mon but, en rédigeant cet Ouvrage, a été d'exposer le plus clairement possible les nouvelles méthodes d'intégration au moyen du *Calcul des opérations*, dues aux géomètres anglais et surtout à Boole. On doit à cet auteur des procédés très ingénieux pour intégrer les équations linéaires à coefficients constants ou variables, aussi bien que les équations aux dérivées partielles et les équations à plusieurs variables aux différences finies et aux différences mêlées.

A mon avis, le plus important et le plus ingénieux des procédés inventés par Boole est celui qui s'applique à l'intégration des équations linéaires. Par un changement de la variable indépendante, on parvient quelquefois à réduire la question à la résolution d'un système d'équations *binômes* (d'après la dénomination du même auteur) de la forme symbolique (*)

$$(a) \quad u_r - q_r \varphi(D) e^t u_r = U,$$

lesquelles ne sont que du premier ordre lorsque le symbole $D = \frac{d}{dt}$ est de la forme $\frac{\alpha D + \beta}{\alpha_1 D + \beta_1}$.

Par un changement de la variable dépendante, on ramène l'intégration de l'équation donnée (a) à la résolution de deux équations de condition

$$(b) \quad u = P_r \frac{\varphi(D)}{\psi(D)} v, \quad V = \left[P_r \frac{\varphi(D)}{\psi(D)} \right]^{-1} U,$$

et à l'intégration de l'équation symbolique

$$(c) \quad v - q_r \psi(D) e^t v = V,$$

laquelle est d'un ordre inférieur à celui de la proposée. La première des équations (b) conduit généralement à une différentia-

(*) *Complemento di Calcolo infinitesimale*, p. 63.

tion successive, et la seconde à une intégration, sans que le cas contraire puisse se présenter. On commence par déterminer V par la seconde des équations (b); puis on passe à l'intégration de l'équation (c) pour obtenir v ; enfin l'on détermine u par la première équation (b). Les équations (b) font connaître si l'équation proposée peut s'intégrer en termes finis.

Ce procédé singulier ne s'applique qu'aux équations qui peuvent prendre la forme binôme (a); mais Boole lui-même a montré comment parfois, en introduisant une quantité indéterminée, on peut ramener une équation *non binôme* à une équation binôme (¹).

Quand l'équation proposée n'est pas intégrable en termes finis, Boole a donné une belle méthode pour l'intégration par séries, et il a formulé une règle pour les cas où la méthode générale tombe en défaut. Cette règle, dont l'éminent analyste a cru pouvoir s'attribuer la découverte, est comprise tout entière dans un procédé employé pour la première fois par Euler, ainsi que je l'ai fait voir dans une Note présentée à l'Académie des Sciences de Naples (²).

Mon Ouvrage ne renferme aucune théorie qui m'appartienne, si ce n'est ce qui concerne la détermination des constantes dans des cas exceptionnels (³).

J'ai cru néanmoins qu'il était de la plus grande importance de mettre à la portée des étudiants la connaissance des nouvelles méthodes, qui, j'en ai la certitude, par leur simplicité et leur généralité (autant du moins que le calcul inverse est praticable), trouveront place dans les applications du Calcul aux sciences physico-mathématiques.

Je n'ai pas introduit dans mon Ouvrage certaines applications de la méthode qui m'ont paru exiger des démonstrations plus rigoureuses que celles que l'on connaît jusqu'ici.

R. R.

(¹) *Complemento*, p. 92.

(²) *Intorno ad un' assertiva di Boole* (*Rendic. della R. Accad. delle Sc. fis. e mat.*, t. XIX; anno 1880).

(³) *Complemento*, §§ 35 et 39.

