

BULLETIN DES SCIENCES MATHÉMATIQUES ET ASTRONOMIQUES

Comptes rendus et analyses

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2^e série,
tome 5, n° 1 (1881), p. 457-462

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1881_2_5_1_457_0>

© Gauthier-Villars, 1881, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COMPTES RENDUS ET ANALYSES.

SYLOW (L.) et LIE (S.). — ŒUVRES COMPLÈTES DE NIELS-HENRIK ABEL, nouvelle édition, publiée aux frais de l'État norvégien. 2 vol. in-4°. Christiania. — Grøndahl et Fils, 1881.

L'édition des Œuvres d'Abel que l'on doit à Holmboe et qui a été publiée en 1839 avait été rapidement épuisée. Le soin avec lequel étaient recherchés les exemplaires, en petit nombre, qui figuraient sur les Catalogues, l'importance des travaux de l'illustre géomètre, l'intérêt actuel qu'ils présentent encore, tout faisait désirer une nouvelle publication de ces travaux, et ce désir avait été bien souvent exprimé. Le gouvernement norvégien, sollicité par la Société des Sciences de Christiania, a accueilli avec empressement les vœux de tous les savants, et il a confié à MM. Sylow et Lie le soin de publier une nouvelle édition, revue et complète, des Œuvres de leur illustre compatriote. Le choix des éditeurs sera ratifié unanimement. De tout temps la Norvège a tenu, dans le développement scientifique, une place considérable. MM. Sylow et Lie sont, après M. Broch, les dignes continuateurs d'Abel, et il est permis de penser qu'eux aussi, en dehors de l'influence qu'ils exercent par leur travaux personnels, réussiront à fonder une école mathématique florissante avec le concours de plusieurs collaborateurs éminents et se prépareront des successeurs, capables de maintenir la réputation et l'influence scientifique de leur pays.

MM. Sylow et Lie ont pris à cœur la tâche qui leur avait été imposée par le gouvernement norvégien et qu'ils avaient acceptée avec joie. Nous ne craignons pas d'être démenti par M. Lie si nous disons que M. Sylow a pris une part plus considérable à la tâche commune ; cela était indiqué par la nature de leurs travaux et de leur esprit. Les recherches de M. Sylow se rapprochent plus de celles auxquelles le nom d'Abel demeurera éternellement attaché. En tous cas, la nouvelle édition fait le plus grand honneur à cette collaboration des deux géomètres, et nous ne craignons pas de dire qu'elle est et restera, à très peu de chose près, l'édition définitive. On réimprimera encore les Œuvres d'Abel, nous aimons à l'espérer ; mais on fera peu de changements à l'œuvre

que nous avons sous les yeux. Les éditeurs ont d'ailleurs profité des conseils et du précieux concours de plusieurs savants qui ont suivi la voie ouverte par Abel ou ajouté à ses découvertes. Ils citent particulièrement MM. Clebsch, Kronecker, Weierstrass, Broch, Jordan (C.), Schering et Borchardt. L'Académie des Sciences de Berlin a bien voulu mettre à leur disposition les manuscrits de plusieurs Mémoires imprimés par le *Journal de Crelle* et a ainsi rendu, nous le verrons, un important service à la nouvelle publication.

Les éditeurs ont pris pour règle d'admettre, dans la nouvelle édition, tous les travaux publiés par Abel; ils n'ont fait d'exception que pour un Opuscule inséré en 1824 dans le *Magasin des Sciences naturelles*, opuscule qui contient une faute grave, reconnue par Abel. En outre, ils ont cherché à recueillir tous les manuscrits et toutes les lettres d'Abel encore existantes et les ont soumis à un examen minutieux, pour en extraire tout ce qui pouvait présenter quelque intérêt scientifique. Malheureusement, ils n'ont pu retrouver tout ce qui existait entre les mains de Holmboe, et il y a lieu de penser qu'une partie des manuscrits d'Abel a été détruite par un incendie survenu peu après la mort d'Holmboe. Néanmoins leur examen n'a pas été infructueux, et il leur a montré que plusieurs théorèmes, trouvés plus tard par d'autres géomètres, étaient énoncés dans des Notes inédites d'Abel. Outre les théorèmes déjà donnés par Holmboe sur les équations résolubles par radicaux, nous signalerons un théorème fondamental sur les relations qui peuvent avoir lieu entre des intégrales de différentielles algébriques, qu'Abel avait énoncé sans démonstration dans une lettre à Legendre; en outre, une proposition, très générale, sur la convergence des séries, qui a fait l'objet d'un beau Mémoire de M. Bertrand, publié dans le *Journal de Liouville*.

Le Tome I contient tout ce qui a été publié par Abel, à l'exception du Mémoire dont nous avons parlé plus haut. Voici la liste des Mémoires :

I. Méthode générale pour trouver des fonctions d'une seule quantité variable, lorsqu'une propriété de ces fonctions est exprimée par une équation entre deux variables.

II. Solution de quelques problèmes à l'aide d'intégrales définies.

C'est dans ce Mémoire que se trouve, pour la première fois, la belle démonstration relative à la tautochrone, ou plutôt à un problème plus général.

III. Mémoire sur les équations algébriques où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré.

IV. L'intégrale définie $\Sigma^n \varphi(x)$ exprimée par une intégrale définie simple

V. Petite contribution à la théorie de quelques fonctions transcendantes.

Les Mémoires III et V avaient été omis par Holmboe, parce que leur contenu se retrouve dans d'autres travaux d'Abel. Nous croyons qu'il y avait intérêt néanmoins à les reproduire.

VI. Recherche des fonctions de deux quantités variables indépendantes x et y , telles que $f(x, y)$, qui ont la propriété que

$$f[z, f(x, y)]$$

est une fonction symétrique de z , x et y .

Ce Mémoire, écrit en français, fut traduit en allemand pour les lecteurs du *Journal de Crelle*.

VII. Démonstration de l'impossibilité de la résolution algébrique des équations qui passent le quatrième degré.

Les éditeurs ont ajouté en appendice l'analyse de ce Mémoire qu'Abel avait donnée dans le *Bulletin de Férussac*. Cette analyse n'est pas signée, mais Abel s'en est reconnu l'auteur dans une lettre à Holmboe.

VIII. Remarque sur le Mémoire n° 4 du premier Cahier du *Journal de Crelle*.

IX. Résolution d'un problème de Mécanique.

X. Démonstration d'une expression de laquelle la formule binôme est un cas particulier.

XI. Sur l'intégration de la formule différentielle $\frac{\rho dx}{\sqrt{R}}$, R et ρ étant des fonctions entières.

XII. Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendentes.

Ce Mémoire est celui qui a été présenté en 1826 à l'Académie des Sciences de Paris et qui a été publié dans le tome VII des *Savants étrangers*.

C'est dans ce Mémoire que, suivant une remarque fort juste des éditeurs, nous voyons apparaître pour la première fois le nombre p de Riemann. On lira avec le plus grand intérêt la Note publiée sur ce sujet, p. 298-300 du tome II.

XIII. Recherche de la quantité qui satisfait à la fois à deux équations algébriques données.

Ce Mémoire, inséré dans les *Annales de Gergonne*, ne figurait pas dans l'édition d'Holmboe.

XIV. Recherches sur la série $1 + \frac{m}{1}x + \frac{m(m-1)}{1.2}x^2 + \dots$.

XV. Sur quelques intégrales définies.

XVI. Recherches sur les fonctions elliptiques.

XVII. Sur les fonctions qui satisfont à l'équation

$$\varphi(x) + \varphi(y) = \psi[xf(y) + yf(x)].$$

XVIII. Note sur un Mémoire de M. L. Olivier, ayant pour titre : *Remarques sur les séries infinies et leur convergence*.

XIX. Solution d'un problème général concernant la transformation des fonctions elliptiques.

XX. Addition au Mémoire précédent.

XXI. Remarque sur quelques propriétés générales d'une certaine sorte de fonctions transcendentes.

XXII. Sur le nombre des transformations différentes qu'on peut faire subir à une fonction elliptique par la substitution d'une

fonction rationnelle dont le degré est un nombre premier donné.

XXIII. Théorème général sur la transformation des fonctions elliptiques de la seconde et de la troisième espèce.

XXIV. Note sur quelques formules elliptiques.

XXV. Mémoire sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement.

XXVI. Théorèmes sur les fonctions elliptiques.

XXVII. Démonstration d'une propriété générale d'une certaine classe de fonctions transcendentes.

XXVIII. Précis d'une théorie des fonctions elliptiques.

XXIX. Théorèmes et problèmes.

Ces derniers Mémoires étaient tous connus ; nous ne saurions trop apprécier les notes excellentes dont MM. Sylow et Lie les ont enrichis ; elles seront d'un précieux secours à tous ceux qui auront à consulter la nouvelle édition.

Le Tome II comprend les OEuvres posthumes, les extraits de Lettres d'Abel et les Notes dont nous venons de parler. Voici comment s'expriment à ce sujet les éditeurs : « Tout en reconnaissant le grand mérite de Holmboe, comme l'habile maître et le fidèle ami d'Abel, et aussi comme le zélé éditeur de ses OEuvres, nous ne pouvons nous empêcher de faire observer qu'à notre avis l'éditeur n'a pas toujours traité les manuscrits laissés par Abel avec toute la critique désirable. En effet, dans le second Volume de son édition, il a imprimé, à côté de plusieurs Mémoires précieux, un certain nombre de travaux de jeunesse, datant d'une période où la critique d'Abel ne s'était pas encore complètement développée. Et même quand Abel parle plus tard des faux résultats auxquels conduit un raisonnement peu rigoureux, il nous paraît évident qu'il pense, entre autres, aux erreurs auxquelles il avait été porté lui-même dans ses anciens travaux, depuis longtemps rejetés par lui ; or ce sont ceux-là qu'a admis Holmboe, après la mort de l'auteur, parmi ses OEuvres complètes. Si nous avions à faire la première édition des OEuvres d'Abel, nous aurions renoncé à publier plusieurs travaux imprimés dans le second Volume

de l'édition de Holmboe. Cependant, comme ces travaux sont déjà connus du public et souvent cités, nous ne nous sommes décidés à omettre que trois des travaux publiés par Holmboe, lesquels nous semblent n'avoir plus aucun intérêt, même historique. D'autre part, nous avons cru devoir mettre au jour plusieurs parties inédites des manuscrits d'Abel, dont quelques-unes présentent un grand intérêt. »

Une bonne partie des manuscrits a malheureusement été perdue, nous l'avons déjà dit, et les treize premiers Mémoires du Tome II sont réimprimés uniquement d'après la première édition. Les éditeurs donnent la liste complète des manuscrits d'Abel qui existent encore. Ils ont pu aussi publier des extraits plus complets de certaines Lettres d'Abel. Bien des points intéressants seraient à signaler dans ce second volume, dont la publication et l'arrangement ont dû coûter beaucoup de peine et feront honneur aux éditeurs. Mais nous croyons en avoir assez dit pour faire comprendre tout le mérite de cette édition et tout ce qu'on y trouvera de nouveau. Les fragments publiés pour la première fois ont presque tous une réelle importance ; ils sont judicieusement choisis, et ne pourront qu'augmenter l'admiration qu'éprouve pour Abel tout véritable géomètre. Dans ce concours pacifique, auquel prennent part aujourd'hui toutes les nations, et dont le résultat sera d'élever aux savants un monument vraiment durable par la publication de leurs œuvres, la Norvège a tenu dignement sa place. En exprimant cette pensée, nous sommes assuré de l'assentiment de tous ceux qui regardent une haute culture intellectuelle et morale comme le premier titre d'une nation.

G. D.