Revue des publications académiques et périodiques

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques 2e série, tome 4, nº 2 (1880), p. 5-274

<http://www.numdam.org/item?id=BSMA_1880_2_4_2_5_0>

BULLETIN

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET

ASTRONOMIQUES.

SECONDE PARTIE.

REVUE DES PUBLICATIONS ACADÉMIQUES ET PÉRIODIQUES.

ACTA SOCIETATIS SCIENTIARUM FENNICÆ. Helsingforsiæ. — In-4° (¹).

Tome X; 1875.

Nordenskiöld (*N.-K.*). — Sur la variation de température pour vingt-quatre heures à Hammarland (îles d'Åland). (171-190; suéd.).

Gyldén (*H.*). — Exposé succinct d'une nouvelle méthode pour le calcul des perturbations. (211-219; suéd.).

Les méthodes indiquées par Laplace, suffisantes pour le calcul des perturbations des grosses planètes, ne peuvent plus s'appliquer a la plupart des astéroïdes compris entre Mars et Jupiter, ni à plus forte raison aux comètes périodiques. Hansen a, le premier, decouvert des méthodes à l'aide desquelles les perturbations des petites planètes peuvent se calculer avec la même precision que celles des anciennes; il a, de plus, fait le premier pas vers la découverte d'un moyen applicable à la détermination des perturbations des comètes periodiques et fonde sur l'idée du

---

(¹) Voir *Bulletin*, I, 274; VI, 108.

partage de l'orbite en régions pour chacune desquelles il emploie des formules différentes. Mais il restait à résoudre certaines difficultés de calcul qui exigeaient l'emploi de procédés mathématiques dont Hansen n'avait pas songé à se servir. M. Gyldén est parvenu à résoudre ce problème par l'introduction des fonctions elliptiques. Il expose dans le présent article un court résumé de sa methode et termine par un exemple numérique relatif aux perturbations de la comète d'Encke par Jupiter.

Krueger (*A.*). — Recherches sur l'orbite de la planète Thémis, avec une nouvelle détermination de l'attraction de Jupiter. (283-295; all.).

Les calculs ont été faits d'abord par la méthode d'Encke, puis par celle de Hansen, qui ont donné des resultats concordants.

L'auteur en a conclu, par la comparaison avec les observations, la masse de Jupiter égale à $\frac{1}{1047,538 \pm 0,052}$.

Nordenskiöld (*N.-K.*). — Comparaison de la variation diurne de température à Helsingfors d'après les observations du professeur Hällström et d'après celles de l'Observatoire magnétique et météorologique. (299-323; suéd.).

Krueger (*A.*). — Sur la température moyenne à Helsingfors, d'après les observations de l'Observatoire magnétique et météorologique, 1845-1856. (379-388; all.).

Hällstén (*K.*). — Sur les lignes adiabatiques. (451-455; suéd.).

Bonsdorff (*E.*). — Considérations sur la construction des polygones réguliers. (457-464; suéd.).

L'auteur s'occupe, dans cette Note, des polygones réguliers dont la construction dépend de celle des racines d'équations du troisième degré. Il développe les calculs pour les polygones de 19 et de 73 côtés.

Krueger (*A.*). — Éloge de *Friedrich-Wilhelm-August Argelander*, lu dans la séance solennelle de la Société des Sciences de Finlande le 29 avril 1875. (18 p.; suéd.).

Suivi d'un Catalogue des publications d'Argelander.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Tome LXXXIX; 1879, 2e semestre.

N° 14; 6 octobre.

Tisserand. — Sur le développement de la fonction perturbatrice dans le cas où, les excentricités étant petites, l'inclinaison mutuelle des orbites est quelconque. (585).

Suite du travail important présenté dans les séances des 20 et 27 janvier, 3 février et 16 juin 1879. Nous l'analyserons quand il sera terminé.

Daubrée. — Sur une météorite sporadosidère tombée le 31 janvier 1879 à la Bécasse, commune de Dun-le-Poëlier (Indre). (597).

Perrier. — Extrait d'une Lettre à M. d'Abbadie sur les opérations exécutées pour la jonction de la triangulation de l'Algérie à celle de l'Espagne. (605).

N° 15; 13 octobre.

Laguerre. — Sur la séparation des racines d'une équation algébrique à coefficients numériques. (635).

Effectuons la division du polynôme $f(x)$ par $(x-a)(x-b)$. Soient

$$C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + \ldots + C_{m-2} x^{m-2}$$

la partie entière du quotient et $Mx+N$ le reste; soit, de plus,

$$\frac{Mx+N}{(x-a)(x-b)} = \frac{B}{x-b} - \frac{A}{x-a};$$

formons la suite

$$A,\ B - bC_0,\ B - b^2 C_1,\ \ldots,\ B - b^{m-1} C_{m-2},\ B.$$

En supposant $b > a > 0$, le nombre des racines de l'équation $f(x) = 0$ comprises entre a et b est au plus égal au nombre de variations de cette suite, et, si ces deux nombres sont différents, leur différence est un nombre pair.

Si l'on considère la suite

$$A_0,\ A_0 a + A_1,\ A_0 a^2 + A_1 a + A_2,\ \ldots$$

des coefficients du quotient du polynôme $f(x)$ par $x - a$, le dernier terme de la suite étant $f(a)$, le nombre des variations de cette suite fournit une limite supérieure du nombre des racines de l'équation $f(x) = 0$ plus grandes que a.

Warren de la Rue et *Müller* (*W.*). — Expériences sur la décharge électrique de la pile à chlorure d'argent. (637).

N° 16; 20 octobre.

Peters. — Découverte d'une petite planète. (660).

Henry. — Observation de la planète (204) (Peters), faite à l'Observatoire de Paris. (661).

Bernardière (*de*). — Observations de déclinaison, d'inclinaison et d'intensité horizontale dans le bassin de la Méditerranée. (661).

Picard (*E.*). — Sur les fonctions entières. (662).

$G(x)$ étant une fonction entière (développable en une série procédant suivant les puissances entières positives de x, convergente dans tout le plan), il ne peut y avoir plus d'une valeur finie a pour laquelle l'équation $G(x) = a$ ait un nombre limité de racines, à moins que $G(x)$ ne soit un polynôme.

N° 17; 27 octobre.

Perrier (*F.*). — Détermination des longitudes, latitudes et azimuts terrestres en Algérie. (699).

Violle (*J.*). — Chaleurs spécifiques et points de fusion de divers métaux réfractaires. (704).

N° 18; 3 novembre.

Mouchez. — Admission d'élèves-astronomes à l'Observatoire de Paris. (725).

Mouchez. — Instructions nautiques sur les côtes de l'Algérie. (726).

Caligny (*A. de*). — Expériences sur un siphon renversé à deux branches horizontales, pouvant élever de l'eau à des hauteurs considérables, etc. (727).

Klercker (*de*). — Sur le spectre anormal de la lumière. (734).

Mercadier. — Sur la détermination des éléments d'un mouvement vibratoire; mesure des amplitudes. (736).

Picard (*E.*). — Sur les fonctions analytiques uniformes dans le voisinage d'un point singulier essentiel. (745).

M. Weierstrass a montré que dans le voisinage d'un point singulier essentiel A toute fonction uniforme $f(x)$ s'approche autant qu'on le veut de toute valeur donnée. M. Picard complète cette proposition en montrant que, dans ce voisinage, il y a une infinité de valeurs de x pour lesquelles la fonction devient rigoureusement égale à a; il ne peut y avoir d'exception que pour deux valeurs particulières de a.

Soret et *Rilliet*. — Sur les spectres d'absorption ultra-violets des éthers azotiques et azoteux. (747).

Thollon. — Sur un nouveau spectroscope stellaire. (749).

Pauchon. — Sur les tensions de vapeur des solutions salines. (752).

Debrun. — Sur un thermomètre électro-capillaire. (755).

Hall (*A.*). — Les satellites de Mars en 1879. (776).

Léauté. — Détermination de la figure de repos apparent d'une corde inextensible en mouvement dans l'espace; conditions nécessaires pour qu'elle se produise. (778).

L'auteur démontre ce théorème élégant :

« Lorsqu'une corde inextensible en mouvement dans l'espace conserve une figure permanente, la grandeur de la vitesse est à chaque instant la même en tous les points. »

Si de plus les forces extérieures sont indépendantes du temps, la vitesse commune à tous les points est aussi indépendante du temps. Il en est de même de la tension, qui d'ailleurs varie d'un point à un autre.

Dans ce dernier cas, c'est-à-dire quand les forces extérieures ne varient pas avec le temps, la forme permanente de la corde en mouvement est la même que la forme d'équilibre de la corde au repos sous l'action des mêmes forces et ne dépend pas de la grandeur de la vitesse d'entraînement.

Rossetti (*F.*). — Sur les pouvoirs absorbant et émissif thermique des flammes et sur la température de l'arc voltaïque. (781).

N° 20; 17 novembre.

Mouchez. — Observations méridiennes des petites planètes, faites à l'Observatoire de Greenwich (transmises par l'astronome royal, M. G.-B. Airy) et à l'Observatoire de Paris pendant le troisième trimestre de l'année 1879. (801).

Sainte-Claire Deville (*H.*). — De la température de décomposition des vapeurs. (803).

Cornu (*A.*). — Observation de la limite ultra-violette du spectre solaire à diverses altitudes. (808).

Sylvester. — Sur le vrai nombre des covariants fondamentaux d'un système de deux cubiques. (828).

L'énumération des invariants et covariants pour un système de deux cubiques binaires, donnée par M. Salmon (*Modern higher Algebra*, p. 186) et attribuée par lui à MM. Clebsch et Gordan, comprend huit covariants linéaires dont deux sont du degré 3 par rapport aux coefficients de l'une des cubiques et l'autre du degré 4. M. Sylvester, par sa méthode, avait précisément trouvé les mêmes invariants et covariants fondamentaux; mais, en refaisant ses calculs, M. Franklin, de Baltimore, a découvert qu'il y avait une faute d'Arithmétique commise par M. Sylvester dans son tamisage et que les deux covariants linéaires dont il a été parlé plus haut ne doivent pas figurer dans la Table. M. Sylvester démontre qu'en effet ces covariants ne sont pas fondamentaux, ce qui réduit de 28 à 26 le nombre des *Grundformen* pour un système de deux cubiques.

Appell. — Sur une classe de fonctions analogues aux fonctions eulériennes étudiées par M. Heine. (841).

Considérons le produit

$$P(z,m,n) = \prod_{\lambda=1,\,\mu=-n}^{\lambda=m,\,\mu=n} \frac{\lambda\omega' + \mu\omega}{z + \lambda\omega' + \omega\mu}\, e^{\frac{z}{\lambda\omega' + \mu\omega}},$$

où m, n sont deux entiers positifs, ω et ω' deux quantités imaginaires telles que dans le rapport $\frac{\omega'}{\omega}$ le coefficient de i soit positif; la fonction $P(z, m, n)$, quand on fait croître indéfiniment m et n, tend vers une limite fonction de z qui dépend de la loi suivant laquelle m et μ augmentent ensemble à l'infini; les fonctions limites auxquelles on arrive en changeant cette loi diffèrent l'une de l'autre par un facteur de la forme e^{hz^2}. M. Appell étudie ces fonctions; il montre en particulier qu'elles peuvent s'exprimer à l'aide de la fonction de M. Heine

$$\Omega\left(q^2, \frac{z}{\omega'}\right) = \prod_{n=1}^{n=\infty} \frac{1 - q^{2n}}{1 - q^{2n + \frac{2z}{\omega'}}},$$

où $q = e^{\frac{\pi\omega' i}{\omega}}$, et donne diverses propriétés de cette fonction Ω, en particulier la décomposition de la fonction *entière* $\frac{1}{\Omega}$ en *facteurs primaires*.

Bigourdan. — Observation d'un satellite de Mars (Deimos), faite à l'Observatoire de Paris. (852).

Picard (E.). — Sur les fonctions doublement périodiques avec des points singuliers essentiels. (853).

L'auteur donne dans cette Note l'expression des fonctions uniformes doublement périodiques ayant dans chaque parallélogramme de périodes un nombre fini n de points singuliers essentiels $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$. Désignant par $u(x)$ une fonction doublement périodique ordinaire aux mêmes périodes élémentaires que $f(x)$ et dont les pôles, simples d'ailleurs, soient précisément $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, M. Picard prouve que l'on a

$$f(x) = \sum_{k=0}^{k=n-1} (u')^k F_k[u(x)],$$

u' étant la dérivée de u et $F_0, F_1, \ldots, F_{n-1}$ représentant des fonctions uniformes de u, n'ayant d'autre point singulier essentiel que le point ∞.

Thollon. — Taches et protubérances solaires observées avec un spectroscope à grande dispersion. (855).

N° 21; 24 novembre.

Perrier (F.). — Jonction géodésique de l'Algérie avec l'Espagne, opération internationale exécutée sous la direction de MM. Ibañez et F. Perrier. (885).

Poincaré. — Sur les formes quadratiques. (897).

Zeuthen. — Détermination de courbes et de surfaces satisfaisant à des conditions de contact double. (899).

On doit à M. Chasles une expression du nombre des courbes d'un système à caractéristiques données qui sont tangentes à une courbe dont on connaît l'ordre et la classe. M. Zeuthen s'occupe dans cette Note de questions analogues, telles que les suivantes : Nombre des courbes d'un système doublement infini qui ont avec une courbe fixe deux contacts simples ou un contact du second ordre.

Nombre des surfaces d'un système doublement infini qui ont deux contacts simples ou un contact stationnaire avec une surface fixe [1].

---

[1] M. Zeuthen nous a prié de faire observer que le théorème, déduit dans cette note, sur les courbes ayant un contact du second ordre avec une courbe donnée, a été trouvé autrement par M. Halphen, dans le *Bulletin de la Société mathématique*, t. V, p. 14, 1876, et que M. Halphen indique aussi qu'on peut appliquer le même procédé à la détermintaion du nombre des courbes ayant deux contacts simples.

N° 22; 1er décembre.

Gyldén (*H.*). — Démonstration, au moyen des fonctions elliptiques, d'un théorème dans la théorie de la libration de la Lune. (932).

Laplace a démontré, dans la *Mécanique céleste* que les deux moyens mouvements de la Lune, de rotation et de révolution, sont parfaitement égaux entre eux, et que, pour qu'il en fût ainsi, il suffisait que, à l'origine, la différence des deux mouvements ait été comprise entre certaines limites.

La démonstration de Laplace, fondee sur l'intégration d'une équation différentielle, suppose que l'angle formé par le rayon vecteur et le premier axe principal soit très petit : M. Gyldén lève cette restriction.

L'équation dont il s'agit est

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = -\frac{3}{2} n^2 \frac{B - A}{C} \sin 2\varepsilon.$$

On en tire, en posant $k^2 = \frac{3}{2} \frac{n^2}{C} \frac{B - A}{C}$,

$$\varepsilon = \operatorname{am} \sqrt{2C}(t - t_0)(\text{mod.}\, k) = \operatorname{am} \frac{n}{k} \sqrt{3 \frac{B - A}{C}}\,(t - t_0).$$

Si le module est plus petit que l'unité, l'expression de ε renferme évidemment un terme qui est multiplié par le temps. Dans le cas contraire, on voit aisément que le terme multiplié par le temps disparaît et que l'égalité des deux mouvements a lieu.

Hirn. — Notice sur la mesure des quantités d'électricité. (933).

Plantamour. — Des mouvements périodiques du sol accusés par des niveaux à bulle d'air. (937).

Perrier (*F.*). — Jonction astronomique de l'Algérie avec l'Espagne, opération internationale exécutée sous la direction de MM. le général Ibañez et le commandant Perrier. (945).

Zeuthen. — Détermination des courbes et des surfaces de deux systèmes qui ont entre elles des contacts doubles ou stationnaires. (946).

Lipschitz. — Sur des séries relatives à la théorie des nombres. (948).

L'auteur considère la série des nombres

$$-2,\ -3,\ -5,\ -6,\ -7,\ \ldots$$

contenant tous les entiers qui ne sont divisibles par aucun carré, chacun pris avec le signe + ou —, selon qu'il résulte de la multiplication de facteurs premiers en nombre pair ou impair, et donne les propositions suivantes, où $[N]$ désigne le plus grand nombre entier qui ne surpasse pas le nombre réel et positif N, $f(n)$ le nombre de diviseurs de n, $g(n)$ leur somme, $\varphi(n)$ le nombre de nombres premiers à n contenus dans la suite $1, 2, \ldots, n$, où $D(n) = \frac{n^2+n}{2}$, et où, enfin, on suppose

$$\begin{gathered}
f(1)+f(2)+\ldots+f(t)=F(t),\\
g(1)+g(2)+\ldots+g(t)=G(t),\\
\varphi(1)+\varphi(2)+\ldots+\varphi(t)=\Phi(t),
\end{gathered}$$

$$\left[\frac{\Omega}{1}\right]-\left[\frac{\Omega}{2}\right]-\left[\frac{\Omega}{3}\right]-\left[\frac{\Omega}{5}\right]+\left[\frac{\Omega}{6}\right]+\ldots=1,$$

$$F(n)-F\left[\left(\frac{N}{2}\right)\right]-F\left[\left(\frac{N}{3}\right)\right]\mp\ldots=n,$$

$$G(n)-2G\left[\left(\frac{N}{2}\right)\right]-3G\left[\left(\frac{N}{3}\right)\right]\mp\ldots=n,$$

$$D(n)-D\left[\left(\frac{N}{2}\right)\right]-D\left[\left(\frac{N}{3}\right)\right]\mp\ldots=\Phi(n).$$

Carpentier. — Sur un frein dynamométrique se réglant automatiquement. (950).

N° 23; 8 décembre.

Tisserand (F.). — Sur les satellites de Mars. (961).

Les deux satellites de Mars se meuvent à très peu près dans un même plan, qui diffère peu de l'équateur de la planète. M. Tisserand montre que, en supposant la loi des densités dans l'intérieur de Mars la même que dans l'intérieur de la Terre, et en lui attribuant, par suite, un aplatissement que les mesures directes ne peuvent pas mettre en évidence actuellement, les plans des orbites des deux satellites ne s'éloigneront jamais que très peu du plan de l'équateur de la planète.

Caligny (A. de). — Expériences sur les ajutages divergents, divisés en plusieurs parties par des lames. (976).

Lamey. — Sur la visibilité directe du réseau photosphérique du Soleil. (984).

Lipschitz. — Sur des séries relatives à la théorie des nombres. (985).

Les séries

$$\sum_1^\infty \frac{f(n)}{n^s},\quad \sum_1^\infty \frac{g(n)}{n^s},\quad \sum_1^\infty \frac{\varphi(n)}{n^s},$$

où la variable s surpasse l'unité, sont toutes réductibles à la série

$$\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \zeta(s),$$

étudiée par Riemann. On a la relation

$$\frac{1}{\zeta(s)} = 1 - \frac{1}{2^s} - \frac{1}{3^s} - \frac{1}{5^s} + \frac{1}{6^s} \mp \cdots$$

Guébhard. — Anneaux colorés produits à la surface du mercure. (937).

N° 24; 15 décembre.

Hermite. — Sur quelques applications des fonctions elliptiques. (1001).

Le système des quatre fonctions représentées, en faisant $s = 0, 1, 2, 3$, par l'expression

$$\Phi_s(u) = \frac{\theta_s(u+a)e^{\lambda u}}{R_s\theta_0(u)},$$

où a et λ sont des constantes quelconques et R_s le résidu correspondant au pôle $u = iK'$ de $\frac{\theta_s(u+a)e^{\lambda u}}{\theta_0}$, conduit à des équations différentielles données par l'auteur dans le t. LXXXVI des *Comptes rendus*, p. 777; il en déduit des équations différentielles linéaires du second ordre, dont la solution complète s'obtient, ainsi que celle de Lamé, dans le cas de $n = 1$, par des fonctions doublement périodiques de seconde espèce, ayant la demi-période iK' pour infini simple.

Les mêmes relations conduisent M. Hermite à d'autres équations du second ordre dont on connaît une solution en vertu de leur formation même et qu'il intègre complètement.

Abbadie (A. d'). — Sur les variations de la verticale. (1016).

Tatin. — Nouvel aéroplane mû par une machine à air comprimé; détermination expérimentale du travail nécessaire pour faire voler cet appareil. (1024).

Appell. — Sur une classe de fonctions qui se rattachent aux fonctions de M. Heine. (1031).

Étude de la fonction

$$M(z) = \prod_{n=0,\ m=0}^{n=\infty,\ m=\infty} \left(1 - e^{\frac{2\pi z i}{\omega}} q^{2n} t^{2m}\right),$$

où ω, ω', ω'' sont des quantités imaginaires telles que dans $\frac{\omega'}{\omega}$, $\frac{\omega''}{\omega}$ les coefficients de i soient positifs, et où l'on a posé

$$e^{\frac{\pi\omega' i}{\omega}} = q, \quad e^{\frac{\pi\omega'' i}{\omega}} = t.$$

Gouy. — Sur la mesure de l'intensité des raies d'absorption et des raies obscures du spectre solaire. (1033).

N° 25; 22 décembre.

Mercadier. — Sur la détermination des éléments d'un mouvement vibratoire; mesure des périodes.

N° 26; 29 décembre.

Resal (*H.*). — Note sur les différentes branches de la Cinématique. (1090).

Hermite. — Sur quelques applications de la théorie des fonctions elliptiques. (1092).

Continuant le cours de ses recherches sur une classe spéciale d'équations différentielles linéaires du second ordre, M. Hermite montre comment, connaissant le produit de deux solutions particulières A, B d'une telle équation, on peut former l'équation plus générale ayant pour solution l'expression

$$\mathrm{CA}e^{pu} + \mathrm{C'B}e^{-pu},$$

et applique ces résultats aux équations qu'il étudie ; il forme ensuite l'équation linéaire du second ordre admettant pour solutions les deux fonctions doublement périodiques de seconde espèce à pôle unique

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{H}(u+\alpha)e^{pu}}{\mathrm{H}(u)}, \quad \mathrm{B} = \frac{\mathrm{H}(u+\beta)e^{qu}}{\mathrm{H}(u)}.$$

Picard (*E.*). — Sur une propriété de certaines fonctions analogues aux fonctions algébriques. (1106).

Soit $\mathrm{A}(z)$ une fonction de la variable z ayant en chaque point du plan un nombre fini m de valeurs et n'ayant dans toute l'étendue du plan qu'un nombre limité de points singuliers : il ne peut y avoir deux valeurs a, b pour lesquelles les équations $\mathrm{A}(z) = a$, $\mathrm{A}(z) = b$ aient seulement un nombre limité de racines, à moins que la fonction $\mathrm{A}(z)$ ne soit une fonction algébrique.

M. Picard donne l'application suivante de cette importante proposition.

Envisageons l'équation différentielle du premier ordre et du premier degré de la forme suivante,

$$\mathrm{F}(x, y)\frac{dy}{dx} = (y-a)(y-b)(y-c)f(x, y),$$

a, b, c étant trois constantes différentes, F et f des polynômes en x et y; on suppose évidemment que les deux membres de l'équation n'ont pas de facteurs communs; si une telle équation admet une intégrale uniforme dans tout le plan, cette intégrale ne pourra être qu'une fonction rationnelle.

Liouville (*R.*). — Sur l'impossibilité de la relation algébrique $X^n + Y^n + Z^n = 0$. (1108).

Cette relation, en supposant que X, Y, Z soient des fonctions rationnelles d'une même variable, ne peut avoir lieu que si $n = 1$.

Mercadier. — Sur la détermination des éléments d'un mouvement vibratoire; mesure de la phase. (1110).

Perruche. — Sur un nouveau brûleur électrique. (1112).

Guébhard. — Sur un nouveau procédé phonéidoscopique par les anneaux colorés. (1113).

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE, PUBLIÉES SOUS LES AUSPICES DU MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE, PAR UN COMITÉ DE RÉDACTION COMPOSÉ DE MM. LES MAÎTRES DE CONFÉRENCES DE L'ÉCOLE.

Tome VIII; 1879. 2e série.

Sainte-Claire Deville (*H.*) et *Mascart* (*E.*). — Sur la construction de la règle géodésique internationale. (9-54).

Longchamps (*Gohierre de*). — Sur les nombres de Bernoulli. (55—80).

L'objet du travail de M. Gohierre de Longchamps est l'étude, par une voie entièrement élémentaire, du développement suivant les puissances décroissantes de x de la somme

$$S_{x,k} = 1^k + 2^k + 3^k + \ldots + x^k.$$

L'auteur établit d'abord l'identité fondamentale

$$S_{x,k+1} = (x+1) S_{x,k} - (S_{1,k} + S_{2,k} + \ldots + S_{x,k});$$

il en déduit que le nombre $S_{x,k}$ est une fonction entière de x, de degré $k+1$, sans constante. Posant ensuite

$$S_{x,k} = A_k x^{k+1} + B_k x^k + (P_{k,1} x^{k-1} + P_{k,2} x^{k-2} + \ldots + P_{1,k+1} x),$$

il prouve que l'on a

$$A_k = \frac{1}{k+1}, \quad B_k = \frac{1}{2}, \quad P_{k,1} = \frac{k}{12},$$
$$P_{k,2} = P_{k,4} = P_{k,6} = \ldots = 0,$$

puisque, en posant

$$P_{k,2i-1} = \alpha_i \frac{k(k-1)\ldots(k-2i+2)}{12^i},$$

les nombres α_i sont définis par l'égalité

$$(2i+1)\alpha_i = -\sum_{p=1}^{p=i-1} \alpha_p \alpha_{i-p} \left(\alpha_1 = 1, \alpha_2 = -\frac{1}{5}\right).$$

Les nombres de Bernoulli sont liés aux nombres α par la relation

$$(-1)^i B_i = \alpha_i \frac{1.2\ldots 2i}{12^i}.$$

L'auteur compare ensuite la méthode qu'il a donnée pour le calcul des nombres α à celles que l'on connaît pour le calcul des nombres de Bernoulli et montre que ces dernières sont beaucoup plus compliquées.

Méray (*C.*). — Essai sur le calcul des quantités associées en systèmes et sur son application à la théorie des équations simultanées. (81-110, 327-360).

L'auteur appelle *assemblages binaires* des groupes de quantités réelles ou imaginaires, telles que

$$a_{k,0}, a_{k-1,1}, \ldots, a_{k-i,i}, \ldots, a_{0,k},$$

ces groupes étant soumis, dans leurs combinaisons, à diverses règles, dont les principales vont être expliquées.

k est la *taxe* de l'assemblage, et les $k+1$ quantités $a_{k,0}, \ldots a_{0,k}$ en sont les pièces; un assemblage de taxe $= 0$ ne contient qu'une pièce; les assemblages de taxe $= 1$ sont dits *primordiaux;* les assemblages de même taxe sont dits *isotaxiques;* un assemblage peut être désigné soit par une seule lettre, soit par l'ensemble des lettres qui désignent ses pièces, les premiers indices allant toujours en diminuant; deux assemblages isotaxiques sont égaux quand les pièces de même rang sont respectivement égales; autrement, ils sont inégaux.

La somme de plusieurs assemblages isotaxiques est l'assemblage isotaxique qui a pour pièces les sommes des pièces de mêmes indices dans les assemblages proposés. La différence se définit de même.

La multiplication de m assemblages donnés de taxes $k', k'', \ldots, k^{(m)}$ est l'assemblage de taxe $k = k' + k'' + \ldots + k^{(m)}$, dans lequel la pièce d'indice i, j $(i+j=k)$ s'obtient en prenant arbitrairement et respectivement, dans les assemblages donnés, m pièces dont les premiers indices ont une somme égale à i, les seconds une somme égale à j, en formant le produit de ces pièces, puis la somme de tous les produits de cette espèce. Le produit de plusieurs assemblages ne dépend pas de l'ordre dans lequel on peut disposer des facteurs; la multiplication des assemblages peut être fractionnée comme celle des quantités ordinaires; chaque pièce d'un produit est une fonction linéaire et homogène de celles d'un facteur quelconque considéré isolément. Pour qu'un produit de plusieurs assemblages soit nul, il faut et il suffit que l'un des facteurs soit nul. Le produit de deux sommes A, B, composées chacune d'un nombre quelconque d'assemblages isotaxiques, est égal à la somme des produits partiels que l'on obtient en multipliant successivement chacune des parties de A par chacune des parties de B.

La formule de Newton est aussi applicable au développement de toute puissance d'un polynôme quelconque ayant pour termes des assemblages isotaxiques, en monômes entiers par rapport aux termes de ce polynôme.

Pour ce qui est de la division, opération inverse de la multiplication, les pièces de l'assemblage quotient se calculeront par la résolution des $k+1$ équations linéaires simultanées que l'on obtient en égalant respectivement aux pièces connues du dividende les $k+1$ pièces de mêmes indices dans le produit du diviseur par un assemblage indéterminé de taxe $k-k'$. Naturellement, l'opération n'est possible que sous certaines conditions.

Une fonction entière de plusieurs assemblages, regardés comme des *variables indépendantes*, s'obtient en opérant sur ces assemblages un nombre fini d'additions et de multiplications; pour que les additions soient possibles, il faut évidemment que les *termes monômes* soient isotaxiques, et par conséquent que, pour chaque terme, la somme de la taxe du coefficient et des produits de celles des variables qui y entrent comme facteurs par les exposants des puissances auxquelles elles y sont élevées soit un même nombre, qui est évidemment la taxe du polynôme; le degré d'un terme est la somme des exposants des variables qui y figurent; le degré du polynôme est le plus grand de ces nombres.

Pour qu'une fonction entière de quelques assemblages variables soit nulle identiquement, il faut et il suffit que tous ses coefficients soient nuls.

Si dans une fonction entière de plusieurs assemblages on remplace chaque variable par une somme de deux autres (isotaxiques), considérées l'une comme une valeur particulière de cette variable, l'autre comme son accroissement, puis que l'on ordonne par rapport aux puissances croissantes des accroissements le développement de la nouvelle fonction, le résultat aura précisément la forme de la *formule de Taylor* : de là se déduit la notion de la dérivée d'une fonction entière.

M. Méray étudie ensuite les équations entières à un assemblage inconnu; l'analogie se poursuit.

Si l'équation entière

$$f(x) = 0$$

admet la racine a et si l'on nomme α le moins élevé des ordres des dérivées de $f(x)$ qui ne s'annulent pas pour $x = a$, le polynôme $f(x)$ est divisible par $(x-a)^\alpha$ et non par $(x-a)^{\alpha+1}$. Il faut toutefois remarquer que, en se bornant aux assemblages finis, une équation de degré m n'a pas nécessairement m assemblages-racines. La proposition fondamentale de la théorie des fonctions symétriques subsiste : « Si l'on nomme $x_1, x_2, \ldots, x_m$, m assemblages isotaxiques variables et $-p_1$, p_2, $-p_3, \ldots, (-1)^m p_m$ respectivement leur somme, celles de leurs produits 2 à 2, 3 à 3, ... et leur produit, toute fonction entière et symétrique de ces assemblages est une fonction composée entière des fonctions symétriques simples $p_1, p_2, \ldots, p_m$. » M. Méray applique à ses assemblages les methodes de Newton et de Cauchy pour le calcul des fonctions symétriques des m assemblages racines d'une équation de degré m, à un assemblage inconnu.

Dans un second Mémoire (p. 327), l'auteur applique les principes précédents à la théorie des équations simultanées.

« Il semble », dit-il, « bien difficile, pour ne pas dire impossible, de constituer directement une théorie des équations simultanées, comparable pour la clarté et pour la simplicité du mécanisme à celle des équations à une inconnue. Il n'est pas non plus possible d'eviter ces équations, qui se présentent immédiatement dans tout calcul où sont mêlées plusieurs quantités; mais on tourne facilement ce double obstacle en considérant les inconnues comme les pièces d'un même assemblage et en transformant les équations simultanées dont elles dépendent en une équation *unique*, ayant cet assemblage pour inconnue. A partir de ce moment, il n'y a plus de difficultés théoriques, puisqu'on dispose de toutes les ressources de la théorie proprement dite des équations. »

C'est cette transformation qu'il exécute; elle revient, au fond, à élargir l'élimination ordinaire, en reliant les équations finales, où les inconnues sont absolument dissociées, par une suite d'équations intermédiaires qui forment avec elles un ensemble parfaitement équivalent aux équations proposées et où, en particulier, la solidarité des inconnues est rétablie.

Nous ne suivrons point M. Méray dans le détail de ces opérations; le caractère des propositions devient naturellement de plus en plus symbolique, et une analyse succincte serait difficilement intelligible : ce qui précède doit suffire pour faire apprécier la portée et l'originalité de son travail.

Weierstrass. — Mémoire sur les fonctions analytiques uniformes (traduit par M. E. Picard). (111-150).

Cet important Mémoire sera analysé dans la première Partie du *Bulletin*.

André (*D.*). — Sur le développement de la fonction elliptique $\lambda(x)$ suivant les puissances croissantes du module. (151-168).

L'auteur prend pour point de départ l'équation différentielle du second ordre

$$\frac{d^2\lambda}{dx^2} = -(1+k^2)\lambda + 2k^2\lambda^3;$$

posant

$$\lambda(x) = u_0 + u_1 k^2 + u_2 k^4 + \ldots,$$
$$\lambda^3(x) = U_0 + U_1 k^2 + U_2 k^4 + \ldots,$$

il établit aisément la relation

$$\frac{d^2 u_t}{dx^2} + u_t = 2U_{t-1} - u_{t-1},$$

qui subsiste pour toutes les valeurs entières et non négatives de l'indice t, si l'on convient de regarder comme nulles les quantités U_{-1} et u_{-1}; cette équation permet de calculer de proche en proche les quantités u_0, u_1, u_{t-1}, u_t, la dernière se déduisant des précédentes par une intégration.

M. André trouve

$$u_0 = \sin x,$$

$$U_0 = \frac{1}{4}(3\sin x - \sin 3x),$$

$$u_1 = \frac{1}{16}(\sin x + \sin 3x) - \frac{x}{4}\cos x,$$

$$U_1 = \frac{1}{64}(2\sin x + \sin 3x - \sin 5x) - \frac{x}{16}(\cos x - \cos 3x),$$

....

et est ainsi amené à attribuer à u_t la forme

$$u_t = \sum p_{i,j}\, x^{2i} \sin(2j+1)x + \sum q_{i,j}\, x^{2i+1} \cos(2j+1)x,$$

dans laquelle $p_{i,j}$, $q_{i,j}$ désignent des coefficients numériques; i, j des entiers positifs ou nuls, et où les Σ s'étendent, le premier à tous les systèmes possibles de valeurs des entiers i et j qui satisfont à la condition

$$2i + j \leqq t,$$

et le second à tous les systèmes satisfaisant à la condition

$$2i + 1 + j \leqq t;$$

l'auteur pose de même

$$U_t = \sum P_{i,j}\, x^{2i} \sin(2j+1)x + \sum Q_{i,j}\, x^{2i+1} \cos(2j+1)x,$$

où les Σ s'étendent, le premier à tous les systèmes possibles de valeurs des nombres i, j qui satisfont aux deux relations

$$2i \leqq t, \quad 2i + j \leqq t + 1,$$

et le second à tous les systèmes possibles satisfaisant aux deux relations

$$2i + 1 \leqq t, \quad 2i + 1 + j \leqq t + 1.$$

Ces formules sont obtenues par induction. Pour prouver qu'elles sont toujours vraies, M. André établit successivement que, si la forme trouvée pour les u est vraie pour tous les u dont l'indice ne dépasse pas t, la forme trouvee pour U_t est exacte, et que, si la forme trouvée pour les u est vraie pour tous les u dont l'indice est inférieur à t, elle est encore vraie pour u_t.

Il montre ensuite comment ces résultats conduisent au développement de $\lambda(x)$ suivant les puissances croissantes de la variable x; en posant

$$\lambda(x) = A_0 \frac{x}{1} - A_1 \frac{x^3}{1.2.3} + A_2 \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \ldots,$$

les coefficients A sont, comme on le sait, des polynômes entiers en k^2; posant donc

$$A_r = \alpha_{r,0} + \alpha_{r,1} k^2 + \alpha_{r,2} k^4 + \ldots,$$

il s'agit de la determination du coefficient $\alpha_{r,t}$; l'auteur trouve

$$\alpha_{r,t} = \sum_{0}^{t}{}_j \xi_j(r)(2j+1)^{2r},$$

où $\xi_j(r)$ est un polynôme entier en r du degré $t-j$; cette forme de $\alpha_{r,t}$ n'est autre que celle du terme genéral d'une serie recurrente proprement dite, définie par l'équation génératrice

$$(z-1^2)^{t+1}(z-3^2)^t(z-5^2)^{t-1}\ldots[z-(2t+1)^2]^t = 0.$$

Enfin M. André généralise la méthode employée par lui et montre qu'elle s'applique à l'étude d'une fonction quelconque $\varphi(x)$ définie par l'équation

$$\sum_s C_s \frac{d^s \varphi}{dx^s} = \Phi,$$

dont le premier membre est celui d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants, et au second membre de laquelle Φ représente un polynôme quelconque, entier par rapport à la fonction φ, à la variable x, à l'indéterminée k, qui est analogue au module, et à des exponentielles de la forme $e^{\sigma x}$.

Tannery (*J.*). — Sur une équation différentielle du second ordre. (169-194).

L'auteur s'est proposé d'étudier l'équation linéaire du second ordre qui relie au module k l'intégrale complète de première espèce K; cette équation se ramène immédiatement à la forme

$$x(x-1)\frac{d^2 y}{dx^2} - (1-2x)\frac{dy}{dx} + \frac{1}{u} y = 0;$$

C'est un cas particulier de l'équation différentielle à laquelle satisfait la série hypergéométrique; elle admet trois points singuliers $0, 1, \infty$; à chacun de ces points correspond un domaine C_0, C_1, C_∞; les deux premiers sont des cercles de rayon 1 dont les centres sont les points zéro et 1; le second est la portion indéfinie du plan extérieure au premier cercle; on peut encore considérer le domaine C'_∞ constitué par la portion indéfinie du plan extérieure au cercle C_1; à chacun de ces domaines correspondent deux séries ordonnées suivant les puissances entières de x, $1-x$, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{1-x}$, convergentes dans tout le domaine considéré, au moyen desquelles et de $\log x$, ou $\log(x-1)$, on peut constituer un système fondamental de solutions; à ces séries s'en adjoignent d'autres ayant d'ailleurs les mêmes coefficients et procédant suivant les puissances de $\frac{x}{x-1}$ ou de $\frac{x-1}{x}$, convergentes d'un côté ou de l'autre de la perpendiculaire équidistante des deux points zéro et 1; tous ces domaines de convergence empiètent les uns sur les autres; dans les parties communes, plusieurs formes conviennent pour les solutions de l'équation différentielle linéaire. L'auteur montre comment on peut passer d'une forme à l'autre et applique les formules trouvées à la solution de cette question : « Étant donnés deux points quelconques A, B du plan reliés entre eux par un chemin continu quelconque, assujetti seulement à ne passer par aucun des points 0, 1, supposant que l'on parte du point A avec une solution de l'équation differentielle formée linéairement avec deux des fonctions qui conviennent pour la portion du plan où se trouve le point A, et que l'on suive le chemin AB, on demande d'exprimer, au moyen de deux des fonctions qui conviennent pour la portion du plan où se trouve le point B, la solution avec laquelle on arrive en ce point.

Enfin, dans le cas où la variable est réelle, il donne quelques résultats relatifs à la marche des fonctions qu'il a eues à considérer.

Darboux (*G.*). — Addition au Mémoire sur les fonctions discontinues. (195-202).

Dans un Mémoire présenté en janvier 1874 à la rédaction des *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure* et inséré au Tome IV de ce recueil (2e série) ([1]), M. Darboux a donné plusieurs exemples de fonctions continues n'admettant de dérivée pour aucune valeur commensurable de la variable et un exemple d'une fonction continue qui n'a de dérivée pour aucune valeur de la variable. Il reprend aujourd'hui le raisonnement relatif à ce dernier cas, en le présentant sous une forme plus générale.

Considérons la fonction $\varphi(x)$ définie par la série

$$(1) \qquad \varphi(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{f(a_n, b_n, x)}{a_n},$$

où a_n, b_n sont des fonctions numériques de n et où le symbole f désigne une fonction de x toujours continue, inférieure en valeur absolue à un nombre fixe A et admettant une dérivée seconde $f''(x)$ toujours inférieure à un autre nombre fixe B, en sorte que l'on ait, quelle que soit la valeur de x,

$$(2) \qquad f(x+h) = f(x) + h(f'x) + \frac{h^2}{2}\theta B,$$

θ étant compris entre $+1$ et -1; on suppose en outre que les fonctions numériques a_n, b_n satisfassent aux conditions

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\lim_{n=\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = 0, \\ &\lim_{n=\infty} \frac{a_1 b_1^2 + a_2 b_2^2 + \ldots + a_{n-k} b_{n-k}^2}{a_n} = 0, \end{aligned} \right.$$

k désignant un nombre fixe et déterminé quand n croît indéfiniment : la série (1), toujours convergente, définit une fonction de x toujours continue.

M. Darboux cherche ensuite une expression du rapport

$$\frac{\varphi(x+h) - \varphi(x)}{h}.$$

Si l'on fait

$$(4) \qquad a_p h = \varepsilon,$$

que l'on suppose ε fixe et que l'on donne à p des valeurs croissantes, h prendra successivement les valeurs

$$\frac{\varepsilon}{a_1}, \quad \frac{\varepsilon}{a_2}, \quad \frac{\varepsilon}{a_3}, \quad \ldots,$$

et tendra vers zéro ; il faudra, pour qu'il y ait une dérivée, que le rapport

$$\frac{\varphi(x+h) - \varphi(x)}{h}$$

tende vers une limite indépendante de ε. Or les hypothèses précédentes conduisent

---

([1]) *Voir* le *Bulletin*, t. X, 1re série, p. 76.

à l'égalité

$$(5)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{\varphi(x+h)-\varphi(x)}{h} = {} & \sum_{n=1}^{n=p-k} b_n f'(a_n b_n x) \\ & + \sum_{n=p-k+1}^{n=p} \frac{f[a_n b_n(x+h)] - f(a_n b_n x)}{a_n h} + \mathrm{R}_p, \end{aligned}\right.$$

R_p étant infiniment petit avec $\frac{1}{p}$.

L'auteur donne diverses applications de cette formule.

Supposant d'abord

$$b_n = 1, \quad k = 1,$$

l'équation (5) devient

$$(6)\quad \frac{\varphi(x+h)-\varphi(x)}{h} = \sum_{n=1}^{n=p-1} f'(a_n x) + \frac{f(a_p x + \varepsilon) - f(a_p x)}{\varepsilon} + \mathrm{R}_p,$$

et l'on voit aisément, en donnant à ε une seconde valeur ε', que la fonction $\varphi(x)$ n'aura pas de dérivée tant que l'expression

$$\frac{f(a_p x + \varepsilon') - f(a_p x)}{\varepsilon'} - \frac{f(a_p x + \varepsilon) - f(a_p x)}{\varepsilon}$$

ne tendra pas vers zéro, quels que soient ε, ε', quand p croîtra indéfiniment : cela a lieu pour une infinité de fonctions, en particulier pour

$$f(x) = \cos x.$$

M. Darboux traite avec quelque détail cet exemple dans le cas où l'on prend

$$a_p = 1.2.3\ldots p,$$

cas où les conditions (3) sont évidemment remplies, et montre comment on peut alors reconnaître la façon dont varie le rapport

$$\frac{\varphi(x+h)-\varphi(x)}{h}$$

quand h tend vers zéro.

Il applique ensuite la formule (5) à l'exemple traité dans son premier Mémoire, où

$$a_n = 1.2\ldots n, \quad b_n = n+1,$$

et termine en indiquant une généralisation de son procédé : au lieu de considérer la fonction définie par l'équation (2), on peut, en effet, considérer la fonction plus générale définie par l'équation

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{f_n(a_n b_n x)}{a_n},$$

où les fonctions $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, ... sont assujetties uniquement à demeurer, quel que soit x, inférieures à un nombre fixe A, leurs dérivées secondes $f_1''(x)$, $f_2''(x)$, $f_3''(x)$, ... demeurant de même inférieures à un nombre fixe B.

Gyldén. — Sur la sommation des fonctions périodiques. (203-246).

Ce Mémoire, où l'auteur donne une extension importante de la formule sommatoire de Maclaurin, a été traduit par M. Callandreau, qui l'a fait suivre de quelques Notes destinées à préciser et à étendre quelques-uns des points abordés dans son travail par l'éminent astronome.

Considérant une fonction $F(t)$ susceptible d'être représentée, ainsi que ses dérivées, par une série de la forme

$$F(t) = M_0 + M_1 \cos(\psi + \mu t) + M_2 \cos 2(\psi + \mu t) + \ldots,$$

le problème dont s'occupe M. Gyldén consiste dans l'évaluation de la somme

$$y_s = F(0) + F(\pi) + \ldots + F(s\pi).$$

En posant

$$z_s = y_s - \tfrac{1}{2} F(0) - \tfrac{1}{2} F(s\pi),$$

on trouve d'abord, par un procédé tout élémentaire,

$$z_s = \frac{1}{2} \sum_0^\infty M_n \cot\tfrac{1}{2} n\mu\pi \sin n(\psi + s\mu\pi) - \frac{1}{2} \sum_0^\infty M_n \cot\tfrac{1}{2} n\mu\pi \sin n\psi,$$

d'où l'on voit que, si l'on peut déterminer une fonction $\chi(t)$ de sorte que la condition

$$\int_0^{2\pi} \cos n(\psi + \mu t)\chi(t)\,dt = \cot\tfrac{1}{2} n\mu\pi\, [\sin n(\psi + s\mu\pi) - \sin n\psi]$$

soit remplie, on aura

$$z_s = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} F(t)\chi(t)\,dt.$$

En remplaçant $\cot\frac{1}{2}n\mu\pi$, dans l'équation de condition, par le développement

$$\cot\tfrac{1}{2} n\mu\pi = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{n\mu} + \frac{2n\mu}{(n\mu)^2 - 2^2} + \frac{2n\mu}{(n\mu)^2 - 4^2} + \cdots\right],$$

on obtient aisément

$$\chi(t) = \frac{2}{\pi} \lim \frac{\sin(2k+1)t}{\sin t} \quad \text{pour} \quad k = \infty;$$

on en déduit la formule

$$z_s = \frac{1}{\pi} \lim \int_0^{2\pi} F(t) \frac{\sin(2k+1)t}{\sin t}\,dt,$$

qui d'ailleurs ne donne rien de plus que la formule de Maclaurin; mais on peut employer pour $\cot\frac{1}{2}n\mu\pi$ un autre développement plus convergent.

Partant de la formule connue

$$\frac{\cot\frac{1}{2}\pi x}{\left(1-\frac{x^2}{1^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{3^2}\right)\cdots\left[1-\frac{x^2}{(2i-1)^2}\right]} = \frac{2}{\pi x}\,\frac{\left[1-\frac{x^2}{(2i+1)^2}\right]\left[1-\frac{x^2}{(2i+3)^2}\right]\cdots}{\left(1-\frac{x^2}{2^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{4^2}\right)\cdots},$$

et décomposant le second membre en fractions simples, on le met sous la forme

$$\frac{2}{\pi}\left[\frac{X_0^{(i)}}{x} + \frac{2xX_1^{(i)}}{x^2-2^2} + \frac{2xX_2^{(i)}}{x^2-4^2} + \cdots\right],$$

où

$$X_n^{(1)} = \frac{1^2}{(2n)^2-1^2},$$

$$X_n^{(2)} = \frac{1^2.3^2}{[(2n)^2-1^2][(2n)^2-3^2]},$$

$$X_n^{(3)} = \frac{1^2.3^2.5^2}{[(2n)^2-1^2][(2n)^2-3^2][(2n)^2-5^2]};$$

en posant

$$\chi_i(t) = \frac{2}{\pi}\left[X_0^{(i)} + 2X_1^{(i)}\cos 2t + 2X_2^{(i)}\cos 4t + \ldots\right],$$

$$1 - b_1^{(i)}x^2 + b_2^{(i)}x^4 - \ldots \pm b_i^{(i)}x^{2i} = \left(1-\frac{x^2}{1^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{3^2}\right)\cdots\left[1-\frac{x^2}{(2i-1)^2}\right],$$

on obtient la relation

$$\int_0^{2\pi}\left[\cos n(\psi+\mu t) - b_1^{(i)}(n\mu)^2\cos n(\psi+\mu t) + \ldots \pm b_i^{(i)}(n\mu)^{2i}\cos n(\psi+\mu t)\right]\chi_i(t)\,dt$$
$$= \cot\tfrac{1}{2}n\mu\pi\left[\sin n(\psi+s\mu\pi) - \sin n\psi\right],$$

d'où résulte la formule sommatoire

$$z_s = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\left[F(t) + b_1^{(i)}\frac{d^2F(t)}{dt^2} + b_2^{(i)}\frac{d^4F(t)}{dt^4} + \cdots + b_i^{(i)}\frac{d^{2i}F(t)}{dt^{2i}}\right]\chi_i(t)\,dt.$$

M. Gyldén donne ensuite divers développements trigonométriques pour les fonctions $\cos x\theta$, $\sin x\theta$, θ étant compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, à savoir

$$\cos x\theta = x\frac{2}{\pi}\sin x\frac{\pi}{2}\,P_i\left[\frac{1}{x^2} + \sum_1^\infty \frac{2n\beta_{2n}^{(i)}}{(2n)^2-x^2}\cos 2n\theta + \frac{\pi}{2}\sum_0^i \frac{(2n+1)\alpha_{2n+1}^{(i)}}{(2n+1)^2-x^2}\cos(2n+1)\theta\right],$$

$$\sin x\theta = \frac{2}{\pi}\sin x\frac{\pi}{2}\,P_i\left[\sum_1^\infty \frac{(2n)^2\beta_{2n}^{(i)}}{(2n)^2-x^2}\sin 2n\theta + \frac{\pi}{2}\sum_0^i \frac{(2n+1)^2\alpha_{2n+1}^{(i)}}{(2n+1)^2-x^2}\sin(2n+1)\theta\right],$$

$$\cos x\theta = \cos x\frac{\pi}{2}Q_i\left[1+x^2\sum_0^\infty \frac{(2n+1)\beta_{2n+1}^{(i)}}{(2n+1)^2-x^2}\cos(2n+1)\theta - \sum_1^i \frac{2n\alpha_{2n}^{(i)}}{(2n)^2-x^2}\cos 2n\theta\right],$$

$$\sin x\theta = x\cos x\frac{\pi}{2}Q_i\left[\sum_0^\infty \frac{(2n+1)^2\beta_{2n+1}^{(i)}}{(2n+1)^2-x^2}\sin(2n+1)\theta - \sum_1^i \frac{(2n)^2\alpha_{2n}^{(i)}}{(2n)^2-x^2}\sin 2n\theta\right],$$

où

$$\beta_{2n}^{(i)} = \frac{1}{n}\cos n\pi\,\frac{(-1)^i 1^2.3^2\ldots(2i+1)^2}{[(2n)^2-1^2][(2n)^2-3^2]\ldots[(2n)^2-(2i+1)^2]},$$

$$\beta_{2n+1}^{(i)} = \frac{2}{\pi}\,\frac{2}{2n+1}\sin\frac{2n+1}{2}\pi\,\frac{(-1)^i 2^2.4^2\ldots(2i)^2}{[(2n)^2-1^2][(2n)^2-3^2]\ldots[(2n)^2-(2i+1)^2]}\,[2n-(2i+1)],$$

$$\alpha_{2n}^{(i)} = \frac{1}{n}\,\frac{1}{2^{2i}}\,\frac{2i(2i-1)\ldots(i-n+1)}{1.2.3\ldots(i-n)}\,\frac{2.4.6\ldots2i}{1.3.5\ldots(2i-1)},$$

$$\alpha_{2n+1}^{(i)} = \frac{1}{2n+1}\,\frac{1}{2^{2i}}\,\frac{(2i+1)2i\ldots(i+n+2)}{1.2.3\ldots(i-n)}\,\frac{1.3.5\ldots(2i+1)}{2.4.6\ldots2i},$$

$$Q_i = \left(1-\frac{x^2}{2^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{4^2}\right)\cdots\left[1-\frac{x^2}{(2i)^2}\right],$$

$$P_i = \left(1-\frac{x^2}{1^2}\right)\left(1-\frac{x^2}{3^2}\right)\cdots\left[1-\frac{x^2}{(2i-1)^2}\right].$$

L'auteur donne aussi, pour $\tan x\frac{\pi}{2}$, $\sec x\frac{\pi}{2}$, $\operatorname{cos\acute{e}c} x\frac{\pi}{2}$, des développements analogues à celui qui a été cité plus haut pour $\cot x\frac{\pi}{2}$.

Les additions de M. Callandreau portent sur la formule

$$z_s = \frac{1}{\pi}\lim\int_0^{2\pi} F(t)\frac{\sin(2k+1)t}{\sin t}\,dt \quad \text{pour} \quad k=\infty,$$

sur le développement de $\cot x\frac{\pi}{2}$, sur la formule sommatoire elle-même, sur l'extension de cette formule aux fonctions en général, sur la représentation des fonctions par des séries de sinus et de cosinus entre des limites données de la variable, et le calcul des coefficients par interpolation. Enfin, M. Gyldén a ajouté à son Mémoire primitif une Note sur quelques développements trigonométriques dont la valeur est indépendante de la variable entre des limites déterminées, développements déduits par différentiation des équations

$$\theta = \sum_1^\infty \beta_{2n}^{(i)}\sin 2n\theta + \frac{\pi}{2}\sum_0^i \alpha_{2n+1}^{(i)}\sin(2n+1)\theta,$$

$$\theta = \sum_0^\infty \beta_{2n+1}^{(i)}\sin(2n+1)\theta - \sum_1^i \alpha_{2n}^{(i)}\sin 2n\theta,$$

et une autre Note sur un artifice de calcul pour rendre les séries suivant l'anomalie excentrique plus convergentes.

Margottet. — Recherches sur les sulfures, les séléniures et les tellurures métalliques. (247-298).

Emmanuel (*D.*). — Étude des intégrales abéliennes de troisième espèce. (299-326).

L'auteur part des propriétés établies par M. Briot dans sa *Théorie des fonctions abéliennes*, propriétés relatives aux fonctions Θ dont les p arguments sont les intégrales normales de première espèce augmentées chacune d'une constante arbitraire et obtient, dans le cas général où l'équation admet des points critiques d'un ordre quelconque, l'expression des intégrales de troisième espèce au moyen de la fonction Θ.... Il en déduit simplement les principales propriétés de ces intégrales; puis, en se servant de considérations analogues, il parvient à exprimer, par les fonctions Θ, la fonction T, introduite par MM. Clebsch et Gordan, et définie par une somme de p intégrales normales de troisième espèce; en faisant de cette fonction le même usage que les deux géomètres allemands, il obtient, sous la forme donnée par M. Briot, la solution du problème de l'inversion, solution qui ne suppose plus, comme dans le Traité de MM. Clebsch et Gordan, que les points critiques soient du second ordre.

Méray (*C.*). — Essai sur le calcul des quantités associées en systèmes et sur son application à la théorie des équations simultanées (suite). (327-360).

Puiseux (*P.*). — Sur l'accélération séculaire du mouvement de la Lune. (361-444).

Floquet (*G.*). — Sur la théorie des équations différentielles linéaires. (Supplément, 1-131).

Ce travail, qui a été l'objet d'une Thèse présentée devant la Faculté des Sciences de Paris, a été analysé dans le *Bulletin* (2e série, t. III, Ire Partie, p. 289).

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, begründet von H.-C. SCHUMACHER, herausgegeben von Prof. Dr C.-A.-F. Peters. Kiel ([1]).

Tome XCV, nos 2257-2280; 1879.

Goldney (*G.-A.*). — Observations d'étoiles doubles faites, en 1878, à l'Observatoire de l'Université de Durham. (1-6).

Les observations sont faites avec un équatorial de 6,3 pouces anglais d'ouverture et un micromètre à double image d'Airy.

([1]) Voir *Bulletin*, II_2, 121.

Bakhuyzen (*S.*) et *Kapteyn* (*J.-C.*). — Observations des étoiles de l'amas de Persée, faites en 1876-1877 à l'héliomètre de Leyde. (6-14).

Oppolzer (*Th.*). — Note sur le développement du quotient différentiel de l'anomalie vraie et du rayon vecteur en fonction de l'excentricité dans les orbites voisines d'une parabole. (13-16).

Bredikhine (*Th.*). — Note sur la mesure des longueurs d'onde des bandes lumineuses du spectre de la comète de Brorsen. (15-16).

Les bandes lumineuses ont pour longueur d'onde :

A.................	551,3
B.................	513,2
C.................	465,5

Frölich (*O.*). — Réponse aux remarques du Dr Albrecht sur la vitesse de transmission des courants électriques, publiées dans le nº 2244 des *Astronomische*. (17-18).

Peters (*C.-H.-F.*). — Observations diverses, faites en 1876-1878 à l'Observatoire de Hamilton College. (19-20).

Observation du passage de Mercure du 6 mai 1878. Éclipse solaire du 29 juillet 1878. Éclipse de Lune du 12 août 1878. Occultations d'étoiles.

Peters (*C.-H.-F.*). — Observations et orbite parabolique de la comète I de 1878, d'après les observations d'Hamilton College. (21-22).

Wolf (*R.*). — Lettre sur le nombre relatif des taches solaires de 1867 à 1878. (23-24).

Le minimum n'est pas encore atteint en 1878.

Galle (*J.-G.*). — Note sur le calcul des erreurs de déclinaison dans les observations de Flore faites en 1873. (25-28).

Bredikhine (*Th.*). — Sur la constitution probable des queues de comètes. (27-30).

Dans ses études sur les queues des comètes, M. Bredikhine a divisé ces astres en trois classes caractérisées par les valeurs 11, 1,3 et 0,2 pour la force répulsive $1-\mu$. Zöllner a, d'un autre côté, montré que dans la théorie électrique les forces répulsives du Soleil sont inversement proportionnelles aux poids des molécules. L'auteur fait remarquer qu'on arrive alors presque identiquement aux nombres qu'il a déterminés par l'expérience en admettant que les trois types de comètes seraient composés ou d'hydrogène, ou de carbone, ou de fer.

Pickering (*E.-C.*). — Appel aux astronomes pour la détermination des grandeurs des étoiles voisines de la Polaire. (29-32).

Bakhuyzen (*S.*) et *Kapteyn* (*J.-C.*). — Observations méridiennes des étoiles employées par M. Gill pour les observations de Mars, faites en 1877 au cercle méridien de l'Observatoire de Leyde. (33-42).

Thraen (*K.*). — Détermination des éléments de (189) Phthia d'après cinq positions normales de la planète en 1878. (41-46).

Lamp (*E.*). — Éphéméride de la comète de Brorsen pour mai et juin 1879. (45-46).

Tempel (*W.*). — Découverte et observations de la comète II de 1867, faites à Arcetri en avril et mai 1879. (45-46).

Zona (*T.*). — Éléments d'Ismène (190). (47-48).

Doolittle (*C.-L.*). — Note sur les déclinaisons moyennes et les mouvements propres de 58 étoiles ainsi que sur la latitude de l'Observatoire Sayre. (49-62).

La latitude de l'Observatoire Sayre, dépendant de l'Université de Lehigh (Pensylvanie), est fixée à

$$40^\circ 36' 23'',887 \pm 0'',036.$$

Holetscheck (*J.*). — Observations méridiennes de petites planètes, faites en 1878-1879 à l'Observatoire de Vienne. (61-64).

Knorre (*V.*). — Observations des planètes (195) et (196), faites à Berlin en mai 1879. (63-64).

Ventosa (*M.-V.*). — Observations méridiennes de la planète (192), faites à Madrid en avril 1879. (63-64).

Oppenheim (*H.*). — Note sur les orbites des planètes (190) Ismène et (189) Phthia. (65-68).

Harzer (*P.*). — Éléments et éphéméride de la comète périodique de Brorsen. (67-70).

Les éléments anciens sont corrigés à l'aide des observations de l'apparition de 1879.

Meissel. — Note sur la résolution des triangles sphériques. (69-74).

Robbers (*J.*). — Éléments et éphéméride de (182), calculés d'après quatre observations. (73-76).

Gautier (*R.*). — Éphéméride de la comète II de 1867 (comète de Tempel) pour les mois de mai, juin, juillet et août 1879. (77-80).

Les éléments anciens ont été corrigés d'après les observations d'avril 1879.

Seyboth (*J.*). — Éléments elliptiques définitifs de la comète III de 1874 (comète de Coggia) d'après les observations méridiennes de Moscou. (79-80).

La période de la comète serait de 5711 ans.

Doberck (*W.*). — Note sur la distribution des orbites planétaires. (81-82).

Birmingham (*J.*). — Observation d'un nouveau cratère lunaire, situé entre Landsberg et Rheinhold. (81-82).

Bakhuyzen (*S.*). — Note sur les ascensions droites des étoiles de M. Gill et sur l'erreur personnelle dans l'observation des étoiles de diverses grandeurs. (81-96).

L'auteur montre par des expériences directes que le passage d'une étoile derrière un fil est observé d'autant plus tard que l'étoile est plus faible. Il y a donc dans les observations de passage une sorte d'équation personnelle, fonction de l'éclat de l'étoile observée.

Souchon (*A.*). — Note sur une inégalité du quatrième ordre qui existe dans les moyens mouvements des satellites Titan et Japhet de Saturne. (97-102).

Watson (*J.-C.*). — Note sur son observation de la planète intra-mercurielle pendant l'éclipse du 29 juillet 1878. (101-106).

L'auteur s'attache à défendre contre les critiques de M. Peters les procédés employés par lui dans l'observation de l'éclipse.

M. Watson annonce ensuite qu'il doit prendre, le 1er octobre 1879, la direction d'un nouvel Observatoire construit à Madison (Wisconsin) par M. C. Washburn, l'ancien gouverneur de l'État. Il est remplacé à Ann-Arbor par l'un de ses élèves, le professeur M. W. Harrington.

Bruhns (*C.*). — Observations de petites planètes, faites en 1878-1879 à l'équatorial de l'Observatoire de Leipzig. (105-110).

Hall (*A.*). — Note sur le mouvement d'Hypérion. (109-112).

M. A. Hall a déterminé à nouveau les éléments de l'orbite d'Hypérion par la combinaison des observations faites en 1852-1853 par M. Lassel et des positions obtenues en 1875 à Washington.

Pritchett (*C.-W.*). — Observations des satellites de Saturne, faites en 1878 à l'Observatoire de Glasgow (Missouri). (113-120).

Tebbutt (*J.*). — Éclipses des satellites de Jupiter, observées en 1878 à Windsor (N. S. W.). (119-122).

Société des Sciences de Harlem. — Programme des questions proposées pour les prix à décerner en 1881. (121-124).

1° Calculer d'une manière rigoureuse l'orbite de la comète de 1815, qui, observée par Olbers, doit revenir à son perihelie en 1887.

2° Faire la critique du Memoire de M. Serpieri relatif à la lumière zodiacale, qui ne serait, suivant l'astronome italien, qu'un phénomène de l'atmosphère de la Terre.

Tebbutt (*J.*). — Observations de la comète de Brorsen, faites en février et mars 1879 à Windsor. (123-126).

Sawyer (*E.*). — Note sur l'étoile variable R du Bouclier. (125-126).

Beck (*A.*). — Occultation des Pléiades, observée à Riga le 31 janvier 1879. (127-128).

Borelly. — Découverte de la planète (198), faite le 14 juin 1879 à Marseille. (127-128).

Swift (*L.*). — Découverte d'une comète (comète III de 1879), faite à Rochester le 20 juin 1879. (127-128).

Winnecke. — Observation de la comète Swift, faite à Strasbourg le 21 juin 1879. (127-128).

Albrecht. — Résumé des observations de différences de longitude faites en Allemagne par le Service géodésique. (129-142).

Les determinations telegraphiques de longitude faites pendant ces dernières annees en Allemagne ont couvert le territoire d'une sorte de réseau de triangles, en sorte que la difference de longitude de deux points peut, en général, être obtenue à l'aide de plusieurs trajets électriques differents. Entre les divers résultats immédiats des determinations astronomiques, il existe donc une série d'équations de conditions propres à compenser les erreurs accidentelles.

En tenant compte de ces conditions, M. Albrecht arrive aux résultats suivants :

	Différence de longitude.
	m s
Berlin-Greenwich	— 53.34,908
» Paris	— 44.13,883
» Bregenz	— 14.28,586
» Vienne	+ 11.46,312
» Altona	— 13.48,555
» Wilhelmshaven	— 20.59,700
» Leyde	— 35.38,557
» Bonn	— 25.11,615
» Mannheim	— 19.44,393
» Strasbourg	— 22.30,206
» Munich	— 7. 8,778
» Prague	+ 4.17,049
» Leipzig	— 4. 0,891
» Brocken	— 11. 6,463
» Göttingue	— 13.48,666

Cruls (*L.*). — Observations de la comète II de 1867 (comète de Tempel), faites à Rio-Janeiro en mai 1879. (141-142).

Tupman (*G.-L.*). — Observations de la planète (196), faite à Greenwich en mai 1879. (141-142).

Winnecke. — Observations de la comète II de 1879, faites à Strasbourg. (143-144).

Borelly. — Observations de la planète (198), faites à Marseille les 13 et 14 juin 1879. (143-144).

Kühnert (*F.*). — Remarques sur la nouvelle méthode de M. Oppolzer pour le calcul des oppositions des planètes. (145-150).

Holetschek (*J.*). — Observations d'occultations et d'éclipses des satellites de Jupiter, faites à Vienne en 1877 et 1878. (149-152).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations de la comète de Brorsen, faites en 1879 à Athènes. (153-156).

Bredikhine (*Th.*). — Remarques sur la constitution des queues des comètes. (155-156).

Holetschek (*J.*). — Éléments et éphéméride de la comète de Swift, comète III de 1879. (157-158).

Bruhns (*C.*). — Observation de la comète II de 1879, faite à Leipzig. (158-159).

Rodgers (Amiral *J.*). — Observations de petites planètes, faites en 1876 à l'Observatoire naval de Washington. (160-172).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations du Soleil, faites en vue de la recherche de la planète intra-mercurielle. (173-174).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations de la comète II de 1867 (comète de Tempel), faites à Athènes en 1879. (173-174).

Tupman (*G.-L.*). — Observation de la comète II de 1879, faite à Greenwich le 25 juin 1879. (173-174).

Rodgers (Amiral (*J.*). — Observations de petites planètes, faites en 1876 à l'Observatoire naval de Washington. (175-188).

Zelbr (*K.*). — Éléments paraboliques et éphéméride de la comète III de 1879 (comète de Swift). (187-188).

Anton (*F.*).— Observation de la comète III de 1879, faite à Vienne le 26 juin 1879. (187-188).

Winnecke. — Observations, éléments et éphéméride de la comète III de 1879. (189-190).

Hall (*A.*). — Note sur Saturne. (191-192).

En appliquant les théories de Laplace, l'auteur montre que la densité de Saturne va en augmentant de la surface vers le centre, et, comme la densité moyenne de Saturne est les $\frac{3}{4}$ de celle de l'eau, il faut que le liquide qui couvre sa surface ait une très faible densité.

Konkoly (*N. von*). — Observations du spectre de la comète de Brorsen. (193-196).

Les trois bandes lumineuses du spectre ont la même réfrangibilité que les trois lignes brillantes de l'hydrogène carbone.

Schwab (*F.*). — Observations d'étoiles variables, faites en 1878 à Klausenburg. (195-198).

Doberck (*W.*).— Note sur l'éclat et la parallaxe des étoiles doubles. (197-200).

Tempel (*W.*). — Observations de la comète II de 1867, faites à Arcetri pendant son retour de 1879. (199-202).

Todd (*D.-P.*). — Observations des satellites de Jupiter, faites en 1878 à Washington. (201-204).

Doberck (*W.*). — Note sur la distribution des étoiles doubles. (205-206).

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte de la planète (199), faite à Clinton le 10 juillet 1879.

Sadebeck (*M.*). — Tables pour le calcul des différences de distance sur le sphéroïde et sur la sphère. (207-220).

Gasparis (*A. de*). — Note sur une simplification du calcul des perturbations. (221-222).

Winterberg. — Note sur les lignes géodésiques. (223-228).

Fabritius. — Note sur les observations de l'étoile n° 37 de la zone + 89° du Catalogue de Bonn. (229-234).

Boss (*L.*). — Observations de la comète III de 1879 (comète de Swift), faites à l'Observatoire de Dudley. (233-236).

Lamp (*E.*). — Observations des comètes de Brorsen (II de 1867) et de la comète de Swift (III de 1879), faites en 1879 à l'Observatoire de Kiel. (235-238).

Tupman (*G.-L.*). — Observations de la comète de Swift (III de 1879), faites à l'Observatoire de Greenwich. (235-238).

Winterberg. — Note sur les lignes géodésiques (suite). (239-250).

Hartwig (*E.*). — Note sur la position de l'axe de Mars pendant l'opposition de 1879. (251-254).

Tietjen (*F.*). — Lettre au rédacteur. (253-254).

La planète découverte par M. Peters le 10 juillet est Frigga.

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte de la planète (199), faite à Clinton le 28 juillet 1879. (253-254).

Palisa. — Découverte de la planète (200), faite à Pola le 7 août 1879. (253-254).

Marth (*A.*). — Éphéméride des cinq satellites intérieurs de Saturne pour 1879. (255-268).

Leistmann. — Éléments et éphéméride de la comète de Swift. (269-270).

Safford. — Éléments de la comète de Swift (comète III de 1879). (269-270).

Palisa. — Découverte d'une comète (comète V de 1879), faite à Pola le 21 août 1879. (269-270).

Winterberg. — Note sur les lignes géodésiques (suite). (271-280).

Marth (*A.*). — Éphéméride des satellites de Saturne en 1879. (279-284).

Lamp (*E.*). — Observation de la comète Palisa, V de 1879, faite à Kiel le 24 août. (283-284).

Konkoly. — Observations du spectre des météorites, faites à O-Gyalla. (283-286).

Hartwig. — Découverte d'une comète (IV de 1879), faite à Strasbourg le 24 août. (285-286).

Bruhns (*C.*). — Observations des comètes de Palisa (V de 1879) et d'Hartwig (IV de 1879), faites à Leipzig le 26 août. (285-286).

Strasser (*G.*). — Observations méridiennes de planètes, faites en 1878 à Kremsmünster. (287-290).

Palisa (*J.*). — Observations de petites planètes, faites en 1879 à Pola. (291-296).

Klein (*H.-J.*). — Note sur le nouveau cratère lunaire voisin de Hyginus. (297-300).

Franz (*J.*).— Éléments de la comète de Swift, comète III de 1879. (299-300).

Zelbr (*K.*). — Éléments et éphéméride de la comète de Palisa, comète V de 1879. (299-302).

Peter (*B.*). — Observations des comètes Palisa (V de 1879) et Hartwig (IV de 1879), faites à Leipzig le 28 août. (301-302).

Bruhns (*C.*). — Observations de la comète de Brorsen, faites en 1879 à Leipzig. (303-308).

Peter (*B.*). — Observations de petites planètes, faites en 1879 à l'équatorial de Leipzig. (307-314).

Bruhns (*C.*). — Lettre relative à l'Observatoire privé du baron d'Engelhardt à Dresde. (313-314).

Cet Observatoire, situé dans Leubnitzer Strasse, a pour position géographique :

Longitude est de Berlin..........	$1^m 18^s,37$
Latitude nord....................	$51°2' 30'',95$

Il renferme un instrument de passage de Cook avec lunette de 50^{mm} d'ouverture et un équatorial de Grubb avec lunette de 306^{mm} d'ouverture.

Engelhardt (Baron *d'*). — Observations de la comète de Brorsen, faites à Dresde en avril et mai 1879. (313-314).

Hartwig. — Éléments et éphéméride de la comète IV de 1879. (315-316).

Copeland (*R.*). — Observations, éléments et éphéméride de la comète V de 1879. (317-318).

Swift (*L.*). — Lettre relative à la découverte de la planète intramercurielle par le Dr Watson et lui-même. (319-324).

L'auteur revient sur les circonstances qui ont accompagné son observation de l'éclipse du 28 juillet 1878 et s'attache à réfuter les critiques dont cette observation a été l'objet de la part du Dr Peters.

Oudemans (*J.-A.-C.*). — Note sur l'invention de l'oculaire, dit *oculaire négatif*. (323-330).

Une étude comparative du texte de la *Dioptrique* d'Huygens, des passages du *Systema saturnium*, où il est parlé des procédés d'observation, et de deux paragraphes du *Ragguaglio* de Campani conduit M. Oudemans à formuler les conclusions suivantes :

C. Huygens est l'inventeur de l'oculaire négatif à deux lentilles.

L'invention remonte probablement à l'année 1655; dans tous les cas, l'oculaire a été employé dès le 19 février 1656.

Dans l'oculaire de Huygens, qui n'était pas achromatique, les quantités f, d et f' étaient dans le rapport des nombres 4, 2 et 1.

L'oculaire de Campani, employé à Rome en 1664, se composait de trois lentilles et avait la disposition d'un oculaire terrestre.

Hall (*N.-A.*) et *Holden* (*E.-S.*). — Observations du compagnon de Sirius, faites à Washington en 1878-1879. (329-330).

Doberck (*W.*). — Nouveaux éléments de Σ3062. (331-332).

Ces éléments représentent l'ensemble des observations faites de 1782 à 1877.

Bruhns (*C.*). — Observations de la comète périodique de Tempel (II de 1867), faites à Leipzig en mai 1879. (333-334).

Hartwig (*E.*). — Notes sur la découverte de la comète IV de 1879. (335-336).

Rodgers (Amiral *J.*). — Avis sur la transmission des Livres et Mémoires destinés à l'Observatoire de Washington. (335-336).

Franz (*J.*). — Éléments de (151). (337-342).

Doberck (*W.*). — Note sur les couleurs des étoiles doubles qui tournent autour l'une de l'autre. (341-346).

M. Doberck a forme une serie de Tableaux indiquant pour chaque couleur de l'étoile principale le nombre de fois que le compagnon a une teinte determinée.

Millosevich (*E.*). — Observation de l'éclipse partielle de Soleil du 19 juillet 1879, faite à l'Observatoire de la Marine à Venise. (345-346).

Doberck (*W.*). — Notes sur l'éclat relatif des composantes des étoiles doubles. (347-350).

Zelbr (*K.*). — Éléments et éphéméride de la comète V de 1879. (349-350).

Jedrzejewicz. — Description de son Observatoire particulier, construit à Plónsk. (353-360).

La position geographique de l'Observatoire est :

Longitude est de Berlin............	$0^h 28^m 29^s$
Latitude nord..............	$52° 37' 38'',8$

L'Observatoire renferme une lunette meridienne de 2 pouces d'ouverture et un équatorial de 162^{mm} d'ouverture construit par Steinheil.

Le Dr Jedrzejewicz s'occupe de mesures d'etoiles doubles.

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations sur les étoiles variables, faites à Athènes en 1878-1879. (359-366).

Peters (*C.-F.-W.*). — Observations de la comète de Brorsen, faites en 1879 à l'Observatoire de Kiel. (365-368).

Peter (*B.*). — Éléments et éphéméride de la comète V de 1879. (367-368).

Marth (*A.*). — Note sur le mouvement et éphémérides des satellites de Mars en 1879. (369-380).

Possner (*H.*). — Note sur l'étoile variable σ de Persée. (379-380).

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte des planètes (202) et (203), faites à Clinton les 23 et 27 septembre 1879. (379-380).

Kowalczyk. — Observations de planètes faites au cercle méridien de Varsovie de 1875 à 1879. (381-382).

Doberck (*W.*). — Éléments de l'étoile double $O\Sigma 298$. (383-384).

Bredikhine (*Th.*). — Remarques sur la tache rouge qui se montre sur Jupiter. (383-384). G. R.

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK, herausgegeben von C.-W. BORCHARDT [1].

Tome LXXXVI; 1879.

Frobenius (*G.*). — Sur les équations homogènes aux différentielles totales. (1-19).

L'intégration des équations aux différentielles totales de trois variables et qui satisfont la condition d'intégrabilité a été enseignée par Euler dans une série d'exemples dont les coefficients sont presque toujours des fonctions homogènes de même ordre (*Inst. Calc. int.*, vol. III, p. 1-26). Cette observation a suggéré à M. Frobenius l'idée de s'occuper du problème général de rechercher les propriétés des équations homogènes aux différentielles totales entre n variables. A cet effet, il rappelle brièvement, au premier paragraphe, quelques théorèmes généraux puisés dans son Mémoire sur le problème de Pfaff (même Journal, t. LXXXII). Le deuxième paragraphe sert à étudier les changements que subit la classe d'une expression différentielle, lorsqu'on la multiplie par un facteur ou qu'on lui ajoute une différentielle complète. La classe d'une expression différentielle est égale au nombre minimum de variables indépendantes à l'aide desquelles l'expression différentielle peut être représentée. Des théorèmes généraux sur l'expression différentielle $a_1 dx + a_2 dx + \ldots + a_n dx$, où $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont des fonctions homogènes du même degré g, font l'objet du troisième paragraphe. Ces théorèmes sont mis en usage au § 4 pour transformer dans quelques exemples cette même expression différentielle en certaines formes appelées *réduites*. L'équation différentielle $a_1 dx_1 + a_2 dx_2 + a_3 dx_3 = 0$, où a_1, a_2, a_3 sont des fonctions homogènes du second degré, se trouve traitée au § 5, et enfin le § 6 donne une généralisation de l'équation différentielle de Jacobi.

[1] Voir *Bulletin*, III_2, 139.

Stickelberger (*L.*). — Sur des faisceaux de formes bilinéaires et quadratiques. (20-43).

Au commencement de son Memoire, M. Stickelberger revient aux difficultes qui se presentent quand on transforme en somme de carres une forme quadratique, au moyen de la formule generale de Jacobi. C'est en se servant d'une transformation prealable de la forme donnee et en la joignant a la transformation de Jacobi qu'on parvient a la representation très elegante, en somme de carres, d'une forme quadratique, telle que M. Darboux l'a employee dans ses recherches sur ces formes. Cependant M. Stickelberger trouve que les suppositions faites par M. Darboux ne sont pas toujours realisees. Une difficulte semblable s'offre dans l'application de la formule de Jacobi faite par M. Weierstrass a la reduction de faisceaux de formes quadratiques. M. Darboux a perfectionne la forme de la representation de M. Weierstrass, en reunissant la substitution donnee par M. Weierstrass a la formule de Jacobi. Cependant, tout en rehaussant la clarte du sujet par son procede, il n'en a pas donne une demonstration rigoureuse où il aurait fallu montrer qu'on peut toujours satisfaire aux conditions de l'application de la formule par un choix convenable des constantes qui y rentrent.

A l'occasion d'une application de l'analyse de M. Weierstrass, M. Stickelberger a reconnu, au moyen d'un procede indirect, que la difficulte peut toujours être levee par la substitution signalee en même temps par l'illustre geometre; mais tous ses efforts pour remplacer sa methode par une autre directe ont echoue. Quoi qu'il en soit, son procede indirect fait ressortir de nombreuses consequences necessaires aux recherches ulterieures et, par suite, non depourvues d'interêt. Voila pourquoi l'auteur developpe d'abord la methode de reduction de M. Weierstrass pour les faisceaux de formes bilineaires ou quadratiques. A cet effet, il prend un chemin qui n'ecarte pas la difficulte inherente a la deduction de M. Darboux, mais qui sert a l'eviter, et enfin il tire de ses considerations des regles d'après lesquelles on peut choisir les quantites dont depend la reduction.

§ 1. Reduction de faisceaux de formes bilineaires. — § 2. L'equivalence de faisceaux de formes bilineaires. — § 3. Transformation du parametre d'un faisceau de formes. — § 4. Explication de la proposition I a l'aide d'un exemple. — § 5. Choix symetriques des constantes $u_\alpha^{(i)}$, $v_\alpha^{(i)}$.

Frobenius (*G.*). — Sur l'invariant gauche d'une forme bilinéaire ou quadratique. (44-71).

Deux formes bilineaires $A = \Sigma a_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta$ et $B = \Sigma b_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta$ s'appellent *congruentes* si A peut être transformee en B par des substitutions cogredientes lineaires et dont le determinant ne s'evanouit pas. Or les mêmes substitutions changent a la fois la forme conjuguee $A' = \Sigma a_{\beta\alpha} x_\alpha y_\beta$ de A en B', forme conjuguee de B, par consequent, elles transformeront aussi le faisceau de formes bilineaires $rA - A'$ en $rB - B'$. Designant donc le determinant de substitution par p et le determinant d'une forme bilineaire G par $|G|$, on aura

$$|rB - B'| = |rA - A'|\, p^2.$$

Si le determinant du faisceau $rA - A'$ ne s'evanouit pas identiquement pour toute valeur de r, on en tire

$$p^2 = |rB - B'| : |rA - A'|.$$

Il faut donc que le second membre de cette equation soit independant de r et que, pour toutes les substitutions en nombre infini qui transforment A en B, le carré du déterminant ait la même valeur. Or deux cas sont alors possibles : le déterminant p peut avoir une même valeur pour toutes ces substitutions, ou bien tantôt l'une, tantôt l'autre de deux valeurs opposées. C'est pourquoi M. Frobenius a traité le problème de discerner sous quelle condition le premier cas ou le deuxième se produit, et encore celui de déterminer le signe du module de transformation p au premier cas, sans recourir à une substitution qui change A en B.

De même que pour deux formes congrues bilinéaires, on peut demander la valeur du déterminant de substitution pour deux faisceaux équivalents de formes quadratiques. La réponse à cette question exige des moyens bien differents de ceux qu'on a employés à la solution du premier problème. Tandis que celui-ci roule principalement sur le théorème qu'un déterminant gauche de degré pair est le carré d'une fonction entière de ses éléments, la solution de la seconde question, qui est beaucoup plus compliquée, revient à la duplication d'une certaine forme de degré n à n variables, décomposable en facteurs linéaires et qui est un contravariant du faisceau de formes quadratiques.

§ 1. Le déterminant de la transformation d'une forme en elle-même. — § 2. Calcul de l'invariant gauche d'une forme bilinéaire dans deux cas spéciaux. — § 3. Théorème de Sylvester sur les déterminants. — § 4. Representation générale de l'invariant gauche d'une forme bilinéaire. — § 5. Sur le contravariant décomposable, de degré n, d'un faisceau de formes bilinéaires à $2n$ variables. — § 6. Sur un cas spécial du théorème établi. — § 7. Démonstration du théorème du § 5. — § 8. L'invariant gauche d'un faisceau de formes quadratiques. — § 9. Représentation rationnelle de l'invariant gauche.

Killing (*W.*). — Sur deux formes de l'espace à courbure constante et positive (ayant rapport au Mémoire de M. Newcomb, au tome LXXXIII du même Journal). (72-83).

M. Newcomb assigne à la forme de l'espace qu'il a étudiée toutes les propriétés supposées ou explicitement ou implicitement par Euclide, à l'exception de deux : il demande que la droite se ferme, et il exprime la distance de deux points situes sur les côtés d'un angle α, à la distance r du sommet, par la formule

$$S = \frac{2\alpha D}{\pi} \sin \frac{r\pi}{2D},$$

où $2D$ désigne les longueurs de la ligne droite. Il montre que ces hypothèses sont propres à servir de fondement à une forme de l'espace qui coïncide avec la forme euclidienne pour les parties infiniment petites. La forme établie a beaucoup de ressemblance avec celle qu'a trouvée Riemann. Cependant plusieurs proprietes déduites par M. Newcomb sont en contradiction directe avec quelques consequences qu'avait tirées Riemann pour sa forme de l'espace. M. Newcomb, prenant les deux formes pour identiques, signale donc ces assertions de Riemann comme incorrectes. Tout au contraire, M. Killing montre, en premier lieu, que les propositions en question s'ensuivent en toute rigueur des hypothèses de Riemann; en second lieu, il montre comment les équations de la Géométrie de Riemann peuvent s'appliquer à une autre forme de l'espace, identique avec celle qu'a étudiée M. Newcomb; enfin il développe des considérations qui permettent de déduire la seconde forme de la première par une voie purement géométrique.

Reye (*Th.*). — Sur les systèmes de rayons de la seconde classe et sur la surface de Kummer de quatrième ordre à seize points nodaux. (84-107).

M. Kummer a découvert l'existence de sept systèmes essentiellement différents de rayons de second ordre sans courbes focales, et il a développé les propriétés les plus importantes de leurs surfaces focales. Peu de temps après, l'une de ces surfaces, la surface kummérienne de quatrième ordre et de quatrième classe, douée de seize points nodaux et de 16 plans tangents singuliers, a attiré de nouveau l'attention des géomètres comme surface des singularités du complexe général du second degré; et enfin, tout récemment, les relations remarquables qu'elle a avec les fonctions θ de deux variables ont fait le sujet de plusieurs Mémoires publiés au même Journal. La Géométrie synthétique n'avait pas encore trouvé de chemin pour aborder ces systèmes de rayons du second ordre et leurs surfaces focales.

M. Reye a maintenant réussi à s'emparer de ce sujet par les seules ressources de la Géométrie pure; c'est ainsi qu'il est parvenu à l'etude de tous ces systèmes de rayons, excepté celui de sixième classe et de première espèce. Pour plus de clarté, il se borne à développer les systèmes de rayons de seconde classe, systèmes réciproques à ceux que nous venons de mentionner. L'étude géométrique de ces systèmes se simplifie en ce qu'ils sont mis en relation projective avec des réseaux ordinaires de rayons et que leurs surfaces nodales sont représentées d'une manière uniforme sur une des surfaces connues du quatrième ordre. Les systèmes de second ordre et de seconde classe et la surface de Kummer font l'objet d'une recherche détaillée qui termine le Mémoire.

Milinowski. — La représentation de sections coniques sur des cercles. (108-115).

La Note contient une méthode qui sert à développer la théorie des propriétés harmoniques et focales des sections coniques, de même que les théorèmes de Pascal et de Brianchon, à l'aide d'une représentation des sections coniques sur des circonférences, sans qu'on ait besoin d'abandonner la Géométrie du plan et de recourir à la Géométrie du cône.

Sturm (*R.*). — Représentation de formes binaires sur la courbe gauche cubique. (116-145).

Frobenius (*G.*). — Théorie des formes linéaires à coefficients entiers. (146-208).

Si l'on transforme les deux formes bilinéaires

$$A' = \Sigma a'_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta, \quad A'' = \Sigma a''_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta$$

des variables $x_1, y_1, \ldots, x_n, y_n$ par les substitutions linéaires

$$(\mathrm{P.})\, x_\alpha = \sum_\gamma p_{\gamma\alpha} x'_\gamma, \quad (\mathrm{Q.})\, y_\beta = \sum_\delta q_{\beta\delta} y'_\delta$$

en celles-ci

$$B' = \Sigma b'_{\gamma\delta} x'_\gamma y'_\delta, \quad B'' = \Sigma b''_{\gamma\delta} x'_\gamma y'_\delta,$$

la forme $A = rA' + A'' = \Sigma a_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta$, contenant le paramètre indéterminé r, se change par les mêmes substitutions en $B = rB' + B'' = \Sigma b_{\gamma\delta} x'_\gamma y'_\delta$. Si les déterminants des substitutions (P.), (Q.) ne s'évanouissent pas, les substitutions inverses

$$(R.)\, x'_\gamma = \sum_\alpha r_{\alpha\gamma} x_\alpha, \quad (S.)\, y'_\delta = \sum_\beta s_{\delta\beta} y_\beta$$

rechangent la forme B en A. La totalité des formes $rA' + A''$, qui s'obtiennent quand on donne au paramètre r toutes les valeurs nouvelles, s'appelle un *faisceau* de formes, et deux faisceaux de formes sont appelés *équivalents* lorsqu'ils permettent la transformation réciproque que nous venons de décrire. Si les déterminants des deux faisceaux A et B ne s'évanouissent pas identiquement, la condition nécessaire et suffisante de l'équivalence consiste, selon M. Weierstrass, en ce que, pour $\lambda = 1, 2, \ldots, n$, le plus grand diviseur commun d_λ des determinants de degré λ de A soit égal à celui des determinants de degré λ de B. L'equation $A = B$ devenant identique en vertu des substitutions P et S, il s'ensuit

$$\sum_\alpha p_{\gamma\alpha} a'_{\alpha\beta} = \sum_\delta b'_{\gamma\delta} s_{\delta\beta}, \quad \sum_\alpha p_{\gamma\alpha} a''_{\alpha\beta} = \sum_\delta b''_{\gamma\delta} s_{\delta\beta}.$$

Si A et B sont équivalentes, ces équations homogènes linéaires au nombre de $2n^2$ entre les $2n^2$ inconnues $p_{\gamma\alpha}$, $s_{\delta\beta}$ doivent avoir un déterminant qui s'annule, et il est nécessairement possible d'attribuer aux constantes arbitraires qui entrent dans leur solution la plus générale des valeurs telles que les déterminants de degré n, $|p_{\gamma\alpha}|$ et $|s_{\delta\beta}|$ soient différents de zéro. C'est ainsi qu'on obtient la substitution P, et en résolvant les équations linéaires S on parvient à la substitution Q.

Des opérations rationnelles suffisent donc pour discerner si deux formes données sont équivalentes ou non, et des opérations rationnelles ouvrent la voie qui mène, dans le premier cas, à toutes les substitutions de transformation pour les deux formes. Tout au contraire, les autres démonstrations connues de la proposition de M. Weierstrass utilisent des opérations irrationnelles; car elles reviennent à mettre A sous une forme réduite dont les coefficients dependent de l'équation $|a_{\alpha\beta}| = 0$. C'est pourquoi M. Frobenius s'etait proposé, il y a longtemps, de trouver une démonstration où l'on ne rencontrât que des opérations rationnelles. Mais il démêla la solution de ce problème seulement après avoir traité le problème de théorie des nombres qui fait le sujet du Memoire actuel. Il y envisage les différentes formes que subit une forme bilinéaire à coefficients entiers quand on introduit de nouvelles variables, soit pour les deux séries de variables, soit pour une seule.

§ 1. Les conditions pour l'équivalence de formes bilinéaires. — § 2. Déterminants unimodulaires. — § 3. Résolution de l'équation $\Sigma a_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta = f$. — § 4. Résolution de l'équation $\Sigma a_{\alpha\beta} x_\alpha y_\beta = f$ d'après une autre méthode. — § 5. La réduction d'une forme bilinéaire à la forme normale. — § 6. Diviseurs élémentaires simples et systèmes de diviseurs elémentaires composés. — § 7. Formes bilinéaires alternées. — § 8. Équations linéaires. — § 9. Modules. — § 10. Congruences linéaires. — § 11. L'équivalence de formes bilinéaires par rapport à un module. — § 12. Équivalence de systèmes de formes linéaires. — § 13. Équivalence de faisceaux de formes bilinéaires.

Reye (*Th.*). — Sur la configuration kummérienne de seize points et de seize plans. (209-212).

La configuration remarquable formée par les seize points nodaux et les seize plans singuliers d'une surface kummérienne du quatrième degré peut se construire, selon M. Weber, linéairement au moyen de six points nodaux, et ceux-ci peuvent avoir, suivant le calcul de M. Weber, une position quelconque. Le travail de M. Reye contient une preuve directe synthetique de cette construction, reposant sur une propriete interessante de l hexagone dans l'espace; d'ailleurs elle montre comment, en partant de l'hexagone, on parvient aux proprietes essentielles connues jusqu'à present de la configuration kummerienne.

Baltzer (*R.*). — Contribution à l'histoire du potentiel. (213-216).

Frobenius et *Stickelberger*. — Sur des groupes d'éléments permutables. (217-262).

La théorie des groupes finis d'elements permutables a éte fondée d'une part par Euler et Gauss, de l'autre par Lagrange et Abel; par ceux-la, dans leurs recherches de theorie des nombres sur les residus des puissances; par ceux-ci, dans leurs travaux sur la résolution des equations. Après ces recherches fondamentales, Gauss et M. Schering ont fait faire des progrès a la theorie. Gauss [*Démonstration de quelques théorèmes concernant les periodes des classes des formes binaires du second degre* (*OEuvres*, II, p. 266)] enseigne la decomposition d'un groupe en groupes primaires dont les ordres sont premiers l'un avec l'autre. M. Schering (*Göttinger Abhandlungen*, t. XIV) apprend a les decomposer en groupes elementaires dont les ordres sont indivisibles chacun par le suivant. La première decomposition de Gauss est completement determinee; celle-ci peut s'executer de differentes manières. Cette remarque a forme le point de depart de la recherche des auteurs du present Memoire, parce qu'elle entraîne la question de savoir s'il y a certaines proprietes communes a toutes ces decompositions. Il resulte d'abord que les ordres des groupes elementaires que M. Schering gagne en decomposant le groupe entier sont des nombres constants, independants du choix des groupes partiels. En combinant encore la decomposition de Gauss avec celle de Schering et en penétrant ainsi aux elements indecomposables des groupes, ils ont enfin reussi, tout en approfondissant la notion des racines primitives, a montrer a quel point les facteurs irreductibles d'un groupe sont independants les uns des autres et a quel point ils sont dependants.

La difficulté principale dans cette recherche, analogue à celle qui se rencontre dans la theorie des nombres entiers complexes, consistait à transformer les notions que presente la theorie elementaire des nombres. Tandis que, par exemple, un nombre s'y appelle *premier* quand il n'est divisible que par l'unite et par lui-même, il fallait nommer ici un groupe *irreductible* quand il ne peut être decompose en deux facteurs sans que l'un d'eux soit egal au groupe entier. Tandis que, dans la théorie elementaire, une racine primitive de la congruence $x^{\mu} \equiv 1$ est un nombre qui n'a aucune puissance inferieure a la $n^{\text{ième}}$ congrue a l'unité, on est porte ici a nommer *primitive* une racine de cette congruence seulement quand cette racine n'a aucune puissance inferieure a la $n^{\text{ième}}$ egale à un residu de $n^{\text{ième}}$ puissance.

§ 1. Definitions. — § 2. L'ordre d'un groupe. — § 3. Puissances et racines primitives. — § 4. Decomposition d'un groupe en facteurs primaires. — § 5. Le rang d'un groupe. — § 6. Decomposition d'un groupe en groupes elementaires. — § 7. Les invariants d'un groupe. — § 8. Decomposition d'un groupe en facteurs irreductibles. — § 9. Élements primitifs d'un groupe. — § 10. Les formes bilineaires adjointes à un groupe. — § 11. Les restes des puissances de nombres rationnels entiers par

rapport à un module compose. — § 12. Les restes des puissances de nombres complexes entiers.

Netto (*E.*). — Contribution à la théorie des variétés. (263-268).

Kantor (*S.*). — Généralisation d'un théorème de Poncelet. (269-278).

Minding. — Sur la théorie des courbes à périmètre minimum et à aire donnée sur des surfaces courbes. (279-289).

Milinowski. — Contribution à la théorie des sections coniques. (290-296).

Nouvelle démonstration de la proposition que les courbes du second ordre engendrees par les formes fondamentales projectives de premier degre ne sont rien autre chose que les sections coniques. La methode fait en même temps ressortir les relations qui existent entre les proprietes focales et les proprictes projectives des sections coniques.

Vogt (*Heinrich*). — Sur un hyperboloide particulier. (297-316).

Si trois des generatrices d'un cône du second ordre sont normales entre elles, le cône contient une infinite de triples rayons normaux. Ce theoreme de Joachimsthal forme le point de depart de la recherche qui developpe d'abord une demonstration elementaire de ce theoreme et une autre, independante de celle-ci, de la proposition correspondante de l'hyperboloïde. L'etude des surfaces du second ordre caracterisees par trois generatrices normales fait voir que ces surfaces jouent dans l'espace le même rôle que l'hyperbole equilatère dans le plan : le cône, en vertu de la relation qu'il a avec le tetraèdre special dont les hauteurs se rencontrent en un point; l'hyperboloide, en vertu de la relation qu'il a avec le tetraedre general. De plus, notre hyperboloide s'oppose a l'hyperboloïde orthogonal, de même que dans le plan l'hyperbole equilatere au cercle. C'est pourquoi l'auteur lui a donne le nom d'*hyperboloide équilatère*.

§ 1. Le cône equilatère. — § 2. L'hyperboloide equilatère. — § 3. L'hyperboloide èquilatère de rotation. — § 4. Relations entre l'hyperboloide equilatere et le tetraèdre. — § 5. Le paraboloide hyperbolique equilatère.

Konigsberger (*L.*). — Sur une relation entre la multiplication complexe des intégrales elliptiques et la réduction de certaines classes d'intégrales abéliennes à des intégrales elliptiques. (317-352).

Sans entrer dans le detail de la recherche, nous nous bornerons à donner l'enonce d'un theorème principal, resultat de la premiere moitie du Memoire :

« Si une integrale abelienne de premiere espèce et de la forme $\int \psi(z)\left(\sqrt[n]{R(z)}\right)^r dz$, ou $n > 2$, doit être reductible a une integrale elliptique, cette reduction n'est possible que pour les cas $n = 3, 4, 6$, et encore les integrales elliptiques auxquelles on peut reduire les integrales $\int \psi(z)\left(\sqrt[3]{R(z)}\right)' dz$, $\int \psi(z)\left(\sqrt[6]{R(z)}\right)' dz$ ont-elles le module

de la multiplication complexe $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$ ou un autre, transformé de celui-ci, tandis que les intégrales elliptiques auxquelles on peut réduire les intégrales abéliennes $\int\psi(z)\left(\sqrt[k]{\mathrm{R}(z)}\right)^r dz$ ont le module de la multiplication complexe $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ou bien un autre, transformé de celui-ci. »

Le reste du Mémoire est consacré à l'étude d'intégrales abéliennes dépendant d'une même irrationnalité $\sqrt[n]{\mathrm{R}(z)}$ et dont la somme est réductible à une intégrale elliptique.

E. L.

IL NUOVO CIMENTO, Giornale fondato per la Fisica e la Chimica da C. MATTEUCCI e R. PIRIA, continuato per la Fisica esperimentale et matematica da E. BETTI e R. FELICI. — Terza serie.

Tome I; 1877.

Rossetti (*F.*). — Nouvelles expériences faites avec le radiomètre de Crookes. (5-10).

Ces expériences engagent l'auteur à conclure que le radiomètre contient un gaz, et que la rotation est due principalement à des rayons calorifiques obscurs ou lumineux et est un effet de l'action calorifique exercée par les faces plus échauffées des palettes sur le gaz environnant.

Beltrami (*E.*). — Considérations sur une loi potentielle. (10-21).

Si $\varphi(r)$ est en général la fonction potentielle élémentaire d'une action à distance et que l'on pose $\psi'(r) = r\,\varphi(r)$, si $h(r)$ est la densité avec laquelle une masse est distribuée à l'intérieur d'une sphère, et si $\varphi(r)$, $h(r)$ ont une expression analytique telle que l'on ait $\varphi(-r) = \varphi(r)$, $h(-r) = h(r)$, l'auteur montre quelle doit être l'expression de la fonction potentielle de la sphère et détermine ensuite le potentiel de la sphère sur elle-même. L'auteur applique ces considérations générales au cas de $\varphi(r) = e^{-\mu r^2}$, $h =$ const., et il en déduit que, si dans l'espace on suppose distribuée uniformément une matière qui agisse sur elle-même avec la loi potentielle $e^{-\mu r^2}$, elle est partout en équilibre. Si, au contraire, tout en conservant la même loi potentielle, la matière est distribuée de façon à avoir $h(r) = \frac{c}{r}$ (et dans ce cas on ne pourrait pas appliquer toutes les conséquences de la théorie générale, parce que h cesse d'être une fonction paire), on a le théorème : « Si dans la matière qui agit suivant la loi potentielle $e^{-\mu r^2}$ se forme une condensation autour d'un point de façon que la densité varie en raison inverse de la distance à ce centre, l'action que la matière ainsi condensée exerce sur un point quelconque s'approche très rapidement, à mesure que l'on s'éloigne du centre de condensation, de la loi newtonienne ». L'auteur, dans un dernier paragraphe, rattache cette théorie à celle de la chaleur.

Pisati (*G.*) et *Saporito-Ricca* (*G.*). — Sur la ténacité du fer à différentes températures. (35-57).

Les résultats des expériences des auteurs concordent avec les résultats obtenus par M. Baudrimont et montrent que la ténacité du fer varie d'une façon irrégulière avec la température. Des résultats analogues se trouvent avec des fils cuits en présence de l'anhydride carbonique.

Ricci-Curbastro (*G.*). — Sur la déduction d'une nouvelle loi fondamentale d'Électrodynamique et sur la manière avec laquelle agissent les forces électro et pondéromotrices entre deux conducteurs filiformes. (58-72; 89-106).

Cet article est une revue des travaux de M. Clausius. L'auteur commence par exposer les considérations présentées par M. Betti dans son Cours sur les fonctions potentielles qui contiennent des termes dépendant des composantes des vitesses, et un théorème de M. Betti sur la manière dont doit dépendre de ces composantes la fonction potentielle, afin que soient vérifiés non seulement le principe des forces vives, mais aussi un principe analogue à celui des aires. Il fait voir ensuite que ces deux principes sont vérifiés en admettant pour l'action élémentaire électrodynamique soit la formule de Weber, soit celle de Riemann, soit enfin celle qu'a proposée M. Clausius. Les deux premières formules ne concordent pas avec l'hypothèse physique de M. Neumann; mais avec la troisième, si l'on est d'accord avec cette hypothèse, on ne peut plus satisfaire le principe de la conservation du mouvement du centre de gravité. L'auteur termine cette revue en montrant que les résultats analytiques de la formule de Clausius sont d'accord avec les résultats expérimentaux.

Naccari (*A.*) et *Bellati* (*M.*). — Sur l'influence de la magnétisation sur la conductibilité thermique du fer. (72-88; 107-124).

Les auteurs ont répété avec plus de soin une expérience de M. Maggi pour déterminer l'influence que l'aimantation pouvait avoir sur la conductibilité du fer pour la chaleur, et ont trouvé que cette influence n'est pas appréciable.

Hoorweg (*J.-L.*). — Sur la propagation du son dans la nouvelle théorie des gaz. (125-133).

Traduction du résumé de ce Mémoire, publié par M. Rühlmann dans les *Beiblätter zu den Pogg. Ann.*

Bartoli (*A.*). — Appareil pour l'étude de la polarisation galvanique. (133-139).

Beltrami (*E.*). — Sur quelques questions d'Électrostatique. (139-157).

Le professeur E. Betti a donné dans les *Atti della R. Accademia dei Lincei* la fonction potentielle d'une ellipse homogène en la déduisant de celle d'un ellipsoïde hétérogène; le professeur Dini en a déduit l'expression de la fonction potentielle d'une ellipse hétérogène, dans laquelle la densité varie suivant une loi connue.

Dans ce Mémoire, M. Beltrami, en se servant des formules de M. Dini, **détermine** la fonction potentielle d'un disque circulaire électrisé par influence sous l'action de forces symétriques autour de l'axe du disque. Il trouve ensuite que la quantité d'électricité libre sur le disque mis en communication avec la terre est donnée par la formule

$$E = \frac{2}{\pi} \int_0 \frac{P(u)\,u\,du}{\sqrt{a^2 - u^2}},$$

dans laquelle a est le rayon du disque, $P(u, z)$ le potentiel des forces électriques d'induction. L'auteur fait, après, une application de ses formules au cas dans lequel les forces émanent d'un point placé sur l'axe du disque.

Pisati (*G.*). — Sur l'élasticité des métaux à différentes températures (181-215; II, 137-153; IV, 152-178; V, 34-49; 135-142; 145-160).

Beltrami (*E.*). — Sur la détermination expérimentale de la densité électrique à la surface des corps conducteurs. (215-233).

Si l'on a un conducteur sphérique chargé d'électricité en présence d'actions électriques et si l'électricité se met en équilibre sur le conducteur, on pourra calculer la quantité d'électricité qui se placera sur une portion très petite de la surface, et il sera permis de considérer cette portion de la sphère comme une petite calotte sphérique. Si maintenant sur le cercle base de cette calotte on construit un hémisphère externe au conducteur et plein de matière conductrice, on pourra regarder les deux conducteurs comme n'en formant qu'un. La distribution de l'électricité viendra à changer, et l'on pourra calculer la quantité d'électricité qui se portera sur la sphère plus petite. L'auteur démontre que cette quantité d'électricité qui va sur la sphère la plus petite est à peu près le triple de celle qui se trouvait sur la calotte de la sphère la plus grande qui avait le même cercle pour base. Ce théorème donne, par conséquent, la manière d'explorer la distribution de l'electricité sur la sphère donnée en prenant comme corps d'épreuve un hémisphère très petit dont la base est concave, afin de pouvoir l'appliquer exactement sur la sphère.

Righi (*A.*). — Recherches expérimentales sur les décharges électriques. (234-268).

L'auteur étudie la forme et la couleur des étincelles électriques dans différents milieux et dans des conditions différentes.

Wiedemann (*G.*). — Sur les propriétés magnétiques des combinaisons chimiques. (269-272; II, 65-72; 252-259; III, 257-269).

Traduction d'un Mémoire important déjà publié dans les *Ann. der Physik und Chemie.*

Tome II; 1877.

Ricci (*G.*). — Sur la théorie électrodynamique de Maxwell. (5-27; 93-116).

Résumé de la partie du Livre de M. Maxwell *Treatise on electricity and magnetism* qui concerne la théorie mathématique de l'électricité fondée sur l'hypothèse de Faraday.

Righi (*A.*). — Recherches sur les décharges électriques. (28-38).

Suite du Mémoire précédent.

Luvini (*G.*). — Miroir vibrant pour la recomposition des couleurs du spectre. (39-42).

Roiti (*A.*). — Sur la propagation du son dans la théorie moderne des gaz. (42-65).

L'auteur, en partant de la théorie de Bernoulli sur les gaz, démontre que la vitesse moléculaire doit être égale à $\frac{3}{2}$ de la vitesse du son et examine quelques travaux d'autres physiciens sur le même sujet.

Pierucci (*F.*). — Sur une modification à la machine de Holtz de seconde espèce. (117-125).

Rossetti (*F.*). — Sur la température des flammes. (126-137).

Avec une pile thermo-électrique formée par un fil de platine et un fil de fer, l'auteur détermine la température de différentes flammes.

Pisati (*G.*). — Sur la dilatation, la capillarité et la viscosité du soufre fondu. (154-161).

L'auteur trouve que la dilatation, la capillarité et la viscosité du soufre fondu présentent un minimum vers 157°-160°, que la capillarité a un maximum vers 170° et la viscosité a son maximum à peu près à 195°. Il trouve aussi une grande différence entre les propriétés du soufre vierge et celles du soufre modifié par la chaleur.

Righi (*A.*). — Recherches expérimentales sur l'interférence de la lumière. (161-174; 181-205).

L'auteur a appliqué à l'étude de la diffraction et de l'interférence de la lumière le spectroscope. Il applique sa méthode à une expérience d'Arago, avec laquelle ce physicien établissait qu'un rayon de lumière polarisée, en entrant dans un cristal de quartz dans la direction de l'axe, se transforme à l'intérieur de ce corps en deux rayons circulaires de directions opposées, qui se propagent avec différentes vitesses. L'auteur tend à prouver que l'expérience d'Arago ne démontre pas l'existence des rayons circulaires sortis du quartz.

Roiti (*A.*). — Expériences pour les leçons. (205-210).

Description de deux appareils qui ont pour objet, le premier de démontrer l'interférence de deux systèmes d'ondes, le second de rendre évidents les effets de la traction sur les fils métalliques.

Cintolesi (*J.*). — Sur un phénomène d'Optique physiologique. (211-216).

Sur les phénomènes de coloration qu'on observe en regardant le ciel à travers un disque tournant et muni de fentes.

Naccari (*A.*) et *Bellati* (*M.*). — Sur le rapport entre le raccourcissement des dimensions transversales d'une barre de caoutchouc étirée et l'allongement. (217-240).

Basso (*G.*). — Phénomènes de magnétisme observés dans le radiomètre. (240-248).

Betti (*E.*). — Sur le potentiel d'un système de conducteurs chargés d'électricité et de cohibents électrisés. (249-252).

Démonstration du théorème : « Le potentiel d'un système de conducteurs chargés d'électricité et de cohibents électrisés d'une façon quelconque est égal au potentiel des cohibents que l'on aurait quand tous les conducteurs seraient mis en communication avec la terre, plus le potentiel que l'on aurait pour les conducteurs soustraits à l'action des cohibents lorsque dans l'expression de ce potentiel on remplacerait les quantités d'électricité communiquées à chaque conducteur, ces mêmes quantités diminuées de celles qui resteraient sur les conducteurs si sous l'action des cohibents ils avaient été mis en communication avec la terre. »

Szily (*C.*). — Le principe de Hamilton et le second principe de la Thermodynamique. (259-262).

Résumé d'un Mémoire inséré dans le vol. CXLV des *Annales de Poggendorff*, dans lequel on déduit le second principe de la Thermodynamique du principe de Hamilton.

Tome III; 1878.

Roiti (*A.*). — La viscosité et l'élasticité subséquentes (*elastische Nachwirkung*) dans les liquides. (5-49).

Des oscillations d'une aiguille aimantée dans un liquide l'auteur déduit qu'une surface liquide peut, en certaines circonstances, acquérir, plutôt qu'une simple augmentation de viscosité, toutes les propriétés caractéristiques de ces actions moléculaires qui ont été observées dans les solides et ont reçu le nom d'*élasticité subséquente* ou *de retour*.

Marangoni (*C.*). — Défense de la théorie de l'élasticité superficielle des liquides. (50-68; 97-115; 193-211).

Pick (*E.*). — Sur un nouveau tellure. (68-71).

Appareil qui sert à montrer les changements des saisons, etc.

U. G. — Observations au Mémoire de l'ingénieur G. Grattarola, intitulé « De l'unité cristallonomique en Minéralogie. » (115-123).

Naccari (*A.*) et *Bellati* (*M.*). — Sur l'intensité du phénomène de Peltier à différentes températures. (123-162).

Ce Mémoire concerne principalement la vérification d'une théorie de Thomson.

Roiti (*A.*). — Sur la détermination des constantes des électromoteurs de Holtz et sur les courants donnés par ces électromoteurs. (163-183).

Parmi les résultats de l'auteur, citons les suivants : « La force électromotrice de la machine de Holtz est à peu près proportionnelle à la vitesse, et la résistance intérieure est approximativement indépendante de la vitesse. »

Righi (*A.*). — Sur la vitesse de la lumière dans les corps transparents magnétisés. (212-234).

Righi (*A.*). — Sur la concentration d'une solution magnétique au pôle d'un aimant. (235-237).

Rossetti (*F.*). — Sur la température du Soleil. (238-256).

Après avoir établi une formule différente de celles employées jusqu'à présent pour déduire la température d'un corps de son irradiation, l'auteur en fait l'application à la détermination de la température du Soleil; il trouve qu'elle ne doit pas être de beaucoup inferieure à 10 000° C. quand on tient compte de l'absorption de l'atmosphère terrestre, ni de beaucoup supérieure à 20 000° quand on veut tenir compte de l'absorption produite par l'atmosphère du Soleil.

Villari (*E.*). — Étude sur la chaleur développée par l'étincelle électrique dans des gaz différents. (270-274).

Le résultat des recherches de ce physicien est que l'échauffement du thermomètre croît proportionnellement à la quantité d'électricité qui se trouve dans la batterie.

Tome IV; 1878.

Villari (*E.*). — Sur le pouvoir émissif et sur la différente nature de la chaleur émise par différents corps échauffés à 100°. (5-34).

Beltrami (*E.*). — Sur quelques propositions de Clausius. (35-53).

Cette Note contient la démonstration simple de quelques formules contenues dans les Appendices de la troisième édition du Livre de M. Clausius, « Die Potentialfunction und das Potential ». Nous signalerons la formule, qui n'a pas été donnée par M. Clausius,

$$\int_\sigma \frac{d}{dn'}\left(r^2 \frac{dr}{du}\right)\frac{d\omega'}{r^3} = 0,$$

dans laquelle σ est une surface fermée, u est une quelconque des trois coordonnées x, y, z, et n' est la normale extérieure à l'élément $d\omega'$ de la surface.

Streintz (*E.*). — Les courants induits dans une barre de fer aimantée transversalement. (53-70).

Rossetti (*F.*). — Sur la température des flammes (deuxième Communication). (70-79).

Roiti (*A.*). — Sur les décharges de la machine de Holtz dans les gaz raréfiés; réponse au Dr W. Feddersen. (79-91).

Bartoli (*A*). — De certains phénomènes que l'on observe au passage d'un courant électrique dans un voltamètre à eau. (92-103).

Padova (*E.*). — Sur quelques observations du professeur Neumann à la loi de Weber. (103-116).

L'auteur observe que, si les équations du mouvement d'un système de points se présentent sous la forme analogue à celle de Hamilton et donnée par Riemann,

$$\frac{d}{dt}\frac{d\mathrm{T}}{dq'_i} = \frac{d(\mathrm{T}+\mathrm{U})}{dq_i} - \frac{d}{dt}\frac{d\mathrm{U}}{dq'_i},$$

les seconds membres de ces équations ne doivent pas être considérés comme les expressions analytiques des forces, mais comme le résultat d'une transformation analytique effectuée sur les équations primitives du mouvement, de façon que les expressions des composantes des forces doivent satisfaire à des conditions plus compliquées; mais la règle du parallélogramme des forces continue à être vérifiée.

Pierucci (*F.*). — Nouvelle machine électrique. (116-117).

C'est une modification à la machine de Holtz.

Naccari (*A.*) et *Bellati* (*M.*). — Les phénomènes thermiques produits par le passage de l'électricité à travers un gaz raréfié. (179-205).

Poloni (*G.*). — Sur le magnétisme permanent de l'acier à différentes températures. (206-232).

Righi (*A.*). — Le téléphone qu'on entend à distance. (233-239).

Bazzi (*E.*) et *Cobianchi* (*G.*). — Sur le développement des courants et des extra-courants. (239-262).

Le but de ce Mémoire est la vérification expérimentale des formulès données pour ces phénomènes par MM. Helmholtz et du Bois-Reymond.

Tome V; 1879.

Eccher (*A.*). — Sur les forces électromotrices produites par les solutions salines à différents degrés de concentration avec les métaux qui en forment la base. (5-34).

Villari (*E.*). — Sur les lois thermiques et galvanométriques qui régissent la formation de l'étincelle électrique dans des gaz différents. (49-61).

Bartoli (*A.*). — Une nouvelle expérience d'électrolyse avec des faibles courants. (92-96).

Donnini (*P.*). — Sur l'équivalent mécanique de la chaleur, la théorie cinétique et la chaleur atomique des gaz. (97-116).

Marangoni (*C.*). — Les larmes philosophiques. (116-118).

Betti (*E.*). — La théorie des condensateurs. (119-133).

C'est un Chapitre du Livre « La teorica delle forze newtoniane e sua applicazione all' elettricità e al magnetismo » (*Voir* le *Bulletin*, III_2, 21).

Roiti (*A.*). — Sur une action pondéromotrice intérieure du courant électrique. (134-135).

Villari (*E.*). — Les lois thermiques et galvanométriques de l'étincelle électrique dans des gaz différents. (161-203).

Les résultats de ces recherches sont que les indications thermiques et les déviations galvanométriques produites par l'etincelle et par la décharge du condensateur suivent les mêmes lois quand on étudie la chaleur produite avec le thermomètre et le courant qui constitue la decharge avec le galvanomètre. La résistance des gaz à l'étincelle croît proportionnellement à sa longueur. Parmi les gaz examinés par l'auteur, l'hydrogène présente la moindre et l'acide carbonique la plus grande résistance à l'electricité.

Bartoli (*A.*). — La polarité galvanique et la décomposition de l'eau par une pile de force électromotrice inférieure à 1 élément Daniell. (203-251).

Wiedemann (*G.*). — La dissociation des sels ferreux dissous. (252-280; VI, 18-25).

Traduction d'un Mémoire publié dans les *Annales de Wiedemann*.

Tome VI; 1879.

Bellati (*M.*). — Sur la valeur du phénomène Peltier dans un couple fer et zinc. (5-18).

Vérification expérimentale de la théorie mécanique des courants thermo-électriques de Thomson, Clausius et Budde.

Poloni (*G.*). — Sur une surface de capillarité. (26-32).

L'auteur détermine l'équation de la surface de révolution qui se forme en plongeant une pointe dans un liquide verticalement et en la soulevant après lentement; l'équation de la ligne méridienne est

$$(H_1 - y)^2 = A(x - R_1)\left(1 - \alpha B^{-\frac{1}{x-R_1}} - \alpha' B'^{-\frac{1}{x-R_1}}\right);$$

H_1 et R_1 sont les coordonnées du point de la courbe qui est le plus proche de l'axe, et les constantes sont liées par les relations

$$A = \frac{H_1^r}{\alpha \log B + \alpha' \log B'}, \quad \alpha + \alpha' = 1.$$

Basso (*G.*). — L'allongement des fils conducteurs traversés par un courant électrique. (32-53).

Ferrini (*R.*). — Recherches sur la conductibilité électrique des charbons. (53-77).

Bazzi (*E.*). — Sur les ondes liquides. (98-100).

Annonce de quelques résultats obtenus dans un travail qui sera publié bientôt et dans lequel on discute expérimentalement les formules de Newton, Laplace, Poisson, Weber, etc.

Rossetti (*F.*). — Sur la température de la lumière électrique, c'est-à-dire sur la température des extrémités polaires des charbons quand ils produisent la lumière électrique. (101-115).

Villari (*E.*). — Nouvelles recherches sur la chaleur développée dans les étincelles électriques des condensateurs et des bobines d'induction. (115-128).

La chaleur développée par l'étincelle est en raison inverse du nombre des bouteilles, et par conséquent de la surface du condensateur. La chaleur totale produite dans la décharge d'un condensateur par une ou plusieurs étincelles est proportionnelle au carré de la quantité d'électricité qui l'engendre.

Villari (*E.*). — Sur les lois thermiques et galvanométriques des étincelles d'induction. (128-132).

Roiti (*A.*). — Nouvelle forme de l'action cataphorique dû courant. (132-135).

Cintolesi (*F.*). — Les images accidentelles et subjectives. (136-140).

Bartoli (*A.*). — Relation entre la cohésion spécifique, la densité et la chaleur spécifique d'une classe de liquides. (141-153).

Bartoli (*A.*). — Phénomène d'électrolyse de l'acide sulfurique concentré et de quelques autres liquides visqueux. (153-156).

Padova (*E.*). — Sur la stabilité du mouvement. (156-204).

L'auteur, partant des conditions pour les maxima et minima des intégrales définies simples trouvées par M. A. Mayer, démontre que l'action d'un système de points, en passant d'une configuration à une autre, cesse de satisfaire aux conditions du minimum quand on peut passer de la première à la seconde configuration en changeant infiniment peu les conditions initiales du mouvement. L'auteur donne ensuite quelques applications de cette théorie.

Righi (*A.*). — Sur la dilatation des cohibents armés sous l'action de la charge électrique. (205-223).

Eccher dall' Eco (*A.*). — Sur les forces électromotrices engendrées dans les solutions salines à différents degrés de concentration avec les métaux qui en forment la base (deuxième Mémoire). (223-235).

Villari (*E.*). — Recherches sur les lois thermiques et galvanométriques des étincelles électriques produites par la décharge complète, incomplète et partielle des condensateurs. (235-264).

Bartoli (*A.*). — Démonstration élémentaire d'un théorème relatif à la théorie de l'irradiation, donné par R. Clausius. (265-276).

Cette Note contient la démonstration du théorème : « Le pouvoir émissif d'un corps dépend non seulement de la nature du corps et de sa température, mais aussi du milieu dans lequel le corps se trouve ; les pouvoirs émissifs, dans des milieux différents, sont en raison directe des carrés des indices de réfraction de ces milieux ».

Cantoni (*G.*). — Les vapeurs diffuses à l'intérieur des liquides. (277-285).

E. P.

NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES, rédigées par MM. GERONO et CH. BRISSE [1]. — 2e série.

Tome XVIII; 1879.

Laguerre. — Sur la règle des signes de Descartes. (5-13).

Après avoir donné une démonstration nouvelle et fort curieuse de la règle des signes de Descartes, M. Laguerre y ajoute plusieurs propositions sur le nombre des racines positives d'une équation. Ces théorèmes intéressants méritent d'attirer l'attention du lecteur et peuvent être utiles dans les applications.

Bouglé (E.). — Solution de la question proposée au Concours général de 1877 (Mathématiques spéciales) : « Problème sur les surfaces du second degré. » (13-19).

Krantz (H.-J.). — Solutions de questions proposées par M. Bourguet : « Sur l'expression $\frac{1}{m}+\frac{1}{m+1}+\ldots+\frac{1}{n}$ et les séries $a^{\frac{1}{m}}+a^{\frac{1}{m}+\frac{1}{m+1}}+\ldots$, $\frac{m}{n}+\frac{m(m+1)}{n(n+1)}+\ldots$. » (19-23).

Le Cointe (le P.). — Sur une question de minimum. (23-31).

Il s'agit de trouver le minimum de la somme des carrés de m fonctions linéaires de n variables. Après avoir résolu la question, et à cette occasion, l'auteur énonce et démontre plusieurs théorèmes sur les déterminants.

Guillet (Ed.). — Solution de la question de Géométrie analytique (Concours aux bourses d'études préparatoires à la licence ès Sciences mathématiques, 1878) : « Lieu géométrique relatif à un cercle et à une droite. » (31-32).

Badoureau. — Enveloppe de la droite de Simpson. (33-35).

L'auteur traite la question par le calcul et trouve une courbe du quatrième degré, à trois rebroussements, tangente aux trois côtés et aux trois hauteurs du triangle donné.

Badoureau. — Divisibilité par 19. (35-36).

Cette règle de divisibilité est fondée sur la relation suivante : $10^9 = m.\ 19 - 1$.

AGRÉGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES (1878). — Énoncés des compositions; sujets des leçons et autres épreuves. (36-41).

---

[1] Voir *Bulletin*, III_2, 43.

Bibliographie. — Cours de Calcul infinitésimal, par *J. Hoüel;* compte rendu du Tome I. (42-44). — Cours de Géométrie analytique, par *Joseph Carnoy*. (45-46).

Publications récentes. — 1. Cours d'Analyse de l'École Polytechnique, par Sturm; 5ᵉ édition; Paris, 1877. — 2. Éléments d'Algèbre, par Bourdon; 15ᵉ édition; Paris, 1877. — 3. L'Astronomie pratique et les Observatoires en Europe et en Amérique; Vᵉ Partie: Italie, par G. Rayet; Paris, 1878. — 4. Théorie des phénomènes électriques, par Bouty; Paris, 1878. — 5. Leçons sur l'électricité, par J. Tyndall; traduit de l'anglais par R.-F. Michel; Paris, 1878. — 6. Traité de Géométrie, par E. Rouché et Ch. de Comberousse; 4ᵉ édition; Paris, 1879. — 7. Leçons d'Arithmétique, par L. Maleyx; Paris, 1879. — 8. Sur la décomposition en facteurs premiers des nombres $2^n \pm 1$, par G. de Longchamps. — 9. Des fractions étagées, par G. de Longchamps. — 10. Note sur la série harmonique, par G. de Longchamps. — 11. Ricerche sulle equazioni differenziali a primitiva generale algebrica, par F. Casorati. — 12. Sulle condizioni alle quali deve soddisfare una primitiva, affinche il grado della corrispondente equazione differenziale, rispetto alle variabili, riesca minore del normale; par F. Casorati. — 13. Exposition succincte de quelques méthodes d'élimination entre deux équations, par Forestier. — 14. Essai d'une théorie géométrique des polaires inclinées, par Ed. Dewulf. — 15. Sur quelques propriétés des polygones, par Laisant. — 16. Note sur un théorème sur les mouvements relatifs, par Laisant. — 17. Sur le problème de la composition des accélérations d'ordre quelconque, par Ph. Gilbert. — 18. Sur l'extension aux mouvements plans relatifs de la méthode des normales et des centres de courbure, par Ph. Gilbert. — 19. Una transformacion de curvas planas, par Ed. Habich. — 20. Arithmetische Kleinigkeiten, von prof. Dʳ Bachmann.

Longchamps (*G. de*). — Sur la limite des racines réelles d'une équation de degré quelconque. (49-57).

La méthode nouvelle qu'emploie l'auteur, et qu'il désigne sous le nom de *méthode par la décomposition en trinômes*, consiste essentiellement à mettre le premier membre de l'équation sous la forme $x^{m-2}(x^2 + A_1 x + A_2) + x^{m-4}(A_3 x^2 + A_4 x + A_5) + \ldots$. Il est nécessaire que tous les coefficients A_3, A_6, A_9, ... soient positifs, ce qu'on

obtient au besoin par l'introduction d'un nombre arbitraire λ. L'auteur, après avoir exposé sa méthode, en donne ensuite des applications à des exemples numériques.

Laguerre. — Sur quelques propriétés des foyers des courbes algébriques et des focales des cônes algébriques. (57-67).

L'auteur établit la proposition suivante : « Si par un point M, pris dans le plan d'une courbe de classe *m*, on mène les *nm* droites tangentes à la courbe, le centre harmonique des *n* points de contact relativement au point M est le même que le centre harmonique des *m* foyers réels. » De là se déduit ensuite ce théorème de M. Liouville : « Si, aux différents points où un cercle rencontre une courbe plane, on mène des normales à cette courbe, la polaire du centre du cercle relativement à ces normales est située à l'infini. » M. Laguerre termine cette étude par des considérations sur les cassiniennes et par une extension aux cônes algébriques. — *Voir*, du même auteur : « Sur les polaires d'une droite » (*Bulletin de la Soc. Math.*, t. III, p. 174); « Sur la détermination du rayon de courbure » (*Bulletin de la Soc. Philomath.* février 1875); « Sur les cassiniennes planes et sphériques » (*id.*, mars 1868).

Lucas (*Éd.*). — Sur l'équation indéterminée biquadratique $Ax^4 + By^4 = Cz^2$. (67-74).

L'auteur, reprenant les solutions de Fermat, de Legendre et de Le Besgue pour les équations biquadratiques indéterminées, montre que, lorsqu'on connaît une première solution de l'équation proposée, on obtient *deux* solutions et non une seule ; il établit en outre des formules permettant de résoudre *complètement* l'équation proposée pour certaines valeurs de A, B, C.

Lucas (*Éd.*). — Sur les propriétés caractéristiques des nombres 5 et 7. (74-76).

Développement sur la propriété suivante, énoncée par M. de Jonquières, et qui se rattache à deux théorèmes établis précédemment par M. Lucas : « Le nombre 5 est le seul entier, décomposable en une somme de deux carrés consécutifs, dont le carré soit aussi décomposable en une somme de deux carrés consécutifs. »

Worms de Romilly. — Sur l'équation du second ordre

$$Myy'' + Ny'^2 = f(x).$$

(77-85).

C'est une généralisation de la question 1289, dont l'énoncé était celui-ci : « Quel que soit *m*, l'intégration de l'équation $y\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{m+1}{m+2}\frac{dy^2}{dx^2} = (ax^2 + bx + c)^m$ peut se ramener à des quadratures. » M. W. de Romilly dresse un tableau fort intéressant des conditions auxquelles doivent satisfaire M, N et $f(x)$ pour que cette réduction à des quadratures puisse avoir lieu en général.

Maleyx (*L.*). — Propriété de la tangente à l'ellipse ; construction du point commun à deux normales infiniment voisines ; directrice relative à un foyer. (85-89).

Démonstrations géométriques de propriétés de l'ellipse.

Tourrettes (*A.*). — Solution de la question de licence proposée au Concours d'agrégation en 1876 : « Mouvement d'un point matériel sur un cercle horizontal mobile. » (118-122).

Courbe (*H.*). — Questions de licence (1877). « 1. Trajectoires orthogonales d'une famille de courbes. — 2. Sur l'aire d'une courbe en coordonnées polaires. » (123-126).

Laurent (*H.*). — Théorie élémentaire des fonctions elliptiques. (126-140; 145-170).

Ces deux articles terminent la série de ceux qu'a publiés M. Laurent dans les *Nouvelles Annales* sur les fonctions elliptiques. L'ensemble formera un Traité fort intéressant sur ce sujet, si cultivé de nos jours et si fécond en applications nombreuses. Voici les titres des paragraphes traités dans ces deux derniers articles : Premières applications géométriques; formules fondamentales. — Comparaison des arcs d'ellipse et d'hyperbole. — Sur l'addition des intégrales de première espèce. — Lignes de courbure de l'hyperboloïde. — Théorème de Poncelet. — Addition des arcs d'ellipse; théorème de Fagnano. — Sur les arcs de lemniscate. — Aires de quelques courbes. — Sur les courbes de degré m qui ont $\frac{1}{2}(m-1)(m-2)$ points doubles. — Sur les courbes d'ordre m possédant $\frac{1}{2}m(m-3)$ points doubles. — Quelques courbes remarquables dont l'équation dépend des fonctions elliptiques. — Sur le mouvement de rotation autour d'un point. — Mouvement du pendule conique.

Bibliographie. — 1. Mémoire sur l'élimination, par H. Lemonnier; Paris, 1879. — 2. Mémoire sur la transformation des formes linéaires des nombres premiers en formes quadratiques, par G. Oltramare. — 3. Deux Lettres inédites de Joseph-Louis Lagrange; Berlin, 1878. (140-143).

Correspondance. — M. A. Desboves : « Sur les équations biquadratiques indéterminées. » (143-144).

Bourguet (*L.*). — Solution de la question de Mathématiques spéciales proposée au Concours d'agrégation de 1877 : Problème relatif à l'ellipsoïde. » (170-172).

Cottereau. — Solution de la question de Mathématiques élémentaires proposée au Concours d'agrégation de 1877 : « Lieu engendré par une droite mobile. » (172-173).

Tourrettes (*A.*). — Solution de la question de Mécanique élémentaire proposée au Concours d'agrégation de 1877 : « Position d'équilibre d'un système formé de deux points matériels. » (173-175).

Tourrettes (*A.*). — Solution de la question de licence proposée au Concours d'agrégation de 1877 : « Mouvement d'un système de deux points matériels. » (175-179).

Collignon (*E.*). — Note sur la résolution, au moyen de Tableaux graphiques, de certains problèmes de Cosmographie et de Trigonométrie sphérique (179-191).

L'auteur indique d'abord la construction d'un Tableau graphique faisant connaître les heures du lever et du coucher du Soleil en un point quelconque du globe et à une époque quelconque. Il complète ensuite ce Tableau en y introduisant l'*époque de l'année* et l'*équation du temps*. Ce même Tableau, dont M. Collignon montre diverses applications, peut aussi servir, comme il le fait remarquer, à résoudre à vue tout triangle sphérique rectangle, pourvu qu'on le modifie convenablement. Enfin on peut aussi, par ce moyen, trouver la distance de deux points sur la sphère, connaissant leurs latitudes et leurs longitudes.

Publications récentes. — 1. Sulla risoluzione delle congruenze numeriche.... Memoria del prof. G. Bellavitis. — 2. Prima, seconda, terza ed ultima Parte della quattordicesima Rivista di Giornali del prof. G. Bellavitis. — 3. Applications mécaniques du Calcul des quaternions; sur un nouveau mode de transformation des courbes et des surfaces, par Laisant; Paris, 1877. — 4. Sur la théorie des équations algébriques; sur la théorie des surfaces, par A.-E. Pellet; Clermont-Ferrand, 1878. (192).

Question proposée. 1309. (192).

Sloudsky (*Th.*). — Note sur le principe de la moindre action. (193-200).

M. Sloudsky fait remarquer l'obscurité qui subsiste dans l'exposition du principe de la moindre action, telle que l'a donnée Lagrange. Il s'efforce ensuite d'éclaircir la notion de ce principe et montre les erreurs commises sur ce sujet par Jacobi et par d'autres géomètres allemands ou russes. Le principe de la moindre action, par exemple, est fort différent de celui d'Hamilton, malgré l'opinion d'Ostrogradsky, qui a cependant trouvé des défenseurs. On peut consulter sur ce sujet : Lagrange, « Mécanique analytique » ; O. Rodrigue, « De la manière d'employer le principe de la moindre action (*Correspondance sur l'École Polytechnique,* t. III, 1814); Jacobi, « Vorlesungen über Dynamik, » 1866; Schell, « Theorie der Bewegung und der Kräfte »; J.-A. Serret, « Mémoire sur le principe de la moindre action » (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. LXXII et LXXIII); Ostrogradsky, *Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg,* 6e série, t. IV.

Saint-Germain (*A. de*). — Lignes de courbure de la surface

$$z = \mathrm{L} \cos y - \mathrm{L} \cos x,$$

(201-203).

L'auteur rapproche cette surface de celle qu'étudie M. Tisserand dans ses *Exercices sur le Calcul infinitésimal* (p. 329), et qui est représentée par l'équation

$$z = - \mathrm{L} \cos x - \mathrm{L} \cos y.$$

Cette dernière possède une infinité d'ombilics tout le long des sections principales, et, au contraire, la surface examinée par M. de Saint-Germain n'en a aucun.

Laguerre. — Sur une propriété du cercle jouissant de la propriété que de chacun de ses points on voit sous un angle droit une conique donnée. (204-206).

Cette propriété consiste, M étant un point quelconque du cercle, K la conique, ABC un triangle conjugué, en ce que la conique de foyer M inscrite dans ABC est tangente à la polaire de M par rapport à K.

Laguerre. — Sur la courbe enveloppée par les axes des coniques qui passent par quatre points donnés, et sur les axes des surfaces de révolution du second ordre qui passent par cinq points donnés; sur les lignes sphériques. (206-218).

M. Laguerre établit plusieurs propriétés intéressantes, parmi lesquelles nous signalons celle-ci: « L'enveloppe des axes des coniques circonscrites à un quadrangle donné est l'enveloppe des asymptotes des coniques circonscrites au quadrangle dérivé. » Le quadrangle dérivé de ABCD est celui dont les sommets sont les centres des cercles circonscrits à ABC, BCD, CDA, DAB. Il déduit ensuite de là plusieurs propositions sur les surfaces de revolution du second ordre, et entre autres celle-ci : « A, B, C, D, E étant sur une surface de révolution du second ordre, les centres des sphères circonscrites à ABCD, BCDE, ... sont sur une cubique gauche ayant pour asymptote l'axe de la surface. » Enfin l'article se termine par des remarques sur les lignes spiriques; on appelle ainsi des courbes planes du quatrième ordre possédant un axe de symétrie et ayant pour points doubles les deux ombilics du plan.

Maleyx (*L.*). — Comparaison de la méthode d'approximation de Newton à celle dite des parties proportionnelles. (218-231).

L'auteur s'efforce de prouver que, sans augmentation du travail total, la méthode des parties proportionnelles, convenablement appliquée à l'approximation d'une racine séparée, donne un résultat plus approché que celle de Newton. Après avoir établi ce fait par des considérations théoriques, il le justifie par l'exemple du calcul numérique des racines d'une équation transcendante.

Concours général de 1878. — Énoncés des compositions. (232-234).

Borel (*C.-A.*). — Solution de la question proposée pour l'admission à l'École Polytechnique en 1878 : « Problème relatif à une conique. » (234-237).

Folie (*F.*). — Restitution de priorité en faveur de M. Catalan. (238-239).

Il s'agit d'une propriété que l'auteur intitule « Synthèse des théorèmes de Pascal et de Brianchon. »

Publications récentes. — 1. Theorie des arithmetisch-geometrischen Mittel aus vier Elementen, von C.-W. Borchardt; Berlin, 1878. — 2. Sur les solutions du problème de Délos par Archytas et par Eudoxe, par P. Tannery; Bordeaux, 1878. — 3. Sur la réduction des forces centrifuges composées dans le mouvement relatif d'un corps solide, par Ph. Gilbert; Bruxelles, 1878. — 4. Sulla convergenza dell' espressione infinita $x^{x^{\cdots}}$ par G. Lemoyne; Gênes, 1878. — 5. Sul valore medio geometrico delle funzioni d'una variabile reale; par G. Lemoyne; 1878. — 6. Mémoire sur un paradoxe mathématique et sur un nouveau caractère de décomposition, par L. Saltel; Bruxelles, 1879. — 7. Sur la série récurrente de Fermat, par É. Lucas; Rome, 1878. — 8. Sur les aires des trajectoires décrites dans le mouvement plan d'une figure de forme invariable, par V. Liguine; Paris, 1878. — 9. Note relative au théorème sur la composition des accélérations d'ordre quelconque, par V. Liguine; Paris, 1878. — 10. O determinantih drugoga i trecega stupnja, par K. Zahradník; Agram, 1878. (239-246).

Laguerre. — Sur la relation qui existe entre un cercle circonscrit à un triangle et les éléments d'une conique inscrite dans ce triangle. (241-246).

L'auteur démontre la proposition suivante : « Soient F et G les deux foyers de la conique, F′ le point réciproque du foyer F relativement au cercle, et O le centre de ce cercle; si par le point F on mène une droite parallèle à OG, cette droite rencontre GF′ en un point R tel, que le produit GR $\times$ GF′ est égal au carré de l'axe qui renferme les deux foyers. » Il résout ensuite ce problème : « Construire un cercle de centre donné dans lequel on puisse inscrire un triangle circonscrit à une conique donnée. »

Laguerre. — Sur la relation qui existe entre un cercle circonscrit à un quadrilatère et les éléments d'une conique inscrite dans ce quadrilatère. (246-256).

Cette étude présente une analogie marquée avec celle qui fait l'objet de l'article précédent. L'auteur y établit plusieurs propositions dignes d'intérêt.

Macé de Lépinay. — Théorie des télescopes Grégory et Cassegrain. (256-260).

Cette théorie se fait d'une manière assez simple, pour les deux instruments à la fois, en employant la formule $\varphi\varphi' = f^2$.

Marre (A.). — Note sur trois règles de multiplication abrégée extraites du « Talkhys amâli al hissâb ». (260-265).

Étude historique intéressante sur un Chapitre de l'Ouvrage d'Ibn al Banna, de Maroc. La première règle est relative aux produits tels que celui-ci,

$$11111 \times 11111 = 123454321,$$

la seconde à $99999 \times 99999 = 9999800001$ et la troisième à 999×666, par exemple.

Desboves. — Mémoire sur la résolution en nombres entiers de l'équation $aX^m + bY^m = cZ^n$. (265-279; 398-410; 433-444; 481-499).

Dans cette étude, M. Desboves s'attache à rechercher les cas de possibilité, au lieu que jusqu'à présent on a surtout cherché le cas où les équations étaient impossibles. La seule méthode suivie est fondée sur l'emploi de certaines identités; sur ce point, l'auteur a entrepris de compléter le travail de Lagrange qu'on trouve au Chapitre IX de ses Additions à l'*Algèbre* d'Euler. Les résultats nouveaux et intéressants qu'obtient M. Desboves attireront certainement sur son Mémoire l'attention qu'il mérite. Il insiste spécialement sur l'importance, peut-être méconnue jusqu'ici, des solutions initiales, et aussi sur la difficulté que présente la solution *complète* des équations lorsque le nombre des solutions est infini.

Les divisions adoptées sont les suivantes : Objet du Mémoire. — Démonstration de quelques identités fondamentales. — Résolution en nombres entiers de l'équation $aX^3 + bY^3 = cZ^n$, n étant égal à 2, 3 ou 4, ... — Résolution de l'équation $aX^4 + bY^4 = cZ^n$, n ayant les valeurs 2, 3, 4, etc. — Théorèmes généraux relatifs à la résolution de l'équation $aX^m + bY^m = cZ^n$. — Applications numériques des identités et des formules. — Résumé et conclusion.

Ptaszycki. — Sur un problème de Mécanique. (279-281).

Il s'agit du mouvement plan d'un système de trois points matériels de masses égales, tels que leur centre de gravité reste immobile en O et que les moments d'inertie soient constants par rapport aux deux axes rectangulaires principaux passant par O. Les points se meuvent alors sur une ellipse.

Concours d'admission a l'École Normale supérieure (1878). — Énoncés des compositions. (282-283).

Guillet (Ed.). — Solution de la question proposée au Concours d'admission à l'École Normale en 1878 : « Problème sur l'intersection d'une conique et d'une circonférence. » (283-286).

Tissot (*A.*). — Remarques au sujet d'une Note de M. Collignon. (287-288).

Ces remarques se rapportent à l'article de M. Collignon que nous avons analysé plus haut. M. Tissot fait remarquer qu'on peut rendre les constructions indépendantes des formules de la Trigonométrie sphérique.

Question proposée 1310. (288).

Hioux (*V.*). — Note sur la méthode d'élimination Bézout-Cauchy. (289-295).

Suite intéressante à l'article « Sur l'élimination » publié en 1877 par M. Rouché dans les *Nouvelles Annales*. M. Hioux, par la méthode de Bézout, perfectionnée par Cauchy, obtient des propriétés connues relatives au résultant, mais qu'on démontre généralement par les fonctions symétriques.

Realis (*S.*). — Sur les équations du troisième et du quatrième degré dont les racines s'expriment sans l'emploi des radicaux cubiques. (296-301).

M. Realis reprend une propriété due à M. Favre et proposée par lui depuis longtemps comme question. Il donne une réciproque de cette propriété et en déduit plusieurs conséquences dignes de remarque. *Voir* une Note du même auteur sur ce sujet aux *Nouvelles Annales*, 2e série, t. XIV, p. 289 et 424.

Realis (*S.*). — Note sur la question 794. (301-304).

Il s'agit de l'équation indéterminée $u^2x + x^2y + y^2z + z^2u = 0$.

Lucas (*Éd.*). — Problème sur l'ellipsoïde. (304-305).

Lieu des sommets des tétraèdres dont les hauteurs se rencontrent et dont les faces sont tangentes à l'ellipsoïde, aux points où ces faces sont rencontrées par les hauteurs.

Lionnet. — Note sur les nombres parfaits. (306-308).

L'auteur appelle *nombres parfaits de première espèce* ceux qui sont égaux à la somme de leurs parties aliquotes et *de seconde espèce* ceux qui sont égaux au produit de leurs parties aliquotes. Il démontre que 6 est le seul nombre positif doublement parfait.

Robaglia. — Concours d'admission à l'École spéciale militaire en 1878 (3e question) : « Problème sur le triangle équilatéral. » (309).

Lannes. — Question du Concours général de 1878 (Rhétorique) : « Problème sur la sphère. » (310-311).

CORRESPONDANCE. — Un abonné : « Construction d'un triangle, connaissant ses bissectrices. » — M. A. Germot : « Concours d'admission à l'École Normale. » (311-315).

PUBLICATIONS RÉCENTES. — 1. Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche, pubblicato da B. Boncompagni; Rome, 1878. — 2. Atti della R. Accademia dei Lincei (1878-1879); Rome, 1879. — 3. Quindicesima Rivista di Giornali dal prof. G. Bellavitis; Venise, 1879. — 4. The Analyst, by J.-E. Hendricks; Des Moines (Iowa), 1879. — 5. Leçons sur la Géométrie, par A. Clebsch, traduites par A. Benoist; t. I; Paris, 1879. — 6. Cours de Calcul infinitésimal, par J. Houel; t. II; Paris, 1879. — 7. Essai sur le calcul des quantités associées en systèmes et sur son application à la théorie des équations simultanées, par Ch. Méray; Paris, 1879. — 8. Précis d'un Traité de Statique dans lequel les couples sont remplacés par les leviers de rotation, par E. Brassine; Toulouse, 1879. — 9. La racine cubique obtenue par la méthode des interpolations successives, par Michel Laporte; Bordeaux, 1879. (316-321).

Moret-Blanc. — Solution de la question 1259 : « Sur le développement de $(1 - 2\alpha x + x^2)^n$. » (321-322).

Lez (H.). — Solution de la question 1268 : « Sur l'hypocycloïde $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = r^{\frac{2}{3}}$. » (322-324).

Lacazette (A.). — Solution de la question 1282 : « Propriété de l'hyperbole équilatère. » (324-325).

Fauquembergue (E.). — Solution de la question 1284 : « Sur les cercles tangents à une conique en un point donné. » (325-326).

Gambey. — Solution de la question 1288 : « Enveloppe des polaires d'un point fixe par rapport à une parabole mobile. » (326-328).

Romero. — Solution de la question 1291 : « Impossibilité de l'équation indéterminée $x^4 + x^3 + x^2 + x - 1 = y^2$. » (328).

Moret-Blanc. — Solution de la question 1293 : « Nombre égal à la somme des chiffres de son cube. » (329).

Laisant (*A.*). — Solution de la question 1294 : « Propriété des inverses de n nombres positifs. » (330-332).

Meyl (*A.-J.-F.*). — Solution de la question 1303 : « Solutions de l'équation indéterminée

$$x^2 + yx = 2y(y+3)(y^2+3y+5). »$$

(332-333).

Boell (*C.*). — Solution de la question 1304 : « Propriété du triangle. » (334).

Questions proposées : 1311 à 1318. (335-336).

Tissot (*A.*). — Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des Cartes géographiques. (337-356; 385-397; 532-548).

C'est la suite des articles parus dans le courant de l'année 1878, et dont nous avons précédemment rendu compte. Voici le sommaire des questions traitées par l'auteur :

Chapitre II : *Recherche du système de projection le mieux approprié à une contrée particulière.* — Conditions à remplir; notation. — Carte d'un pays limité dans tous les sens. — Système du minimum de déformation. — Cas particuliers. — Cartes de France et d'Espagne — Carte d'une zone; Carte d'un fuseau; Carte ayant pour objet la conservation des aires.

Chapitre III : *Valeurs numériques des éléments qui permettent d'apprécier les déformations produites par les divers modes de projection dans la construction des mappemondes.* — Préliminaires. — Projections autogonales ($\omega = 0$, $b = a$). — Projections authaliques ($\beta = a$, $S = 1$).

Il est permis de regretter que la publication d'un Mémoire tel que celui-là soit échelonnée sur un aussi long espace de temps. Dans une publication périodique comme les *Nouvelles Annales*, une même suite d'articles ne devrait jamais chevaucher sur plus de deux années, au maximum.

Nous devons ajouter que cet inconvénient a frappé l'éditeur et les rédacteurs du Journal; car, en ce moment même, M. Gauthier-Villars prépare une brochure, qui contiendra la suite du Mémoire de M. Tissot et qui sera offerte en supplément aux abonnés des *Nouvelles Annales*. C'est là une excellente mesure, que nous ne saurions trop approuver.

Le compte rendu de ce supplément paraîtra ultérieurement dans le *Bulletin*.

Lionnet. — Note sur la question : « Tout nombre pair est-il la somme de deux impairs premiers? » (356-360).

La question n'est pas résolue; M. Lionnet établit quelques propositions qui le portent à pencher pour la négative, contre l'opinion généralement admise.

Terrier (*P.*). — Solution de la question proposée au concours pour l'agrégation des Sciences mathématiques en 1878 : « Théorème et lieu géométrique sur la circonférence. » (361-363).

Robaglia. — Solution de la question proposée pour le Concours d'admission à l'École Centrale (Ire Section, 2 et 3 août 1878) : « Lieux géométriques relatifs aux coniques ayant un même foyer et une même directrice. » (363-365).

Leinchugel (A.). — Solution de la question proposée pour le Concours d'admission à l'École Centrale (IIe section, 17 et 18 octobre 1878) : « Sur les hyperboles ayant un foyer commun et une asymptote commune. » (365-367).

Leinchugel (A.). — Solution de la question proposée pour le Concours d'admission à l'École spéciale militaire en 1878 (2e question : « Problème relatif au triangle. » (368-369).

Bibliographie. — 1. Théorie des quantités négatives, par de Campou; Paris, 1879. — 2. Principes de la Mécanique moléculaire relatifs à l'élasticité et à la chaleur des corps, par E. Gény; Nice, 1876. — 3. Traité de Mécanique rationnelle, par H. Laurent; 2e édition; Paris, 1878. — 4. Cours d'Algèbre supérieure, par J.-A. Serret; 4e édition; Paris, 1879. — 5. Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance, par Sadi Carnot, 2e édition; Paris, 1878 — 6. Theorie der algebraischen Gleichungen, von Dr Jul. Petersen; Copenhague, 1878. — 7. Traité élémentaire de Géométrie descriptive, par Ernest Lebon; Paris, 1877. — 8. Recueil de problèmes gradués de Géométrie descriptive, par Ernest Lebon; Paris, 1878. — 9. Recueil des épures de Géométrie descriptive proposées depuis 1862 pour l'admission à l'École de Saint-Cyr, par Ernest Lebon; Paris, 1878. — 10. Lettera inedita di Giuseppe Luigi Lagrange, pubblicata da B. Boncompagni; Florence, 1879. — 11. Nouveaux éléments de Géométrie, par Ch. Méray; Paris, 1874. (369-373).

Moret-Blanc. — Solution de la question 1263 : « Sur la circonférence circonscrite à un triangle. » (374-375).

Habbé (Vladimir). — Solution de la question 1264 : « Construction graphique d'une droite d'inclinaison $\tang^3 \alpha$. » (375-376).

Cauret (*L.*). — Solution de la question **1315** : « Propriété d'un triangle inscrit. » (428-430).

Pisani (*F.*). — Solution de la question **1317** : « Divisibilité d'un polynôme par $(x-1)^4$. » (430-432).

Questions proposées : — **1325** à **1327**. (432).

Jung. — Recherches sur les systèmes polaires, traduites par un abonné. (444-459).

Le but de l'auteur a été de grouper des propriétés dont on tire un grand parti dans la théorie des moments d'inertie de plusieurs forces parallèles, et qui restent vraies indépendamment de toute considération mécanique. Ce petit Mémoire forme une suite très intéressante aux travaux de MM. Chasles, Staudt, Reye, Poncelet, Cremona, etc., et mérite d'attirer l'attention des géomètres. Voici le sommaire des matières qui s'y trouvent traitées : Préliminaires. — Classification des systèmes polaires ; propriétés focales. — Éléments symétriques. — Conique centrale ; ses rapports avec la directrice. — Éléments qui déterminent un système polaire. — Quadrangles et quadrilatères conjugués.

Dostor (*G.*). — Méthode directe pour calculer la somme des puissances α des n premiers nombres entiers. (459-464 ; 513-518).

M. Dostor emploie une méthode par coefficients indéterminés qui ne suppos pas connues les puissances antérieures. Il forme ensuite le Tableau des sommes considérées, depuis $\alpha = 1$ jusqu'à $\alpha = 10$, et il déduit de là d'intéressantes propositions.

Correspondance. — M. de Jonquières : « A propos d'une propriété du nombre 5. » (464-465).

Publications récentes. — **1.** Su alcune curve di facile costruzione, di G. Bellavitis ; Naples, 1879. — **2.** Atti della R. Accademia dei Lincei ; Rome, 1879. — **3.** Sur le planimètre polaire de M. Amsler, par C.-A. Laisant ; Bruxelles, 1879. — **4.** Cours de Calcul infinitésimal, par J. Hoüel ; t. II ; Paris, 1879. (465-466).

Hugo (*L.*). — Remarques sur les propriétés du nombre 10. (466).

Un anonyme. — Solution de la question **1270** : « Sur les normales à une surface du second ordre. » (466-468).

Realis (*E.*). — Solution de la question **1280** : « Sur l'équation $x^3 - (a^2 - b + c)x + ab = 0$. » (468-470).

Moret-Blanc. — Solution de la question **1299** : « Sur la somme des carrés des x premiers nombres. » (470-474).

Moret-Blanc. — Solution de la question 1300 : « Sur la somme des x premiers nombres triangulaires. » (474-475).

Lez. — Solution de la question 1316 : « Lieu relatif à la cycloïde. » (475-477).

Questions proposées : 1328 à 1337. (477-480).

Realis (*S.*). — Développements sur quelques théorèmes d'Arithmétique. (500-509).

On trouvera dans cet article de curieuses identités, avec des applications à l'analyse indéterminée et spécialement à l'équation

$$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_m^2 = u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_m^2.$$

Lionnet. — Note sur la série $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$ (509-513).

M. Lionnet montre que cette série offre un exemple intéressant de l'influence exercée par le mode de groupement des termes.

Lemonnier (*H.*). — Calcul d'un déterminant (518-524).

Il s'agit du déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ 2 & . & \ldots & 1 \\ . & . & \ldots & . \\ n & 1 & \ldots & n-1 \end{vmatrix}.$$

Publications récentes. — Teoria e pratica dei logaritmi di addizione e di sottrazione, dall' ingegnere P. Caminati ; Novare, 1879. (524).

Lionnet. — Solution de la question 1323 : « Disposition particulière des neuf premiers nombres entiers » (525-528).

Questions proposées : 1338 à 1340. (528).

Mathieu (*J.-J.-A.*). — Note relative à l'approximation des moyennes géométriques par des séries de moyennes arithmétiques et de moyennes harmoniques. (529-531).

Interprétation géométrique de resultats dus à MM. Alexeieff et Éd. Lucas. Cette Note donne en même temps la solution de la question 1325.

Amigues (*E.*). — Recherches sur deux modes de transformation des figures solides. (548-564).

L'auteur s'attache surtout aux transformations définies par les relations

$$\lambda XX' = \mu YY' = \nu ZZ' = \rho TT',$$

X, X', ... étant des fonctions linéaires et homogènes des coordonnées homogènes $x, x', y, y', \dots$. Cette étude doit être suivie d'autres articles.

МАТЕМАТИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ, издаваемій Московскимъ Математическимъ Обществомъ (¹).

Tome IX, fasc. 3; 1879.

Bougaïef (*N.-V.*). — Solution d'un problème d'échecs à l'aide des fonctions numériques. (355-360).

Andréief (*K.-A.*). — Des affinités géométriques dans leur application au problème de construction des lignes courbes. (361-432) (²).

Gromeka (*A.-S.*). — Exposé de la théorie des phénomènes capillaires. Théorie de la cohésion superficielle des corps liquides. (435-500) (³).

Delarue (*Dan.*). — Des solutions singulières des équations différentielles d'ordre quelconque. (501-529).

Cauchy a établi les conditions permettant de reconnaître directement si, pour une équation différentielle de premier ordre, une solution obtenue est une intégrale particulière ou une solution singulière. L'auteur étend ces conditions aux équations différentielles d'ordre quelconque.

Joukovsky (*N.-E.*). — Relations entre les problèmes du mouvement d'un point matériel et le problème de l'équilibre d'un fil flexible. (530-535).

L'auteur démontre que, si un point matériel et un fil flexible sont soumis à l'action permanente des mêmes forces, la courbe que parcourt le point matériel et celle qui est formée par le fil flexible sont identiques. (536-545).

(¹) Voir *Bulletin*, III_2, 200.
(²) Voir *Bulletin*, III_1, 35, l'analyse de ce Mémoire par M. Bougaïef.
(³) Voir *Bulletin*, III_1, 462.

Sloudsky (*F.-A.*). — Contribution au problème de plusieurs corps. (536-545).

Ce Mémoire contient deux parties dont la première est consacrée à l'examen de quelques problèmes particuliers relatifs à l'action mutuelle de plusieurs corps, entre autres le problème connu de trois corps. Dans la seconde, l'auteur considère les systèmes de corps en nombre quelconque, et établit que le système solaire ne peut ni s'étendre ni se resserrer.

Tomachevitch (*R.*). — Déduction d'une formule générale pour représenter la dérivée numérique d'une intégrale numérique de diviseurs. (546-555).

Letnikof (*A.-V.*). — Formule générale de l'intégration des équations linéaires à coefficients constants et à second membre. (550-556).

Simplification de la formule connue de Gauss.

Serdobinsky (*V.-E.*). — Contribution à l'Algèbre numérique. (557-564).

Liventsof (*A.-J.*). — Quelques intégrales définies. (565-569).

Liventsof (*A.-J.*). — Quadratures approximatives. (569-573).

M. Callandreau a donné la formule des quadratures approximatives fondée sur le calcul intégral. L'auteur, en prenant pour point de depart la méthode de M. Callandreau, établit une formule plus generale et démontre la possibilité d'exprimer le dernier terme sous une forme finie, dont on peut déduire facilement la limite supérieure du module de ce terme.

Joukovsky (*N.-E.*). — Contribution à la théorie du principe de la moindre action. (574-581).

BULLETIN DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE (¹).

Tome VII; 1878-1879.

Darboux (*G.*). — Note relative à deux théorèmes de Lagrange sur le centre de gravité. (7-12).

(¹) Voir *Bulletin*, II_2, 256.

I. Considérons p points A_1, A_2, ..., A_p affectés de coefficients positifs ou négatifs m_1, m_2, ..., m_p dont la somme n'est pas nulle : O désignant un point quelconque de l'espace, la résultante des forces $m_1\overline{OA}$, $m_2\overline{OA_2}$, ..., $m_p\overline{OA}_p$ ira passer par un point fixe C et sera égale à M.OC, M désignant la somme $m_1+m_2+\ldots+m_p$.

Dans le cas exceptionnel où la somme M est nulle, la résultante conservera une grandeur et une direction invariable quand le point O se déplacera ; en particulier, si elle est nulle pour une position du point O, elle sera nulle pour les autres.

II. Considérons un système de points dont la masse totale est nulle. Remplaçons un ou plusieurs groupes de ces points par leurs centres de gravité, en affectant à ces centres la masse totale des points qu'ils remplacent. Pour un quelconque des systèmes de points ainsi obtenus, la somme

$$\Sigma\Sigma\, m_i m_k \overline{A_i A_k}^2$$

conservera une valeur constante négative ou nulle.

Laguerre. — Sur l'intégrale $\int_0^2 z^n e^{-\frac{z^2}{2}+xz}\,dz$. (12-16).

n désigne un entier positif : on a

$$\int_0^z z^n e^{-\frac{z^2}{2}+xz}\,dz = -e^{-\frac{z^2}{2}+xz}\Theta_n + U_n\int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}+xz}\,dz + V_n,$$

Θ_n désignant un polynôme entier en x, et z, U_n et V_n deux polynômes entiers en x. M. Laguerre donne diverses proprietés de ces polynômes : on a, par exemple,

$$U_{n+1} = xU_n + nU_{n-1},$$
$$\Theta_{n+1} = z^n + x\Theta_n + n\Theta_{n-1}$$

et

$$U_0 = 1,\quad \Theta_0 = 0,\quad U_1 = x,\quad \Theta_1 = z.$$

La première relation montre, en se reportant aux recherches de M. Hermite sur le développement en série de

$$e^{\frac{ax^2}{2}-\frac{a}{2}(x-h)^2},$$

que les polynômes U peuvent être définis par l'équation

$$e^{\frac{z^2}{2}+zx} = U_0 + U_1 z + \frac{U_2}{1.2}z^2 + \ldots.$$

Les fonctions U_n, d'une part, et $H_n = e^{-\frac{x^2}{2}+zx}\Theta_n$, de l'autre, satisfont respectivement aux équations

$$y'' + xy' - ny = 0,\quad y'' + xy'ny = e^{-\frac{z^2}{2}+zx}\left(z^{n+1} - zU_n - 2\frac{dU_n}{dx}\right);$$

notons encore l'egalité

$$\int_{-\infty}^{x}(x-t)^n e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt = U_n\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt + V_n e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Lemonnier. — Sur la résolution de trois équations du second degré en x, y, z. (16-42).

Le procédé suivi par l'auteur consiste à résoudre les trois équations, quand cela est possible, comme des équations du premier degré dont les trois inconnues seraient les carrés de deux variables et leur produit; on les met ainsi, par exemple, sous la forme

$$y^2 = ay + bz + c,$$
$$z^2 = a'y + b'z + c',$$
$$yz = py + qz + r,$$

les quantités a, b, a', b', p, q étant des fonctions entières du premier degré en x, et les quantités c, c', r des polynômes du second degré. Des transformations faciles conduisent ensuite à trois équations du premier degré en y, dont les coefficients sont des polynômes en x et dont le déterminant égalé à zéro fournit l'équation résultante en x du huitième degré. M. Lemonnier développe la discussion de ces équations du premier degré, discussion qui présente deux cas bien distincts suivant que le determinant est, ou non, identiquement nul.

Il traite ensuite le cas où la resolution précédente ne peut pas s'effectuer, et donne dans les diverses circonstances qui peuvent se présenter l'équation résultante et la discute.

André (*D.*). — Détermination du nombre des arrangements complets où les éléments consécutifs satisfont à des conditions données. (43-63).

Les problèmes dont s'occupe M. André sont compris dans l'énoncé suivant:

Parmi les m^n arrangements complets de m objets n à n, combien y en a-t-il où les éléments consecutifs satisfont à des conditions données?

Exemples traités :

Avec un alphabet contenant v voyelles et c consonnes, combien peut-on former de mots de n lettres où il n'y ait jamais consécutivement plus de deux voyelles ni de deux consonnes ?

Avec ν notes distinctes, combien peut-on former de phrases musicales différentes présentant une durée determinee et dans lesquelles chaque temps ne subisse pas des divisions d'un certain ordre?

Sur un damier presentant une largeur de c cases et une profondeur indéfinie, par combien de chemins différents un pion qui ne recule jamais et qui part d'une case donné peut-il arriver à une autre case donnee?

Sur un échiquier qui représente une valeur de c cases et une profondeur indéfinie, par combien de chemins différents un cavalier qui ne recule jamais et qui part d'une case donnée peut-il arriver à une autre case donnee?

Tous ces problèmes sont résolus par une méthode uniforme. Les conditions données fournissent d'abord le moyen de classer en différentes espèces les parties terminales des X_n arrangements cherchés; en désignant ainsi par $A_n, B_n, C_n, \ldots$ les nombres d'arrangements des diverses espèces, on a

$$X_n = A_n + B_n + C_n + \ldots.$$

Les conditions données fournissent ensuite pour les nombres $A_n, B_n, C_n, \ldots$ des équations liant chacun d'eux aux nombres $A_{n-1}, B_{n-1}, C_{n-1}, \ldots, A_{n-2}, B_{n-2}, C_{n-2}, \ldots,$

A_{n-3}, ...; de ces équations et de celles qu'on en déduit en faisant varier n on en tire ensuite, par voie d'élimination, d'autres où ne figurent plus que les A ou les B, ou les C, ..., et il ne reste plus qu'à déterminer les expressions respectives de A_n, B_n, C_n, ...

Laguerre. — Sur quelques propriétés des coniques homofocales. (66-75).

Considérons un faisceau de coniques homofocales, les deux coniques du faisceau qui passent par un point M du plan, les deux centres N et N' des cercles osculateurs au point M, et la droite μ qui joint ces deux points.

Les recherches de M. Laguerre concernent ces divers éléments; ainsi, à la droite μ correspondent trois points M; à un point N du plan correspondent aussi trois points M; l'auteur donne un assez grand nombre de propriétés relatives à ces divers points.

Laguerre. — Sur l'intégrale $\int_x^\infty \frac{e^{-x}\,dx}{x}$. (72-81).

L'intégration par parties donne, en posant

$$F(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1.3}{x^3} - \ldots \pm \frac{1.2.3\ldots(n-1)}{x},$$

la relation

$$\int_x^\infty \frac{e^{-x}\,dx}{x} = e^{-x}F(x) \mp 1.2\ldots n \int_0^n \frac{e^{-x}\,dx}{x^{n+1}}.$$

La série que l'on obtient en faisant croître indefiniment n dans le polynôme $F(x)$ est nécessairement divergente pour toute valeur de x. Néanmoins, pour de grandes valeurs de la variable, elle peut, en ne tenant compte que des premiers termes, fournir une valeur très approchée de l'intégrale considérée.

M. Laguerre étudie le développement en fraction continue du polynôme $F(x)$; il parvient ainsi à la formule

$$\int_x^\infty \frac{e^{-x}\,dx}{x} = e^{-x}\cfrac{1}{x+1-\cfrac{1}{x+3-\cfrac{1}{\cfrac{x+3}{4}-\cfrac{\frac{1}{4}}{\cfrac{x+7}{6}-\cfrac{\frac{1}{9}}{\cfrac{x+9}{16}-\cfrac{\frac{1}{16}}{x+\ldots}}}}}}\ \ldots,$$

dont la loi est évidente : cette formule est, il est vrai, tirée d'une série divergente; mais M. Laguerre en démontre rigoureusement l'exactitude, et son analyse s'applique à l'intégrale $\int_0^\infty e^{-x^2}dx$, dont Laplace a donné le développement en fraction continue, mais par une méthode qui, reposant sur l'emploi d'un développemen divergent, ne présentait aucune rigueur, ainsi que Jacobi l'avait déjà remarqué (*Journal de Crelle*, t. 12, p. 346).

En désignant par $\frac{\varphi_n(x)}{f_n(x)}$ les diverses réduites de la série

$$F(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}+\frac{1.2}{x^3}-\frac{1.2.3}{x^4}+\ldots,$$

qui ont pour limites la transcendante

$$e^x\int_0^\infty \frac{e^{-x}dx}{x},$$

M. Laguerre établit les relations

$$f_n(x)=1.2\ldots n\left[1+nx+\frac{n(n-1)}{1^2.2^2}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1^2.2^2.3^2}x^3+\ldots\right],$$

$$xf'_n(x)=nf_n(x)-n^2f_{n-1}(x),\quad f_{n+1}(x)=(x+2n+1)f_n(x)-n^2f_{n-1}(x)=0,$$

la réalité des racines de l'équation

$$f_n(x)=0,$$

et donne le développement en série d'une fonction quelconque $\Phi(x)$ au moyen des polynômes $f_n(x)$.

Stefanos. — Sur une propriété remarquable des nombres incommensurables. (81-83).

Une expression indéfiniment prolongée de la forme

$$\frac{a_1}{1}+\frac{a_2}{1.2}+\frac{a_3}{1.2.3}+\frac{a_4}{1.2.3.4}+\ldots,$$

où les nombres entiers non négatifs a_i sont, à partir du second, plus petits que l'indice i de leur rang, représente un nombre commensurable ou non, suivant que les nombres a_i sont, à partir d'un certain rang k, égaux toujours à $i-1$ ou ne le sont pas. Comme l'auteur l'a fait remarquer ulterieurement, ce mode de représentation, qui est en germe dans le Mémoire de Riemann sur les séries trigonométriques, avait déjà été étudié par M. G Cantor (*Zeitschrift f. Math. u. Ph.*, t. XIV).

Halphen. — Sur l'équation différentielle des coniques. (83-85).

Cette équation est

$$\left(y''^{-\frac{2}{3}}\right)'''=0;$$

l'équation

$$\left(y''^{-\frac{2}{3}}\right)''=0$$

caractérise la parabole.

Laquière. — Note sur la Géométrie des quinconces. (85-92).

Halphen. — Sur le développemeut d'une fonction intermédiaire. (92-98).

La fonction considérée par l'auteur est la suivante

$$B(z,k)=Al_1(z,k)e^{\frac{1}{6}(1+k^2)z^2}.$$

La fonction Al de M. Weierstrass se développe, comme on sait, en une série convergente suivant les puissances entières de z, série dont les coefficients sont des polynômes en k^2 qui se calculent au moyen d'une formule récurrente qui contient trois polynômes consécutifs; les polynômes analogues qui se présentent dans la fonction introduite par M. Halphen s'obtiennent plus simplement : l'auteur montre en outre la concordance de ses résultats avec des résultats analogues établis, d'une façon toute différente, par M. Kiepert et M. Max Simon, dans deux Mémoires insérés dans les tomes 76 et 81 du *Journal de Borchardt.*

Rodet. — Sur une méthode d'approximation des racines carrées, connue dans l'Inde antérieurement à la conquête d'Alexandre. (98-102).

Cette methode revient à l'application de la méthode d'approximation de Newton.

Picard (E.). — Sur une classe de fonctions non uniformes. (102-104).

Considérant une fonction multiforme $f(z)$ d'une variable complexe z, qui n'admette dans tout le plan que des points critiques determinés, et désignant par A l'un des points critiques, l'auteur montre que l'on peut obtenir un developpement en série de la fonction, valable pour tous les points du cercle dont A est le centre et qui passe par le point critique le plus rapproché : ce développement est de la forme

$$f(z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} A_n \left(\frac{1}{\log z} - \frac{1}{a}\right)^n,$$

A_n et a étant des constantes; les diverses déterminations du logarithme correspondent aux diverses valeurs que la fonction $f(z)$ prend quand on fait tourner la variable autour du point A pris pour origine.

Brioschi. — Sur les équations différentielles linéaires. Extrait d'une Lettre à M. Laguerre. (105-108).

Cette Lettre se rapporte aux Communications faites à l'Académie des Sciences par M. Laguerre *Sur quelques invariants des équations differentielles linéaires.*

Laguerre. — Sur quelques propriétés de l'hypocycloïde à trois points de rebroussement. (108-123).

L'auteur se sert dans ce travail des coordonnees qu'il appelle *isotropes,* définies par les équations

$$x = X + iY, \quad y = X - iY,$$

où X, Y sont les coordonnées d'un point quelconque du plan, et des équations qu'il nomme *mixtes,* équations qui relient les coordonnées x, y d'un point quelconque et le coefficient angulaire d'une tangente menée de ce point à la courbe que représente l'équation *mixte.* Il donne un assez grand nombre de propositions relatives à l'hypocycloïde à trois rebroussements; nous citerons la suivante :

Si l'on considère une droite quelconque D tangente à une hypocycloïde à trois rebroussements, et si l'on imagine un angle de grandeur constante dont le sommet décrit cette droite tandis qu'un de ses côtés demeure tangent à la courbe, le second côté de cet angle enveloppe une autre hypocycloïde égale à la première, tangente à la droite D et passant par les deux points où cette droite coupe la première hypocycloïde.

Borchardt. — Sur un système de trois équations différentielles totales qui déterminent la moyenne arithmético-géométrique de quatre éléments.

Conclusions du beau travail de l'auteur inséré dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, année 1878, p. 96, et analyse dans le *Bulletin*.

Hermite. — Sur l'indice des fractions rationnelles.

U et V étant deux polynômes premiers entre eux de degré n et $n-1$, l'auteur se propose de montrer, d'une façon élémentaire, que l'indice de la fraction $\frac{V}{U}$ entre $-\infty$ et $+\infty$ donne la différence entre le nombre des racines imaginaires de l'équation $U+iV=0$ où le coefficient de i est positif et le nombre de celles où ce coefficient est negatif.

Posant

$$U+iV=(x-a_1-ib_1)(x-a_2-ib_2)\ldots(x-a_n-ib_n),$$
$$U_1+iV_1=(x-a_2-ib_2)\ldots(x-a_n-ib_n),$$

on aperçoit de suite que U_1 et U sont premiers entre eux et que l'on a

$$\frac{V}{U}-\frac{V_1}{U_1}=-\frac{b_1(U_1^2+V_1^2)}{UU_1}.$$

Si l'on fait croître la variable de $-\infty$ à $+\infty$, l'indice du premier membre sera la différence des indices des deux fractions $\frac{U}{V}$ et $\frac{U_1}{V_1}$, puisque U et U_1 ne s'annulent pas simultanément.

Or, la considération du second membre montre de suite que cet indice est égal à $+1$ ou à -1 selon que b_1 sera positif ou négatif; la proposition se trouve ainsi ramenée au cas d'une équation dont le degré est moindre d'une unité, etc. M. Hermite tire de cette proposition diverses conclusions intéressantes, notamment dans le cas où toutes les quantités $b_1, b_2, \ldots, b_n$ sont de mêmes signes.

Jung. — Note relative à deux théorèmes de Lagrange sur le centre de gravité. (132-138).

Hermary. — Solution simple d'un problème de Géométrie descriptive. (138-140).

Haag. — Note sur les relations entre les éléments caractéristiques d'une courbe gauche et les accélérations du point qui les décrit. (141-143).

Aoust. — Intégrales des courbes dont les développantes par le plan sont égales entre elles. (143-159).

La *développée par le plan* d'une courbe est, d'après Lancret, l'arête de rebroussement de la surface enveloppe du plan normal à cette courbe : cette dernière est la *développante* par le plan de sa développée. Si l'on considère les courbes C et les courbes C_2 dont les premières sont les développantes et les secondes les développées par le plan des courbes C_1, le problème traité par M. l'abbé Aoust consiste à déterminer la courbe C_1 de façon que les courbes C et C_2 soient égales. En faisant usage des coordonnées *naturelles*, le problème se partage en trois opérations : 1° l'intégration d'une équation différentielle linéaire du quatrième ordre; 2° l'intégration d'une équation linéaire du troisième ordre; 3° une triple quadrature. Les deux équations différentielles se ramènent d'ailleurs à deux équations différentielles linéaires du troisième ordre, qui sont identiques. M. l'abbé Aoust indique divers cas intéressants dans lesquels les opérations d'intégration peuvent être effectuées jusqu'au bout.

Rodet. — Sur les méthodes d'approximation chez les anciens. (159-167).

Rectification à une Communication précédente. Indication d'une règle dite de *médiation* exposée dans une Arithmetique de La Roche, imprimée à Lyon en 1520 et qui conduit, par des tâtonnements faciles, à des valeurs approchées d'une racine d'une équation quelconque, valeurs qui ne sont autres que les réduites successives de cette racine : M. Rodet pense que cette règle etait pratiquée très anciennement par les Grecs, peut-être par les Égyptiens.

Alexéief. — Sur l'extraction de la racine carrée d'un nombre. (167-171).

A propos de la Communication de M. Rodet, M. Alexéief émet l'opinion que les anciens, pour l'extraction des racines carrées, pouvaient bien procéder par l'emploi successif des moyennes arithmétique et harmonique et donne quelques détails sur les calculs auxquels conduit ce procédé.

Rodet. — Sur un procédé ancien pour la solution en nombres entiers de l'équation indéterminée $ax + by = c$. (171-174).

Lemonnier. — Calcul d'un déterminant. (175-177).

L'auteur démontre l'égalité suivante :

$$\begin{vmatrix} p+q & p+2q & \dots & p+nq \\ p+2q & p+3q & \dots & p+q \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ p+nq & p+q & \dots & p+(n-1)q \end{vmatrix} = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} q^n \left[n\frac{p}{q} + \frac{n(n+1)}{2} \right] n^{n-2}.$$

Fouret (G.). — Sur les faisceaux ponctuels plans de caractéristique ν ayant un point principal multiple d'ordre ν^2.

L'équation

$$\mathrm{L}\left(x\frac{dy}{dx} - y\right) - \mathrm{M}\frac{dy}{dx} + \mathrm{N} = 0,$$

où L, M, N désignent des polynômes de degré ν en x, y dont le premier est homogène, définit un système de courbes planes satisfaisant à cette double condition, qu'il y ait une branche du système passant par un point quelconque du plan et un nombre ν de ces branches tangentes à un point pris arbitrairement. Dans un tel système, il existe $\nu^2+\nu+1$ points en chacun desquels la direction tangentielle est indéterminée. Ces points sont en général asymptotiques communs à toutes les courbes du faisceau et, dans certains cas, des points de croisement de ces courbes. Ils comprennent les points singuliers de ces mêmes courbes, quand il en existe. M. Fouret donne à ces points le nom de points *principaux*. Plusieurs points principaux peuvent se réunir; c'est ce qui arrive quand les deux équations

$$Lx - M = 0, \quad Ly - N = 0,$$

se coupent en un point qui est multiple pour l'une d'elles. M. Fouret examine en particulier le cas où il existe un point principal multiple d'ordre ν^2; nous citerons le théorème suivant : « Pour un tel faisceau, toute droite passant par le point principal multiple d'ordre ν^2 est telle que les tangentes aux courbes du faisceau, aux points où elles rencontrent la droite, concourent en un même point ».

L'auteur donne plusieurs applications intéressantes.

ANNALES DE LA SOCIÉTÉ SCIENTIFIQUE DE BRUXELLES. — Bruxelles, F. Hayez. In-8° (¹).

Tome I; 1875-1876 (publié en 1877).

Gilbert (*P.*). — Sur la démonstration du second principe de la Thermodynamique, due à M. Sarrau. (175).

M. Sarrau (*Journal de d'Almeida*, 1872) considère un système isotrope, soumis à une transformation infiniment petite, et lui applique le théorème de Clausius sur les mouvements stationnaires. Mais cette formule suppose que la quantité désignée par Σmr^2 reste invariable, ce qui n'a pas lieu dans la transformation considérée par M. Sarrau, où le corps change de volume.

Gilbert (*P.*). — Sur l'enseignement des Mathématiques dans les collèges. (A, 150-153).

Mansion (*P.*). — Note sur l'enseignement des Mathématiques dans les collèges. (A, 160-170).

Perry (*S.-J.*). — Sur l'observation du passage de Vénus à l'île de Kerguelen. (A, 190-193).

(¹) Deux paginations, que nous distinguons par les lettres A, B. Il paraît environ un Volume de 600 à 700 pages par an, au prix de 20 fr. Chaque Volume contient des Mémoires relatifs aux Sciences mathématiques, physiques et naturelles. Nous n'analysons que les travaux mathématiques.

Aperçu d'ensemble sur les travaux de la mission anglaise et de quelques-uns des résultats généraux de l'observation du passage en divers endroits. (Vapeur d'eau dans l'atmosphère de Vénus; différence entre le contact oculaire et le contact photographique; possibilité de voir Vénus sur la chromosphère, sans le secours d'un spectroscope; absence d'ellipticité dans la planète).

Hermite (*Ch.*). — Sur un exemple de réduction d'intégrales abéliennes aux fonctions elliptiques. (B, 1-16).

Dans une Note du t. VII du *Journal de Crelle*, p. 416, Jacobi, en généralisant un résultat obtenu par Legendre, est parvenu à ramener, par une même substitution, deux intégrales hyperelliptiques, de genre deux, de première espèce et associées, à deux intégrales elliptiques de première espèce et de module différent. Il en a déduit la valeur de la partie réelle et de la partie imaginaire d'une intégrale elliptique de première espèce à module imaginaire. M. Hermite a rencontré un second exemple de réduction analogue. Soient $ax = 4z^3 - 3az$, $3y(z^2 - a) = 2z^3 - b$, $S^2 = (z^2 - a)(8z^3 - 6az - b)$. On trouve

$$\int \frac{dz}{S} = \frac{1}{3}\int \frac{dx}{\sqrt{(2ax - b)(x^2 - a)}}, \quad \int \frac{z\,dz}{S} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\int \frac{dy}{\sqrt{y^3 - 3ay - b}}.$$

On est ainsi conduit, par induction, à croire qu'il existe, pour les fonctions abéliennes de genre p, des cas de réduction aux intégrales elliptiques, dans lesquels les p fonctions de première espèce seraient exprimées par autant d'intégrales elliptiques différentes, au moyen de p substitutions. Cette remarque et les exemples qui y ont conduit font entrevoir une voie nouvelle, même après les belles découvertes de Clebsch, dans la recherche des différentielles algébriques dont l'intégrale est réductible aux intégrales elliptiques. M. Hermite, sans attaquer cette question générale, en traite pourtant une qui est une généralisation des recherches de Jacobi citées plus haut.

Soient

$$x(1 + az)(1 + bz) = c^2 z, \quad y(1 + az)(1 + bz) = c^2 z, \quad c^2 = (1 + a)(1 + b),$$
$$kc = \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad lc = \sqrt{a} - \sqrt{b}, \quad R(z) = z(1 - z)(1 - abz)(1 + az)(1 + bz),$$
$$\Delta^2(x, k) = x(1 - x)(1 - k^2 x), \quad \Delta^2(y, l) = y(1 - y)(1 - l^2 y).$$

On trouvera

$$\frac{dx}{\Delta(x, k)} = \frac{c\,dz}{\sqrt{R(z)}}\left(1 - \sqrt{ab}\,z\right), \quad \frac{dy}{\Delta(y, l)} = \frac{c\,dz}{\sqrt{R(z)}}\left(1 - \sqrt{ab}\,z\right)dz.$$

L'auteur se propose d'abord de réduire aux fonctions elliptiques la somme

$$\int \frac{f\mathrm{X}\,d\mathrm{X}}{\sqrt{R(\mathrm{X})}} + \int \frac{f\mathrm{Y}\,d\mathrm{Y}}{\sqrt{R(\mathrm{Y})}},$$

$f\mathrm{X}$ étant une fraction rationnelle, X, Y les racines fonctions de x, y de l'équation, du second degré en z,

$$\frac{(\mathrm{F}z)^2 - R(z)}{\Phi(z, x)\Phi(z, y)} = 0, \quad \Phi(z, x) = x(1 + az)(1 + bz) - c^2 z,$$

Fz étant une fonction du troisième degré, telle que la division soit possible.

Supposons d'abord $fu(u-g)=1$, g étant indéterminé, puis x_0, x_1 les racines de $\Phi(z,x)=0$, y_0, y_1 les racines de $\Phi(z,y)=0$. Le théorème d'Abel donne

$$\frac{1}{\sqrt{R(g)}}\log\frac{Fg+\sqrt{R(g)}}{Fg-\sqrt{R(g)}} = I(x_0)+I(x_1)+I(y_0)+I(y_1)+I(X)+I(Y),$$

$$I(u)=\int\frac{du}{(u-g)\sqrt{R(u)}}.$$

M. Hermite prouve que la somme $I(x_0)+I(x_1)$ se réduit aux intégrales elliptiques,

$$\int\frac{dx}{\Delta(x,k)},\quad \int\frac{dy}{(x-h)\Delta(y,l)},\quad h(1+ag)(1+bg)=c^2g;$$

la somme $I(y_0)+I(y_1)$ se réduit de même aux intégrales

$$\int\frac{dy}{\Delta(y,l)},\quad \int\frac{dy}{(x-h)\Delta(y,l)}.$$

Donc, enfin, $I(X)+I(Y)$ se réduit à des intégrales elliptiques. Le théorème annoncé est donc établi dans le cas où la fonction f est définie par la relation $fu(u-g)=1$, et, par suite, à cause des propriétés des fractions rationnelles, pour le cas où f est une fraction rationnelle quelconque, sans partie entière.

Si f a une partie entière, les integrales abeliennes à réduire contiennent les sommes

$$\int\frac{dX}{\sqrt{R(X)}}+\int\frac{dY}{\sqrt{R(Y)}},\quad \int\frac{X\,dX}{\sqrt{R(X)}}+\int\frac{Y\,dY}{\sqrt{R(Y)}},$$

dont on trouve les valeurs en égalant, dans la formule de réduction trouvée, quand $fu(u-g)=1$, les coefficients de g^{-1}. g^{-2}, les deux membres etant développés en série suivant les puissances de g^{-1}. Ce dernier problème résolu, on peut trouver les fonctions inverses des intégrales abeliennes. En posant

$$\int\frac{c(1+\sqrt{ab}X)}{2\sqrt{R(X)}}=\psi(X),\quad \int\frac{c(1-\sqrt{ab}X)}{2\sqrt{R(X)}}dX=\chi(X),$$

il vient

$$\psi(X)+\psi(Y)=u=-\int\frac{dx}{\Delta(x,k)},\quad \chi(X)+\chi(Y)=v=-\int\frac{dy}{\Delta(y,l)};$$

X, Y sont des fonctions algébriques de x, y et s'expriment, par conséquent, algébriquement en $\sin\mathrm{am}(u,k)$, $\sin\mathrm{am}(v,l)$. Cette conclusion donne beaucoup d'intérêt au calcul effectif des valeurs de X et Y (par lequel M. Hermite termine son travail), ou plutôt des combinaisons de ces fonctions que M. Weierstrass a désignées par $\mathrm{Al}(u,v)_\alpha$, α étant un indice unique. Les formules trouvees ouvrent la voie à des recherches ulterieures auxquelles M. Hermite reviendra.

Gilbert (*P.*). — Sur certaines conséquences de la formule électrodynamique d'Ampère. (B, 17-42).

De Tilly. — Rapport sur ce Mémoire. (A, 76-80).

Delsaux. — Rapport sur ce Mémoire. (A, 80-84).

Dans la première partie de son travail, M. Gilbert démontre les théorèmes suivants, dans l'hypothèse de l'exactitude de la loi d'Ampère : 1° Il n'y a pas d'action réciproque entre deux éléments parallèles, quand la droite qui les joint fait avec leur direction un angle θ, tel que $3\cos^2\theta = 2$. 2° Un courant rectiligne indéfini dans un sens n'exerce aucune action longitudinale sur un élément parallèle, si la droite qui joint l'élément à l'origine du courant fait avec leur direction un angle θ, θ étant égal à $\frac{\pi}{2}$; l'action normale est nulle si $\tan\theta = \sec\theta$. 3° L'action longitudinale d'un courant rectiligne indéfini dans un sens, sur un courant fini parallèle, n'est jamais nulle et croît indéfiniment avec la longueur du courant fini; l'action normale, au contraire, est toujours nulle pour une certaine position relative des deux courants; si tous deux sont indéfinis dans un sens et de direction contraire, l'action normale est nulle dans le cas où la droite qui joint leurs origines est perpendiculaire à leur direction. 4° Il existe une position relative de deux courants finis parallèles où leur action longitudinale mutuelle est nulle. 5° Deux portions contiguës d'un même courant rectiligne exercent l'une sur l'autre une répulsion infinie, ce qui prouve, comme l'a remarqué C. Neumann, que la loi d'Ampère n'est pas vraie pour des éléments situés à une faible distance l'un de l'autre. 6° Sur un même conducteur rectiligne indéfini dans les deux sens, deux portions indéfinies de courant, l'une vers la droite, l'autre vers la gauche, et non contiguës, se repoussent avec une force infinie. (M. De Tilly remarque que cette conséquence ne prouve rien contre la loi d'Ampère; car les attractions de la partie intermédiaire du conducteur entre les deux portions considérées ne peuvent pas être négligées, quand on veut comparer les résultats du calcul à l'expérience. Dans le calcul, il faut d'ailleurs tenir compte de la nécessité de fermer le courant. Si d'ailleurs, pour un certain circuit, la répulsion était plus grande qu'une quantité M, donnée d'avance, elle serait plus grande encore pour un circuit moindre. Pour vérifier la conséquence tirée par M. Gilbert de la formule d'Ampère, il ne sert donc à rien d'allonger le circuit; c'est la force de la pile qu'il faut augmenter. Le R. P. Delseux arrive aussi à cette dernière conclusion). 7° Il est possible de placer deux conducteurs parallèles finis de manière que leur action normale mutuelle soit nulle.

Dans la seconde partie, l'auteur traite les questions suivantes : 1° Étant donné un élément ds, déterminer la figure d'un conducteur tel, que chacun de ses éléments soit sans action sur ds. 2° Déterminer la forme d'un courant linéaire dont un arc quelconque exerce sur un courant rectiligne indéfini (fini) une action longitudinale (ou normale) nulle. 3° Un courant rectiligne indéfini dans un sens ne saurait produire aucune rotation sur une portion quelconque de conducteur circulaire, ayant pour centre l'origine du courant et mobile autour de ce centre. *Ce théorème se prête à une vérification expérimentale.* 4° Calcul, au moyen des fonctions elliptiques, de l'intensité du couple moteur dans la rotation d'un courant rectiligne dans un plan horizontal, sous l'influence d'un courant circulaire fixe placé dans le même plan.

Le Paige (*C.*). — Sur les nombres de Bernoulli et sur quelques fonctions qui s'y rattachent. (B, 43-50).

Relations diverses, les unes connues, les autres données ailleurs par l'auteur, les autres, enfin, nouvelles, obtenues par la considération de la somme des produits p à p des m premiers nombres naturels.

Le Paige (*C.*). — Note sur certaines équations différentielles. (B, 51-58).

Cas divers d'intégrabilité de l'équation linéaire

$$y = a_{m-1}y' + a_{m-2}xy'' + a_{m-3}x^2y''' + \ldots + x^{m-1}y^{(n)} = 0.$$

Carbonnelle (*I.*) et *Ghysens* (*E.*). — L'action mécanique de la lumière. (B, 59-74).

Quand un point doué d'attraction ou de répulsion oscille autour d'une position moyenne, son action moyenne peut différer notablement de l'action qu'il exercerait en restant immobile dans la position moyenne. Ce principe peut servir à expliquer, partiellement au moins, les mouvements des comètes et sans doute aussi l'action répulsive du Soleil sur la queue des comètes.

Heis (*E.*). — E pur si muove. (B, 201-206).

Ce mot apocryphe de Galilée ne se trouve dans aucune biographie de Galilée, avant 1789, époque où on le rencontre dans le *Dictionnaire historique ou Histoire abrégée, par une Société*, 7e édition, Caen, Leroy, t. IV. Il a été reproduit par tous les auteurs, jusqu'à Bertrand (1864), qui en a fait ressortir l'invraisemblance.

De Fierlant (*A.*). — Étude sur les ressorts de suspension et de traction à feuilles étagées, suivie d'une Table permettant une détermination facile de leurs dimensions. (B, 255-302).

Secchi (*A.*). — Lettre (à M. Newcomb) sur la structure du Soleil. (B, 303-312).

Carbonnelle (*I.*). — Calcul de la chaleur diurne envoyée par le Soleil en un point quelconque de la surface terrestre. (A, 126-129; B, 323-366).

Cet important travail a pour objet la détermination, par le calcul, de la quantité D de chaleur qui tombe en chaque endroit, à la limite de l'atmosphère, sur une surface plane égale à l'unité de surface, pour chaque jour de l'année. Cette quantité dépend de la hauteur méridienne du Soleil et du temps que cet astre reste au-dessus de l'horizon, temps qui augmente d'une manière continue depuis l'équateur jusqu'au parallèle où le Soleil rase l'horizon à minuit. La quantité D est donc une fonction de la latitude et du temps écoulé depuis l'équinoxe du printemps. Pour un jour donné de l'année, D varie avec la latitude, de manière que cette quantité a toujours un maximum au pôle éclairé, un autre maximum M entre le pôle et l'endroit où le Soleil est au zénith à midi, un minimum m entre ces deux maxima; D va en diminuant depuis l'endroit où $D = M$ jusqu'au pôle non éclairé ou au parallèle de perpétuelle obscurité. Le jour du solstice d'été, $D = M$, sur un parallèle qui passe à peu près par Bayonne, Marseille, Pise, Khiva, Pekin, San-Francisco, New-York, Boston; $D = M$ à Christiania, Saint-Pétersbourg, etc. A mesure que le Soleil s'éloigne de l'équateur, à partir de l'équinoxe du printemps, les points où $D = M$, $D = m$ se rapprochent sans cesse, sans s'atteindre toutefois; ils s'atteindraient si l'obliquité de l'écliptique était de 25°. Au pôle, D croît sans cesse avec la déclinaison du Soleil; le 10 mai, D a la même valeur au pôle et à l'équateur; du 10 mai au 2 août, D est plus grand au pôle qu'à l'équateur. Du 23 mai au 19 juillet, le pôle reçoit chaque jour plus de chaleur que n'importe quel autre point de la Terre, et, du 13 mai au 29 juillet, l'équateur en reçoit moins que n'importe quel point de l'hémisphère boréal. Ces résultats sont appuyés de calculs très simples, dont il est facile de vérifier l'exactitude. Une Table numérique, qui termine le Mémoire, permet de construire des courbes donnant approximativement D pour chaque degré de déclinaison du Soleil. Ce travail du P. Carbonnelle a des applications importantes à la Géographie : il explique la rapidité et la vigueur de la végétation dans les régions polaires, plaide en faveur d'une mer libre au pôle, et peut même servir à appuyer la théorie géologique de Croll.

Tome II; 1877-1878 (publié en 1878).

Delgeur (*L.*). — Note sur la parole attribuée à Galilée : « E pur si muove. » (A, 68-69).

Irailh (Augustin Simon), né en 1719, mort en 1794, rapporte ce mot, t. III, p. 49, de l'Ouvrage intitulé : *Querelles littéraires ou Mémoires pour servir à l'histoire des révolutions de la république des lettres, depuis Homère jusqu'à nos jours*, Paris, 1761. Le mot apocryphe de Galilée date donc au moins de 1761 ; cependant il devrait être d'invention récente, puisqu'il était inconnu des biographes italiens de Galilée, à la même époque.

Mansion (*P.*). — Analyse de « Kretschmer, Geometrische Anschauungslehre, Posen, 1877. » (A, 79-80).

L'enseignement rationnel de la Géométrie devrait être précédé par un enseignement intuitif de cette science, bien dirigé.

Carbonnelle (*I.*). — Examen des recherches de M. Boussinesq sur les solutions singulières des équations différentielles de la Mécanique. (A, 118-120).

L'instabilité essentielle aux solutions singulières s'oppose radicalement (suivant le R. P. Carbonnelle) aux applications philosophiques de la découverte de M. Boussinesq.

Haton de la Goupillière (*J.-N.*). — Recherches sur les développoïdes. (B, 1-24).

Historique : Réaumur, Lancret, Habich, Dewulf, Chasles, Aoust. Solutions de diverses questions intéressantes sur les développoïdes, en partant de la formule

$$\rho = r \sin\alpha + \frac{dr}{d\omega}\cos\alpha,$$

où ω est l'angle de la tangente à une courbe avec une direction fixe, ρ son rayon de courbure, r le rayon de courbure de la développoïde (enveloppe des droites faisant avec les normales à la première un angle égal à α). 1° Trouver la $n^{\text{ième}}$ développoïde inverse d'un point. 2° Trouver une courbe qui ait pour $n^{\text{ième}}$ développoïde une ligne semblable (par similitude directe ou inverse). 3° La $n^{\text{ième}}$ développoïde inverse d'une courbe quelconque, pour $n = \infty$, est une spirale logarithmique.

Le Paige (*C.*). — Note sur l'involution des ordres supérieurs. (B, 25-36).

Mansion (*P.*) et *Carnoy* (*J.*). — Rapport sur ce Mémoire. (A, 54-60).

Soient $r_1, r_2, \ldots, r_n$ les racines de $fx = 0$; $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_n$ celles de φx; $R_1, R_2, \ldots, R_n$ celles de $fx + k\varphi x = 0$. Les relations involutives qui existent entre les r, ρ, R peuvent se mettre sous les formes suivantes :

$$\left\| \begin{matrix} 1, & Sr_i, & Sr_ir_j, & \ldots, & r_1\, r_2 \ldots r_n \\ 1, & S\rho_i, & S\rho_i\rho_j, & \ldots, & \rho_1\, \rho_2 \ldots \rho_n \\ 1, & SR_i, & SR_iR_j, & \ldots, & R_1 R_2 \ldots R_n \end{matrix} \right\| = 0,$$

$$(M - N)P(x - r) + (N - A)P(x - \rho) + (A - M)(x - R) = 0.$$

P est un signe multiplicatoire, de manière que $P(x - r)$, à un facteur constant près, est identique à fx; A est l'abscisse du centre des moyennes distances des n points r, M celle du centre des moyennes distances des points ρ, N celle du centre des moyennes distances des points R. Ces remarques sur l'involution des $3n$ points r, ρ, R donnent lieu à diverses conséquences et s'étendent à mn points.

Delsaux (*J.*). — Sur la détermination analytique de la charge dans une bouteille de Leyde. (B, 37-40).

Gilbert (*P.*). — Sur un théorème de Mécanique générale et sur quelques conséquences qui en découlent. (B, 41-48).

Le Paige (*C.*). — Rapport sur ce Mémoire. (A, 62-64).

Le théorème dont il s'agit est contenu dans l'égalité suivante, relative à un système quelconque de points matériels de masses m, de vitesses v_0 et v aux temps t_0 et t,

$$\frac{1}{2}\sum mv_0^2 - \frac{1}{2}\sum mv^2 = \frac{1}{2}\sum mu^2 + S\varpi_r\frac{dr}{dt} + S\varpi_n rw - \sum \varpi' v\cos(\varpi', v),$$

u désignant la vitesse perdue pendant l'intervalle de temps considéré, S indiquant une sommation qui s'applique à tous les couples de points du système pris deux à deux, r désignant la distance mutuelle de deux points m, m', rw une vitesse perpendiculaire à la droite mm' et due à la rotation w de la droite mm' autour du point m à l'instant considéré, ϖ_r et ϖ_n l'impulsion totale de la force produite sur m par l'action de m' projetée sur la direction mm' ou sur la direction de la vitesse rw; enfin ϖ' désigne l'impulsion totale d'une force extérieure.

Voici maintenant quelques conséquences. Lorsque deux corps d'élasticité quelconque viennent à se choquer, à l'instant de la déformation maximum, la perte de force vive produite par le choc est égale à la somme des forces vives correspondantes aux vitesses perdues.

Dans le mouvement d'un système matériel quelconque, la demi-somme des forces vives correpondantes aux vitesses perdues de tous les points entre deux époques t_0 et t, changée de signe, est égale à la somme des travaux que développeraient toutes les forces, extérieures et intérieures, si à chaque instant de la durée $t - t_0$ on attribuait à chacun des points, au lieu de sa vitesse réelle, la vitesse qu'il perd entre l'instant considéré et l'époque t.

Gilbert (*P.*). — Note sur l'interprétation géométrique du mouvement apparent d'un point à la surface de la Terre. (B, 49-56).

Le Paige (*C.*). — Rapport sur ce Mémoire. (A, 61-62).

Si l'on imagine un cylindre de révolution dont l'axe soit parallèle à l'axe austral, qu'on lui imprime un mouvement uniforme perpendiculairement au plan du méridien vers l'est, avec une vitesse $\frac{g\cos\lambda}{2\omega}$, où λ désigne la latitude du lieu considéré et ω la vitesse angulaire de rotation de la Terre; que sur ce cylindre une génératrice PM tourne autour de l'axe avec une vitesse angulaire double de la rotation terrestre, mais en sens contraire; qu'enfin sur cette génératrice un point M se meuve dans le sens nord-sud, d'un mouvement uniformément varié, avec une accélération $g\sin\lambda$ proportionnelle au sinus de la latitude, on aura la représentation géométrique exacte du mouvement apparent d'un point pesant à la surface de la Terre.

Si l'on conçoit un système de deux axes mobiles, l'un normal au plan du méridien vers l'est, l'autre parallèle à l'axe de la Terre vers le sud et dont le point commun, partant de la position initiale du mobile, décrit un cercle normal à l'axe terrestre, en sens contraire de la rotation de la Terre et avec une vitesse angulaire double de cette rotation, le mouvement apparent du point mobile, dans le plan de ces deux axes, sera un simple mouvement parabolique, semblable à celui d'un point pesant dans le vide quand on fait abstraction de la rotation terrestre.

Belpaire (*T.*). — Essai d'une théorie des voûtes en berceau, en arc de cercle et en plein cintre. (B. 57-80).

Lagasse et *Cousin*. — Rapports sur ce Mémoire. (A, 71-79).

L'auteur a essayé de faire disparaître l'indétermination que présente l'emploi de la méthode des courbes de pression. Pour cela, il a étudié les déformations que subit le système et, moyennant des hypothèses plus ou moins plausibles, il est arrivé à deux conditions nouvelles auxquelles doit satisfaire la courbe des pressions et qui permettent de la déterminer.

Gilbert (*P.*). — Sur quelques propriétés relatives aux mouvements plans. (B, 81-88).

Ghysens (*E.*). — Rapport sur ce Mémoire. (65-66).

L'auteur donne une construction simple de la normale commune aux centroïdes fixe et mobile, qui, en roulant l'un sur l'autre, permettent de réaliser le mouvement d'une figure plane dans son plan, ainsi que du pôle des inflexions, lorsque l'on connaît, au moment considéré, les centres de courbure des trajectoires de deux points de la figure mobile; le point d'intersection des deux droites qui joignent respectivement les deux points de la figure mobile aux deux points où les perpendiculaires menées aux normales aux deux trajectoires en leur point commun (centre instantané de rotation) rencontrent la droite qui joint les centres de courbure appartient à la normale commune. La construction du pôle des inflexions est ensuite facile.

M. Gilbert démontre ensuite, par des considérations cinématiques, la proposition relative au centre de courbure de l'enveloppe d'une courbe de la figure mobile.

Ghysens (*E.*). — Sur les aires partielles de l'ellipsoïde. (B, 89-98).

Simplification et extension des recherches résumées dans Schlömilch, *Compendium der höheren Analysis*, B, II.

Delsaux (*J.*). — Sur la démonstration de l'équation $\Delta V = -4\pi\rho$ dans la théorie du potentiel. (B, 99-102).

Mansion (*P.*). — Rapport sur ce Mémoire. (A, 67).

On peut réduire la démonstration au cas où le corps se réduit à une sphère aussi petite qu'on le veut, la densité étant nulle au centre si le corps est hétérogène. On a $\int \Delta V dv = \int \frac{dV}{dn} d\sigma$, V étant le potentiel, v le volume, σ la surface, n la normale de la petite sphère. Mais, d'après la théorie de l'attraction, $\int \frac{dV}{dn} d\sigma = -4\pi \int \rho dv$, ρ étant la densité. On déduit de là $\Delta V = -4\pi\rho$, au moins si ΔV ne change pas de signe en chaque point de la sphère.

Turquan (*L.-V.*). — Mémoire sur la stabilité de l'équilibre des corps flottants. (B, 123-156).

L'auteur arrive à une conclusion contraire à celle de Clebsch (*Journal de Crelle*, année 1859); les petits mouvements du liquide n'ont aucune influence sur la stabilité de l'équilibre du corps flottant.

Hermite (*C.*). — Sur la décomposition des fractions rationnelles en fonctions simples. (B, 157-160).

Soient $Fx = (x-a)(x-b)(x-c)\ldots$, fx, φx des fonctions entières; ensuite

$$\frac{fx}{Fx} = \varphi x + \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c} + \ldots.$$

Dérivant les deux membres de cette égalité $(m-1)$ fois rapport à a, $(n-1)$ fois par rapport à b, $(p-1)$ fois par rapport à c, etc., on trouve la formule de décomposition de $[fx:(x-a)^m(x-b)^n(x-c)^p\ldots]$ en fractions simples.

Mansion (*P.*). — Généralisation d'un théorème de M. H.-J.-S. Smith. (B, 211-224).

Valeur de tout déterminant symétrique $\Sigma \pm a_{11} a_{22} \ldots a_{nn}$, où $a_{ik} = a_{i-k,k}\,(i > k)$. Conséquences.

Gilbert (*P.*). — Étude historique et critique sur le problème de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe. (B, 255-355).

Analyse critique des principaux travaux sur la question, en laissant de côté les premiers linéaments de la théorie à son origine, les écrits sur la précession des équinoxes et ceux qui sont relatifs aux projectiles cylindro-coniques. — I. D'Alembert, Euler, Lagrange, Legendre, Poisson. Théorie de Poinsot; critiques de Gascheau; recherches de Saint-Guilhem et de M. Folie. M. Gilbert fait remarquer que Poinsot est loin d'être toujours rigoureux dans ses raisonnements. — II. 1. Travaux indépendants de la théorie de Poinsot, ayant leur point de départ dans la dissertation de Rueb : Rueb, Jacobi, Somof, Gudermann, Weierstrass, Richelot. 2. Mémoires où la théorie de Poinsot est rattachée à celle de Rueb et Jacobi : Sylvester, Radau, Dieu, Chelini, Siacci. — III. Mouvement de la toupie, de la machine de Bohnenberger, du gyroscope de Foucault; autres appareils analogues. Explications élémentaires par la cinématique des mouvements observés : Sire, Hirn, Heynen, Jouffret. Leurs défauts. — IV. Théories analytiques sur le même sujet : Poisson, Puiseux, Resal, Heynen, Somof, Lottner. — V. Analyse des recherches où l'on tient compte des phénomènes manifestés par le gyroscope sous l'influence de la rotation terrestre : Lamarle, Quet, Resal, Bertrand (pas rigoureux), Yvon Villarceau, Lottner (erroné), Bour. — VI. Bibliographie contenant une liste de nombreux Mémoires qui n'ont pu être analysés par M. Gilbert, en particulier ceux de MM. Brill et Hermite.

De Saint-Venant. — De la constitution des atomes. (B, 417-456, et SUPPLÉMENT, 1-39).

Développement de l'idée de Boscowich. Les derniers éléments des corps sont des points mathématiques agissant les uns sur les autres, avec des intensités fonctions de leurs distances mutuelles, ou mieux doués de mouvements dont la loi dépend des dérivées secondes de ces distances par rapport au temps. La théorie de l'élasticité de Navier, Poisson et Cauchy, selon l'auteur, ne permet pas l'admission d'une matière continue. Dans le supplément, M. de Saint-Venant cite l'autorité de quelques philosophes en faveur de sa théorie et répond aux objections d'ordre métaphysique. Il n'explique pas d'où peut nous venir l'idée de continuité dans son système.

Belpaire (T.). — Tables permettant d'effectuer rapidement les calculs relatifs à la stabilité des voûtes en berceau, en arc de cercle et en plein cintre (B, 457-477). P. MANSION.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Tome XC; 1880, 1er semestre.

N° 1; 5 janvier.

Sainte-Claire Deville (H.). — Du mouvement engendré par la diffusion des gaz et des liquides. (18).

Janssen. — Remarques sur une Communication récente, relative au réseau photosphérique. (26).

Trève. — Sur une application de la préexistence des courants d'Ampère dans le fer doux. (35).

Trève. — Sur de nouveaux tubes lumineux. (36).

N° 2; 12 janvier.

Faye. — Sur les observations météorologiques du mois de mai à Zi-ka-wei, en Chine. (50).

Saint-Venant (de). — Sur la géométrie cinématique des déformations des corps soit élastiques, soit plastiques, soit fluides. (53).

Moncel (Th. du). — Influence de la nature des charbons sur la lumière électrique. (64).

Lalanne (L.) et *Lemoine (G.).* — Sur le désaccord apparent entre les hauteurs observées récemment sur la Seine et les prévisions du Service hydrométrique dans la traversée de Paris. (65).

Huggins (W.). — Sur les spectres photographiques des étoiles. (70).

Colladon. — État des travaux de percement du Saint-Gothard. (73).

Callandreau. — Détermination, par la méthode de M. Gyldén, du mouvement de la planète Héra (103). (82).

Darboux (G.). — Sur les polygones inscrits à une conique et circonscrits à une autre conique. (83).

Toutes les fois que l'on aura un polygone d'ordre n inscrit à une conique et circonscrit à une autre conique, on pourra obtenir une transformation rationnelle d'ordre n d'une intégrale elliptique dans une autre.

Soient

$$P_1 = 0, \quad \ldots, \quad P_n = 0$$

les équations des côtés du polygone inscrit à la conique (C); tous les points de cette conique satisfont à une equation de la forme

$$\frac{a_1}{P_1} + \frac{a_2}{P_2} + \cdots + \frac{a_n}{P_n} = 0,$$

où les a sont des constantes. Soient (C′) une conique inscrite au polygone, λ un paramètre au moyen duquel on determine individuellement les points de (C′); un point quelconque du plan est déterminé par les deux valeurs ρ, ρ_1 de λ, qui répondent aux points de contact des tangentes issues de ce point; l'équation précédente, avec ce système de coordonnées, prendra la forme

$$\frac{f(\rho)}{\varphi(\rho)} = \frac{f(\rho_1)}{\varphi(\rho_1)},$$

où f, φ désignent des polynômes d'ordre $n-1$, n. L'équation $\varphi(\rho) - kf(\rho) = 0$ définit, lorsque k varie, tous les polygones inscrits à (C) et circonscrits à (C′), c'est-à-dire qu'elle donne, pour chaque valeur de k, les paramètres des points de contact des différents côtés du polygone correspondant.

Soient maintenant B_1, B_2, B_3, B_4 les points de contact avec la conique (C) des tangentes communes aux deux coniques (C), (C′), et b_1, b_2, b_3, b_4 les paramètres des points de contact avec C′ de ces tangentes communes. Supposons d'abord n impair; si l'un des sommets du polygone inscrit à (C) et circonscrit à (C′) vient en B_1, l'un des côtés de ce polygone se réduira à la tangente en ce point, et l'on reconnaît sans peine que tous les autres côtés sont deux à deux confondus. Il suit de là que, pour une valeur k_1 de k, on aura l'identite

$$\varphi(\rho) - k_1 f(\rho) = (\rho - b_1) U_1^2,$$

U_1 étant un polynôme entier en ρ; de même

$$\varphi(\rho) - k_2 f(\rho) = (\rho - b_2) U_2^2,$$
$$\varphi(\rho) - k_3 f(\rho) = (\rho - b_3) U_3^2,$$
$$\varphi(\rho) - k_4 f(\rho) = (\rho - b_4) U_4^2,$$

et, par suite, la formule

$$y = \frac{\varphi(\rho)}{f(\rho)}$$

donnera une transformation des deux différentielles

$$\frac{dy}{\sqrt{(y-k_1)(y-k_2)(y-k_3)(y-k_4)}}, \quad \frac{d\rho}{\sqrt{(\rho-b_1)(\rho-b_2)(\rho-b_3)(\rho-b_4)}};$$

Le cas de n pair conduit à des conclusions analogues; il y a alors deux espèces distinctes de polygones à côtes confondus.

Thollon. — Cyclone solaire. (87).

Villari (*R.*). — Sur les lois thermiques des étincelles électriques produites par les décharges ordinaires, incomplètes et partielles des condensateurs. (89).

Denza (*P.*). — Variations de la déclinaison magnétique, déduites des observations régulières faites à Moncalieri dans la période 1871-78. (92).

Griffe (*A.*). — Sur le galvanomètre de Thomson. (94).

N° 3; 19 janvier.

Hermite. — Sur quelques applications des fonctions elliptiques. (106).

Suite des belles recherches de l'auteur sur les équations analogues à l'équation de Lamé. L'ensemble de ces recherches sera analysé dans la première Partie du *Bulletin.*

Picard (E.). — Sur une classe d'équations différentielles linéaires. (128).

Si les coefficients d'une équation différentielle linéaire d'ordre quelconque sont des fonctions doublement périodiques de première espèce, aux périodes $2K$ et $2iK'$, et si cette équation admet une intégrale uniforme n'ayant dans tout le plan que des pôles, cette intégrale pourra être exprimée au moyen des fonctions H, Θ de Jacobi.

Si, en effet, une fonction uniforme $f(x)$ jouit des propriétés définies par les deux équations

$$f(x+2mK)=A_1 f(x)+A_2 f(x+2K)+\ldots+A_m f[x+2(m-1)K],$$
$$f(x+2miK')=B_1 f(x)+B_2 f(x+2iK')+\ldots+B_m f[x+2(m-1)iK'],$$

où les A et les B sont des constantes, on reconnaît aisément que, pourvu que certaines équations algébriques de degré m aient leurs racines inégales, $f(x)$ est la somme de m^2 fonctions periodiques de seconde espèce. Dans le cas où $f(x)$ est une intégrale d'une équation lineaire de la classe considerée, cette fonction jouit évidemment des propriétés précédentes; on reconnait alors que m^2-m des fonctions de seconde espèce sont nulles.

L'auteur donne comme application l'équation

$$\frac{d^3y}{dx^3}+(h-6k^2\sin^2 x)\frac{dy}{dx}+h_1 y=0,$$

où h, h_1 sont des constantes quelconques, et qui admet trois intégrales de la forme

$$y=\frac{H(x+\omega)}{\Theta(x)}e^{\left[\lambda-\frac{\Theta'(0)}{\Theta(0)}\right]x},$$

λ et ω étant des constantes convenablement choisies.

N° 4; 26 janvier.

Resal (H.). — De l'influence de la température et de l'élasticité sur les câbles des ponts suspendus. (149).

D'Arsonval. — Sur un nouveau condensateur voltaique. (166).

Appell. — Sur des fonctions de deux variables à trois ou quatre paires de périodes. (174).

Soient b et β deux constantes données, m un entier quelconque, $a_1, a_2, \ldots, a_n$, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ des constantes assujetties à la condition

$$\Sigma a_h - \Sigma \alpha_h = m\beta;$$

posons

$$\varphi(x) = \prod_{h=1}^{h=n} \frac{\theta_1(x+a_h)}{\theta_1(x+\alpha_h)},$$

et soit $f(y)$ une fonction uniforme de y admettant la période b. La fonction

$$(1) \qquad f\left[my + \frac{b}{2\pi i}\log\varphi(x)\right]$$

est une fonction uniforme de x et y admettant trois paires de périodes conjuguées, à savoir pour x les périodes ω, ω', o et pour y les périodes correspondantes o, $\frac{b\beta}{\omega}$, b. Formons un nombre quelconque de fonctions telles que (1), puis prenons une fonction rationnelle de ces fonctions, de fonctions doublement periodiques de x aux périodes ω et ω', et de fonctions doublement périodiques de y aux périodes $\frac{b\beta}{\omega}$ et b; nous obtiendrons ainsi une fonction uniforme $F(x,y)$ admettant les trois paires de périodes déjà indiquées et dont les dérivées partielles sont des fonctions composées de la même façon que la fonction elle-même.

Si parmi ces fonctions on considère celles qui sont des fonctions rationnelles de $e^{\frac{2\pi y i}{b}}$, leurs dérivées partielles seront composées de la même façon. *Entre trois de ces fonctions u, v, w existe une relation algébrique.* En particulier, il existe une telle relation entre u, $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$.

Mittag-Leffler. — Sur les fonctions doublement périodiques de seconde espèce. (177).

Soit $F(x)$ une telle fonction, en sorte que

$$F(x+2K) = \mu F(x),$$
$$F(x+2iK') = \mu' F(x),$$

et soit, dans le voisinage d'un pôle a,

$$F(a+\varepsilon) = A\varepsilon^{-1} + A_1 D\varepsilon^{-1} + \ldots + A_\alpha D^\alpha \varepsilon^{-1} + B + B_1\varepsilon + \ldots.$$

M. Hermite a montré que $F(x)$ peut être représenté par la formule

$$F(x) = \Sigma\left[A f(x-a) + A_1 D f(x-a) + \ldots + A_\alpha D^\alpha f(x-a)\right],$$

où la sommation embrasse tous les pôles a situés dans le parallélogramme des périodes et où $f(x)$ est une fonction définie par l'égalité

$$f(x)=\frac{H'(0)H(x+\omega)}{H(\omega)H(x)}e^{\lambda x},$$

les constantes λ et ω étant telles que l'on ait

$$\mu=e^{2\lambda K}, \quad \mu'=e^{-\frac{i\pi\omega}{K}+2\lambda iK'}.$$

Il est clair que cette formule est en défaut toutes les fois que l'on a

$$\omega=\pm 2mK\pm 2niK';$$

les constantes μ et μ' prennent alors la forme

$$\mu=e^{2\lambda' K}, \quad \mu'=e^{2\lambda' iK'}.$$

M. Mittag-Leffler établit comme il suit la formule qui, dans ce cas d'exception, doit remplacer la formule de M. Hermite.

Partant de la formule fondamentale

$$\begin{aligned}2\pi i\Delta = 2K\int_0^1 [\Phi(p+2Kt)-\Phi(p+2iK'+2Kt)]\,dt \\ -2iK'\int_0^1 [\Phi(p+2iK't)-\Phi(p+2K+2iK't)]\,dt,\end{aligned}$$

qui donne la somme des résidus des pôles d'une fonction $\Phi(z)$, uniforme et n'ayant pas d'autre point singulier essentiel que le point ∞, dans l'intérieur du parallélogramme $p+2K\xi+2iK'\eta$, on applique cette formule à la fonction

$$\Phi(z)=F(z)\varphi(x-z),$$

où $F(z)$ est une fonction doublement périodique de seconde espèce, se trouvant dans les conditions d'exception et où

$$\varphi(z)=\frac{H'(z)}{H(z)}e^{\lambda z},$$

on trouve alors

$$\Delta=e^{-\lambda x}\int_0^1 e^{-\lambda(p+2Kt)}F(p+2Kt)\,dt.$$

Si maintenant x est situé dans le parallélogramme des périodes et si l'on a dans le voisinage d'un pôle a

$$F(a+\varepsilon)=A\varepsilon^{-1}+A_1 D\varepsilon^{-1}+\ldots+A_\alpha D^\alpha\varepsilon^{-1}+B+\ldots,$$

le résidu de la fonction Φ correspondant à ce pôle devient

$$A\varphi(x-a)+A_1 D\varphi(x-a)+\ldots+A_\alpha D^\alpha\varphi(x-a),$$

et l'on a

$$F(x)=A_0e^{\lambda x}+\Sigma[A\varphi(x-a)+A_1 D\varphi(x-a)+\ldots+A_\alpha D^\alpha\varphi(x-a)],$$

où

$$A_0=\int_0^1 e^{-\lambda(p+2Kt)}F(p+2Kt)\,dt,$$

et où la sommation s'étend à tous les pôles du parallélogramme; en remplaçant x par $x+2iK'$, on voit immédiatement que

$$\Sigma(A + A_1\lambda + \ldots + A_\alpha\lambda^\alpha)e^{-\lambda a} = 0.$$

Laguerre. — Sur la détermination d'équations numériques ayant un nombre donné de racines imaginaires. (180).

Si l'on désigne par f_m le denominateur de la $m^{\text{ième}}$ réduite de la transcendante

$$e^x \int_0^\infty \frac{e^{-x}\,dx}{x},$$

qui satisfait à l'équation

$$xy'' + (x+1)y' - my = 0,$$

et si l'on pose

$$V = f_n f'_m - f_m f'_n,$$

l'équation $V = 0$ a $2n$ racines imaginaires.

Arney. — Sur la photographie de la portion infra-rouge du spectre solaire. (182).

N° 5; 2 février.

Hermite. — Sur quelques applications des fonctions elliptiques. (201).

Gyldén. — Sur une équation différentielle linéaire du second ordre. (208).

Il s'agit de l'équation

$$y'' + k^2 \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{cn} x}{\operatorname{dn} x} y' + \mu^2 \operatorname{dn}^2 x\, y = 0,$$

dont l'intégrale générale est

$$y = a \cos\mu(\operatorname{am} x) + b \sin\mu(\operatorname{am} x).$$

Saint-Venant (de). — Complément à la Note du 12 janvier 1880 sur la déformation des corps. (209).

Cailletet. — Expériences sur la compression des mélanges gazeux. (210).

Mittag-Leffler. — Sur la théorie des équations différentielles linéaires. (218).

Les recherches de M. Fuchs sur les équations différentielles linéaires à intégrales régulières donnent bien le moyen de constituer un système fondamental d'intégrales dans le voisinage d'un point singulier, mais la solution complète du problème de l'intégration, qui consiste évidemment à trouver une expression analytique de l'intégrale valable dans tout le plan n'a point encore été obtenue. M. Mittag-Leffler y est parvenu dans le cas où l'intégrale générale est uniforme et n'admet pas d'autre point singulier essentiel que le point ∞.

Soit

$$y'' = f_1(x)y' + f_2(x)y$$

une telle équation.

$f(x)$, $f_1(x)$ seront, d'après M. Fuchs, des fonctions uniformes n'ayant pas d'autre point essentiel que le point ∞; en outre, dans le voisinage d'un pôle a, on devra avoir

$$f_1(x) = (x-a)^{-1}[k_0 + k_1(x-a) + k_2(x-a)^2 + \ldots],$$
$$f_2(x) = (x-a)^{-2}[h_0 + h_1(x-a) + h_2(x-a)^2 + \ldots].$$

M. Mittag-Leffler montre en outre que les coefficients h_0 et k_0 sont nécessairement des nombres entiers tels que l'on ait

$$4h_0 + (1+k_0)^2 = m^2,$$

m étant un entier positif, puis que les coefficients suivants sont liés par l'équation algébrique obtenue en éliminant $c_1, c_2, \ldots, c_{m-1}$ entre les équations

$$(1-m)c_1 = nk_1 + h_1,$$
$$2(2-m)c_2 = nk_2 + h_2 + [(n+1)k_1 + h_1]c_1,$$
$$3(3-m)c_3 = nk_3 + h_3 + [(n+1)k_2 + h_2]c_2 + [(n+2)k_1 + h_1]c_1,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$0 = nk_m + h_m + [(n+1)k_{m-1} + h_{m-1}]c_{m-1} + \ldots + [(n+m-1)k_1 + h_1]c_1,$$

où

$$n = \frac{1}{2}(1 + k_0 - m).$$

Les conditions étant remplies, l'intégrale complète est toujours une fonction uniforme avec le seul point singulier ∞ et l'auteur montre comment on peut former cette intégrale.

N° 6; 9 février.

Crova (A.). — Mesure spectrométrique des hautes températures. (252).

Wolf (R.). — Statistique des taches solaires de l'année 1879. (254).

N° 7; 16 février.

Mouchez. — Observations méridiennes des petites planètes, faites à l'Observatoire de Greenwich (transmises par l'Astronome Royal M. *Airy*) et à l'Observatoire de Paris pendant le quatrième trimestre de l'année 1879. (261).

Lœwy et *Oppolzer*. — Détermination de la différence de longitude entre Paris et Bregens. (264).

Sylvester. — Sur les diviseurs des fonctions cyclotomiques. (287).

Soit k un nombre entier; que l'on forme la série

$$\cos\lambda_1\frac{2\pi}{k},\ \cos\lambda_2\frac{2\pi}{k},\ \ldots,\ \cos\lambda_i\frac{2\pi}{k},$$

$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ étant les $\frac{1}{2}\varphi(k)$ nombres premiers à k et moindres que $\frac{k}{2}$. Le produit de tous les facteurs $x - 2\cos\lambda\frac{2\pi}{k}$ est la fonction *cyclotomique* d'indice k; elle est ce que devient le facteur primitif de $t^k - 1$ quand on le divise par $t^{\frac{1}{2}\varphi(k)}$ et que l'on écrit $t + \frac{1}{t} = x$.

Les nombres qui divisent la fonction sans diviser l'indice sont nommés *diviseurs extérieurs;* ceux qui divisent en même temps la fonction et l'indice sont dits *diviseurs intérieurs*.

En posant

$$J(\cos\theta) = \cos(p^i\theta) - \cos(p^{i-1}\theta),$$

$J(\cos\theta)$, regardé comme fonction algébrique de $\cos\theta$, est divisible par p^i pour toute valeur reelle et entière attribuee à $\cos\theta$. M. Sylvester déduit de là diverses propositions relatives aux diviseurs tant exterieurs qu'intérieurs, propositions qu'il résume (dans une Communication postérieure) par le theorème suivant :

« Tout diviseur de la fonction cyclotomique à l'indice k est de la forme $ik\pm 1$, excepté dans le cas où $k = \frac{p\mp 1}{m}p^j$, dans lequel cas p (et non p^2) est aussi diviseur. Réciproquement, tout nombre dont les facteurs sont des puissances arbitraires de nombres premiers de la forme $ik\pm 1$ est diviseur de la fonction cyclotomique à l'indice k. »

Ainsi la fonction cyclotomique à l'indice 9, $x^3 - 3x + 1$, a pour diviseur 3 et les nombres premiers de la forme $18n\pm 1$.

Léauté (*H.*). — Équations des petites oscillations d'un fil inextensible en mouvement dans l'espace. (290).

M. Léauté traite le cas où la courbe, assujettie à rester plane, étant tout d'abord en mouvement permanent dans l'espace. est légèrement déviée de sa position de repos apparent.

Picard (*E.*). — Sur les équations différentielles linéaires à coefficients doublement périodiques. (293).

Soit

$$\frac{d^2y}{dx^2} + p\frac{dy}{dx} + qy = 0$$

une telle équation, les periodes des coefficients étant $2K$ et $2iK'$, et dont l'intégrale générale soit uniforme et composee d'integrales regulières. M. Picard etablit nettement que cette équation admet comme intégrale une fonction doublement périodique de seconde espèce $\psi(x)$; dès lors, la seconde intégrale sera

$$y = \psi(x) \int \frac{dx}{\psi^2(x)} e^{-\int p\,dx},$$

et la fonction

$$F(x) = \frac{1}{\psi^2(x)} e^{-\int p\,dx}$$

est doublement périodique de seconde espèce. Dans le cas général, comme le montre la formule de réduction de M. Hermite, l'intégrale de cette fonction est elle-même une fonction de même nature, ainsi que y; dans le cas d'exception signalé récemment par M. Mittag-Leffler, il convient d'employer la formule de réduction donnée par ce dernier, et l'on trouve alors

$$\int F(x)\,dx = a_0 x + \sum \left[A_1 \frac{H'(x-a)}{H(x-a)} + \ldots + A_\alpha D^{\alpha-1} \frac{H'(x-a)}{H(x+a)} \right].$$

Appell. — Sur les séries hypergéométriques de deux variables et sur des équations linéaires aux dérivées partielles. (296).

Posant

$$(\lambda, k) = \lambda(\lambda+1)\ldots(\lambda+k-1). \quad (\lambda, 0) = 1,$$

M. Appell considère les quatre séries

$$F_1(\alpha, \beta, \beta', \gamma, x, y) = \sum \frac{(\alpha, m+n)(\beta, m)(\beta', n)}{(\gamma, m+n)(1, m)(1, n)} x^m y^n,$$

$$F_2(\alpha, \beta, \beta', \gamma, \gamma', x, y) = \sum \frac{(\alpha, m+n)(\beta, m)(\beta', n)}{(\gamma, m)(\gamma', n)(1, m)(1, n)} x^m y^n,$$

$$F_3(\alpha, \alpha', \beta, \beta', \gamma, x, y) = \sum \frac{(\alpha, m)(\alpha', n)(\beta, m)(\beta', n)}{(\gamma, m+n)(1, m)(1, n)} x^m y^n,$$

$$F_4(\alpha, \beta, \gamma, \gamma', x, y) = \sum \frac{(\alpha, m+n)(\beta, m+n)}{(\gamma, m)(\gamma', n)(1, m)(1, n)} x^m y^n,$$

la sommation s'étendant à tous les nombres entiers m, n de zéro à l'infini. Ces quatre fonctions satisfont à des équations linéaires du second ordre aux dérivées partielles qui rappellent l'équation de la série hypergéométrique; par exemple, la première satisfait à l'équation

$$(x - x^2)r + y(1-x)s + [\gamma - (\alpha+\beta+1)x](p - \beta y q) - \alpha\beta z = 0.$$

M. Appell montre comment ces séries donnent naissance à des polynômes à deux variables analogues aux polynômes de Jacobi.

Mittag-Leffler. — Sur les équations linéaires à coefficients doublement périodiques. (299).

La méthode suivie par M. Picard, et qui donne la forme de l'intégrale dans le cas général, ne suffit pas pour donner la forme plus particulière dont l'intégrale est susceptible dans des cas plus spéciaux. M. Mittag-Leffler établit que l'équation a toujours une intégrale doublement périodique; dès lors, les intégrales étant supposées uniformes et n'ayant que le point ∞ pour point singulier essentiel, on peut déduire de l'intégrale supposée connue les $n-1$ autres.

Genocchi (*A.*). — Sur la loi de réciprocité de Legendre étendue aux nombres non premiers. (300).

Korkine (*A.*). — Sur l'impossibilité de la relation algébrique $X^n + Y^n + Z^n = 0$. (303).

Laguerre. — Sur l'approximation des fonctions circulaires au moyen de fonctions algébriques. (305).

En désignant par $f(x) = 0$ une équation dont toutes les racines sont réelles et par α une quantité arbitraire, les deux valeurs de x déterminées par l'équation

$$\frac{1}{x-\alpha} = \frac{-f'(\alpha) \pm \sqrt{(n-1)^2 f'^2(\alpha) - n(n-1) f(\alpha) f''(\alpha)}}{n f(\alpha)}$$

sont respectivement comprises entre α et les deux racines de l'équation proposée qui avoisinent α.

Cette formule fournit, par exemple, la valeur approchée

$$\cos\frac{\alpha}{n} = 1 - \frac{1-\cos\alpha}{n + (n-1)\sqrt{n^2 - \frac{n(n+1)}{2}(1-\cos\alpha)}}.$$

Gouy. — Sur de nouvelles franges d'interférence. (307).

N° 8; 23 février.

Gyldén. — Sur quelques équations différentielles linéaires du second ordre. (344).

Les équations

$$\operatorname{sn}^2 x y'' + \frac{\operatorname{sn} x \operatorname{dn} x}{\operatorname{cn} x} y' \mp \mu^2 \operatorname{cn}^2 x y = 0$$

ont pour intégrales générales

$$y = C \operatorname{sn}^{\mu}\left(\frac{x}{1+k_1}, k_1\right) + C' \operatorname{sn}^{-\mu}\left(\frac{x}{1+k_1}, k_1\right),$$

où

$$k_1 = \frac{1-k}{1+k},$$

et

$$y = C \cos\mu \log\sqrt{\frac{1-\operatorname{dn} x}{1+\operatorname{dn} x}} + C' \sin\mu \log\sqrt{\frac{1-\operatorname{dn} x}{1+\operatorname{dn} x}}.$$

Sylvester. — Sur les diviseurs des fonctions cyclotomiques. (345).

M. Sylvester énonce comme très probable la possibilité de toujours résoudre en nombres entiers l'équation

$$x^3 - 3xy^2 + y^3 = Dz^3,$$

où D est un diviseur de la fonction cyclotomique à indice 9.

Elliot. — Généralisation de deux théorèmes sur les fonctions Θ. (352).

Extension à la fonction $\Theta^{(q)}$, considérée par MM. Clebsch et Gordan, des deux théorèmes qui servent de base au problème de l'inversion d'après la methode de Riemann.

Léauté. — Détermination des tensions moyennes développées aux extrémités d'une corde pesante oscillant autour d'une position de repos apparent. (354).

Pedro (*S. M. don*). — Dépêche donnant les éléments de la nouvelle comète. (357).

Tacchini (*P.*). — Observations des taches et protubérances solaires pendant les troisième et quatrième trimestres de 1879. (358).

Mondésir (*P. de*). — Comparaison entre les courbes des tensions des vapeurs saturées. (360).

Chambrier. — Sur un nouvel électro-aimant. (363).

Ducretet. — Emploi du verre trempé pour la construction des condensateurs. (363).

N° 9; 1er mars.

Séance publique annuelle.

N° 10; 8 mars.

Hermite. — Sur quelques applications des fonctions elliptiques. (478).

M. Hermite traite, dans cette Communication, de la courbe élastique. Il s'occupe d'abord du cas où la courbe est plane et donne les premiers termes des développements en séries des deux coordonnées.

Dans le cas où la courbe est à double courbure, Wantzel a mis les équations sous la forme

$$y'z'' - y''z' = \alpha x' + \beta y,$$
$$z'x'' - z''x' = \alpha y' - \beta x,$$
$$x'y'' - x''y' = \alpha z' + \gamma,$$

où les derivées sont prises par rapport à l'arc s et où α, β, γ sont des constantes dont les deux premières sont positives.

On en deduit, en remplaçant z' par ζ,

$$\zeta'^2 = 2\beta(\zeta - \delta)(1 - \zeta^2) - (\gamma\zeta + \alpha)^2,$$

δ étant une constante.

Faisant alors

$$\zeta'^2 = -2\beta(\zeta - a)(\zeta - b)(\zeta - c),$$

on reconnait que les racines a, b, c sont réelles et que, en supposant $a > b > c$, ζ a pour limites a et b. En posant

$$\zeta = a - (a - b)\mathrm{U}^2,$$
$$k^2 = \frac{a - b}{a - c}, \quad k'^2 = \frac{b - c}{a - c},$$
$$n = \sqrt{\frac{a - c}{2}}\,\beta, \quad u = n(s - s_0),$$

on obtiendra alors

$$\mathrm{U} = \operatorname{sn} u, \quad \zeta = a - (a - b)\operatorname{sn}^2 u,$$
$$n(z - z_0) = \left[a - (a - c)\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right]u + (a - c)\frac{\Theta'(u)}{\Theta(u)}.$$

On a, d'un autre côté,

$$\frac{x' + iy'}{x + iy} = \frac{\zeta' + i(\gamma\zeta + \alpha)}{2(\zeta - \delta)}.$$

Le second membre est une fonction doublement périodique de u; en la décomposant en eléments simples et en integrant, on parvient a la relation

$$x + iy = (x_0 + iy_0)\frac{\Theta(0)\mathrm{H}(\omega - u)}{\Theta(u)\mathrm{H}(\omega)}e^{\lambda u}$$

où

$$\lambda = \frac{in(a\gamma + \alpha)}{a - \delta} + \frac{\mathrm{H}'(\omega)}{\mathrm{H}(\omega)} \quad \text{et} \quad \operatorname{sn}^2\omega = \frac{a - \delta}{a - b}.$$

Si l'on pose $\omega = \mathrm{K} + i\nu$, ν sera réel et l'on aura finalement

$$x + iy = (x_0 + iy_0)\frac{\Theta(0)\mathrm{H}(i\nu - u)e^{\lambda u}}{\Theta(u)\mathrm{H}_1(i2)},$$
$$x - iy = (x_0 - iy_0)\frac{\Theta(0)\mathrm{H}(i\nu + u)e^{-\lambda u}}{\Theta(0)\mathrm{H}_1(i\nu)},$$

les constantes x_0, y_0 étant liées par l'équation

$$\beta(x_0^2 + y_0^2) = 2(a - \delta).$$

Phillips. — De la compensation des températures dans les chronomètres. (483).

Léauté (H.). — Recherche du coefficient de régularité du mouvement dans les transmissions par câbles. (498).

Bresse. — Fonction des vitesses; extension des théorèmes de Lagrange au cas d'un fluide imparfait. (501).

Callandreau. — Éphéméride de la planète Héra pour l'opposition de 1880. (517).

Gaussin. — Lois concernant la distribution des astres du système solaire. (518).

Radau (R.). — Sur les formules de quadrature à coefficients égaux. (520).

La formule

$$\int_{-1}^{+1} \varphi(x)dx = \Sigma A\varphi(a)$$

possède le *degré de précision* $n+m-1$, si les $2n$ constantes $a, b, \ldots, A, B, \ldots$ satisfont aux relations

$$\Sigma A a^h = \int_{-1}^{+1} x^h dx \quad (h = 0, 1, \ldots, n+m-1);$$

le cas de $m=n$ est celui de la formule de Gauss. M. Radau étudie le cas où tous les coefficients ont la même valeur numérique.

Darboux (G.). — Sur les systèmes formés d'équations linéaires à une seule variable indépendante.

Considérons le système d'équations linéaires du premier ordre

$$\frac{dx_i}{dt} = a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n, \quad (i = 1, \ldots, n),$$

où les a sont des fonctions de la seule variable t. Ce système a, en général, n intégrales linéaires de la forme

$$\alpha_{i1}x_1 + \ldots + \alpha_{in}x_n = C_i;$$

mais il peut avoir des intégrales de degré supérieur au premier. Soit

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = C$$

une telle intégrale. On voit aisément que l'on peut supposer la fonction f homogène par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_n$; M. Darboux établit que tout covariant de cette forme multiplié par une puissance convenable d'une fonction connue de t sera également une intégrale du même système.

Cela résulte immédiatement de ce que la substitution

$$x_i = C_1 x_i' + \ldots + C_n x_i^{(n)} \quad (i = 1, \ldots, n),$$

où $x_1^i, \ldots, x_n^i$ constitue un système de solutions particulières, change f en une fonction

$$\varphi(C_1, C_2, \ldots, C_n),$$

indépendante de t. Tout covariant F de f multiplié par une puissance convenable (négative) du déterminant de la substitution (où les C sont regardés comme les variables substituées à $x_1, \ldots, x_n$) se change dans le covariant analogue de la fonction φ; quant au déterminant de la substitution, il est égal à

$$\Delta = C e^{\int (a_{11} + \ldots + a_{nn}) dt}.$$

La démonstration s'étend au cas où l'on a plusieurs intégrales et où l'on considère un covariant quelconque du système de formes.

Enfin, la proposition s'étend aux contrevariants, comme on le voit en considérant le système adjoint

$$\frac{du_i}{dt} = - a_{1i} u_1 - \ldots - a_{ni} u_n.$$

On reconnaît d'abord que, si $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont des fonctions satisfaisant au premier système. $u_1, u_2, \ldots, u_n$ des fonctions satisfaisant au second, on a

$$u_1 x_1 + \ldots + u_n x_n = \text{const.},$$

en sorte que l'intégration de l'un des systèmes entraîne celle de l'autre. On voit en passant que les deux systèmes adjoints peuvent s'écrire sous la forme *canonique*

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial u_i}, \quad \frac{du_i}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial x_i},$$

en faisant

$$H = \Sigma\Sigma a_{ij} u_i x_j.$$

Si, maintenant, on considère différentes intégrales

$$f_j(x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_n) = C_j, \quad (j = 1, \ldots, p),$$

homogènes par rapport aux x et par rapport aux u, toute forme invariante de ce système d'intégrales multipliée par une fonction connue de t sera encore une intégrale du système.

Pepin (*P.*). — Démonstration d'un théorème de M. Sylvester sur les diviseurs d'une fonction cyclotomique. (526).

Mondésir (*P. de*). — Comparaison entre les courbes des tensions des vapeurs saturées. (528).

N° 11; 15 mars.

Tisserand. — Sur un développement particulier de la fonction perturbatrice. (557).

Phillips. — De la compensation des températures dans les chronomètres. (561).

Faye. — Sur l'hypothèse de Laplace. (565).

Léauté. — Règles pratiques pour l'établissement des transmissions télodynamiques. (567).

Deprez (*M.*). — Sur le rendement économique des moteurs électriques et sur la mesure de la quantité d'énergie qui traverse un circuit électrique. (590).

Gille (*D.*). — Observation de la nouvelle comète, visible à la ville du Cap. (593).

Gaussin (*L.*). — Lois concernant la distribution des astres du système solaire. (593).

Darboux (*G.*). — Sur les systèmes formés d'équations linéaires à une seule variable indépendante. (596).

Voir plus haut.

Jordan (*C.*). — Sur la réduction des substitutions linéaires. (598).

Deux substitutions linéaires S et S′, à n variables et à coefficients réels ou complexes de la forme $a + bi$ peuvent être considérées comme *équivalentes* et appartenant à la même *classe* si l'on a une relation de la forme

$$S' = ESE',$$

E et E′ étant des substitutions à coefficients entiers (réels ou complexes) et de déterminant 1. Cela posé : « Une substitution S de déterminant D est toujours équivalente à une substitution réduite dont tous les coefficients ont leurs normes inférieures à $k_n \sqrt[n]{\Delta}$, Δ désignant la norme de D et k_n une constante qui ne dépend que de n.

Picard (*E.*). — Sur l'équation aux dérivées partielles du potentiel. (601).

Une fonction V de x, y, z, déterminée et continue ainsi que ses dérivées pour tout système de valeurs de x, y, z satisfaisant à l'équation

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0,$$

ne peut rester comprise entre deux limites fixes, à moins qu'elle ne se réduise à une constante.

Landolt. — Sur un nouveau télémètre. (603).

Resio (*C.*). — Application du téléphone à la mesure de la torsion de l'arbre moteur des machines en mouvement. (604).

Crafts (*J.*) et *Meier* (*F.*). — Sur un procédé pour la mesure des températures élevées. (606).

N° 12; 22 mars.

Faye. — Sur l'origine du système solaire. (637).

Hermite. — Sur quelques applications des fonctions elliptiques. (643).

Phillips. — De la compensation des températures dans les chronomètres. (649).

Poincaré. — Sur les courbes définies par une équation différentielle. (673).

Pellet. — Sur les intégrales de fonctions algébriques. (676).

Fuchs. — Sur une classe de fonctions de plusieurs variables tirées de l'inversion des intégrales de solution des équations différentielles linéaires dont les coefficients sont des fonctions rationnelles. (678).

Resumé d'un important Memoire publié dans le *Journal de Borchardt* et qui sera analyse dans le *Bulletin.*

Fernet. — Analyse des phénomènes lumineux produits par les décharges électriques dans les gaz raréfiés. (680).

Villari. — Sur les lois thermiques des étincelles électriques produites par les décharges ordinaires, incomplètes et partielles des condensateurs. (685).

Righi (*A.*). — Sur un cas de polarité rémanente de l'acier, opposée à celle de l'hélice magnétisante qui le produit. (688).

Conche. — Sur la photographie du spectre solaire. (689).

N° 13; 29 mars.

Villarceau (*Y.*). — Application de la théorie des sinus des ordres supérieurs à l'intégration des équations différentielles linéaires.

Sainte-Claire Deville (*H.*) et *Troost*. — Sur la détermination des températures élevées. (727).

Appell. — Sur les séries hypergéométriques de deux variables et sur les équations différentielles linéaires aux dérivées partielles. (731).

L'auteur développe une suite d'analogies intéressantes entre la série hypergéométrique ordinaire et les quatre séries à deux variables qu'il a définies dans une Communication précédente.

Fuchs. — Sur une classe de fonctions de plusieurs variables tirées de l'inversion des intégrales de solution des équations différentielles linéaires dont les coefficients sont des fonctions rationnelles. (735).

Boussinesq. — Sur la manière dont les frottements entrent en jeu dans un fluide qui sort de l'état de repos, et sur leur effet pour empêcher l'existence d'une fonction des vitesses. (737).

Mathieu (*É.*). — Mémoire sur des intégrations relatives à l'équilibre d'élasticité. (739).

Joulin. — Recherches sur la diffusion. (741).

MÉMOIRES DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DE LIÈGE. — 2e série, Bruxelles, Hayez (1).

Tome VI; décembre 1877.

Gloesener (*M.*). — Études sur l'électrodynamique et sur l'électromagnétisme. (II-111 p.).

Exposé du principe du renversement alternatif du courant électrique dans les électro-aimants.

Catalan (*E.*). — Théorie analytique des lignes à double courbure. (79 p.).

(1) *Voir*, pour t. I-V, *Bulletin*, 2e série, t. I, 2e Partie, p. 69. Les Mémoires sont paginés séparément.

Dans cet écrit, M. Catalan traite, avec son élégance habituelle, la plupart des questions classiques relatives aux courbes gauches, et trouve, chemin faisant, bon nombre de théorèmes nouveaux.

Catalan (*E.*). — Théorèmes d'Arithmétique. (4 p.).

Conséquences immédiates de la théorie des équations binômes. Exemple : Les nombres $11\ldots1$ (m chiffres), $11\ldots1$ (n chiffres) ont pour plus grand commun diviseur $11\ldots1$ (p chiffres), p étant le plus grand commun diviseur de m, n.

Houtain (*L.*). — Quelques réflexions sur l'enseignement supérieur. (79 p.).

Critique de divers détails de l'enseignement supérieur belge. Essai de classification des Sciences mathématiques.

Terssen (*E.*). — Mémoire sur la résistance des canons frettés. (50 p.).

Hermite (*C.*). — Note sur une formule de Jacobi. (7 p.).

Démonstration de la formule

$$(n+1)D^n(1-x^2)^{n+\frac{1}{2}} = (-1)^n 1.3.5\ldots(2n+1)\sin[(n+1)\operatorname{arc}\cos x],$$

au moyen de la théorie élémentaire des fractions continues algébriques.

Tome VII; décembre 1878.

Imschenetsky (*V.*). — Note sur les équations aux dérivées partielles. (6 p.).

Soient

$$x_i = q_i + q'_i\sqrt{-1},\quad y_i = p'_i + p_i\sqrt{-1},\quad z = f(x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_n, y_n) = H + G\sqrt{-1};$$

on aura $(H, G) = 0$, (H, G) étant le symbole de Poisson, usité dans la théorie des équations aux dérivées partielles. Conséquences pour l'intégration d'un système canonique d'ordre $4n$ et de l'équation aux dérivées partielles correspondantes.

Folie (*F.*). — Éléments de la théorie des faisceaux. (111 p.).

Analysé dans le *Bulletin*, 2e série, t. III, première Partie, p. 278-288.

Tome VIII; décembre 1878.

Ne contient aucun Mémoire de Mathématiques ou d'Astronomie.

P. M.

BERICHTE ÜBER DIE VERHANDLUNGEN DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU LEIPZIG; Mathematisch-physische Classe ([1]).

Tome XXVII; 1875.

Neumann (*C.*). — La loi de Weber dans son application aux points de glissement. (1-28).

Si le circuit du courant électrique contient deux conducteurs linéaires qui se touchent en un certain point et entrent par ce point de contact en communication électrique, on peut considérer, dans le mouvement du circuit, plusieurs cas différents. Le point de contact peut se déplacer sur un seul des deux conducteurs ou sur les deux à la fois; en outre, l'angle formé par les deux conducteurs en leur point de contact peut être ou constant ou variable d'un instant à l'autre. De tous ces cas, un seul jusqu'ici a été examiné; car, dans les recherches de Weber, les seules que nous connaissions sur ce sujet, on suppose que le point de contact est mobile sur un seul des deux conducteurs, et en même temps que l'angle de ceux-ci est constamment nul.

L'auteur se propose dans ce Mémoire de reprendre à nouveau ces recherches et de montrer que, dans tous les cas énumérés ci-dessus, la loi de Weber est en concordance parfaite avec la *loi intégrale électromotrice*, c'est-à-dire avec le principe général des courants induits, établi par son père, F. Neumann. Cette loi intégrale n'est vraie que pour des courants uniformes; l'auteur soumettra donc ses recherches à cette restriction.

§ 1. Remarques préliminaires. — § 2. Sur certaines intégrales. — § 3. Action d'un courant uniforme, ayant des points de glissement, sur une particule électrique isolée. — § 4. Suite. Étude du cas où la vitesse de la particule électrique donnée éprouve des changements brusques. — § 5. Action pondéromotrice et électromotrice d'un courant ayant des points de glissement. — § 6. La loi intégrale pondéromotrice pour deux courants circulaires ayant des points de glissement. — § 7. Sur certaines équations différentielles complètement analogues à celles de Lagrange. — § 8. La loi intégrale électromotrice pour deux courants circulaires ayant des points de glissement.

Hankel (*W.*). — Sur l'état électrique des métaux plongés dans l'eau ou dans des dissolutions salines et exposés à l'irradiation du Soleil ou d'une lampe. (299-321).

Tome XXVIII; 1876.

Wiedemann (*G.*). — Sur les lois du passage de l'électricité à travers les gaz. (1-58, 1 pl.).

([1]) Voir *Bulletin*, I_2, 267.

Zöllner (*F.*). — Sur les relations physiques entre les phénomènes hydrodynamiques et électrodynamiques. (59-226, 2 pl.). Addition à ce Mémoire. (240-252).

Zöllner (*F.*). — Réfutation de la loi potentielle élémentaire de Helmholtz par des expériences électrodynamiques sur des courants *fermés*. (227-239, 1 pl.).

Neumann (*C.*). — Deux théorèmes sur les éléments superficiels correspondants. (253-255).

1. Soient (x, y, z), (ξ, η, ζ) deux points correspondants liés par trois équations données, ds, $d\sigma$ deux elements superficiels correspondants, a, b, c et α, β, γ les cosinus de direction de leurs normales respectives; on a

$$\frac{d\sigma}{ds} = -\begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} & \alpha \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \beta \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} & \gamma \\ a & b & c & 0 \end{vmatrix}.$$

On peut appliquer cette formule à la démonstration de l'expression de la mesure de la courbure de Gauss.

2. Si les six coordonnées sont exprimées en fonction de deux paramètres p, q, ce qui determine, par l'elimination de ces paramètres, deux surfaces (x, y, z), (ξ, η, ζ), alors les eléments superficiels correspondants ds, $d\sigma$ seront liés par la relation

$$\frac{ds}{d\sigma} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial p} & \frac{\partial x}{\partial q} & a \\ \frac{\partial y}{\partial p} & \frac{\partial y}{\partial q} & b \\ \frac{\partial z}{\partial p} & \frac{\partial z}{\partial q} & c \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial p} & \frac{\partial \xi}{\partial q} & \alpha \\ \frac{\partial \eta}{\partial p} & \frac{\partial \eta}{\partial q} & \beta \\ \frac{\partial \zeta}{\partial p} & \frac{\partial \zeta}{\partial q} & \gamma \end{vmatrix}.$$

Neumann (*C.*). — Sur la loi d'Ampère. (256-267).

La faveur dont la loi d'Ampère a joui durant un demi-siècle pourrait avoir été ébranlée par les attaques auxquelles elle a été exposée dans ces derniers temps, d'autant plus que cette loi, aux yeux de la plupart des physiciens et des géomètres, repose encore sur l'hypothèse douteuse que l'action d'un courant fermé sur un seul élement de courant est *perpendiculaire* à cet élement.

L'auteur montre dans cette Note que *la loi d'Ampère est indépendante de l'hypothèse en question*, ce qui résulte déjà implicitement des recherches de Stefan.

§ 1. Deux theorèmes mathematiques. — § 2. On peut remplacer les courants électriques par des surfaces magnetiques. — § 3. Les hypothèses d'Ampère. — § 4. Déduction de la loi d'Ampère, independamment de deux fonctions qui restent encore inconnues. — § 5. Détermination de ces fonctions inconnues. — § 6. Remarque finale.

Drobisch (*M.-W.*). — Quelques considérations élémentaires sur l'espace à trois dimensions. (268-274).

Considérations sur la manière dont on peut arriver à la conception d'un espace à plus de trois dimensions.

Tome XXIX; 1877.

Drobisch (*M.-W.*). — Sur la tonalité pure et la gamme tempérée. (1-67).

Hankel (*W.*). — Sur le radiomètre de Crookes. (67-70).

Hankel (*W.*). — Sur la photo-électricité du spath fluor. (71-85, 1 pl.).

Mayer (*A.*). — Sur l'expression la plus générale des forces potentielles intérieures d'un système de points matériels en mouvement. (86-100).

Si l'on pose

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{i=n} m_i (x_i'^2 + y_i'^2 + z_i'^2),$$

et si W représente une fonction quelconque de t, des $3n$ fonctions inconnues x_i, y_i, z_i de t, et de leurs dérivées x_i', y_i', z_i', le problème

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (T + W)\, dt = 0$$

conduit aux $3n$ équations différentielles du second ordre

$$m_i x_i'' = \frac{\partial W}{\partial x_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial x_i'}, \quad \text{etc.}$$

Si l'on considère $m_1, m_2, \ldots, m_n$ comme les masses de n points et x_i, y_i, z_i comme leurs coordonnées rectangulaires pour le temps t, les équations différentielles précédentes seront celles du mouvement d'un système libre de points matériels, dans lequel les composantes agissant à l'époque t sur le point m_i sont

$$(1) \qquad X_i = \frac{\partial W}{\partial x_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial W}{\partial x_i'}, \quad \ldots.$$

Des forces exprimées analytiquement sous cette forme s'appellent *forces potentielles*, et la fonction W, dont la connaissance les détermine complètement, est dite leur *potentiel*. En outre, l'auteur entend par *forces intérieures* du système celles qui

proviennent uniquement des actions mutuelles des points du système et qui, par conséquent, se feraient à chaque équilibre sur le système, si leurs points d'application se trouvaient reliés à cet instant par des droites rigides, dont l'introduction changerait le système en un corps solide. Le problème qui fait l'objet principal de cette Note consiste à *trouver l'expression analytique la plus générale des forces intérieures d'un système matériel en mouvement, dans l'hypothèse que ces forces ont un potentiel.*

D'après leur définition, les forces intérieures sont caractérisées par les six équations de condition

$$\text{(II)} \qquad \sum_{i=1}^{i=n} X_i = 0, \quad \ldots,$$

$$\text{(III)} \qquad \sum_{i=1}^{i=n} (y_i Y_i - z_i Z_i) = 0, \quad \ldots.$$

§ 1. Détermination du potentiel effectif d'après les conditions (II). — § 2. Détermination du potentiel effectif d'après les conditions (III). — § 3. Le principe de la force vive. — § 4. Récapitulation des résultats obtenus et conséquences.

Schlömilch (*O.*). — Sur quelques séries infinies. (101-105).

Schlömilch (*O.*). — Sur les sommes de puissances des inverses des nombres naturels. (106-109).

L'auteur a établi, en 1849, une relation entre la fonction

$$\psi(\mu) = \frac{1}{1^\mu} - \frac{1}{3^\mu} + \frac{1}{5^\mu} - \cdots \quad (0 < \mu < 1)$$

et la fonction complémentaire $\psi(1-\mu)$. Il cherche, dans la présente Note, à établir une relation analogue entre les fonctions

$$\varphi(\mu) = \frac{1}{1^\mu} - \frac{1}{2^\mu} + \frac{1}{3^\mu} - \cdots$$

et $\varphi(1-\mu)$. Il parvient à la formule

$$\frac{\varphi(1-\mu)}{\varphi(\mu)} = \frac{2^\mu - 1}{2^{1-\mu} - 1}\,\frac{2\,\Gamma(\mu)\cos\frac{1}{2}\mu\pi}{(2\pi)^\mu}.$$

Mayer (*A.*). — Les critériums du maximum et du minimum dans les problèmes des isopérimètres. (114-132).

D'après la théorie admise dans les Traités élémentaires, le problème isopérimétrique, qui consiste à trouver le maximum ou le minimum relatif de l'intégrale donnée

$$V = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y_1, \ldots, y_n, y'_1, \ldots, y'_n)\,dx,$$

où l'on ne considère que les fonctions $y_1, \ldots, y_n$ telles qu'une suite d'autres inté-

grales données

$$V_k = \int_{x_1}^{x_1} f_k(x, y_1, \ldots y_n, y'_1, \ldots, y'_n)dx \quad (k = 1, 2, \ldots, m)$$

conservent des valeurs fixées d'avance, ce problème sera complètement identique avec celui de la recherche du maximum ou du minimum absolu de l'intégrale

$$\int_0^{x_1} (f + \lambda_1 f_1 + \lambda_2 f_2 + \ldots + \lambda_m f_m)dx,$$

$\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ étant des constantes indéterminées, que l'on déterminerait ensuite de manière que les intégrales V_k prissent les valeurs indiquées. Cette règle est tout à fait exacte tant qu'il ne s'agit que de la simple résolution du problème, c'est-à-dire de la détermination des fonctions inconnues y. Mais, si l'on posait aussi la question de savoir si les fonctions trouvees y correspondent réellement à un maximum ou à un minimum de V, et entre quelles limites, alors, en donnant pour les deux problèmes la même réponse, on serait amené, par exemple, à cette conclusion, que le centre de gravité d'un fil homogène, suspendu par ses deux extrémités, ne prendrait la position la plus basse possible qu'autant que la distance de ses extremités ne surpasserait pas une certaine limite, ce qui est évidemment absurde. Il est donc clair que les critériums du maximum ou du minimum ne peuvent être identiques dans les deux problèmes. C'est ce qu'a fait voir Lundström, dès l'année 1869 (¹), pour le cas d'une seule fonction inconnue y, dont les dérivées d'ordres quelconques entrent dans l'intégrale proposée, et il a donné en même temps les critériums exacts du maximum et du minimum pour les problèmes d'isoperimètres.

Mais, outre quelques inexactitudes d'expression et de calcul que contient le Mémoire de Lundström, il serait impossible, en suivant sa marche, de demontrer que les criteriums, reconnus necessaires, sont aussi suffisants. On n'y peut parvenir qu'en ramenant, comme l'ont fait Jacobi et Clebsch, la seconde variation à sa forme la plus simple.

M. Mayer, après avoir développé, dans sa dissertation publiee en 1866 (²), les critériums du maximum et du minimum dans le cas general qui comprend tous les problèmes à une seule variable independante, traite, dans le présent article, le cas particulier du problème des isopérimètres, en s'attachant à y introduire toute la rigueur possible. C'est l'objet du § 1.

Dans le § 2, il considère une loi de réciprocité remarquable, qui se présente dans les problèmes d'isopérimètres, et d'après laquelle à tout problème de cette classe avec m conditions isopérimétriques correspondent m autres problèmes de même nature, qui se résolvent en même temps que le premier.

Le § 3 est consacré à l'application à un problème, traité deja pour le plan par Lundström, des critériums et de la loi de reciprocite.

Grassmann (*H.-E.*). — Sur la théorie des rayons réciproques. (133-134).

(¹) *Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis*, 3ᵉ série, t. VII, 1870. — Voir *Bulletin*, V, 168.

(²) *Beiträge zur Theorie der Maxima und Minima der einfachen Integrale.* Leipzig.

Neumann (*C.*). — Sur les coordonnées péripolaires. (134-153).

Dans ce système de coordonnées, un point de l'espace est déterminé d'une part au moyen de son azimut relativement à un axe vertical et à un plan horizontal; d'autre part par l'angle que fait avec le plan horizontal la surface d'une calotte sphérique ayant pour base un cercle fixe dont le centre est la trace horizontale de l'axe vertical et passant par le point considéré, et en troisième lieu par le rapport de la plus grande et de la plus petite distance rectiligne du point donné à la circonference du cercle fixe.

Tome XXX; 1878.

Neumann (*C.*). — Nouvelle méthode pour la réduction de certains problèmes sur le potentiel. (1-9).

Le problème de trouver une fonction $\Phi(x, y)$ qui dans une aire donnée $\mathfrak{J}$ satisfasse aux conditions du potentiel, savoir, que $\Phi, \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}$ soient uniformes et continues, que $\Delta\Phi$ soit nul, et que Φ ait sur le contour de l'aire des valeurs données, peut, comme on sait, se réduire à la recherche de la *fonction de Green*. M. Neumann montre dans cette Note que le problème peut encore se réduire d'une autre manière, qui d'ailleurs n'offre aucun avantage essentiel sur celle de Green.

§ 1. Sur un paradoxe apparent. — § 2. Sur la fonction U considérée plus haut, laquelle est importante pour les recherches qui suivent. — § 3. Exposition de la nouvelle méthode pour une aire $\mathfrak{J}$ dont le contour présente partout une courbure continue. — § 4. Sur le cas particulier où les valeurs f de U données sur le contour de $\mathfrak{J}$ y sont discontinues. — § 5. Possibilité d'appliquer les considérations précédentes à la théorie du potentiel de Newton dans l'espace.

Neumann (*C.*). — Sur deux formules données par Green. (10-12).

Neumann (*C.*). — Sur la composition des accélérations produites suivant la loi de Weber. (12-13).

Bruhns (*C.*). — Présentation de deux planches contenant des dessins de Mars et de la lumière zodiacale, faits par M. Weinek. (14-15, 2 pl.).

Mayer (*A.*). — Sur le problème le plus général du calcul des variations, dans le cas d'une seule variable indépendante. (16-32).

§ 1. La première variation et les équations différentielles du problème. — § 2. La seconde variation et la valeur limite des limites inférieures. — § 3. Les critériums du maximum et du minimum.

Neumann (*C.*). — Développement suivant les potentiels élémentaires. (47-90).

§ 1. La courbe fermée donnée σ. — § 2. Considération préliminaire. — § 3. Sur la dérivée normale de la fonction potentielle de l'aire intérieure ou extérieure de la courbe σ. — § 4. Série des théorèmes qui servent de base aux recherches suivantes. — § 5. Les potentiels élémentaires Z correspondants aux fonctions trigonométriques Y. — § 6. Introduction des nouvelles fonctions X, qui ont à l'égard des Y la même relation que les Y avec les Z. — § 7. Développement des Y suivant les Z. — § 8. Résumé des formules obtenues. — § 9. Théorèmes généraux sur le développement d'une fonction donnée suivant les Z. — § 10. Application des théorèmes généraux à quelques cas simples. — § 11. Considérations et formules douteuses. — § 12. Éclaircissements sur les formules douteuses obtenues au paragraphe précédent. — § 13. Développement du logarithme de l'inverse de la distance de deux points. — § 14. La densité de la couche de Green. — § 15. Développement de la fonction de Green. — § 16. Considerations accessoires de nature assez incertaine. Introduction de nouvelles fonctions Ξ, H, Z à la place de X, Y, Z. — § 17. Complément des recherches précédentes sur X, Y, Z. — § 18. Remarques finales.

Bruhns (*C.*). — Sur l'éclipse lunaire du 3 avril de l'année 33 de l'ère chrétienne. (98-100).

D'après les calculs revus par Newcomb, l'éclipse commença et finit aux instants où la Lune passait au zénith des méridiens correspondants aux longitudes orientales de 129° et de 108° du méridien de Paris. Elle se leva à Jérusalem vers $6^h 15^m$, et, par conséquent, lorsqu'elle était déjà éclipsée. L'éclipse finit au moment où sa hauteur au-dessus de l'horizon était de 9°.

ABHANDLUNGEN DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN CLASSE DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN. Leipzig. — In-4° (1).

Tome X (suite); 1871-1874.

Bruhns (*C.*). — Détermination de la différence de longitude entre Leipzig et Vienne, exécutée par voie télégraphique, par MM. C. Bruhns et E. Weiss. (205-270).

D'après les résultats obtenus, le centre de l'Observatoire de Leipzig est à l'ouest du cercle méridien de l'Observatoire de Vienne de $15^m 57^s,663 \pm 0^s,015$. Les différences en longitude entre les sommets du triangle Berlin-Vienne-Leipzig sont donc :

	m s	s
Leipzig-Berlin......	4. 0,89	± 0,02
Berlin-Vienne......	11.56,78	± 0,02
Leipzig-Vienne.....	15.57,67	± 0,02

Hankel (*W.*). — Recherches électriques. Neuvième Mémoire : Sur

(1) Voir *Bulletin*, V, 234.

les propriétés thermo-électriques du spath pesant. (273-342, 4 pl.).

Hankel (*W.*). — Recherches électriques. Dixième Mémoire : Sur les propriétés thermo-électriques de l'arragonite, avec un aperçu sur le développement de la théorie de la thermo-électricité des cristaux. (345-416, 3 pl.).

Neumann (*C.*). — Sur les lois élémentaires qu'on doit attribuer aux forces d'origine électrodynamique. (419-524).

I. *Sur une certaine classe d'intégrales.* — § 1. Préliminaires. — § 2. Sur la transformation des intégrales annulaires en intégrales superficielles. — § 3. Sur certaines intégrales dépendant de deux anneaux donnés. — § 4. Sur une certaine intégrale dépendant d'un anneau et, en outre, d'un seul élement linéaire. — § 5. Sur certaines intégrales dépendant de deux anneaux donnés et du mouvement communiqué à ces anneaux. — § 6. Suite. Considération d'anneaux qui sont flexibles et doués de points de glissement.

II. *Sur le principe général de la force vive.* — § 1. Équations pondéromotrices fondamentales. — § 2. Équations électromotrices fondamentales. — § 3. Attraction mutuelle entre les courants et les charges électriques. — § 4. Determination du système matériel que l'on a à considérer. — § 5. Les quantités de force vive et de chaleur introduites dans le système donné pendant un élément de temps. — § 6. Le principe ou axiome de la force vive. — § 7. Sur les forces intérieures d'origine ordinaire. — § 8. Sur les forces intérieures d'origine electrostatique. — § 9. Conséquence du principe de la force vive.

III. *Étude des forces decouvertes par Ampère et Faraday. Première méthode.* — § 1. Propriétes fondamentales de ces forces. — § 2. Formules qui se déduisent des proprietés fondamentales pour les forces pondéromotrices. — § 3. Formules qui se deduisent des formules fondamentales pour les forces electromotrices. — § 4. Application du principe de la force vive. — § 5. Sur une certaine somme de forces électromotrices. — § 6. Application d'un cas spécial de la loi intégrale électromotrice. — § 7. Lois integrales qui découlent de la théorie exposée. — § 8. Lois élémentaires qui découlent de la theorie exposée. — § 9. Lois élementaires pour le cas des grandes distances. — § 10. Application des lois obtenues aux conducteurs matériels.

IV. *Étude des forces découvertes par Ampère et Faraday. Seconde méthode.* — § 1. Propriétés fondamentales de ces forces. — §§ 2 et 3. Formules qui résultent des proprietes fondamentales. — § 4. Application du principe de la force vive. — § 5. Sur une certaine somme de forces électromotrices. — § 6. Application de la loi intégrale électromotrice. — § 7. Lois intégrales qui decoulent de la theorie exposée. — § 8. Lois élementaires resultant de la theorie exposée pour le cas des grandes distances.

Hansen (*P.-A.*). — De la détermination de l'erreur de graduation d'une règle divisée. (527-667, 6 Tableaux).

« Quand je publiai, dans le Tome XVII des *Astron. Nachrichten*, la disposition, inventee par moi, qui permet de réduire a un très petit nombre les traits de division d'un cercle destiné aux mesures angulaires, on connaissait déjà le moyen de déter-

miner les erreurs des divisions d'un cercle, et l'on pouvait recourir à celui qu'avait donné Bessel. Par ma nouvelle disposition, il était devenu possible d'étendre facilement ce procédé à chacun des traits de division du cercle, tandis que, avec la disposition habituelle, cette vérification, bien que théoriquement possible, aurait nécessité un trop énorme travail pour être mise en pratique. Il en est autrement pour les divisions auxiliaires qu'exige ma disposition. Ici l'ancien procédé pour la détermination des erreurs des traits de division ne suffisait plus : il fallait le remplacer par un autre, essentiellement différent et non employé jusqu'alors, que j'ai décrit et expliqué dans le Mémoire cité. Ce procédé, alors nouveau, peut aussi s'appliquer sans modification à la détermination des erreurs de division d'une règle graduée, et il a été utilisé dès cette époque. Toutefois, comme on ne peut pas assurer qu'il ait toujours été convenablement appliqué, j'ai cru qu'il n'était pas inutile de revenir sur ce sujet et de l'exposer plus en détail. »

Hansen (*P.-A.*). — Recherches dioptriques, en ayant égard à la dispersion et à l'aberration de sphéricité. Deuxième Mémoire. (697-784).

Tome XI; 1874-1878.

Fechner (*G.-Th.*). — Sur la valeur initiale de la somme des écarts minima, sur sa détermination, son emploi et sa généralisation. 1874. (3-76).

I. Introduction. — II. Emploi de la valeur centrale dans le champ de recherches des objets collectifs. Relations plus générales de ces objets, auxquelles elle s'applique. — III. Moyen de détermination et relations diverses de la valeur centrale par rapport à la moyenne arithmétique. — IV. Formules pour la variation de la somme des écarts lorsqu'on déplace son point de départ, et démonstration qui en résulte de la propriété potentielle de la valeur centrale. — V. Sur les valeurs moyennes des puissances en général. — VI. Remarques sur la question de la valeur du principe de la moyenne arithmétique. — VII. Lois de la probabilité des écarts, par rapport aux diverses moyennes de puissances, dans l'hypothèse de la vérité de leur principe. — VIII. Défense de la loi de probabilité des écarts de Gauss dans les écarts thermiques mensuels. Comparaison empirique de la sûreté des trois moyennes de puissances les plus basses. — IX. De quelques moyennes qui ont en commun avec les moyennes de puissances la moyenne arithmétique et le passage de celle-ci aux ordres supérieurs.

Neumann (*C.*). — Sur la loi établie par Weber pour les forces électriques. 1874. (79-200).

Introduction.

I. *Considérations générales sur la loi de Weber.* — § 1. Transformation de la loi de Weber. — § 2. Application de la transformation à un cas particulier. — §§ 3-5. L'objection élevée par Helmholtz contre la loi de Weber. Sur l'épreuve d'une loi physique par l'application à un cas particulier. Sur l'imperfection de la loi de Weber. — § 6. Le principe de la conservation de l'énergie. — § 7. Application du principe de l'énergie à un cas particulier. — §§ 8-9. Reduction de la loi de Weber à un certain potentiel, par l'application du principe d'Hamilton. Réduction

du potentiel obtenu à un plus simple, en admettant une transmission successive. § 10. Récapitulation. Remarque sur la rotation magnétique du plan de polarisation de la lumière. — § 11. Sur le potentiel introduit par Weber.

II. *La loi de Weber, fondée sur les considérations dualistiques habituelles.* — §§ 1-4. Application de la loi de Weber aux courants uniformes. Les lois intégrales. Les lois élémentaires. Vérification des lois élémentaires. — §§ 5-9. Application de la loi de Weber à des courants quelconques (uniformes ou non). Hypothèses sur la nature des mouvements électriques. Sur la densité de l'électricité libre. Calcul des forces agissantes. Sur l'action en partie pondéromotrice, en partie électromotrice des forces agissantes. Déduction des équations différentielles de Kirchhoff. — § 10. Sur les assertions de Helmholtz. — § 11. Sur les assertions de Weber et de Lorberg.

III. *La loi de Weber, fondée sur certaines considérations unitaires.* — § 1. Détermination précise de ce point de vue unitaire. — § 2. Établissement des équations différentielles. Déduction de la loi de Joule. — § 3. Sur la décomposition des déplacements et des travaux en généraux et en relatifs. — § 4. Deux théorèmes découlant des équations différentielles. — § 5. Sur une remarque de Helmholtz. — § 6. Formules de l'énergie mécanique et calorique. — § 7. Formules de l'énergie mécanique et calorique pour un système de deux corps. — §§ 8-9. Formules de l'énergie mécanique et calorique pour un système d'un nombre quelconque de corps. Loi de l'énergie et du potentiel. — § 10. La loi intégrale pondéromotrice et électromotrice pour des conducteurs matériels. — § 11. La loi intégrale pondéromotrice et électromotrice pour des conducteurs linéaires. — §§ 12-14. Formules de l'énergie mécanique et calorique pour des *portions* des corps considérés. Application au cas des courants uniformes. Application aux conducteurs linéaires, et déduction de la loi d'Ampère. — § 15. Remarques finales.

IV. *Sur les recherches et les remarques de Helmholtz qui se rattachent au contenu du présent Mémoire.* — § 1. L'objection (A) de Helmholtz contre la loi de Weber. — § 2. L'objection (B) de Helmholtz contre la loi de Weber. — § 3. Sur une faute de calcul attribuée à l'auteur par M. Helmholtz. — § 4. Sur la loi du potentiel et de l'énergie. — § 5. Sur la relation de la loi de l'énergie avec la loi de l'induction.

V. *Conclusions relatives aux discussions précédentes et au présent Mémoire.*

Hankel (*W.*). — Recherches électriques. Onzième Mémoire : Sur les propriétés électriques du spath calcaire, du béryl, de l'idocrase et de l'apophyllite. 1875. (203-271, 3 pl.).

Hansen (*P.-A.*). — Sur les perturbations des grosses planètes et en particulier de Jupiter. 1875. (275-476).

§ 1. Développement de la fonction perturbatrice et de ses dérivées dont il est fait usage ici. — § 2. Développement des termes généraux des perturbations de la longitude moyenne et du rayon vecteur. — § 3. Développement des perturbations générales de la troisième coordonnée. — § 4. Développement des termes de la longitude moyenne et du rayon vecteur qui correspondent au cas de $i = 0$ dans les coefficients de la fonction perturbatrice et de ses dérivées. — § 5. Développement des termes de la troisième coordonnée qui correspondent au cas de $i = 0$ dans les coefficients de la dérivée de la fonction perturbatrice par rapport à Z. — § 6. Développement général des termes dépendant des carrés et des produits des forces perturbatrices, et qui sont multipliés par t^2. — § 7. Application des développements précédents à Jupiter. Calcul des perturbations de la latitude de Jupiter, dues à l'action de Saturne. — § 8. Calcul des perturbations de Jupiter dues à l'action d'Uranus. — § 9. Perturbations de Jupiter dues à l'action de Neptune. — § 10. Perturbations de Jupiter par Mars. — § 11. Perturbations de Jupiter par la Terre, Vénus et Mercure. — § 12. Calcul de la partie des termes des perturbations de Jupiter, multipliés par t^2, qui dépend de la variation des coordonnées de Jupiter. — § 13. Calcul des variations séculaires des autres planètes, qui sont nécessaires pour obtenir la partie des perturbations de Jupiter, multipliées par t^2, qui provient des variations des coordonnées des planètes troublantes. — § 14. Calcul de la partie des perturbations de Jupiter, multipliées par t^2, qui dépend des variations des planètes troublantes.

Hankel (*W.*). — Recherches électriques. Douzième Mémoire : Sur les propriétés thermo-électriques du gypse, de la diopside, de l'orthoclase, de l'albite et de la péricline. 1875. (479-539, 4 pl.).

Scheibner (*W.*). — Recherches dioptriques, en particulier sur l'objectif de Hansen. 1876. (I-VIII, 541-620).

§ 1. Notations et formules rigoureuses. — § 2. Développements en séries pour les distances de convergence. — § 3. Fractions continues. — § 4. Grandeur des images. Points caractéristiques du système. — § 5. Mesure de la confusion résultant de l'aberration de sphéricité. Influence de l'absorption et de la reflexion. — § 6. Minimum du cercle de dispersion. — § 7. Introduction de l'achromatisme. — § 8. Calcul du coefficient de dispersion. — § 9. Corrections à cause de l'achromasie des images et de l'accommodation pour différentes distances. — §§ 10-11. Développement des équations de condition. — § 12. Équations de condition pour trois ou quatre réfractions. — § 13. Méthode générale d'approximation. Équations de la première approximation pour trois réfractions. — § 14. Calcul de l'objectif de Hansen. — §§ 15-16. Deuxième approximation. — § 17. Première approximation pour quatre réfractions. — § 18. Système de deux lentilles séparées. Objectif de Gauss. — § 19. Système de trois lentilles contigues. — §§ 20-21. Étude d'un objectif dialytique à six réfractions. — § 22. Conclusion.

Neumann (*C.*). — La loi de Weber, établie au point de vue unitaire. 1876. (623-639).

§ 1. Préliminaires. Les points de vue unitaire et dualistique. Force d'un courant. Formules collectives. — § 2. Les lois élémentaires. — § 3. Action des points de glissement. — § 4. La loi intégrale pondéromotrice. — § 5. La loi intégrale électromotrice.

Weber (*W.*). — Détermination de mesures électrodynamiques, en particulier sur l'énergie de l'action réciproque. 1878. (643-696, 1 pl.).

§ 1. Guide des recherches expérimentales en Électrodynamique. — § 2. L'énergie de l'action réciproque ramenée à une mesure absolue. — § 3. La loi potentielle électrodynamique déduite de la loi potentielle électrostatique au moyen du principe de l'énergie. — § 4. Le principe ordinaire de l'énergie déduit du principe de la conservation de l'energie. — § 5. La loi générale de la force électrique. — § 6. Lois du mouvement de deux particules électriques soumises à leur seule action mutuelle. — § 7. Rayonnement electrique; en particulier, reflexion et dispersion des rayons. — § 8. Application de la théorie de la reflexion et de la dispersion des rayons électriques à l'éther lumineux et aux gaz, d'après la théorie des chocs moleculaires de Krönig et Clausius. — § 9. Lois du mouvement de deux particules electriques soumises à leur action mutuelle et à une action extérieure. — § 10-11. Lois du mouvement d'une particule electrique renfermée dans une *sphère électrique creuse* et soumise à l'action réciproque electrique et à une action extérieure : 1° difficultes provenant des obstacles qu'oppose la nature des corps aux forces electriques d'expansion ; 2° difficultés qui se rattachent à l'hypothèse d'une valeur constante de L. — § 12. Conclusion.

MITTHEILUNGEN DER NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT IN BERN (¹).

Année 1870; nos 711-744.

Kutter. — Des lois mathématiques de l'accroissement des arbres forestiers et des taillis. (116-137).

Cherbuliez. — Aperçu historique des recherches sur la vitesse de propagation du son dans l'air. (151-191).

I. Recherches sur la vitesse du son dans l'air jusqu'au temps de Newton. — II. Recherches sur la vitesse du son dans l'air depuis l'établissement de la théorie de Newton jusqu'à la correction de Laplace : A. Théorie de Newton. B. Expériences faites depuis le temps de Newton jusqu'au milieu du XVIIIe siècle.

Année 1871; nos 745-791.

Cherbuliez. — Aperçu historique des recherches sur la vitesse de propagation du son dans l'air (suite). (1-28).

II. C. Recherches théoriques depuis l'établissement de la théorie de Newton jusqu'à la correction de Laplace.

Cherbuliez. — Communications concernant l'histoire de la théorie mécanique de la chaleur. (291-324).

(¹) Publié par livraison in-8, formant chaque année un Volume.

Année 1872; nos 792-811.

Buss (*W.-A.*). — Sur un nouveau régulateur pour les machines à vapeur, les roues hydrauliques, les turbines, etc. (40-77).

Forster (*A.*). — Sur la pluie d'étoiles filantes du 27 novembre 1872. (77-82).

Année 1873; nos 812-827.

Sidler (*G.*). — La trisection d'un arc de cercle et la conchoïde circulaire. (31-63, 4 pl.).

§ 1. Trisection d'un arc de cercle. — § 2. Nouveau mode de génération de la conchoïde circulaire. — § 3. Normales à cette courbe, cercles doublement tangents, etc. — § 4. Centres de courbure et développee de la conchoïde. — § 5. Aire et longueur de l'arc de la conchoïde circulaire.

Année 1874; nos 828-873.

Benteli (*A.*). — Sur les constructions d'ombre et de lumière. (80-92).

Schönholzer (*J.*). — Sur une application de la formule de Cauchy. (255-263).

Détermination d'intégrales définies à l'aide de la formule

$$\frac{1}{2\pi i}\int\frac{F(x)}{x-a}dx = F(a).$$

Année 1875; nos 874-905.

Benteli (*A.*). — Sur le point de fuite en perspective. (229-239, 2 pl.).

Année 1876; nos 906-922.

Budde (*E.*). — Notices sur la théorie du courant électrique stationnaire. (39-55).

Année 1877; n^{os} 923-936.

Graf (*J.-H.*). — Échange du chemin du paramètre et du chemin de l'argument dans une intégrale normale de troisième espèce de fonctions algébriques. (64-71).

Année 1878; n^{os} 937-961.

Hilfiker (*J.*). — Sur la détermination de la constante de la parallaxe du Soleil, en ayant égard principalement aux observations d'oppositions. (86-174).

Notice historique sur la question des parallaxes. Discussion des résultats obtenus par diverses méthodes.

Benteli (*A.*). — Quelques mots sur la projection circulaire. (177-184; 1 pl.).

Année 1879; n^{os} 962-978.

Perty-Astérios : la physionomie de la Lune; essai d'une nouvelle interprétation des travaux de Mädler, Nasmyth et Carpenter. (23-29).

Notice sur cet Ouvrage d'un pseudonyme, publie en 1879 à Nordlingen.

JOURNAL DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, publié par le Conseil d'instruction de cet établissement.

XLIV^{e} Cahier, t. XXVII; 1874.

Marie (*M.*). — Théorie élémentaire des intégrales simples et de leurs périodes. (1-26).

Marie (*M.*). — Théorie élémentaire des intégrales doubles et de leurs périodes. (27-50).

Marie (*M.*). — Extension de la méthode de Cauchy à la théorie des intégrales doubles. (31-89).

Marie (*M.*). — Théorie élémentaire des intégrales d'ordre quelconque et de leurs périodes. (90-102).

Marie (*M.*). — Théorie des résidus des intégrales d'ordre quelconque. (102-107).

Marie (*M.*). — Classification des intégrales quadratiques des courbes algébriques. (109-121).

Dans ces divers Mémoires, l'auteur poursuit ses recherches sur la théorie des intégrales prises entre des limites imaginaires, recherches dont les principes sont contenus dans le *Mémoire sur les périodes des intégrales simples et doubles* présenté par lui à l'Académie des Sciences en 1853.

Badoureau. — Note sur le problème des parties appliqué aux jeux de calcul. (123-132).

Supposons que deux joueurs soient convenus d'avance que le premier qui aura gagné N parties prendra les deux mises; supposons qu'ils aient gagné respectivement m et n parties (m et $n < N$) : ils arrêtent le jeu, et l'on demande comment ils doivent en partager l'enjeu. L'auteur traite cette question d'abord dans le cas où le jeu est un jeu de calcul, où le hasard n'a aucune part, puis dans le cas où le jeu est *mixte;* il rencontre, chemin faisant, quelques identités intéressantes.

Cornu (*A.*). — Détermination nouvelle de la vitesse de la lumière. (132-180).

M. Cornu expose dans ce Mémoire ses belles recherches sur la vitesse de la lumière; quelques pages d'introduction contiennent l'historique et la critique des méthodes astronomiques pour la détermination de cette vitesse, ainsi que de l'expérience faite par L. Foucault en 1862. On sait que M. Cornu a repris les expériences de M. Fizeau, dont ce dernier avait donné le principe en 1849. Au point de vue optique, la méthode de M. Cornu ne diffère nullement de celle de M. Fizeau et consiste toujours à lancer un rayon de lumière entre les dents d'une roue dentée, animée d'une vitesse de rotation très rapide, et à le renvoyer au point de départ au moyen d'un miroir; on observera un minimum ou un maximum dans l'intensité du rayon réfléchi, selon que ce rayon tombera sur la saillie d'une dent ou sur le vide laissé par deux dents consécutives, circonstances qui dépendent évidemment de la vitesse de rotation de la roue. C'est dans la détermination de cette vitesse au moment d'un maximum ou d'un minimum que les expériences de M. Cornu diffèrent essentiellement de celles de M. Fizeau. Ce dernier s'efforçait d'obtenir et de mesurer une vitesse constante : M. Cornu détermine, au contraire, la vitesse à chaque instant au moyen d'appareils enregistreurs. On trouvera dans son Mémoire la description de ses appareils, ainsi que le résumé et la critique de ses observations. On sait que ses expériences ont confirmé d'une façon singulière le résultat obtenu par Foucault.

Hermite. — Sur quelques intégrales définies. (181-196).

La recherche de la valeur des intégrales

$$\int_0^{2\pi} f(\sin x, \cos x)\, x\, dx,$$

où $f(\sin x, \cos x)$ désigne une fonction rationnelle de $\sin x$ et de $\cos x$, se ramène aisement, en partant d'une formule de decomposition donnee par M. Hermite dans son *Cours d'Analyse*, à la recherche de la valeur de l'integrale

$$\int_0^{2\pi} \cot\frac{1}{2}(x-a)\, x\, dx;$$

il faut nécessairement supposer que, en faisant

$$a = g + ih,$$

h ne soit pas nul, sans quoi la quantité sous le signe $\int$ deviendrait infinie entre les limites d'integration. En posant $\alpha = e^{ia}$, $z = e^{ix}$, remplaçant dans l'intégrale precedente $\cot\frac{1}{2}(x-a)$ par $i\frac{z+\alpha}{z-\alpha}$, ou plutôt par le développement de cette fonction suivant les puissances ascendantes ou descendantes de α, selon que h est positif ou negatif, on trouve de suite, selon que l'on se trouve dans l'un ou l'autre de ces deux cas,

$$\int_0^{2\pi} \cot\frac{1}{2}(x-a)\, x\, dx = 2i\pi^2 - 4\pi\left(\frac{\alpha}{1} + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{3} + \cdots\right),$$

$$\int_0^{2\pi} \cot\frac{1}{2}(x-a)\, x\, dx = -2i\pi^2 - 4\pi\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2\alpha^2} + \frac{1}{3\alpha^3} + \cdots\right).$$

L'auteur traite, comme exemple, l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \frac{x\, dx}{\sin(x-a)},$$

et parvient, en particulier, aux formules

$$\int_0^{2\pi} \frac{x\, dx}{\cos(x-ih)} = -4i\pi \operatorname{arc\,tang} e^{-h} \quad (h > 0),$$

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x\, dx}{1+\cos^2 x} = \frac{\pi^2}{4}.$$

Il s'occupe ensuite de l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \log f(\sin x, \cos x)\, dx,$$

que l'intégration par parties ramène à l'intégrale précédemment étudiée; il montre que la determination de la valeur de cette integrale revient à la détermination de la valeur des integrales de la forme

$$\int_0^{x} \log\sin\frac{1}{2}(x-a)\, dx,$$

et il parvient au résultat suivant,

$$e^{\frac{1}{2\pi}\int \log\left[2\sin\frac{1}{2}(x-a)\right]dx} = e^{\mp\frac{1}{2}a},$$

en prenant le signe supérieur ou le signe inférieur selon que le coefficient de i dans a est positif ou négatif.

Enfin les fonctions doublement périodiques conduisent à des résultats analogues; en employant la formule de décomposition, si féconde, que M. Hermite a donnée pour ces fonctions, on ramène la recherche de la valeur de l'intégrale

$$\int_0^{2K} f(x)x\,dx,$$

où la fonction $f(x)$, aux deux périodes $2K$ et $2iK'$, n'admet, dans le rectangle des périodes, qu'un nombre fini de pôles, à la détermination de la valeur de l'intégrale

$$\int_0^{2K} Z(x-a)x\,dx,$$

où

$$Z(x) = \frac{H'(x)}{H(x)},$$

et l'on a

$$e^{\frac{1}{2K}\int_0^{2K} Z(x-a)x\,dx} = Qe^{\frac{i\pi a}{2K}} H(a),$$

où

$$Q = q^{-\frac{1}{4}}(1-q^2)(1-q^4)(1-q^6)\ldots.$$

XLV^e Cahier, t. XXVIII; 1878.

Moutard. — Sur la construction des équations de la forme

$$\frac{1}{z}\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \lambda(x,y).$$

(1-11).

Pour qu'il existe une expression formée avec x, y, une fonction arbitraire explicite et ses n premières dérivées, qui, mise à la place de z, vérifie l'équation $\frac{1}{z}\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = \lambda$, il faut et il suffit que, si l'on pose

$$\Delta_0 = \lambda,\quad \Delta_1 = \Delta_0 - \frac{\partial^2 \log\Delta_0}{\partial x\,\partial y},\quad \Delta_2 = \Delta_1 - \frac{\partial^2\log\Delta_0\Delta_1}{\partial x\,\partial y},\quad \ldots,$$
$$\Delta_n = \Delta_{n-1} - \frac{\partial^2 \log\Delta_0\Delta_1\ldots\Delta_{n-1}}{\partial x\,\partial y},$$

la quantité Δ_n soit nulle identiquement, Δ_0, Δ_1, $\ldots$, Δ_{n-1} n'étant pas nulles; de plus, l'intégrale générale de l'équation $s=\lambda z$ peut s'écrire

$$\begin{aligned} Z = {} & X^{(n)} + A_1 X^{(n-1)} + \ldots + A_n X \\ & + Y^{(n)} + B_1 Y^{(n-1)} + \ldots + B_n Y, \end{aligned}$$

en désignant par $X, X', \ldots, X^{(n)}$ une fonction arbitraire de x et ses n dérivées, par $Y, Y', \ldots, Y^{(n)}$ une fonction arbitraire de y et ses n dérivées et par $A_1, A_2 \ldots, A_n$, $B_1, B_2, \ldots, B_n$ des fonctions de x et de y que l'on exprime aisément au moyen des dérivées successives de $A_0, A_1, \ldots, A_{n-1}$. Cela posé, l'auteur s'occupe de l'intégration de l'équation d'ordre, $2n$, $A_n=0$; cette intégration peut être effectuée sous forme finie par voie de récurrence; ζ et ω étant deux fonctions de x et de y telles que l'on ait

$$\frac{1}{\zeta}\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y} = \frac{1}{\omega}\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y},$$

M. Moutard montre que l'on peut toujours trouver, par une quadrature, une fonction θ telle que l'on ait

$$\frac{1}{\omega}\frac{\partial.\omega\theta}{\partial x} = \omega\frac{\partial \frac{\zeta}{\omega}}{\partial x}, \quad \frac{1}{\omega}\frac{\partial.\omega\theta}{\partial y} = -\omega\frac{\partial \frac{\zeta}{\omega}}{\partial y},$$

et par suite

$$\frac{1}{\theta}\frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} = \omega\frac{\partial^2 \frac{1}{\omega}}{\partial x \partial y};$$

de plus, si l'on regarde ω comme une solution particulière, d'ailleurs quelconque, de l'équation $s=\lambda z$, λ étant supposé choisi de manière que $A_n=0$, et que ζ désigne l'intégrale générale de la même équation, la fonction θ pourra toujours être mise sous une forme linéaire par rapport à deux fonctions arbitraires, l'une de x, l'autre de y, et leurs $n+1$ premières dérivées, et cette expression sera, en général, irréductible quant au nombre des dérivées. On déduit de là que, si l'on pose $\frac{1}{\theta}\frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} = \mu$ ou, ce qui revient au même, $\omega\frac{\partial \frac{1}{\omega}}{\partial x \partial y} = \mu$, et qu'on désigne par M_k la quantité formée avec μ comme A_k l'est avec λ, la fonction μ annulera M_{n+1}, sans annuler, en général, aucune des quantités M_k dont l'indice est inférieur à $n+1$. Si l'on remarque maintenant que ω, étant une intégrale particulière quelconque de l'équation $s=\lambda z$, peut désigner l'intégrale générale elle-même, on obtient la conclusion suivante, qui renferme la solution du problème.

Concevons que l'on ait trouvé la forme la plus générale de λ qui annule A_n; on pourra écrire explicitement la valeur la plus générale de z qui vérifie l'équation $\frac{1}{z}\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \lambda$, et l'on introduira par là deux fonctions arbitraires; cela fait, $z\frac{\partial^2 \frac{1}{z}}{\partial x \partial y}$ sera l'intégrale générale de l'équation $A_{n+1}=0$. Dès lors, on peut construire successivement les intégrales générales des équations $A_1=0$, $A_2=0$, $A_3=0$, ...; la première a déjà été traitée par M. Liouville; d'ailleurs, le raisonnement précédent s'applique à cette même équation et permet d'en obtenir l'intégrale générale.

Poincaré (*H.*). — Note sur les propriétés des fonctions définies par les équations différentielles. (13-26).

L'auteur s'occupe des équations différentielles de la forme

$$x\frac{dy}{dx}=f(x,y),$$

où $f(x,y)$ est holomorphe en x et en y.

En désignant par φ la valeur de $\frac{\partial f}{\partial y}$ pour $x=y=0$, MM. Briot et Bouquet ont montré que : si φ n'est pas entier positif, l'équation admet une intégrale holomorphe s'annulant avec x; si φ est commensurable et positif, mais non entier, l'équation admet une infinité d'intégrales holomorphes en $x^{\frac{1}{m}}$, m étant le dénominateur de φ; si φ a sa partie réelle negative, l'équation n'admet pas d'autre intégrale s'évanouissant avec x que l'intégrale holomorphe; si φ a sa partie réelle positive, l'équation admet, outre l'intégrale holomorphe, une infinité d'intégrales non holomorphes s'annulant avec x. C'est de ces intégrales non holomorphes que s'occupé M. Poincaré; il prouve que, si φ, ayant sa partie réelle positive, n'est pas entier positif, elles sont holomorphes en x et x^φ et que. si φ est entier positif, elles sont holomorphes en x et $x\log x$.

Halphen. — Sur les caractéristiques des systèmes de coniques et des surfaces du second ordre. (27-89).

Si l'on considère un système de coniques (μ, ν), il peut admettre les singularités suivantes : 1° les singularités A, où la conique se réduit à deux droites en coordonnées ponctuelles, à un point en coordonnées tangentielles; 2° les singularités corrélatives A'; 3° les singularites d'ordre plus éleve B où la conique se réduit a une droite en coordonnées ponctuelles, à un point en coordonnées tangentielles. Cela posé, si le système consideré n'admet que les singularités ordinaires A, A', le théorème de M. Chasles est toujours vrai, c'est-à-dire que le nombre des coniques du système qui sont assujetties à une condition donnée est $\alpha\mu+\beta\nu$, où les nombres α, β ne dépendent que de cette condition. Il n'en est plus de même necessairement si le système admet des singularites quelconques : le théorème de M. Chasles peut ou non s'appliquer. M. Halphen etablit que :

« Pour que ce theorème s'applique à une condition donnée, quel que soit le système, il faut et il suffit que le nombre des coniques qui satisfont à cette condition et touchent une courbe donnée en deux points donnés soit le même que celui des coniques qui satisfont a cette condition et ont avec une courbe donnée, en un point donne, des contacts du troisième ordre. »

Mais le resultat, pour un système à singularités quelconques, ne peut pas se traduire par une formule telle que $\alpha\mu+\beta\nu$, même en y ajoutant d'autres termes analogues en nombre fini et determine. On peut cependant en obtenir une *image* simple. Tous les elements utiles relatifs à un système quelconque se trouvent représentés dans une courbe que l'on peut dire *attachée* au système et qui est donnée par une équation en coordonnées rectilignes. Cette courbe passe à l'origine des coordonnées dans le cas seulement où le système contient la singularité B.

De même aussi, tous les elements utiles relatifs à une condition quelconque sont représentes dans une courbe *attachée* à cette condition. Voici maintenant le theorème qui fournit la solution générale de la question proposee :

« Soit $\alpha\mu+\beta\nu$ le nombre des coniques satisfaisant à une condition donnée et faisant partie d'un système (μ, ν) à singularités ordinaires. Le nombre des coniques satisfaisant à la même condition et faisant partie d'un système (μ, ν) quelconque est inférieur à $\alpha\mu + \beta\nu$ et en diffère d'un nombre égal à celui des points qu'ont en commun, à l'origine des coordonnées, la courbe attachée au système et la courbe attachée à la condition. »

Callandreau (O.). — Note sur l'emploi des fractions continues algébriques pour le calcul des coefficients $b_s^{(i)}$ de Laplace. (91-104).

Haton de la Goupillière. — Formules nouvelles pour l'étude du mouvement d'une figure plane. (105-172).

L'auteur traite d'abord le problème suivant :

« Supposons qu'à chaque point d'une courbe on en fasse correspondre un autre dans son plan au moyen d'une abscisse portée sur la normale et d'une ordonnée comptée suivant la tangente, ces deux coordonnées étant des fonctions absolument quelconques, mais spécifiées dans chaque cas, de la direction du rayon de courbure : trouver le lieu de ces points. »

La question est résolue par des formules qui restent les mêmes, quel que soit le mode de construction qui définit le genre des lieux géométriques demandés; elle se trouve en effet ramenée, une fois pour toutes, à une simple élimination à effectuer dans chaque cas, quand les fonctions qui expriment l'abscisse et l'ordonnée auront été spécifiées. L'auteur traite ensuite le problème inverse qui consiste à trouver la courbe, d'où l'on déduirait, par le procédé qui vient d'être expliqué, un lieu donné. Les résultats obtenus sont alors appliqués à l'étude du mouvement d'une figure plane dans son plan, en supposant le mouvement défini au moyen d'une courbe (directrice) et d'une droite (caractéristique) qui roule et glisse sur la courbe d'après une loi déterminée. M. H. de la Goupillière traite une suite de problèmes concernant des enveloppes de droites, des trajectoires de points, le lieu des centres instantanés pour des mouvements ainsi définis; citons, par exemple, le problème suivant :

« Quelle doit être la directrice pour que l'enveloppe d'une droite de la figure soit semblable à la $(\rho - 1)^{\text{ième}}$ développée de cette directrice ? »

Enfin, il traite le cas où le mouvement est défini par les enveloppes de deux droites faisant entre elles un angle constant.

Collignon (E.). — Note sur le mouvement des planètes. (173-200).

Picquet. — Mémoire sur l'application du calcul des combinaisons à la théorie des déterminants. (201-244).

L'auteur réunit en un corps de doctrine une suite de propositions sur les déterminants ayant leur point de départ dans le théorème de Laplace sur la décomposition d'un déterminant en produits de déterminants complémentaires et dans le théorème sur la multiplication des déterminants ; il donne au début les propriétés des déterminants dont les éléments sont les mineurs d'un déterminant donné et des mineurs de ces déterminants ; d'autres propositions concernent le déterminant dont on déduit les éléments de deux déterminants A, B d'ordre n, en substituant de toutes les façons q colonnes de B à q colonnes de A, etc.

Mathieu (*E.*). — Sur l'application du problème des trois corps à la détermination des perturbations de Jupiter et de Saturne. (245-269).

XLVI[e] Cahier, t. XXVIII; 1879.

Lucas (*F.*). — Géométrie des polynômes. (1-33).

Soit $F(z)$ un polynôme algébrique du degré p, fonction d'une variable imaginaire $z = x + y\sqrt{-1}$. A chaque valeur λ de ce polynôme correspondent p valeurs de z, racines de l'équation

$$F(z) = \lambda;$$

on peut représenter λ par un point directeur L et les valeurs de z par des points-racines M.

Si L décrit un lieu déterminé, le système des points M en décrit un autre plus ou moins complexe. L'auteur se propose d'etudier dans ce Mémoire les corrélations qui existent entre le lieu des points-racines et celui du point directeur.

Dans la première Partie, M. Lucas établit quelques relations géométriques; il donne une interprétation par la Mécanique, en supposant que les points M soient doués de masses égales à l'unité et repoussent en raison inverse de la distance, et il introduit ensuite la notion des points centraux et des points critiques. Les points centraux sont ceux qui satisfont à l'équation

$$F'(z) = 0,$$

et les points critiques ceux qui donnent à $F(z)$ la même valeur que le z d'un point critique. La suite du travail est consacrée à l'étude de la transformation des contours fermés, des droites et à l'application des résultats généraux au cas des polynômes cubiques.

Jordan (*C.*). — Mémoire sur les caractéristiques des fonctions Θ. (32-63).

MM. Weber et Nöther ont publié récemment d'intéressantes recherches sur les fonctions à trois et quatre variables. Les travaux de ces deux géomètres ([1]) ont pour point de départ commun l'étude de certains groupements en systèmes des caractéristiques de ces fonctions. En dehors de son application à la théorie des transcendantes, cette étude a conduit M. Weber à ce fait algébrique remarquable que le premier groupe hypo-abélien à trois couples de variables est isomorphe à celui de l'équation générale du huitième degré.

L'objet du présent Mémoire est d'étendre ces résultats à un nombre quelconque de variables. Pour y parvenir aisément, l'auteur a dû généraliser la question en considérant, parallèlement à la répartition des caracteristiques en paires et impaires adoptées par MM. Weber et Nöther, l'autre mode de répartition qui donne naissance au second groupe hypo-abélien.

([1]) Weber, *Theorie der abelschen Functionen vom Geschlecht* 3, 1876.
Nöther, *Zur Theorie der Thetafunctionen von vier Argumenten* (*Math. A.*, t. XIV).

Soient S_1, T_1, ..., S_n, T_n des substitutions d'ordre 2 et échangeables entre elles. Leur combinaison donnera un groupe G d'ordre 2^{2n} et dont les substitutions $S_1^{x_1}$, $T_1^{y_1}$, ..., $S_n^{x_n}$, $T_n^{y_n}$ pourront être représentées d'une manière abrégée par le symbole $(x_1, y_1, \ldots, x_n, y_n)$, auquel les géomètres déjà cités ont donné le nom de *caractéristique*.

M. Jordan appelle *exposant d'échange* de deux substitutions $A = (x, y, \ldots)$, $B = (x'_1, y'_1, \ldots)$ l'expression

$$(A, B) = x_1 y'_1 + x'_1 y_1 + \ldots \quad (\text{mod. } 2),$$

et il montre d'abord que le groupe G résulte de la combinaison de $2n$ substitutions

$$\begin{array}{l} A_1, A_2, \ldots, A_n, \\ B_1, B_2, \ldots, B_n, \end{array}$$

telles que $(A_i B_k)$ soit congru à 1 ou à 0 suivant que k est égal ou différent de i. Il résout ensuite les quatre problèmes suivants :

« Déterminer dans G les systèmes complets de substitutions telles que leurs exposants d'échange mutuels soient tous égaux à l'unité. »

« Déterminer dans G un système complet tel que les exposants d'échange (ST), (TU), (US) de trois quelconques de ses substitutions aient une somme égale à l'unité.

« Déterminer les systèmes complets de substitutions dont les exposants d'échange mutuels sont tous nuls. »

« Déterminer les systèmes complets de substitutions telles que la somme des exposants d'échange de trois d'entre elles soit nulle. »

Léauté (*H.*). — Étude géométrique sur les fonctions elliptiques de première espèce. (65-99).

L'auteur s'est proposé d'étudier, dans ce travail, les diverses relations qui existent entre les fonctions elliptiques de première espèce et les coordonnées des points d'une biquadratique gauche. Cette question, qui avait été résolue d'une manière générale par Clebsch et qui a fait le sujet de différents travaux de MM. Laguerre et Darboux, a été reprise dans ces derniers temps par M. Harnack; mais l'auteur fait remarquer que son Mémoire a été communiqué à l'Académie une année avant la publication de celui de M. Harnack. Du reste, M. Léauté emploie une méthode qui lui est propre, et il obtient directement et d'une manière rapide les expressions des coordonnées d'un point de la biquadratique gauche.

Clarinval (*E.*). — Méthode nouvelle pour mesurer la dépense des déversoirs. (101-165).

Léauté (*H.*). — Méthode d'approximation graphique applicable à un grand nombre de questions de Mécanique pratique. (167-225).

La méthode d'approximation exposée par l'auteur consiste dans la substitution à un arc de courbe fini de l'arc de cercle qui l'épouse le mieux, c'est-à-dire de l'arc de cercle tel que, si l'on considère les distances maxima qui le séparent de la courbe, la plus grande est moindre que pour tout autre cercle.

Ce travail est divisé en quatre Parties.

Dans la première, l'auteur étudie d'abord le cas où l'arc de courbe n'a, dans l'étendue que l'on considère, aucune singularité ; il examine ensuite le cas particulier où cet arc présente un point de courbure maxima ou minima.

Dans la deuxième, l'auteur donne le tracé du cercle quand l'arc considéré présente un point de rebroussement à l'une de ses extrémités, et il applique les règles trouvées aux engrenages à épicycloïde, où le cercle doit passer par le point de rebroussement, et aux engrenages à développante, où il n'est plus assujetti à cette condition. Il est ainsi conduit au tracé par arcs de cercle de ces divers engrenages, et le procédé très simple qu'il est conduit à donner fournit le maximum d'approximation.

Dans la troisième Partie, M. Léauté étend ces recherches au cas plus compliqué où l'arc de courbe présente deux points de courbure maxima ou minima, et il est amené à faire une étude générale des relations qui lient les particularités d'un arc de courbe et le degré de rapprochement qu'il peut avoir avec un cercle.

Enfin, dans la quatrième Partie, il montre comment on peut, dans chaque application, obtenir que l'arc de courbe considéré ait précisément les singularités qui permettent de réaliser le degré d'approximation qu'on veut atteindre, et il donne, comme exemple de la portee de la méthode, la solution pratique et simple du problème le plus général du système articulé à trois tiges.

La méthode suivie en général par l'auteur repose sur les beaux travaux de M. Tchebychef et sur les propriétes et la determination que cet illustre géomètre a fait connaître de la fonction qui, dans un intervalle donné, diffère le moins possible de zéro.

Dans l'étude du problème des trois tiges (IV^e Partie), M. Léauté est conduit à examiner quelques propriétés générales du mouvement d'une figure dans son plan.

ARCHIV DER MATHEMATIK UND PHYSIK; gegründet von J.-A. GRUNERT, fortgesetzt von R. HOPPE [1].

Tome LXII; 1878.

Wendlandt (H.). — Les fonctions de Sturm de seconde espèce. (1-77).

Dans son célèbre « Mémoire sur la resolution des équations numériques », art. 21, Sturm a indiqué une seconde manière de former une suite de fonctions auxiliaires pouvant servir aux mêmes usages que les fonctions V_n qu'il a considérées. « Quand on a deux fonctions consécutives V_{n-1} et V_n, on peut former la suivante V_{n+1} en divisant V_{n-1} par V_n, après avoir ordonne ces polynômes suivant les puissances croissantes de x, au lieu de les ordonner suivant les puissances décroissantes, comme on a coutume de le faire. La division donnera un quotient de la forme $p+qx$ et un reste divisible par x^2; en changeant les signes de tous les termes de

(1) Voir *Bulletin*, II_2, 5.

ce reste et le divisant par x^2, on aura la fonction V_{n+1}, qui est ainsi liée à V_{n-1} et V_n par la relation

$$V_{n-1} = V_n(p+qx) - V_{n+1}x^2. \text{ »}$$

La combinaison de ce procédé avec le procédé ordinaire conduit encore à d'autres suites de fonctions V_n pouvant être employées pour le même but.

La série des fonctions ordonnées suivant les puissances croissantes de la variable présente l'avantage de pouvoir être employée dans la discussion des racines des équations transcendantes. M. Wendlandt leur a donné le nom de *fonctions de Sturm de seconde espèce*. Il fait sur leurs propriétés une étude parallèle à celle qui a été développée par divers auteurs sur les *fonctions de première espèce*.

Dostor (*G.*). — Les trois sphères des polyèdres réguliers étoilés. (78-102; fr.).

L'auteur introduit la considération de la sphère tangente aux arêtes du polyèdre étoilé.

§ 1. Notice sur les polyèdres étoilés. — § 2. Relations générales entre les rayons des trois sphères, l'une inscrite à un polyèdre régulier étoilé quelconque, l'autre tangente aux arêtes et la troisième circonscrite au polyèdre étoilé. — § 3. Inclinaison mutuelle des faces adjacentes dans les polyèdres réguliers étoilés. — § 4. Relations numériques entre les rayons des trois sphères dans les divers polyèdres réguliers. — § 5. Expressions générales des rayons des trois sphères en valeur de l'arête des polyèdres réguliers étoilés. — § 6. Valeurs numeriques des rayons des trois sphères en fonction de l'arète des divers polyèdres réguliers.

Dostor (*G.*). — Inscription dans le cercle des polygones réguliers de 15, 30, 60, 120, ... côtés. Calcul des côtés. (103-110; fr.).

Zahradník (*K.*). — Nouvelle propriété des sections coniques. (111-112).

Curtze (*Max.*). — « Inedita Coppernicana », tirés des manuscrits de Berlin, de Frauenburg, d'Upsala et de Vienne. (113-147, 337-373).

I. Le *Commentariolus* de Copernic sur son Livre *De revolutionibus*. — II. La Lettre de Copernic au chanoine Wapowski, à Cracovie, sur le Livre de Jean Werner *De motu octavæ sphæræ*. — III. Autres Notices astronomiques. — IV. Notices mathématiques. — V. Copernic comme médecin. — VI. Quelques nouvelles données sur la vie de Copernic.

Dostor (*G.*). — Nombres relatifs des polygones réguliers de n et de $2n$ côtés, suivant que n est un nombre impair ou un nombre pair. (148-152; fr.).

Il s'agit ici des polygones étoilés des divers ordres.

Hoppe (*R.*). — Théorie purement géométrique des proportions (153-164).

Le but de l'auteur est d'éviter la considération des nombres irrationnels, en la remplaçant par une définition de la similitude des polygones, fondée uniquement sur des égalités d'angles.

Hoppe (*R.*). — Sommation de quelques séries. (165-174).

Appell (*P.*). — Sur une classe particulière de courbes gauches unicursales du quatrième ordre. (175-182; fr.).

Voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 18 décembre 1876.

Appell (*P.*). — Sur les fractions continues périodiques. (183-188; fr.).

Bartl (*Carl*). — Sur le chemin suivant lequel un point passe dans un temps minimum d'un milieu au milieu contigu. (189-201).

Bartl (*Carl.*). — Contribution à l'interpolation. (202-211).

Mehmke (*R.*). — Remarque sur le rayon de torsion de courbes gauches. (212-214). — Deux théorèmes sur les surfaces du second degré. (214-215).

Hoppe (*R.*). — Problème de minimum. (215-218).

Trouver l'ellipse d'aire minimum ayant un foyer donné et passant par deux points donnes.

Fuhrmann (*W.*). — Sur le cercle des neuf points du triangle. (218-219). — Développement de $\log(1+x)$. (220).

Spitzer (*S.*). — Détermination de la valeur d'une intégrale définie. (221-222).

Cubr (*E.*). — Calcul du troisième côté d'un triangle dont on connaît deux côtés et l'angle qu'ils comprennent. (222-224).

Nouvelle manière d'obtenir une prétendue abréviation du calcul, à l'aide d'un angle auxiliaire.

Netto (*E.*). — Introduction à la théorie des substitutions et ses applications. (225-258).

Čubr (*E.*). — Détermination de la projection centrale, déduite d'une projection orthogonale cotée. (259-266).

Čubr (*E.*). — Comparaison de deux hypothèses concernant la valeur morale de l'argent. (267-284).

Suivant l'une de ces hypothèses, la valeur morale d'un changement d'avoir est exprimee par le rapport de la grandeur absolue du changement à celle de l'avoir après la modification brusque.

Suivant l'autre (celle de Bernoulli), cette valeur morale, qu'il y ait perte ou gain, est mesuree par l'integrale du rapport de la grandeur absolue d'un changement infiniment petit a la grandeur de l'avoir au moment ou se fait ce changement.

Dostor (*G.*). — Propriétés relatives des polyèdres réguliers qui sont conjugués entre eux. (285-289; fr.).

Dostor (*G.*). — Nouvelle méthode pour déterminer les foyers des courbes du second degré. (289-295; fr.).

Hoppe (*R.*). — Mouvement d'une tige suspendue à un fil. (296-309).

§ 1. Équations differentielles generales du mouvement. — § 2. Rotation permanente. — § 3. Stabilite de la position verticale.

Hoffmann (*K.-E.*). — La forme finie des fractions continues périodiques. (310-316).

Scholtz (*A.*). — Six points d'une section conique. (317-324).

Mamke (*G.*). — Problème sur la construction d'une section conique. (325-329).

Zahradnik (*K.*). — Contribution à la Trigonométrie. (330-332).

Ligowski. — Sommation de la série $\sum_0^\infty \frac{n^m}{n!}$. (334-335).

Hoppe (*R.*). — Une équation aux dérivées partielles. (336).

L'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} = f(u)\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y}$$

a pour intégrale

$$\int du\, e^{-\int f(u)du} = \varphi(x) + \chi(y).$$

Wassmuth (*A.*). — Sur les formes de courants plans de même potentiel électromagnétique. (374-389).

Hoppe (*R.*). — Mouvement de deux points matériels liés entre eux par un fil élastique, sans l'intervention de forces étrangères. (390-404).

Mock (*L.*). — Sur le cercle contenu dans la définition de la ligne de puissance (axe radical). (405-421).

Hain (*E.*). — Recherches sur le triangle. (422-442).

Voir *Bulletin*, II_2, 9.

IV. Exemples de systèmes symétriques de transversales. — V. Les anti-points de la circonférence. — VI. Sur quelques sections coniques de symétrie. — VII. Points d'affinité steinérienne. — VIII. Les polaires coniques. — IX. Les polaires droites. — X. Un point de symétrie de premier ordre.

Zahradnik (*K.*). — Nouvelle contribution à la théorie de la cissoïde. (443-447).

Voir les articles du même auteur, *Bulletin*, VIII, 172, et XI, 217.

Wassmuth (*A.*). — Note sur l'expression du potentiel intérieur d'un ellipsoïde homogène. (448).

Tome LXIII; 1879.

Meyer (*G.*). — Sur la théorie des résidus quadratiques et cubiques. (1-49).

Stern, dans son Mémoire intitulé *Recherches sur la théorie des résidus quadratiques,* a commencé par quelques études sur les combinaisons de résidus quadratiques et de non-résidus quadratiques. Ces études se rapportent principalement aux combinaisons de la deuxième classe, c'est-à-dire aux combinaisons résultant de la réunion de *deux* résidus quadratiques ou de deux non-résidus. Stern fait la remarque que ces considérations pourraient aisément être étendues aux combinaisons des classes supérieures. L'objet du présent travail est de développer les résultats indiqués par Stern et de traiter les combinaisons des classes de troisième, de quatrième et de cinquième classe, avec ou sans répétition. L'auteur étend ensuite ses recherches aux résidus cubiques.

Appell (*P.*). — Sur les familles de courbes orthogonales uniquement composées de coniques. (50-55; fr.).

Wallentin (*J.-G.*). — Sur la théorie des séries de différences. (56-61).

I. Sur quelques séries finies de l'Analyse combinatoire. — II. Sur la théorie.

Herwegen (*A.*). — Sur la théorie du courant électrique stationnaire. (62-80).

Hoppe (*R.*). — Sur les lignes de longueur minimum sur les surfaces des centres de courbure. (81-92).

On sait qu'à chaque ligne de courbure répond une ligne de longueur minimum sur la surface des centres de courbure correspondante. Cette ligne minimum a, par conséquent, une propriété qui la distingue de toutes les autres lignes minima partant du même point. On peut se demander quelles sont les lignes de la surface primitive qui correspondent en général à des lignes minima de la surface des centres de courbure. La solution de ce problème fournirait pour la théorie des surfaces deux nouveaux systèmes de lignes, dont chacun renfermerait une des deux séries de lignes de courbure. Le problème se ramène à l'intégration de l'équation différentielle des lignes minima sur la surface des centres de courbure, exprimée au moyen des éléments de la surface primitive. La formation de cette équation pourrait présenter en elle-même un intérêt suffisant, en ce qu'elle se trouve être plus simple qu'on aurait pu s'y attendre. Elle est du second ordre et en général non linéaire. Le présent travail se borne à l'etude des cas où elle est linéaire et où, comme on le sait, une solution particulière, autre que la ligne de courbure, suffit pour obtenir l'expression du système tout entier.

§ 1. Équation différentielle de la ligne minimum en général. — § 2. Équation différentielle de la ligne minimum sur la surface des centres de courbure. — § 3. Relations avec les grandeurs fondamentales de la surface primitive. — § 4. Conditions pour que l'équation différentielle soit linéaire. — § 5. Solution. — § 6. Solutions particulières.

Zahradník (*K.*). — Rectification au Mémoire intitulé « Nouvelle propriété des sections coniques ». (93).

Voir ci-dessus, p. 115.

Zahradník (*K.*). — Contribution à la théorie de la cardioïde. (94-97).

Voir *Arch. der M. u. Ph.*, t. LIX (*Bulletin*, I_2, 161).

Schubert (*H.*). — Le nombre constant d'un polyèdre et le théorème d'Euler. (97-99).

On entend par *nombre constant* d'un polyèdre le nombre des conditions simples qui suffisent pour le déterminer. Ce nombre est egal a celui des arêtes augmenté de 6.

Hoppe (*R.*). — Complément du théorème d'Euler sur les polyèdres. (100-103).

Démonstration d'un théorème analogue pour les polyèdres non convexes.

Sinram (*Th.*). — Quelques théorèmes sur les séries. (103-108).

Sinram (*Th.*). — Quatrième théorème de Pythagore. (108).

Dobiński (*G.*). — Un développement en série. (108-110).

Développement de e^{e^x}.

Reinhold (*A.*). — Contribution à la théorie de la capillarité. (110-112).

Dostor (*G.*). — Nouvelle détermination analytique des foyers et directrices dans les sections coniques représentées par leurs équations générales, précédée des expressions générales des divers éléments que l'on distingue dans les courbes du second degré, et suivie de la détermination des coniques à centre par leur centre et les extrémités de deux diamètres conjugués. (113-204; fr.).

Hoppe (*R.*). — Surfaces des centres de courbure qui sont des surfaces développables. (205-214).

§ 1. Condition. — § 2. Situation de la surface développable des centres de courbure. — §§ 3 et 4. Premier et second cas. — § 5. Surface des centres de courbure d'une surface développable.

Hellwig (*C.*). — Les cônes circonscrits à l'angle trièdre. (215-219).

Dostor (*G.*). — Limite de l'erreur que l'on commet en substituant dans un calcul la moyenne arithmétique de deux nombres à leur moyenne géométrique. (220; fr.).

Dostor (*G.*). — Propriétés élémentaires des nombres. (221-224; fr.).

Entleutner (*A.-F.*). — Développement de toutes les propriétés des logarithmes et des fonctions circulaires, en partant de l'intégrale définie. (225-266).

Diekmann (*J.*). — Sur un problème d'élimination de la Géométrie métrique. (267-284).

Hoppe (*R.*). — Sur la condition que doit remplir une surface pour appartenir à un système de surfaces triplement orthogonal. (285-293).

Ce problème, résolu par Cayley, et dont l'étude a été simplifiée par M. Darboux et les résultats par Weingarten, est encore susceptible de quelques simplifications. Dans le travail de Weingarten (*Journal de Crelle*, t. 83; voir *Bulletin*, II_1, 221), la découverte d'une relation qui serait une conséquence de l'orthogonalité se trouve séparée de la démonstration de la propriété de cette relation d'être une condition suffisante. Mais on peut, par une considération qui se rattache au problème, développer la condition qui doit être regardée dès le principe comme suffisante, sous une forme nouvelle et plus simple.

Lorenz (*Norbert von*). — Sur quelques théorèmes concernant la théorie du triangle. (294-309).

Hoepflingen-Bergendorf (*H. v.*). — Sur la théorie de l'attraction de certains solides de révolution dont la forme diffère peu d'une sphère ou d'une couche sphérique. (310-325).

Helm (*G.*). — Démonstration élémentaire de la loi de la gravitation de Newton, déduite des trois lois de Kepler. (326-328).

Radicke (*A.*). — Sur la division de l'angle. (328-331).

Hoppe (*R.*). — Questions d'exercice sur la Géographie mathématique. (331-333).

Gebhard (*H.*). — Sur l'intégration des expressions irrationnelles. (334-336).

Hain (*E.*). — Sommation géométrique d'une série arithmétique. (336).

Klinger. — Contributions à la Géographie mathématique. (337-368).

Hoppe (*R.*). — Sur la condition pour qu'une droite variable puisse être la normale principale d'une courbe, et questions qui s'y rattachent. (369-379).

Dobiński (*G.*). — Séries goniométriques. (380-392).

Dobiński (*G.*). — Sommation de quelques séries d'arcs. (393-400).

Hain (*E.*). — Les axes radicaux des cercles de symétrie les plus importants du triangle. (401-402).

Hain (*E.*). — Sur la division des côtés d'un triangle. (403-406).

Hain (*E.*). — Sur l'involution. (407-412).

Broda (*K.*). — Contributions à la théorie de la divisibilité. (413-428).

Herzog (*J.*). — Problème sur les sections coniques. (429-430).

Étant donné un cône de révolution dont l'axe est perpendiculaire au plan horizontal de projection, le couper suivant une hyperbole, de telle sorte que la projection horizontale et la projection verticale soient l'une et l'autre des hyperboles équilatères.

Dostor (*G.*). — Centre de gravité du périmètre d'un quadrilatère quelconque et centre de gravité du volume d'un tronc de pyramide polygonale. (431-433; fr.).

Dostor (*G.*). — Surface d'un polygone sphérique étoilé quelconque. (433-434; fr.).

Dostor (*G.*). — Sommation directe et élémentaire des quatrièmes, cinquièmes et sixièmes puissances des n premiers nombres entiers. (435-440; fr.).

Sinram (*Th.*). — Nouveau calcul du volume d'un prismatoïde. (440-443).

Sinram (*Th.*). — Note sur l'ellipse. (443-444).

Sinram (*Th.*). — Quelques problèmes sur le calcul des combinaisons. (445-447).

Polster (*Fr.*). — Transformation de la série de Leibnitz qui donne la valeur de π. (447-448).

Tome LXIV; 1879-1880.

Hoffmann (*K.-E.*). — Sur le développement en fraction continue des irrationnelles du second degré. (1-8).

Hoffmann (*K.-E.*). — Transformation des irrationnelles du $n^{\text{ième}}$ degré en fraction continue. (9-18).

Appell (*P.*). — Sur une propriété caractéristique des hélices. (19-23; fr.).

Farkas (*J.*). — Résolution des équations algébriques trinômes. (24-29).

Zrzavý (*V.*). — Discussion d'une intégrale multiple. (30-45).

Il s'agit de l'intégrale

$$J = \int_0^x du \int_a^b f(x) \cos[u\varphi(x)]\varphi'(x)dx,$$

où $f(x)$ et $\varphi(x)$ sont des fonctions uniformes et finies pour toutes les valeurs de x comprises entre a et b.

Dostor (*G.*). — Moments d'inertie des surfaces et solides de révolution appartenant à la sphère. (46-56; fr.).

Dostor (*G.*). — Évaluation d'un certain déterminant. (57-59; fr.).

Hoppe (*R.*). — Recherches sur la ligne de longueur minimum. (60-73).

« Si l'on a sur une surface une série continue de lignes minima, coupées à angles droits par une série continue de parallèles géodésiques, alors, en chaque point d'intersection, la binormale des premières courbes est identique avec la tangente des secondes, et, réciproquement, tout système orthogonal de courbes sur une surface, jouissant de la propriete que les binormales de l'une des séries coïncident avec les tangentes de l'autre serie, est un système orthogonal géodésique. Cette circonstance nous permet de détacher de la theorie des surfaces le problème de la ligne minimum et de le traiter exclusivement sur le terrain de la théorie des courbes. Nous ne considérerons donc pas la surface comme donnée, mais nous attribuerons à une courbe une variation telle qu'elle devienne une ligne minimum sur la surface qu'elle engendre. »

§ 1. Formules de développement. — § 2. Condition d'un système orthogonal géodésique. — § 3. Résultats des déterminations précédentes. — § 4. Conditions pour qu'à différentes surfaces appartienne une ligne minimum déterminée de la même manière. — § 5. Ligne minimum plane. — § 6. Ligne minimum hélicoïdale.

Spitzer (*S.*). — Solution de quelques problèmes de Calcul des probabilités. (74-94).

Appell (*P.*). — Sur un théorème concernant les séries trigonométriques. (95-96; fr.).

Hoppe (*R.*). — Chute libre d'un point à la surface de la Terre. (96-105).

Sucharda (*Ant.*). — Démonstration d'un théorème sur les projections. (105-108).

Il s'agit d'un théorème énoncé par Staudigl, *Sitzungsb. d. Akad. d. Wiss. zu Wien*, t. LXIV, 1871. Voir *Bulletin*, VII, 214.

Ameseder (*Ad.*). — Remarques sur la génération d'un faisceau uniforme de rayons et d'un système biforme de rayons de deuxième classe. (109-112, 1 pl.).

Veltmann (*W.*). — Les coordonnées triaxiales dans les équations du premier et du second degré. (113-142).

Ameseder (*Ad.*). — Sur les podaires des sections coniques. (143-144).

Ameseder (*Ad.*). — Sur la théorie des podaires des sections coniques. (145-163).

Ameseder (*Ad.*). — Théorie des podaires négatives. (164-169).

Ameseder (*Ad.*). — Podaires négatives des sections coniques. (170-176).

Ameseder (*Ad.*). — Astroïdes. (177-181).

Mack. — Étude d'une courbe quelconque et d'un de ses cercles de courbure au point de vue de leur situation mutuelle au point d'osculation. (182-188).

Hoppe (*R.*). — Théorèmes les plus simples de la théorie des espaces à plusieurs dimensions. (180-213).

« Dans un grand nombre de formules de la Géométrie analytique, on remarque facilement que, au lieu des trois coordonnées, on pourrait introduire, d'après une analogie évidente, un nombre quelconque n de variables de même nature; le résultat analogue doit alors satisfaire à la condition d'une interprétation géométrique partielle, obtenue en considérant, soit immédiatement, soit après une transformation de coordonnées, la projection de la figure qu'on a déterminée, sur l'espace à trois dimensions, c'est-à-dire en annulant les coordonnées $n-3$ à $n-3$.

» A une série de telles propositions, qui se présentent d'elles-mêmes, j'en ajouterai quelques autres, découvertes d'abord par le calcul, mais également simples quant au résultat. Je ne me propose pas ici de préparer la voie à une théorie générale. L'utilité d'une semblable entreprise peut aisément devenir illusoire en ce que, en face de la multitude de méthodes possibles, on la laisserait tout à fait de côte, les problèmes particuliers pouvant être résolus par une voie plus courte. L'etude des figures à n dimensions me paraît surtout présenter cet avantage (qui n'est pas le seul) de rendre sensible la loi du passage de deux à trois dimensions, loi que l'on peut rarement conclure à l'aide des deux termes connus de la progression. C'est dans cette vue que j'aborde à la fin de cet article un problème qui donne une loi assez compliquée pour le passage au delà de trois dimensions, savoir le calcul de l'angle de n dimensions.

» Quant au sens et à l'interprétation de la Géométrie à n dimensions, je la considère comme une théorie reposant sur une base purement analytique et dont les conceptions doivent être définies par la pure analyse. Dans cette manière de voir, elle ne présente plus aucune différence essentielle vis-à-vis de la Géométrie ordinaire. Notre système habituel d'étendue à trois dimensions est semblablement un produit de l'intelligence, qui se distingue du système général par cela seul qu'il est nécessaire et suffisant pour la représentation objective des données de nos sensations, en conséquence de quoi il a été créé instinctivement, et, par un usage continuel, il nous est devenu familier et intuitif; tandis que les phénomènes sensibles ne nous ont fourni aucune occasion qui nous forçât à introduire un plus grand nombre de dimensions, et que faute d'exercice nous n'avons pas appris à surmonter la difficulté que nous éprouvons à nous représenter un tel système. La nature ne nous a donné qu'une étendue à deux dimensions du sens de la vue, et encore cela ne correspond pas exactement à l'intuition sur le plan, la vision étant conformée sphériquement et nous forçant ainsi à introduire hypothétiquement le rayon vecteur invisible comme une grandeur analytique, comparable aux dimensions de l'image. C'est par un acte d'une nature toute semblable que nous avons pu nous élever à l'idée d'un plus grand nombre de dimensions.

» Comme il n'existe ainsi aucune différence d'origine entre ces conceptions, on est pleinement en droit d'employer dans la théorie de l'espace à plus de trois dimensions les mêmes termes dont on fait usage dans le cas de trois dimensions. Seulement, lorsque ces termes n'ont pas le même sens dans le plan et dans l'espace, j'ai préféré créer des termes nouveaux. »

Hoppe (*R.*). — Remarques sur la transformation de la série de Leibnitz, dans le Tome précédent (447). (214-215).

Voir plus haut, p. 122.

Simon (*H.*). — Théorème sur les sécantes et les cordes de la parabole, avec quelques conséquences. (215-217).

Hoppe (*R.*). — Extension de la solution particulière connue du problème des trois corps. (218-223).

Hoppe (*R.*). — Équation de la courbe d'un cordon avec un nœud indénouable. (224).

Mack. — Sur certains carrés qui se rattachent à deux cercles donnés. Deux problèmes de Géométrie analytique. (225-252).

Lorenz (*N. v.*). — Sur une série de nouveaux problèmes relatifs au triangle. (253-266).

Hain (*E.*). — Sur la Géométrie de la droite. (267-273).

Hoppe (*R.*). — Application géométrique de l'addition des intégrales elliptiques. (274-295).

« L'intersection d'un cylindre de révolution et d'une sphère donne naissance à un grand nombre de figures, dont la mesure peut s'exprimer, et dans la plupart des cas assez simplement, au moyen des intégrales elliptiques.

» La portion de cylindre renfermée dans la sphère dépend des seules intégrales de seconde espèce ou des intégrales de première et de seconde espèce, suivant que le cylindre est complètement traversé ou simplement entaillé par la sphère. Dans le cas limite où le cylindre est touché intérieurement par la sphère, l'intégrale n'est plus elliptique, mais algébrique.

» La surface cylindrique partage la sphère en deux parties, dont il suffit de calculer une seule directement, la partie extérieure par exemple. Celle-ci est généralement composée d'intégrales elliptiques de première et de seconde espèce et d'un terme circulaire avec une partie algébrique; lorsque la surface cylindrique passe par le centre de la sphère, l'expression se compose très simplement d'intégrales de seconde espèce ou des deux premières espèces, dans les mêmes cas que la valeur de la surface cylindrique.

» La longueur de la courbe d'intersection est généralement hyperelliptique; seulement, quand le cylindre est tangent intérieurement à la sphère, elle se rédu't aux intégrales de seconde espèce.

» Le volume compris entre les deux surfaces est toujours une intégrale de troisième espèce. »

Soient

$$x^2+y^2+z^2=a^2,\quad (x-b)^2+y^2=c^2$$

les équations de la sphère et du cylindre.

§ 1. Surface du cylindre traversé ($a>b+c$). — § 2. Surface du cylindre entaillé ($a<b+c$). — § 3. Réunion des deux cas. — § 4. Surface sphérique extérieure au cylindre. — § 5. Longueur de la courbe d'intersection. — § 6. Volumes limités par les deux surfaces. — § 7. Ellipses.

Sinram (*Th.*). — Contribution à la résolution des équations du deuxième, du troisième et du quatrième degré. (296-309).

Dostor (*G.*). — Sommes des dix premières puissances des n premiers nombres entiers et des cinq premières puissances des n premiers nombres impairs. Relation entre ces diverses sommes. (310-320; fr.).

Dostor (*G.*). — Méthodes expéditives pour l'extraction de la racine cubique des nombres entiers ou décimaux. (321-332; fr.).

Hoffmann (*K.-E.*). — Sur le nombre des nombres premiers inférieurs à une limite donnée. (333-336).

Grunert (*J.-A.*). — Sur la première méthode de Newton pour la construction d'une section conique passant par cinq points donnés. (337-349).

Dostor (*G.*) — Question sur les nombres. (350-352; fr.).

Dostor (*G.*). — Sommation des cubes d'un certain nombre d'impairs consécutifs. (353-355; fr.).

Dostor (*G.*). — Propriétés de la suite naturelle des nombres impairs. (356-360; fr.).

Dostor (*G.*). — Somme des carrés et somme des cubes des $n+1$ nombres entiers consécutifs, dont le premier est $n+1$. (361-362; fr.).

Hoppe (*R.*). — Sur le mouvement libre d'un corps sans l'action d'un couple. (363-372).

« Je reprends ici la solution de ce problème, déjà traité analytiquement par Jacobi et synthétiquement par Poinsot, parce que cette solution, pour le fond comme pour la forme, a été toujours considérée comme une des plus remarquables découvertes, et que je puis faire voir, au contraire, qu'elle se présente de la manière la plus directe sans qu'on ait à recourir à aucun artifice lorsqu'on suit la voie analytique, où l'on ne risque pas de s'égarer. Quelque estime que m'inspire les nouveaux points de vue révélés par Poinsot, je ne puis me ranger à son avis lorsqu'il affirme que cette solution est une preuve que souvent des problèmes difficiles peuvent se résoudre simplement par des considérations synthétiques. Il serait bien plus facile de lui faire cette concession pour sa théorie de la nutation, qui constitue réellement une œuvre considérable, bien que ses raisonnements ne diffèrent pas essentiellement des raisonnements analytiques et qu'il ne s'agisse surtout que de l'adoption d'une forme répondant mieux à la tournure d'esprit de l'auteur. Pour ce qui est du présent Mémoire, si l'on considère que Poinsot a employé près de vingt pages de calcul pour tirer de ses constructions les déterminations analytiques, on verra que cette solution synthétique n'atteint pas le même but pratique que le calcul direct et ne conduit pas par le plus court chemin à une représentation explicite des grandeurs cherchées. »

§ 1. Solution directe du problème sans discussion. — § 2. Discussion et développement.

Hoppe (*R.*). — Démonstration élémentaire de l'existence d'un centre des forces parallèles. (373-378).

§ 1. Des moments statiques. — § 2. Du centre des forces parallèles.

Hoppe (*R.*). — Sur la seconde intégrale particulière d'une équation différentielle linéaire du second ordre. (379-386).

L'auteur examine dans quels cas cette seconde intégrale peut se déduire de la première par la différentiation.

Appell (*P.*). — Sur les séries divergentes à termes positifs. (387-392; fr.).

Spitzer (*S.*). — Intégration de deux équations différentielles. (393-397).

L'auteur considère les deux équations

$$(a_1 x + b_1 y + c_1)^n dx + (a_2 x + b_2 y + c_2)^n dy = 0,$$
$$x y''' = \mathrm{A}(x y' - \mu y).$$

Hain (*E.*). — Sur la construction des systèmes de points symétriques. (398-406).

Dostor (*G.*). — Surfaces des triangles dont les sommets sont les pieds des bissectrices d'un triangle donné. (407-425; fr.).

Dostor (*G.*). — Distances mutuelles entre les pieds des six bissectrices d'un triangle. (426-431; fr.).

Curtze (*M.*). — Courte réplique à M. Th. Żebrawski, membre de l'Académie de Cracovie. (432-434).

Au sujet des remarques publiées dans le *Bullettino* de Boncompagni à propos du travail inséré dans le même recueil par M. Curtze, sous le titre « Sur l'orthographe du nom et sur la patrie de Witelo (Vitellion) ».

Cantor (*G.*). — Remarque sur les séries trigonométriques. (434-435).

Critiques sur la Note de M. Appell. (*Voir* plus haut, p. 123).

Hoppe (*R.*). — Remarque sur les séries trigonométriques. (435-438).

Réponse à la Note précédente.

Hoppe (*R.*). — Centre de gravité d'un polygone. (439).

Hoppe (*R.*). — Problèmes d'exercice sur la Planimétrie. (440).

Hoppe (*R.*). — Triangle rationnel dont les côtés sont trois nombres entiers consécutifs. (441-443).

Hoppe (*R.*). — Sur quelques questions de principe de la théorie infinitésimale. (444-447).

Meissel. — Contribution à la Trigonométrie sphérique. (447-448).

SITZUNGSBERICHTE der königlich böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften in Prag [1].

Année 1876.

Weyr (*Em.*). — Remarque sur une espèce particulière de coniques situées en involution. (42-46).

Weyr (*Ed.*). — Sur la théorie des fonctions elliptiques. (172-203).

Voir *Bulletin*, III_2, 154.

---

[1] Voir *Bulletin*, III_2, 118.

Studnička (*F.-J.*). — Sur la relation entre les carrés magiques et la théorie des déterminants. (269-271).

Année 1877.

Weyr (*Ed.*). — Sur le développement des irrationnelles du second degré en fractions continues. (65-72).

Voir *Bulletin*, I_2, 173.

Studnička (*F.-J.*). — Propriétés nouvelles des coefficients binomiaux, déduites de la généralisation d'une proposition de la théorie des quantités complexes. (92-93).

Studnička (*F.-J.*). — Contribution à la théorie des déterminants. (120-125).

En désignant par A_{ik} les mineurs du déterminant

$$\Delta = \Sigma \pm a_{11} a_{22} \ldots a_{nn},$$

on tire de la formule

$$\Delta . \Sigma \pm a_{22} a_{33} \ldots a_{n-1, n-1} = \Sigma \pm A_{nn} A_{11}$$

l'expression de Δ au moyen des quatre mineurs A_{11}, A_{1n}, A_{1n}, A_{nn} et des mineurs $\Sigma \pm a_{22} \ldots a_{n-1, n-1}$ de degré $n-2$, ce qui permet de calculer Δ plus rapidement qu'on ne le fait d'ordinaire.

Comme application, l'auteur donne une nouvelle démonstration du théorème connu sur les numerateurs et les denominateurs de deux réduites d'une fraction continue; puis il calcule la valeur d'un determinant symétrique dont la diagonale ne contient que des zeros.

Zahradník (*K.*). — Lieu géométrique des points correspondants à des triangles de contact constants par rapport à la cissoïde. (125-128).

Par un point P passent trois tangentes à une cissoïde; les trois points de contact doivent être les sommets des triangles d'une constante. Alors le lieu de P est une courbe du cinquième degre ayant un point double au point double de la cissoïde.

Weyr (*Em.*). — Les courbes de troisième ordre considérées comme courbes d'involution. (131-133).

On suppose, sur une conique C_2, une involution de tangentes du quatrième degré. La courbe d'involution I_3, c'est-à-dire le lieu des points d'intersection des tangentes d'un groupe, est une courbe generale du troisième degre. Designons par $T_1 T_2 T_3 T_4$ et $T'_1 T'_2 T'_3 T'_4$ deux groupes de l'involution; par K_2 et K'_2 deux coniques, inscrites respectivement à ces groupes et $\Theta_1 \Theta_2 \Theta_3 \Theta_4$ les tangentes communes à K_2 et à K'_2; enfin, par K''_2 une conique inscrite au quadrilatère Θ. Alors les tangentes communes a C_2 et à K''_2 formeront un groupe de l'involution. On fait degenerer K_2, K'_2 et K''_2

en des systèmes de deux points (sommets opposés des quadrilatères respectifs), pour obtenir une construction simple de I_3.

Zahradník (*K.*). — Sur la cardioïde. (184-190).

L'auteur considère : 1° les pôles à triangles de contact d'aire constante; 2° la relation qui lie le pôle avec le centre de gravité du triangle de contact.

Weyr (*Ed.*). — Sur la représentation conforme des surfaces au moyen de la projection centrale. (273-276).

Si, en projetant une surface sur une autre, on conserve les angles, ou les deux surfaces sont semblables, où l'une est la transformation de l'autre par rayons vecteurs réciproques, le centre de projection étant aussi le centre de transformation.

Zrzavý (*F.*). — Formule simple pour le calcul de la convergence méridienne d'après les coordonnées sphériques rectangulaires au moyen d'une Table auxiliaire. (278-280).

On entend par *convergence méridienne* la différence entre l'angle de direction et l'azimut α' d'un rayon partant d'un point donné.

Studnička (*F.-J.*). — Sur la représentation indépendante de la $n^{\text{ième}}$ dérivée d'une puissance dont la base et l'exposant sont des fonctions différentes d'une même variable. (368-373).

La dérivée s'obtient sous la forme du produit de u^v par un déterminant de degré n (*Derivationsdeterminante*).

Studnička (*F.-J.*). — Nouvelles contributions au Calcul différentiel. (393-399).

Dérivée $n^{\text{ième}}$ de $\frac{u}{v}$; application aux dérivées de tang$x$, cot$x$, sécx, cosécx, et à la recherche des maxima et des minima des fonctions $\frac{u}{v}$.

Année 1878.

Studnička (*F.-J.*). — Sur l'équation du plan osculateur. (37-41).

Schmidt (*G.*). — Démonstration simple des équations du mouvement d'Euler. (79-81).

Günther (*S.*). — Sur l'équation indéterminée $x^3+y^3=a^3$. (112-119).

Weyr (*Ed.*). — Remarques sur deux théorèmes de Dynamique. (133-146).

L'auteur détermine tous les systèmes mécaniques qui, sollicités par des forces

quelconques, suivent ou le principe du mouvement du centre des masses ou le principe des aires, relativement soit à un axe, soit à deux axes, etc. Il démontre un théorème général comprenant ces deux principes comme cas particuliers par la considération du déplacement general d'un corps rigide.

Šolín (*J.*). — Sur quelques propriétés des nombres de Clapeyron. (146-157).

Il s'agit des nombres $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$, liés par les relations

$$4\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0, \quad \varepsilon_1 + 4\varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0, \quad \varepsilon_2 + 4\varepsilon_3 + \varepsilon_4 = 0, \quad \ldots.$$

L'auteur obtient des proprietes nouvelles de ces nombres pour faciliter le calcul des moments des appuis (*Stützenmomente*) et des réactions d'un support continu composé de champs égaux.

Matzka (*W.*). — Contribution à une exposition systématique en Algèbre des logarithmes naturels dans le sens de Neper et d'Euler. (206-235).

Kořistka (*K.*). — L'altitude au-dessus du niveau de la mer de Carlsbad et de ses environs. (235-246).

Gruss (*G.*). — Sur les fonctions elliptiques. (246-249).

Zahradník (*K.*). — Sur le lieu des centres de courbure du point de base d'un faisceau de courbes du $n^{\text{ième}}$ ordre. (250-253).

Ce lieu est une courbe cubique ayant un point double au point de base du faisceau.

Matzka (*W.*). — Sur les limites de fonctions fondamentales en analyse. (262-272).

Bečka (*G.*). — Sur quelques problèmes de la théorie de l'involution quadratique. (272-289).

Günther (*S.*). — Contribution à la théorie des nombres congrus. (289-294).

Un entier a, d'après Woepcke, est appelé *congru* s'il existe une solution rationnelle des équations

$$x^2 + a = y^2, \quad x^2 - a = z^2.$$

Un entier a étant donné, il s'agit de reconnaître s'il est congru ou non.

Kantor (*S.*). — Note relative à la théorie de l'involution cubique sur une conique. (312-316).

Théorèmes intéressants relatifs au cas où l'involution donnée se trouve sur un cercle.

Ed. W.

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

Tome LXXXIX; 1880.

N° 14; 5 avril.

Soit $F(x) = 0$ une telle équation, dont le premier membre satisfait à l'équation

$$Py'' + Qy' + Ry = 0.$$

M. Laguerre établit que l'expression

$$\Omega = PR + PQ' - QP' - \frac{n+2}{4(n-1)} Q^2$$

est positive ou nulle pour toute racine de l'équation $F(x) = 0$.

Si donc Ω n'est pas positif pour toutes les valeurs de x, on a un moyen d'obtenir des limites entre lesquelles sont comprises les racines; par exemple, pour le polynôme de degré n qui satisfait à l'équation

$$y'' - xy' + ny = 0,$$

M. Laguerre indique la limite supérieure $\frac{2(n-1)}{\sqrt{n+2}}$.

Deprez (M.). — Sur le mesureur d'énergie. (812).

Morisot. — Sur la chaleur spécifique et la conductibilité des corps. (814).

N° 15; 12 avril.

Stephan (E.). — Nébuleuses découvertes et observées à l'Observatoire de Marseille. (837).

Jamin. — Sur l'explication de l'expérience de MM. Lontin et de Fonvielle. (839).

Lucas. — Sur les fonctions cyclotomiques. (855).

Les fonctions cyclotomiques ne diffèrent que par un changement de variables des *fonctions numériques simplement periodiques* introduites par M. Lucas.

Les lois signalees par M. Sylvester ont éte demontrees dans son Memoire (*American Journal of Mathematics*, t. I, p. 210, 290-300). M. Lucas signale en outre les théorèmes suivants :

Pour que $p = 2^{4h+3}$ soit premier, il faut et il suffit que la fonction cyclotomique d'indice $p+1$ soit divisible par p pour $x = \sqrt{-1}$.

Pour que $p = 2^{12h+5} - 1$ soit premier, il faut et il suffit que la fonction cyclotomique d'indice $p+1$ soit divisible par p, en supposant $x = 3\sqrt{-1}$, ...

Bresse. — Réponse à une Note de M. Boussinesq. (857).

Rozé (C.). — Études sur la chronométrie : de la compensation. (858).

Deprez (M.). — Sur un nouvel indicateur dynamométrique. (861).

Amagat (H.). — Sur la déformation des tubes de verre sous de fortes pressions. (863).

Ader. — Sur quelques expériences nouvelles d'attractions magnétiques. (864).

N° 16; 19 avril.

Resal. — Du problème inverse du mouvement d'un point matériel sur une surface de révolution. (889).

Royer (E.). — Théorie des phénomènes capillaires. (908).

Fonvielle (W. de).— Sur le gyroscope électromagnétique. (910).

Schaberle. — Découverte d'une comète. (911).

Henry et *Bigourdan.* — Observations de la comète Schaberle. (911).

Chase (P.). — Sur les positions des principales planètes. (912).

Radau (H.). — Remarques sur la formule de quadrature de Gauss. (913).

Deprez (M.). — Synchronisme électrique de deux mouvements quelconques. (915).

Bouty (E.). — Mesure des forces électromotrices, thermo-électriques au contact d'un métal et d'un liquide. (917).

Coutzolenc. — Sur une pompe automate à mercure. (920).

N° 17; 26 avril.

Resal. — Sur le problème inverse du mouvement d'un point matériel. (938).

Cornu (A.). — Sur la loi de répartition suivant l'altitude de la substance absorbant dans l'atmosphère les radiations solaires ultra-violettes. (946).

Stephan. — Observation de la comète Schaberle, faite à l'Observatoire de Marseille. (958).

Smith (L.). — Sur la météorite tombée le 10 mai 1879, près d'Estherville (États-Unis). (958).

Moncel (*Th. du*). — Sur les courants thermo-électriques développés au contact d'un métal et d'un liquide. (964).

Boussinesq. — Quelques considérations à l'appui d'une Note du 29 mars sur l'impossibilité d'admettre en général une fonction des vitesses dans toute question d'Hydraulique où les frottements ont un rôle notable. (967).

Fonvielle (*W. de*). — Sur la dépendance de deux gyroscopes électromagnétiques soumis à un même circuit d'induction. (969).

Mannheim. — La surface de l'onde considérée comme surface limite. (971).

Partant de l'étude faite par notre regretté collaborateur Painvin sur le complexe formé par les droites qui sont les arêtes d'un dièdre droit circonscrit à un ellipsoïde (*Bulletin*, t. II, p. 368, Ire Partie), M. Mannheim établit que : Si un angle droit acb circonscrit à un ellipsoïde est tel que son plan soit normal à cette surface aux points de contact a, b de ses côtés, son sommet appartient à une surface de l'onde.

Quel que soit le deplacement du plan mobile acb, son foyer est au point de rencontre f des normales A, B en a, b ; la droite cf est la normale à la surface de l'onde, en c.

Baillaud. — Sur le calcul numérique des intégrales définies. (974).

Si dans les evaluations de l'intégrale

$$\int_0^1 y\,dt$$

on remplace y par un polynôme entier de degré n ayant les mêmes valeurs que y pour $n+1$ valeurs de t, on arrive au résultat indiqué par Gauss, en remarquant que les valeurs de t sont les racines d'un polynôme

$$T = t^{n+1} + \alpha_1 t^n + \ldots + \alpha_{n+1},$$

dont les coefficients satisfont à l'équation

$$\mu = \frac{\alpha_{n+1}}{h} + \frac{\alpha_n}{h+1} + \cdots + \frac{1}{h+n-1} = 0 \quad (h = 1, 2, \ldots, n+1).$$

La résolution de ces opérations s'effectue de suite en remarquant que μ ne peut différer que par un facteur constant de

$$v = \frac{(h-1)(h-2)\ldots(h-n-1)}{h(h+1)\ldots(h+n+1)},$$

et en effectuant la décomposition en fractions simples de cette fraction rationnelle en h.

Picard (*E.*). — Sur les équations linéaires simultanées et sur une classe de courbes gauches. (976).

Voir plus bas.

Appell. — Sur la série $F_3(\alpha, \alpha', \beta, \beta', \gamma, x, y)$. (977).

Si on pose

$$f(u,v) = u^{\alpha-1}v^{\alpha'-1}(1-u-v)^{\gamma-\alpha-\alpha'-1}, \quad \alpha > 0, \quad \alpha' > 0, \quad \gamma-\alpha-\alpha' > 0,$$

on a

$$\int\int f(u,v)(1-ux)^{-\beta}(1-vy)^{-\beta'}du\,dv$$
$$= \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha')\Gamma(\gamma-\alpha-\alpha')}{\Gamma(\gamma)} F_3(\alpha, \alpha', \beta, \beta', \gamma, x, y),$$

l'intégrale double étant étendue aux valeurs réelles de u et de v telles que l'on ait

$$u \geqq 0, \quad v \geqq 0, \quad 1-u-v \geqq 0.$$

Mercadier. — Sur l'influence de la température sur la durée de la période d'un diapason. (980).

Mascart. — Sur la théorie des courants d'induction. (981).

Guebhard (*A.*). — Sur une méthode expérimentale propre à déterminer les lignes de niveau dans l'écoulement stationnaire de l'électricité à travers les surfaces conductrices. (984).

Bouty (*E.*). — Mesure absolue du phénomène de Peltier au contact d'un métal et de sa dissolution. (987).

Pellat (*H.*). — Mesure de la différence de potentiel de deux métaux en contact. (990).

Gouy. — Sur la théorie de la double réfraction circulaire. (992).

Amagat (*H.*). — Influence de la température sur la compressibilité des gaz sous de fortes pressions. (993).

N° 18; 5 mai.

Tisserand. — Sur des transcendantes qui jouent un rôle fondamental dans la théorie des perturbations planétaires. (1021).

Ces transcendantes sont définies par l'égalité

$$B_n^{(k)} = \frac{1}{1.2\ldots n}\alpha^n \frac{d^n b^{(k)}}{d\alpha^n},$$

où

$$b^{(k)} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\cos k\theta}{\sqrt{1+\alpha^2-2\alpha\cos\theta}}\,d\theta, \quad 0<\alpha<1.$$

M. Tisserand établit que la fonction $B_n^{(k)}$ de α, où k reste fixe et où n augmente indéfiniment, croît indéfiniment quand α est supérieur à $\frac{1}{2}$ et tend vers zéro quand α est inférieur à $\frac{1}{2}$.

Sylvester. — Sur la loi de réciprocité dans la théorie des nombres. (1053).

Sur le calcul du symbole $\frac{Q}{P}$ de Jacobi.

Chase (*E.*). — Paraboloïdes cométaires. (1061).

Picard (*E.*). — Sur les équations linéaires simultanées et sur une classe de courbes gauches. (1065).

Les équations

$$\frac{du}{dt} = -Av + Bw,$$

$$\frac{dv}{dt} = \quad Au - Cw,$$

$$\frac{dw}{dt} = -Bu + Cv,$$

où A, B, C sont des fonctions doublement périodiques de t aux périodes $2K$ et $2iK'$, lorsque les intégrales sont uniformes, ont toujours un système d'intégrales formé de fonctions doublement périodiques. M. Picard examine en particulier le système suivant

$$\frac{du}{ds} = \frac{v}{R}, \quad \frac{dv}{ds} = -\frac{u}{R} - \frac{w}{r}, \quad \frac{dw}{ds} = \frac{v}{r},$$

où R, r désignent les rayons de courbure et de torsion d'une courbe gauche, exprimes au moyen de l'arc s, et où il suppose que ces rayons sont des fonctions doublement périodiques de la variable.

Plus particulièrement il étudie le cas où

$$\frac{1}{R} = \frac{2n}{a}\,\mathrm{dn}\left(\frac{s}{a}\right), \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{b},$$

a, b étant des constantes et n un nombre entier.

En supposant $n = 1$, on obtient une courbe déjà rencontrée par M. Hermite, comme cas particulier de l'elastique.

Callandreau (*O.*). — Sur la formule de quadrature de Gauss. (1067).

L'auteur montre comment, pour la formule de Gauss et pour d'autres analogues, on peut reconnaître le sens de l'erreur et même parfois obtenir une expression approchée du terme complémentaire.

Desboves. — Théorème sur les équations cubiques et biquadratiques. (1069).

Pictet (*R.*). — Équation générale donnant la relation qui existe pour tous les liquides entre leur température et la tension maxima de leurs vapeurs à cette température. (1070).

Boutigny. — Résumé des lois qui régissent la matière à l'état sphéroïdal. (1074).

N° 19; 10 mai.

Tisserand. — Sur des transcendantes qui jouent un rôle fondamental dans la théorie des perturbations planétaires. (1093).

Hermite. — Sur une proposition de la théorie des fonctions elliptiques. (1096).

Il s'agit de cette proposition : Si le module k est une quantité imaginaire quelconque, en sorte que

$$k^2 = \alpha + i\beta,$$

et si l'on fait

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-(\alpha+i\beta)\sin^2\varphi}},$$

$$K' = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-(1-\alpha-i\beta)\sin^2\varphi}},$$

la partie réelle du rapport $\frac{K'}{K}$ est essentiellement positive : cette démonstration repose sur la considération de l'intégrale double

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi\, d\psi}{\sqrt{[1-(1-\alpha-i\beta)\sin^2\varphi][1-(\alpha-i\beta)\sin^2\psi]}}.$$

Sylvester. — Sur la loi de réciprocité dans la théorie des nombres. (1104).

Levy (*M.*). — Sur le nouveau siphon établi sur le canal Saint-Martin et sur les travaux d'assainissement du quartier de Bercy. (1107).

Pellet (*E.*). — Sur les fonctions linéaires. (1111).

Si les racines d'une équation de degré $n\mu$ se partagent en n groupes de μ racines, les racines d'un groupe pouvant être représentées par $x, \theta(x), \ldots, \theta^{\mu-1}(x)$, où $\theta(x) = \frac{ax+b}{a'x+b'}$, la substitution $x = \frac{\lambda' y - \lambda}{1-y}$ ramène l'équation à la forme

$$F(y^{\mu}) = 0,$$

F désignant une fonction entière; λ et λ' sont les racines supposées distinctes de l'équation

$$a'\lambda^2 + (a-b')\lambda - b = 0.$$

Zeuthen. — Sur la détermination d'intégrales algébriques de différentielles algébriques. (1114).

Picard (*E.*). — Sur les équations linéaires simultanées et sur une classe de courbes gauches. (1118).

Picard (*E.*). — Sur une classe de fonctions de deux variables indépendantes. (1119).

Gouy. — Sur la théorie des phénomènes d'interférence où intervient la polarisation rotatoire. (1121).

Guebhard. — Sur les lignes équipotentielles d'un plan formé de deux moitiés inégalement conductrices. (1124).

Odalski. — Sur les actions mutuelles d'aiguilles aimantées plongées dans des liquides. (1126).

N° 20; 17 mai.

Mouchez. — Observations méridiennes des petites planètes, faites à l'Observatoire de Greenwich (transmises par l'Astronome Royal M. *Airy*) et à l'Observatoire de Paris pendant le premier trimestre de l'année 1880. (1130).

Rayet. — Positions de la comète b de 1880, déterminées à l'Observatoire de Bordeaux. (1153).

Callandreau (*O.*). — Sur des transcendantes qui jouent un rôle fondamental dans la théorie des perturbations planétaires. (1154).

Kantor (*S.*). — Sur le nombre des groupes cycliques dans une transformation de l'espace. (1156).

Mondésir (*P. de*). — Les tensions des vapeurs saturées ont des modes de variation différents selon qu'elles sont émises au-dessus ou au-dessous du point de fusion. (1158).

André (*C.*). — Sur l'interversion des températures de l'air avec la hauteur. (1161).

N° 21; 24 mai.

Faye. — Sur les variations séculaires de la figure mathématique de la Terre. (1185).

Callandreau (*O.*). — Sur des transcendantes qui jouent un rôle fondamental dans la théorie des perturbations planétaires. (1201).

Bruno (*Faà de*). — Sur un théorème général dans la théorie des covariants. (1203).

Posons

$$\delta = a_0 \frac{d}{da_1} + 2a_1 \frac{d}{da_2} + \cdots$$

et soit

$$f(x, y) = (a_0, a_1, \ldots, a_n)(x, y)^n$$

la forme donnée.

Tout covariant est une fonction entière symbolique de δ appliquée au dernier terme a_n.

Dedekind. — Sur la théorie des nombres complexes idéaux. (1205).

Appell. — Intégration de certaines équations différentielles à l'aide des fonctions Θ. (1207).

Soit

$$f(x) = (a_1 x + b_1)\ldots(a_5 x + b_5)$$

et

$$\int_{t_0}^{n} \frac{\alpha t + \beta}{\sqrt{f(t)}}\, dt, \quad \int_{t_0}^{t} \frac{\alpha' t + \beta'}{\sqrt{f(t)}}\, dt.$$

Les deux intégrales abéliennes normales de première espèce correspondant à l'équation

$$y^2 - f(x) = 0,$$

l'équation différentielle du deuxième ordre

$$(dx\, d^2 y - dy\, d^2 x)(\alpha\beta' - \beta\alpha')^2$$
$$= \sqrt{(\alpha\, dy - \alpha'\, dx)(\lambda_1\, dy - \mu_1\, dx)\ldots(\lambda_5\, dy - \mu_5\, dx)},$$

où

$$\lambda_n = \alpha b_n - \beta a_n, \quad \mu_n = \alpha' b_n - \beta' a_n \quad (n = 1, \ldots, 5),$$

a pour intégrale générale

$$\Theta(x + A_1 y + B) = 0.$$

Le Paige (*C.*). — Sur l'élimination. (1210).

Mouchot. — Utilisation industrielle de la chaleur solaire. (1212).

N° 22; 31 mai.

Jamin. — Sur une lampe électrique automatique. (1235).

Faye. — Sur les idées cosmogoniques de Kant, à propos d'une réclamation de priorité de M. Schlötel. (1246).

Radau (*R.*). — Sur les réfractions de Bessel. (1264).

Picard (*E.*). — Sur une extension aux fonctions de deux variables du problème de Riemann relatif aux fonctions hypergéométriques. (1267).

M. Picard montre comment on peut construire *a priori* des fonctions de deux variables analogues aux fonctions hypergéometriques d'une seule variable, telles que Riemann les a considerees, il considere pour cela une fonction $F(x, y)$ holomorphe pour toutes valeurs de x et de y distinctes entre elles, dont aucune ne coincide avec aucun des points 0, 1, ∞, telle que, en quatre determinations de cette fonction, existe une relation lineaire a coefficients constants, telle enfin que, lorsque l'une des variables s'approche d'un des points critiques, ou lorsque les deux variables deviennent egales, trois des branches de la fonction se presentent sous certaines formes definies; il montre alors que cette fonction satisfait à deux equations differentielles et en donne diverses proprietes. Il retombe ainsi, par une voie tout autre, sur des fonctions deja etudiees par M. Appell (seance du 16 février).

Farkas. — Sur une classe de deux fonctions doublement périodiques. (1269).

Brassine (*E.*). — Détermination de trois axes d'un corps solide sur lesquels les forces centrifuges exercent, par suite de là rotation, un effet maximum. (1271).

Mathieu (*E.*). — Sur l'équilibre d'élasticité d'un prisme rectangle. (1272).

Ader. — Téléphone à surexcitation magnétique. (1274).

Macé (*J.*) et *Nicati* (*W.*). — Étude de la distribution de la lumière dans le spectre. (1275).

N° 23; 7 juin.

Carrère. — Théorèmes sur la décomposition des polynômes. (1329).

Mannheim. — Nouvelle génération de la surface de l'onde et constructions diverses. (1333).

La proposition suivante, qui est le point de départ de l'auteur dans cette Communication, est la généralisation d'un résultat précédemment obtenu par lui :

Si un angle droit *acb* dont les côtés sont respectivement tangents à deux ellipsoïdes homofocaux donnés est tel que son plan soit normal à ses deux surfaces en chacun des points de contact *a*, *b* de ses côtés, son sommet appartient à une surface de l'onde.

La normale à cette surface en *c* est la droite qui joint le sommet *c* au milieu de la droite *ab*. Le plan de l'angle droit *acb* est tangent au sommet *c* à un hyperboloïde homofocal aux ellipsoïdes donnés, etc.

Poincaré. — Sur les formes cubiques ternaires. (1336).

L'auteur se propose d'appliquer à l'étude arithmétique des formes ternaires la méthode employée par M. Hermite pour les formes décomposables en facteurs linéaires et les formes quadratiques.

Il classe les transformations linéaires

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix}$$

suivant la nature des racines de l'équation

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 - s & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 - s & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 - s \end{vmatrix};$$

puis il classe les formes cubiques en sept groupes, suivant la nature de la courbe qu'on obtient en les égalant à zéro, et donne une suite de théorèmes algébriques sur les groupes auxquels doivent appartenir les substitutions qui permettent de reproduire une forme d'un certain groupe; passant ensuite aux propriétés arithmétiques, il définit et étudie les substitutions réduites et les formes réduites.

Pellet (E.). — Sur les fonctions irréductibles suivant un module premier. (1339).

L'auteur montre comment la théorie des fonctions cyclotomiques conduit à une méthode pour former directement des fonctions irréductibles de degré λ, lorsque le nombre λ ne renferme que les facteurs premiers du module augmenté de l'unité.

Escary. — Remarque relative à deux intégrales obtenues par Lamé dans la théorie analytique de la chaleur. (1341).

David. — Sur la partition des nombres (1344).

Cabanellas. — Mesure directe de la résistance intérieure des machines magnéto-électriques en mouvement. (1346).

N° 24; 14 juin.

Léauté. — Développement d'une fonction à une seule variable, dans un intervalle donné suivant les valeurs moyennes de cette fonction et de ses dérivées successives dans cet intervalle. (1404).

L'auteur résout d'abord la question suivante :

Trouver le polynôme en x de degré n tel que sa valeur moyenne et celles de ses n dérivées, dans l'intervalle de $-h$ à $+h$, soient égales à $n+1$ quantités données $Y_0, Y_1, \ldots, Y_n$.

Ce polynôme peut se mettre sous la forme

$$y = P_0 Y_0 + P_1 Y_1 + \ldots + P_n Y_n,$$

où les P sont des polynômes en x et h de degré égal à leur indice, indépendants des Y, et dont M. Léauté donne diverses propriétés ; finalement, il donne pour représenter une fonction y dans l'intervalle de h à $+h$ le développement suivant, où le symbole $\mathfrak{M}$ signifie la moyenne prise entre ces limites.

$$y = \mathfrak{M}(y) + \frac{3x}{3.1!}\mathfrak{M}\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{3x^2 - h^2}{3.2!}\mathfrak{M}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + \frac{3x^3 - 3h^2x}{3.3!}\mathfrak{M}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{3x^4 - 6h^2x^2 + \frac{7}{5}h^4}{3.4!}\mathfrak{M}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \cdots$$

Lefébure. — Sur la résolution de l'équation $x^n + y^n = z^n$. (1406).

Becquerel (H.). — Recherches expérimentales sur la polarisation rotatoire magnétique dans les gaz. (1407).

Périssé. — Des causes qui tendent à gauchir les poutres des ponts en fer, et des moyens de calculer ces poutres, pour résister aux efforts gauchissants. (1413).

Darboux. — Sur des transcendantes qui jouent un rôle important dans la théorie des perturbations planétaires. (1466).

Les transcendantes b_s^λ étudiées par M. Tisserand et M. Callandreau se ramènent aux fonctions $P(\lambda, s)$ étudiées par Legendre; on a

$$b_s^{(\lambda)} = 2P(\lambda, s), \quad \text{et} \quad P(\lambda, s) = \frac{\Gamma(\lambda + s)a^\lambda}{\Gamma(s)\Gamma(\lambda + 1)} F(s + \lambda, s, \lambda + 1, a^2),$$

où F désigne une série hypergéométrique; partant d'une formule donnée par M. Kummer dans son Mémoire sur la série hypergéométrique, formule qui met en évidence, dans une telle série, la partie qui devient discontinue dans le voisinage d'un point singulier, et appliquant les méthodes exposées dans son Mémoire sur l'approximation des fonctions de grands nombres, M. Darboux donne une valeur approchée des dérivées d'ordre très élevé de ces fonctions; une application numérique montre que l'approximation, très remarquable pour de faibles valeurs de l'indice supérieur, diminue quand ces valeurs augmentent notablement; l'auteur indique, dans une Communication postérieure, une seconde manière d'obtenir cette formule d'approximation en partant de l'équation

$$\frac{\Gamma^2(s)\Gamma(2-2s)}{\Gamma(n+1)}\frac{d^n}{da^n}P(\lambda, s) = \int_0^1 t^{2s+\lambda+n-1}(1-t^2)^{1-2s}\left[\frac{1}{(1-at)^{n+1}} + \frac{(-1)^{\lambda+n}}{(1+at)^{n+1}}\right]dt.$$

Hennessy. — Sur la figure de la planète Mars. (1419).

Jordan (*C.*). — Sur l'équivalence des formes. (1422).

L'auteur donne une suite de théorèmes concernant l'équivalence des formes de l'espèce suivante

$$F = \text{norme}(a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n) + \ldots + \text{norme}(a_{n1}x_1 + \ldots + a_{nn}x_n).$$

Mondésir (*P. de*). — Les tensions des vapeurs saturées ont des modes de variation différents selon qu'elles sont émises au-dessus ou au-dessous du point de fusion. (1413).

N° 25; 21 juin.

Faye. — Sur la réduction des observations du pendule au niveau de la mer. (1443).

Janssen. — Sur les effets de renversement des images photographiques par les prolongations de l'action lumineuse. (1447).

Faye. — Rapport sur un Mémoire de M. Peirce concernant la constance de la pesanteur à Paris et les corrections exigées par les anciennes déterminations de Borda et de Biot. (1463).

Elliot. — Sur le problème de l'inversion. (1466).

L'auteur a indiqué précédemment (séance du 23 février) deux propriétés des fonctions $\Theta^{(q)}$ où entrent p intégrales abéliennes normales de première espèce et q intégrales normales de troisième espèce. En remplaçant ces intégrales par des quantités arbitraires, $\Theta^{(q)}$ devient une fonction de $p+q$ variables indépendantes. Il montre actuellement comment, à l'aide de ces fonctions $\Theta^{(q)}$ et en suivant la marche de Riemann, on peut intégrer un système d'équations différentielles abéliennes étendues à des intégrales de troisième espèce.

Sébert. — Sur un appareil destiné à enregistrer la loi du mouvement d'un projectile, soit dans l'âme d'une bouche à feu, soit dans un milieu résistant. (1468).

Darboux (*G.*). — Sur des transcendantes qui jouent un rôle important dans la théorie des perturbations planétaires. (1472).

Trépied. — Sur la méthode de Cauchy pour le développement de la fonction perturbatrice. (1474).

Appell. — Sur les équations différentielles linéaires à une variable indépendante. (1477).

Soient

$$\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_n y = 0$$

une équation différentielle linéaire sans second membre, et $y_1, y_2, \ldots, y_n$ un système fondamental d'intégrales.

Toute fonction algébrique entière de $y_1, y_2, \ldots, y_n$ et des dérivées de ces fonctions qui se reproduit multipliée par un facteur constant différent de zéro quand on remplace $y_1, y_2, \ldots, y_n$ par les éléments d'un autre système fondamental d'intégrales est égale à une fonction algébrique entière des coefficients de l'équation différentielle et de leurs dérivées multipliée par une puissance de $e^{\int a_1 dx}$.

Picard (*E.*). — Sur certaines équations différentielles linéaires du second ordre. (1479).

M. Klein a donné (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 1877) une méthode pour reconnaître si une équation différentielle linéaire donnée du second ordre, à coefficients rationnels, peut, ou non, être intégrée complètement au moyen des fonctions algébriques. M. Picard montre que cette méthode conduit à déterminer les équations de la forme

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p_1 \frac{dy}{dx} + p_2 y = 0,$$

où les coefficients sont des fonctions doublement périodiques et pour lesquelles toute intégrale y satisfait à une équation de la forme

$$y^m + A_1 y^{m-1} + \ldots + A_m = 0,$$

où les A sont des fonctions uniformes de x dans toute l'étendue du plan.

Farkas. — Sur les fonctions elliptiques. (1482).

Terquem (*A.*). — Sur quelques modifications apportées à la construction de la lampe Bunsen et des lampes monochromatiques. (1484).

Neyreneuf. — Sur l'écoulement des gaz. (1487).

N° 26; 28 juin.

Desains (*P.*) et *Curie* (*P.*). — Recherches sur la détermination des longueurs d'onde des rayons calorifiques à basse température. (1506).

Villarceau (*Y.*). — Sur les régulateurs à ailettes construits par M. Bréguet. (1515).

Gostinsky. — Sur une nouvelle forme de galvanomètre. (1534).

Sebert. — Sur un appareil destiné à enregistrer la loi du mouvement d'un projectile, soit dans l'âme d'une bouche à feu, soit dans un milieu résistant. (1535).

Callandreau. — Sur des transcendantes qui jouent un rôle important dans la théorie des perturbations planétaires. (1540).

Farkas (*J.*).— Sur l'application de la théorie des sinus des ordres supérieurs à l'intégration des équations différentielles linéaires. (1542).

NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES, rédigées par MM. GERONO et CH. BRISSE (1). — 2e série.

Tome XIX; 1880, 1er semestre.

UN ANCIEN ÉLÈVE DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES. — Composition mathématique pour l'admission, en 1879, à l'École Polytechnique. Remarques géométriques. (5-12).

Cet « ancien élève » nous fait l'effet d'être passé aujourd'hui au nombre des maîtres, surtout en matière de Geometrie pure. Les lecteurs des *Nouvelles Annales* l'ont déjà rencontré plusieurs fois et doivent commencer à le connaître. La question à propos de laquelle l'auteur présente ici d'intéressantes remarques est celle-ci : « On a une conique à centre et un point M sur la courbe; par ce point et les extrémités d'un diamètre quelconque, on fait passer un cercle. Prouver que le centre de ce cercle a pour lieu une autre conique passant par le centre de la première. »

---

(1) Voir *Bulletin*, IV_2, 55.

Laurent (*H.*). — Sur la réduction des polynômes du second degré homogènes à des sommes de carrés. (12-27).

Cet article constitue une fort intéressante étude sur l'équation en s. Il se subdivise de la manière suivante : Réduction d'un polynôme du second degre a une somme de carres par une substitution orthogonale. — Discussion de l'équation en s. — Démonstration d'un lemme pour l'examen du cas où l'équation en s a des racines multiples. — Cas où l'equation en s a des racines égales. — Utilité de la théorie précédente. — Quelques mots sur la réduction simultanée de deux polynômes à une somme de carrés.

L'étude de M. Laurent s'applique à des polynômes à n variables. Les *substitutions orthogonales*, qu'il emploie constamment, sont une generalisation des formules de transformation qui servent à passer d'un système d'axes rectangulaires à un autre.

Fouret (*G.*). — Sur la construction de la tangente à la courbe $\rho = \frac{f(\omega)}{\omega + \varphi(\omega)}$, $f(\omega)$ et $\varphi(\omega)$ désignant des fonctions rationnelles des lignes trigonométriques de l'angle ω, de ses multiples ou de ses parties aliquotes. (28-42).

L'auteur, dans l'hypothèse indiquée, donne une formule générale de $\operatorname{tang} V$, V étant l'angle de la tangente avec le rayon vecteur, et en déduit une intéressante construction de la tangente. Il applique ensuite cette méthode à la spirale hyperbolique, à la courbe d'ombre de la surface de vis à filet carré, à la courbe $\rho = \frac{\sin\omega}{2\omega - 3\cos\omega}$ (composition d'admissibilité à l'École Polytechnique, 1879).

Rouché (*E.*). — Sur la machine pneumatique. (42-44).

L'auteur indique de très heureuses modifications dans le calcul habituel de la loi de décroissement de la force élastique de l'air contenu dans le récipient, en tenant compte de l'espace nuisible.

D'Ocagne (*M.*). — Remarque sur un problème d'Analyse combinatoire. (44-46).

Il s'agit de la recherche du nombre N_m des points d'intersection des diagonales d'un polygone convexe de m côtés intérieurs à ce polygone. On trouve $N_m = C_m^4$.

Bibliographie. — Cours de Géométrie descriptive de l'École Polytechnique, comprenant les Éléments de la Géométrie cinématique; par *A. Mannheim*. Préface. (46-48).

Laguerre. — Sur la détermination d'une limite supérieure des racines d'une équation et sur la séparation des racines. (49-57, 97-105).

M. Laguerre s'est proposé de perfectionner la méthode de Newton, qui consiste à déterminer une quantité rendant positives les fonctions $f(x)$, $f'(x)$, …, $f^m(x)$.

Il considère, au lieu de ces fonctions, les polynômes $f(x) = A_0 x^m + \ldots + A_m$, $f_1(x) = A_0 x^{m-1} + \ldots + A_{m-1}, \ldots, f_m(x) = A_0$. Puis il montre comment cette suite peut permettre de déterminer une limite supérieure du nombre des racines supérieures au nombre positif a, et aussi du nombre des racines comprises entre les deux nombres positifs a et b. Il y a lieu de constater à ce sujet l'article antérieur du même auteur *Sur la règle des signes de Descartes* (*Nouv. Ann.*, 2ᵉ série, t. XVIII, p. 5). L'article se termine par des considérations sur le théorème de Budan et par l'exposé de plusieurs propriétés fort curieuses se rattachant à cette théorie.

Weill. — Théorème sur les polygones inscrits et circonscrits à la fois à deux circonférences. (57-59).

Ce théorème, que l'auteur démontre et dont il déduit quelques conséquences particulières, consiste en ce que, lorsqu'un polygone convexe se déplace en restant inscrit et circonscrit à deux circonférences, sa surface reste proportionnelle à celle du polygone ayant pour sommets les points de contact des côtes du premier avec la circonférence intérieure.

Weill. — Sur le cercle qui passe par les pieds des trois normales abaissées d'un point de l'ellipse sur la courbe. (60-62).

Cet article comprend en outre la recherche du centre de gravité et du point de rencontre des hauteurs du triangle formé par les pieds des trois normales.

Fouret (G.). — Sur les questions 699, 799, 800, 932 et 1316, concernant les cycloïdes et épicycloïdes. (63-68).

Ces diverses questions ont pour objet des propriétés très intimement liées entre elles et dont le present article fait ressortir la connexité. *Voir* sur le même sujet *Bulletin de la Société Philomathique*, 6ᵉ serie, t. V, p. 91.

Longchamps (G. de). — Sur le centre et le rayon de courbure en un point d'une conique. (68-71).

La construction indiquée repose sur une propriété du cercle osculateur. L'article contient en outre une expression du rayon de courbure qui permet de le construire par une quatrième proportionnelle.

Longchamps (G. de). — Théorème d'Algèbre. (71-73).

Ce théorème a pour objet de fournir une limite supérieure des racines positives d'une équation. C'est une application, et parfois un perfectionnement, d'une règle donnée par M. Laguerre.

Kœnigs (G.). — Propriété des courbes ou des surfaces du second ordre homofocales. (74-76).

Démonstration de plusieurs theorèmes dignes d'intérêt, reposant surtout sur les proprietés des coniques ou surfaces polaires réciproques.

Biehler (Ch.). — Sur une application de la méthode de Sturm. (76-81).

Il s'agit de l'équation qui donne $\tang \frac{\alpha}{m}$ quand on connaît $\tang \alpha$. En lui appliquant la méthode de Sturm, on met en relief toutes les circonstances qui caractérisent les racines de cette equation.

Gambey. — Solution de la question de Mathématiques spéciales proposée au Concours d'agrégation de 1878 : « Lieu géométrique relatif à la sphère. » (82-86).

Courbe (H.). — Solution d'une question de Licence (1879) : « Courbes tracées sur un paraboloïde. » (86-89).

Lucas (Éd.). — Sur un théorème d'Euler concernant la décomposition d'un nombre en quatre cubes positifs. (89-91).

M. Lucas montre qu'Euler a dû être conduit à ce theorème par ses recherches sur l'equation indéterminée $x^3 + y^3 = Az^3$. Il établit en outre le théorème suivant : Un nombre positif quelconque, entier ou fractionnaire, est, d'une infinité de manières, le produit ou le quotient de deux nombres formés de la somme de deux cubes positifs. »

Macé de Lépinay (A.). — Sur un lieu géométrique. (91-94).

Par deux points fixes sur une conique, on fait passer une circonférence: lieu du point de rencontre des tangentes communes aux deux courbes.

Correspondance. — M. Haton de la Goupillière : « Sur les propriétés de la courbe $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = l^{\frac{2}{3}}$. » (94-96).

Amigues (E.). — Note sur la série de Taylor. (105-109).

L'auteur se propose de simplifier une démonstration de M. Jules Kœnig (*Nouv. Ann.*, 1874) qui repose sur les proprietés élémentaires des séries. Il retrouve ensuite une forme très générale du reste, déjà obtenue par M. Bourget (*Nouv. Ann.*, 1870) au moyen d'un autre calcul.

Biehler (Ch.). — Sur la transformation du déterminant de M. Sylvester en celui de Cauchy. (110-115).

Il s'agit des déterminants que l'on doit égaler à zéro pour exprimer que deux équations ont une racine commune. Le déterminant considéré par Cauchy et celui de M. Sylvester sont identiques entre eux, à un facteur numérique près.

D'Ocagne (M.). — Sur la composition des forces dans le plan. (115-120).

Article contenant des considérations intéressantes, mais bien moins nouvelles certainement que ne le croit l'auteur, sur le *centre* d'un système de forces dans un plan. C'est une de ces questions auxquelles la méthode des équipollences s'applique le plus heureusement; elle a éte traitee par M. Bellavitis et par bien d'autres géomètres.

E. G. — Démonstration géométrique d'une propriété des foyers extérieurs au plan d'une conique. (120-122).

Il s'agit de la propriété en vertu de laquelle, du foyer d'une conique, on voit sous un angle constant la portion d'une tangente mobile interceptée par deux tangentes fixes.

Le Cointe (le *P.*). — Lieu des points de rencontre des tangentes communes à une conique et à un cercle. (122-133).

Le lieu en question est celui qui a été étudié dans le même Volume (p. 91) par M. Macé de Lépinay, et dont nous avons parlé plus haut. Ce problème a fait l'objet de nombreux articles précédemment publiés dans les *Nouvelles Annales*. Le P. Le Cointe se propose d'en compléter la solution en ne particularisant pas l'énoncé. Il trouve pour le lieu cherché une conique et deux points isolés, et il étudie les propriétés de cette conique.

Lemoine (*E.*). — Quelques théorèmes sur les tétraèdres dont les arêtes opposées sont égales deux à deux, et solution de la question 1272. (133-138).

M. Lemoine reprend, en les complétant et les coordonnant, des propriétés fort curieuses déjà données par lui au Congrès de l'Association française pour l'avancement des Sciences (Nantes, 1875), et qui concernent les tétraèdres en question. La solution de la question 1272 en est une conséquence.

Bibliographie. — Cours de Géométrie descriptive de l'École Polytechnique, comprenant les Éléments de Géométrie cinématique, par M. Mannheim; Paris, 1880. Compte rendu par M. P. Haag. (138-143).

Questions proposées. — 1341 à 1343. (144).

Lucas (*Éd.*). — Sur un théorème de M. Laguerre. (145-147).

C'est une simplification fort élégante du principal résultat obtenu par M. Laguerre dans l'article (même Volume, p. 49-57, 97-105), dont nous avons rendu compte ci-dessus, sur les limites des racines d'une équation.

Lévy (*Lucien*). — Sur le même théorème. (148).

M. Lévy remarque que la limite supérieure indiquée par M. Laguerre est toujours au moins égale à celle que donne la méthode de Newton.

Biehler (*Ch.*). — Sur une classe d'équations algébriques dont toutes les racines sont réelles. (149-152).

Les considérations que présente l'auteur se rapportent à l'équation

$$\left(\frac{1+ix}{1-ix}\right)^m = A + Bi,$$

avec la condition $A^2+B^2=1$. Il en fait ensuite l'application à la recherche de $\tang\frac{\alpha}{m}$, connaissant $\tang\alpha$, et de $\cos\frac{\alpha}{m}$, connaissant $\cos\alpha$.

Laurent (*H.*). — Sur la théorie des équations différentielles ordinaires. (153-161).

Le but de cet article est d'étendre aux systèmes d'equations différentielles simultanées la méthode du multiplicateur qui s'applique à une équation unique, pour en rendre le premier membre une différentielle exacte. L'auteur établit plusieurs propriétés des systèmes de multiplicateurs, indique la méthode à suivre, en fait une application et termine en montrant comment on peut deduire de là la méthode connue pour l'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles.

Laguerre. — Sur une méthode pour obtenir par approximation les racines d'une équation algébrique qui a toutes ses racines réelles. (161-171, 193-202).

M. Laguerre se pose le problème suivant : « Un type d'équation étant donne, trouver une méthode qui conduise de la façon la plus sûre et la plus rapide aux valeurs approchées de ses racines. » Il le résout dans le cas où l'équation proposée est algébrique et a toutes ses racines réelles, et arrive ainsi, étant donné un nombre arbitraire x, à determiner, sans tâtonnement et par une suite d'operations regulières, des valeurs de plus en plus approchées de la racine immédiatement supérieure ou immediatement inférieure à x. Il donne ensuite des applications, fait ressortir les avantages de la methode proposée sur celle de Newton et démontre un théorème dejà énoncé dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXIX, p. 996.

Lebon (*E.*). — Solution d'une question proposée en 1879 au Concours d'agrégation pour l'enseignement secondaire spécial : « Perspective d'une hélice sur un plan perpendiculaire à l'axe. » (172-173).

Concours général de 1879. — Énoncés des compositions. (173-177).

Concours d'agrégation des Sciences mathématiques (1879). — Énoncés des compositions; sujets des leçons et autres épreuves. (177-183).

Questions de Licence (Montpellier, novembre 1879). — Énoncés. (183).

Correspondance. — M. G. Darboux : « Sur un article du P. Le Cointe » (même Volume, p. 122-133, *voir* plus haut) ». — M. Ventéjol : « Sur un article de M. Biehler (même Volume,

p. 110-115; *voir* plus haut); réclamation de priorité. » (184-192).

PUBLICATIONS récentes. — 1. Lettera inedita di Carlo Federico Gauss a Sofia Germain, pubblicata da B. Boncompagni; Florence. — 2. Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques, par J. Petersen, traduit par O. Chemin; Paris, 1880. — 3. Axonometria ó perspectiva axonométrica, por don Eduardo Torroja; Madrid, 1879. — Remarques sur les fractions périodiques, par C.-A. Laisant; Bordeaux, 1879. (192).

Biehler (*Ch.*). — Sur un procédé d'élimination. (202-206).

Condition nécessaire et suffisante pour que deux équations de même degré aient une racine commune.

Lucas (*Éd.*). — Sur les cas généraux d'impossibilité de l'équation $x^3+y^3=Az^3$. (206-211).

Généralisation d'une question proposée par M. Sylvester et précédemment résolue (voir *Nouv. Ann.*, 2ᵉ série, t. XVII, p. 507). M. Lucas emploie la méthode de Fermat, fondée sur la décomposition en facteurs, et il démontre ou énonce plusieurs propositions, très dignes d'intérêt, concernant les équations $x^3+y^3=Az^3$ et $xy(x+y)=Az^3$.

Barbarin (P.). — Note sur le planimètre polaire. (212-215).

Le planimètre dont M. Barbarin donne une description et une théorie très résumées est celui de M. Amsler. C'est l'un des instruments les plus ingénieux et les plus pratiques que l'on puisse imaginer pour la détermination des aires planes.

Genty. — Constructions diverses et solutions de problèmes graphiques relatifs aux coniques. (216-224).

Solution des deux problèmes généraux suivants : « Étant donnés deux points communs à deux coniques et trois autres points de chacune d'elles (ou trois points communs et deux autres points de chacune d'elles), trouver la seconde corde commune (ou le quatrième point commun). » Suivent des applications à des constructions diverses se rapportant aux coniques, notamment en ce qui concerne les axes et le centre de courbure.

Laguerre. — Sur quelques propriétés des équations algébriques qui ont toutes leurs racines réelles. (224-236).

Après une remarque sur l'équation qui donne $\tang \frac{\alpha}{m}$, l'auteur établit une proposition importante, due à M. Hermite, et qu'il démontre très simplement par la représentation géométrique des imaginaires. Il donne ensuite plusieurs propriétés intéressantes sur la réalité des racines des équations. *Voir* une Note du même auteur dans le *Bulletin de la Soc. Math.* (t. V, p. 26).

Correspondance. — M. Bourguet : « Solution des deux questions suivantes : 1° antipodaire de l'ellipse par rapport au centre; 2° lieu des foyers des coniques inscrites dans un quadrilatère. » (236-240).

Publications récentes. — 1. Sulla integrazione delle equazioni algebrico-differenziali, per F. Casorati; 1878. — 2. Mémoire sur l'application du calcul des combinaisons à la théorie des déterminants, par Picquet; Paris, 1878. (240).

Laguerre. — Théorèmes généraux sur les équations algébriques. (241-253).

Dans cet article, on trouve un emploi fort intéressant de la représentation géométrique des imaginaires, qui conduit à de nombreuses propriétés sur les racines des équations algébriques. Plusieurs applications sont destinées à mettre en lumière ces propriétés. C'est une suite aux précédents articles de M. Laguerre sur la théorie des équations et dont nous avons rendu compte plus haut. Il serait désirable de voir ces divers Mémoires de M. Laguerre réunis en un seul corps de doctrine et en un Volume unique, qui rendrait de réels services à l'enseignement.

Weill. — Note sur le triangle inscrit et circonscrit à deux coniques. (253-261).

L'auteur établit dix-sept théorèmes, soit sur les triangles jouissant de la propriété en question, soit sur les polygones jouissant de la même propriété, et notamment sur les déplacements de ces triangles ou polygones.

Vénard (Ch.). — Sur une règle de M. Laguerre. (261-264).

La règle qu'étudie l'auteur est celle donnée par M. Laguerre dans le même Volume (p. 49) pour la détermination d'une limite supérieure des racines d'une équation, et dont il a été rendu compte plus haut. Comparaison avec la règle de Newton.

D'Ocagne (M.). — Applications de Géométrie cinématique plane. (264-277).

L'auteur a pour but de présenter quelques applications élémentaires de cette branche de la Géométrie que l'on doit à M. Mannheim. Il obtient de la sorte plusieurs résultats nouveaux. L'article se divise ainsi : Question sur la parabole. — Sur le centre de courbure de l'ellipse. — Sur le point où la droite de Simson touche son enveloppe. — Une suite est annoncée.

Lucas (Éd.). — Sur un problème de Diophante. (278-279).

Le problème traité par M. Lucas est celui qui a pour objet de trouver quatre nombres tels que leurs produits deux à deux, augmentés de l'unité, soient des carrés. *Voir* sur le même sujet *Nouv. Ann.*, 2ᵉ série, t. X, 1871, p. 323.

Lucas (*Éd.*). — Note sur la construction des normales à l'ellipse. (279-280).

Cette construction très simple est fondée sur une propriété des perpendiculaires abaissées d'un sommet sur les normales issues d'un point donné. Voir *Nouv. Ann.*, 2ᵉ série, t. IX, p. 348, et t. XV, p. 5.

Correspondance. — M. Talayrach : « Sur le théorème de Poncelet concernant les polygones inscrits et circonscrits à deux circonférences. » (280-287).

Publications récentes. — 1. A Treatise on some new geometrical methods, by James Booth; 2 vol. Londres, 1877. — 2. Formules et Tables d'intérêts composés et d'annuités, par F. Vintéjoux et J. de Reinach; Paris, 1879. — 3. Théorie des fonctions abéliennes, par Ch. Briot; Paris, 1879. — 4. Théories et questions pouvant servir de complément à un Cours de Mathématiques élémentaires, par L. Maleyx; Paris, 1879. — 5. Cours de Calcul infinitésimal, par J. Hoüel; t. III; Paris, 1880.

L.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN, begründet von H.-C. Schumacher, herausgegeben von Prof. Dr C.-A.-F. Peters. Kiel (¹).

Tome XCVI, nos 2281-2304; 1879-1880.

Luther (*Rob.*). — Observations de petites planètes faites en 1879 au micromètre circulaire de l'équatorial de Düsseldorf. (1-6).

Luther (*Wilh.*). — Éphéméride pour l'opposition de (35) Leucothea en 1879-1880. (7-8).

Nobile (*A.*). — Sur une nouvelle manière de déterminer la flexion astronomique dans les instruments méridiens. (9-14).

La méthode de M. Nobile consiste à mesurer, avec le fil de déclinaison de l'oculaire, le déplacement de l'image d'un point lumineux voisin de l'axe de rotation; les rayons émanés de ce point arrivent dans l'oculaire après trois reflexions totales sur

---

(¹) Voir *Bulletin*, IV₁, 27.

des prismes invariablement fixés sur le cube de l'instrument, sur le barillet de l'objectif et enfin au centre de l'objectif. L'appareil qui doit être monté sur le cercle de Reichenbach de l'Observatoire de Capodimonte est encore dans la période d'essai, mais les résultats paraissent devoir être satisfaisants. L'instrument permettra de mesurer la flexion astronomique pour une distance zénithale quelconque, à condition qu'on admette qu'elle est symétrique de part et d'autre du zénith.

Zelbr (*K.*). — Éléments paraboliques et éphéméride de la comète III de 1879 (comète de Palisa). (13-16).

Watson (*J.-C.*). — Note sur le nom des planètes découvertes par lui en 1877. (15-16).

(174) Phædra ou Phèdre,
(175) Andromache ou Andromaque,
(179) Clytæmnestra ou Clytemnestre.

Lohse (*O.*). — Note sur les apparences de la tache rouge de l'hémisphère sud de Jupiter. (17-18).

La tache a été vue pour la première fois à Potsdam le 5 juin, et depuis elle semble avoir conservé la même couleur, la même forme et la même position.

Tacchini (*P.*). — Observations de la comète III de 1879 (comète de Palisa), faites en septembre au Collège Romain. (19-20).

Pickering (*E.-C.*). — Observations de la comète I de 1879 (comète de Swift), faites à l'équatorial de 15 pouces d'Harvard College, de juin à septembre. (21-24).

Sporer. — Observations des taches solaires faites en 1879 à l'Observatoire de Potsdam. (23-28).

Winnecke (*A.*). — Note sur la marche de la pendule Hohwü n° 25 de l'Observatoire de Strasbourg. (27-32).

Le pendule est compensé au mercure et la marche diurne est représentée avec une exactitude très grande par la formule

$$\text{mouv. diurne} = 0^s,000 + 0^s,0125(b - 750) - 0^s,0110(t - 20),$$

où b est la hauteur du baromètre exprimée en millimètres et t la température en degrés centigrades.

Hartwig (*E.*). — Observations, éléments et éphéméride de la comète II de 1879 (comète d'Hartwig). (31-32).

Borsch. — Lois des erreurs et exactitude des nivellements géométriques, déduites des observations. (33-38).

Konkoly (*N. von*). — Note sur les observations spectroscopiques de la comète III de 1879 (comète de Palisa). (39-42).

Le spectre de la comète se composait de trois bandes lumineuses ayant pour longueurs d'onde :

I...........................	$557^{\mu},7$
II.........................	516,6
III.........................	484,5

Common (*A.-A.*). — Observations du satellite extérieur de Mars, faites à Londres le 21 septembre 1879. (41-42).

Bredikhine (*Th.*). — Observations de la comète périodique de Brorsen, faites à Moscou en mars, avril et mai 1879. (41-46).

Šafařik (*A.*). — Observations sur les changements de couleur de α de la Grande Ourse. (45-46).

Hove (*H.-A.*). — Note sur la détermination du zéro du cercle de position d'un micromètre à étoiles doubles. (47-48).

M. Hove propose de faire cette détermination à l'aide d'un niveau qui s'adapterait sur le micromètre lorsque la lunette équatoriale est horizontale et placée dans le méridien.

Palisa. — Découvertes des planètes 204 et 205, faites à Pola les 8 et 13 octobre 1879. (47-48).

Peters (*C.-H.-F.*). — Découvertes de la planète 206, faites à Clinton le 15 octobre 1879. (47-48).

Palisa. — Découvertes des planètes 207 et 208, faites à Pola les 17 et 21 octobre 1879. (47-48).

Seeliger (*H.*). — Note sur la répartition des erreurs permanentes dans une série d'équations. (49-62).

Tempel (*W.*). — Observations de la comète II de 1867 (comète de Tempel), faites à Arcetri en Juillet 1879. (61-64).

Nobile (*A.*). — Sur la possibilité d'éviter les étoiles circumpolaires dans les déterminations du temps local. (65-74).

La méthode de M. Nobile consiste à observer les passages de deux étoiles d'ascensions droites peu différentes, situées de telle sorte que les erreurs d'azimut soient égales et de signes contraires, et de déclinaisons telles que l'on ait

$$\operatorname{tang}\delta + \operatorname{tang}\delta' = 2\operatorname{tang}\varphi.$$

Les résultats de l'observation sont très satisfaisants et l'économie de temps grande.

Tacchini (*P.*). — Observations de la comète III de 1879 (comète de Palisa), faites en septembre et octobre 1879 à l'Observatoire du Collège Romain. (75-77).

Tacchini (*P.*). — Observations de la comète II de 1879 (comète d'Hartwig), faites en septembre 1879 au Collège Romain. (79-80).

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte de la planète (209), faite le 22 octobre 1879 à Clinton. (79-80).

Borsch. — Lois des erreurs et exactitude des nivellements géométriques déduites des observations (suite). (81-90).

Winnecke (*A.*). — Note sur la marche de la pendule Knoblich n° 1963, de l'Observatoire de Strasbourg. (91-92).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations des comètes III de 1879 (comète de Palisa) et II de 1879 (comète d'Hartwig), faites à Athènes en septembre et octobre 1879. (91-94).

Schur et *Winnecke* (*A.*). — Observations de la Lune et des étoiles de la Lune, faites en 1878 à l'Observatoire de Strasbourg. (95-108).

Geelmuyden (*H.*). — Note sur la détermination de la parallaxe de l'étoile OEltzen 11677. (109-110).

L'étoile, qui a un mouvement propre considérable de $-0^s,424$ en ascension droite et de $-0'',137$ en declinaison, a une parallaxe sensible de $0'',25$ environ.

Block (*E.*). — Note sur deux nébuleuses brillantes, situées dans l'amas d'Éridan et non observées par Herschel. (109-112).

Doberck (*W.*). — Détermination des orbites des étoiles doubles 4 du Verseau et μ^2 d'Hercule. (111-112).

Palisa. — Découverte de la planète (210), faite à Pola le 12 novembre 1879. (111-112).

Seeliger (*H.*). — Note sur les mesures d'étoiles doubles faites par M. Mädler. (113-120).

Downing (*A.-M.-W.*). — Recherches sur la détermination de la parallaxe moyenne du Soleil d'après les observations méridiennes de déclinaison de Mars et des étoiles voisines faites à Leide et Melbourne pendant l'opposition de 1877. (119-128).

La parallaxe solaire serait

$$\pi = 8'',960 \pm 0'',051.$$

Breusing. — Notes sur l'invention du nonius ou vernier. (129-134).

L'idée théorique du vernier, qui consiste à prendre n divisions d'une règle ou d'un cercle pour les partager en $(n \pm 1)$ parties égales remonte à C. Clavius (*Christophori Clavii Bambergensis Opera*, vol. V, Moguntiæ, 1611, fol.); mais c'est P. Vernier qui a le premier (*La construction, l'usage et les proprietez du quadrant nouveau*, Bruxelles, 1631) placé la petite plaque ainsi divisée à l'extrémité de l'alidade mobile.

Marth (*A.*). — Données pour calculer la position des satellites de Mars pendant l'opposition de 1879. (133-138).

Meissel. — Notes sur un problème de Trigonométrie sphérique. (139-140).

Étant données les trois sommes $A + a$, $B + b$, $C + c$ des angles et des côtés d'un triangle sphérique, trouver ses éléments.

Peter (*B.*). — Observations de la comète I de 1879 (comète de Swift), faites en juin, juillet et août à l'équatorial de Leipzig. (141-144).

Vogel (*H.-C.*). — Note sur une nouvelle nébuleuse dans l'amas du Cygne. (143-144).

Cette nebuleuse, decouverte par M. T.-W. Webb, est l'etoile + 41°, n° 4004 du Catalogue de Bonn. L'étoile, qui est de 8,5 grandeur, se montre, avec un très fort grossissement, comme une nébuleuse ronde de 3″ à 4″ de diamètre. La lumière de cette nébuleuse donne un spectre continu traverse par une seule ligne brillante.

Lehmann-Filhès (*R.*). — Recherches sur les comètes et les courants météoriques dont la distance périhélie est très faible. (145-152).

L'aphélie des comètes qui passent le plus près du Soleil est par 90° environ de longitude; c'est par cette même longitude que se trouvent les principaux points radiants.

Becker (*E.*). — Mémoire sur la marche de la pendule n° 1952 de Knoblich. (151-156).

Abetti (*A.*). — Observations de la comète périodique de Brorsen, de la comète I de 1879 (comète de Swift) et des planètes (8) et

(129), faites en juin et juillet 1879 à l'Observatoire de Padoue. (157-160).

Palisa (*A.*). — Découverte de la planète (211), faite à Pola le 11 décembre 1879. (159-160).

Weiler (*A.*). — Recherches sur les équations différentielles du mouvement dans le problème des trois corps. (161-184).

Winnecke (*A.*). — Remarques sur la Note du professeur Oudemans relative à l'invention de l'oculaire négatif et remarques sur la découverte de la lune de Mars par Schyrlaeus de Rheita. (183-188).

Vogel (*H.-C.*). — Notes sur les spectres des comètes de Winnecke (1877, II) et de Palisa (1879, III). (189-190).

L'une et l'autre comète ont un spectre formé de trois bandes lumineuses traversées par un faible spectre continu.

Lorenzoni. — Occultations de α du Scorpion et δ des Gémeaux, observées à Padoue les 28 juillet et 4 novembre 1879. (189-190).

Webb (*T.-W.*). — Note sur ses observations de la nébuleuse nouvelle du Cygne. (191-192).

La nébuleuse (étoile zone $+41°$, n° 4004 d'Argelander) n'est pas ronde; elle a un noyau bien net situé vers le nord et du côté du premier bord. Son spectre est formé de trois lignes brillantes ayant pour longueurs d'onde 500^{μ}, 496^{μ}, 487^{μ}.

Newcomb (*S.*). — Appel aux astronomes pour l'observation de Polymnie.

Oppenheim (*H.*). — Détermination de l'orbite de (122) Gerda. (191-200).

Les calculs sont fondés sur l'ensemble des observations de 1872 à 1877.

Winnecke. — Note sur la variation d'éclat de la nébuleuse $h\,882 = \mathrm{H}\,\mathrm{I}, 20$, $\alpha = 11^{\mathrm{h}}\,17^{\mathrm{m}}\,11^{\mathrm{s}}$, $\delta = +12°\,7'$ (1860,0). (201-206).

Gasparis (*A. de*). — Sur la variation de la longitude du nœud, de l'inclinaison et du demi-paramètre dans les orbites planétaires. (205-208).

Albrecht. — Note sur un problème de Trigonométrie sphéroïdique inverse de celui résolu par Bessel. (209-218).

De la latitude géographique de deux stations et de leur distance déduire les azimuts aux deux points et la longueur de la ligne géodésique qui passe par ces deux points.

Darwin (*G.-H.*). — Sur l'effet séculaire du frottement des marées. (217-222).

Dans la Note actuelle, M. Darwin résume les Mémoires qu'il a publiés sur ce sujet dans les *Transactions Philosophiques* de 1879. On sait que la conclusion principale à laquelle arrive l'auteur est que la Terre et la Lune formaient à l'origine deux masses en contact tournant sur elles-mêmes dans un intervalle d'environ trois heures. Le passage à la situation actuelle aurait exigé cinquante-quatre millions d'années.

Doberck (*W.*). — Éléments de O.Σ235. (221-222).

Pritchett (*C.-W.*). — Note sur ses observations de la tache rouge de l'hémisphère sud de Jupiter. (223-224).

La tache rouge est probablement presque fixe sur la planète, et ses observations donnent la durée de la rotation de l'astre; les durées mesurées jusqu'ici au moyen de taches des bandes sont inexactes, ces dernières étant rapidement mobiles.

Peter (*B.*). — Observations de petites planètes, faites en 1879 à l'Observatoire de Leipzig. (225-236).

Seeliger (*H.*). — Remarques sur la méthode d'interpolation de Cauchy. (235-240).

Hall (*A.*). — Observations de l'étoile double β du Lièvre. (239-240).

Lehmann-Filhès (*R.*). — Note sur la détermination du point radiant d'un courant météorique à l'aide d'un nouveau météoroscope.

Strasser (*G.*). — Observations de la comète périodique de Brorsen, des comètes I de 1879 (comète de Swift) et III de 1879 (comète de Palisa), faites de mars à septembre 1879 à l'Observatoire de Kremsmünster. (249-250).

Abetti (*A.*). — Observations de petites planètes, faites en 1879-1880 à l'Observatoire de Padoue. (251-254).

Observatoire de Göttingue. — Observations de la comète III de 1879 (comète de Palisa), faites en octobre 1879. (253-254).

Bruhns (*C.*). — Observations des comètes III de 1879 (comète de Palisa) et II de 1879 (comète d'Hartwig), faites en août et septembre à Leipzig. (255-256).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations d'étoiles variables, faites à Athènes en 1879. (257-272).

Gould. — Note sur l'apparition d'une grande comète dans l'hémisphère sud le 5 février 1880. (271-272).

Palisa. — Découverte de la planète (212), faite à Pola le 6 février 1880. (271-272).

Beebe (*W.*) et *Hazen* (*H.-A.*). — Observations de la comète périodique de Brorsen, de la comète I de 1879 (Swift) et de la comète III de 1879 (Palisa), faites en 1879 à l'Observatoire de Gale College à New-Haven. (273-274).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations sur les taches solaires, faites en 1879 à Athènes. (275-278).

Fabritius (*W.*). — Note sur le calcul de l'inclinaison du grand cercle dans la détermination des orbites par trois observations. (279-886).

Vogel (*H.-C.*). — Observations des spectres de la nébuleuse nouvelle découverte dans le Cygne par M. Webb et de l'étoile nouvelle signalée par M. Baxendell dans le Petit Chien. (287-288).

Le spectre de la nebuleuse se compose d'un spectre continu faible et de trois bandes brillantes.

Le spectre de l'etoile, rouge orange, est un très beau spectre à bandes noires.

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte de la planète (213) faite à Clinton le 17 février 1880. (287-288).

Peters (*C.-H.-F.*). — Note sur les mouvements propres des étoiles du Catalogue de Weisse : 12^h n° 69, 12^h n° 124. (289-290).

Tacchini (*P.*). — Observations de Neptune, Jupiter et Mars, faites en novembre 1879 à l'Observatoire du Collège Romain. (291-292).

Dubjago (*D.-V.*). — Éphéméride pour l'opposition de Diana (78) en mars et avril 1880. (293-294).

Wolf (*R.*). — Notes sur la variation des taches solaires et les périodes des étoiles filantes périodiques. (295-298).

Le minimum des taches solaires a eu pour date 1878,9.

Les etoiles filantes d'avril, août et novembre sont sujettes à une période qui, d'après les observations anciennes et recentes, peut être fixée ainsi :

Nom de l'essaim	Époque	Periode principale.
Lyreides	1122,33	40,07 années.
Perseides	1452,94	104,60 »
Léonides	1366,89	33,28 »

Herschel (Major *J.*). — Note sur les observations du pendule qui doivent être entreprises dans l'Inde par le *Survey of India*. (297-298).

Doberck (*W.*). — Note sur la monture de l'équatorial de Markree et sur la détermination des constantes des grands équatoriaux. (297-302).

Peters (*C.-H.-F.*). — Observations de petites planètes faites en 1879 à l'Observatoire d'Hamilton College. (305-320).

Palisa. — Découverte de la planète (214), faite à Pola le 1er mars 1880. (319-320).

Hermite (*Ch.*). — Sur la différentiation des fonctions elliptiques par rapport au module. (321-326).

Vogel (*H.-W.*). — Sur les nouvelles lignes du spectre de l'hydrogène et le spectre des étoiles blanches. (327-330).

Les nouvelles lignes de l'hydrogène observées photographiquement dans le spectre d'un tube de Geissler ont pour longueurs d'onde :

$H\varepsilon$	3968
$H\zeta$	3887
$H\eta$	3834
$H\theta$	3795

Elle se retrouvent exactement dans le spectre des étoiles blanches photographié par Huggins.

Plummer (*J.-J.*). — Observations de la comète périodique de Brorsen, faites d'avril à juin 1879 à l'Observatoire d'Orwel Park. (329-334).

Peters (*C.-H.-F.*). — Observations de petites planètes, faites en 1879 à l'Observatoire d'Hamilton College. (333-336).

Gasparis (*A. de*). — Note sur une relation de distance dans le problème des trois corps. (337-344).

Spoerer. — Observations de taches solaires, faites à Potsdam en 1879. (343-346).

Todd (*D.-P.*). — Observations d'éclipses de satellites de Jupiter, faites à Washington pendant l'opposition de 1879. (347-352).

Low (*M.*). — Note sur l'influence d'une correction dans la position des étoiles sur les hauteurs du pôle observées dans la mesure de l'arc de méridien de la Prusse orientale. (353-358).

Hartwig (*E.*). — Observation de l'éclipse partielle de Soleil du 18 juillet 1879, à l'aide de l'héliomètre de l'Observatoire de l'Université de Strasbourg. (359-364).

Gould (*B.-A.*). — Note sur la grande comète qui s'est montrée le 2 février 1880 dans l'hémisphère austral. (363-366).

La comete avait une tête d'environ 2′ à 3′ de diamètre, sans noyau sensible; sa chevelure s'etendait sur un arc de 40° environ et etait d'un eclat presque uniforme La comète n'a pu etre que très imparfaitement observee dans les instruments de Cordoba.

Doberck (*W.*). — Formules pour le mouvement apparent de trente-huit étoiles doubles des Catalogues de W. et O. Struve. (365-368).

Winnecke (*A.*). — Observations d'occultations d'étoiles et d'éclipses de satellites de Jupiter, faites en 1878 et 1879 à l'Observatoire de l'Université de Strasbourg. (369-374).

Millosevich (*E.*). — Observations de planètes faites en février 1880 à l'Observatoire du Collège Romain. (375-378).

Rancken (*R.-F.*). — Mesure de la latitude de l'Observatoire de Stockholm. (379-380).

La latitude est + 59° 20′ 33″, 04.

Liais (*E.*). — Note sur la grande comète qui s'est montrée le 2 février 1880 dans l'hémisphère sud. (379-382).

Copeland (*R.*). — Éléments paraboliques et éphéméride de la comète I de 1880 (grande comète australe). (381-382).

Peters (*C.-H.-F.*). — Découverte de la planète (215), faite à Clinton le 19 mars 1880. (383-384).

Tome XCVII, nos 2305-2328; 1880.

Peters (*C.-F.-W.*). — Mesure de la longueur du pendule à seconde à Altona. (1-36).

Les observations ont été faites avec un pendule à réversion, construit par Lohmeier et qui avait déjà servi au Dr Neumayer pour faire des observations analogues à Melbourne. Les séries d'observations sont au nombre de deux : la première a été faite en juin et en juillet ; la seconde en décembre 1872, à une température très différente de la première, ce qui a rendu facile le calcul du coefficient de température.

La moyenne de huit observations donne pour longueur du pendule simple à seconde, à l'Observatoire d'Altona,

$$\lambda = 994^{mm},3244.$$

L'altitude du point d'observation au-dessus du niveau de la mer étant $30^m,9$, si l'on prend pour densité moyenne des couches géologiques voisines (sable) 1,8 et pour densité moyenne de la Terre 5,67, on trouve, pour la réduction au niveau de la mer,

$$+\,0^{mm},0074,$$

en sorte que la longueur du pendule à seconde est, à Altona,

$$\lambda = 994^{mm},3318.$$

Tebbutt (*J.*). — Éclipses des satellites de Jupiter, observées à Windsor (N.-S.-W.) de juillet 1879 à janvier 1880. (37-40).

Doberck (*W.*). — Formules pour le mouvement de quelques étoiles doubles. (39-40).

Les calculs de M. Doberck ont porté sur vingt-sept étoiles doubles de Struve.

Robbers (*J.*). — Éléments et éphéméride de la planète (182) Elsbeth, pour son opposition en septembre 1880. (41-44).

Gould (*B.-A.*). — Note sur la grande comète de 1880, comète I de 1880. (43-46).

La comète, dont la chevelure n'avait pas moins de 35°, a été observée à Cordoba du 6 au 15 février 1880. D'après les élements approximatifs calcules par M. Gould, il y aurait quelque ressemblance entre cette comète et la grande comète de 1843; mais la période de 37 ans, comprise entre 1843 et 1880, n'est pas commensurable avec la période de 175 ans assignée par Hubbard à la comète de 1843.

Pritchett (*C.-W.*). — Observations de Phobos et Deimos, faites en 1879 à l'Observatoire de Morrisson, Glasgow (Missouri). (45-48).

Rümker (*G.*). — Observations de petites planètes, faites au cercle méridien de Hambourg en 1878 et 1879. (49-56).

Gould (*B.-A.*). — Note sur la grande comète de février 1880, comète I de 1880. (57-62).

M. Gould montre qu'il ne paraît pas impossible que la comète actuelle soit identique avec celles de 1668, 1702 et 1843.

Weiss (*E.*). — Recherches sur la grande comète australe de 1880. (61-64).

Pour M. Weiss l'identité de la grande comète de 1843 et de la comète australe de 1880 est certaine.

Schäberle. — Découverte de la comète II de 1880, faite le 6 avril 1880. (63-64).

Glan (*P.*). — Description d'un nouveau spectroscope propre à l'observation des protubérances. (65-68).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Note sur la tache rouge observée sur Jupiter pendant l'opposition de 1879. (67-70).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations de la nébuleuse découverte dans le Cygne par M. Webb. (69-70).

Pritchett (*H.-S.*). — Mesures micrométriques du diamètre de Mars, faites en 1879 à l'Observatoire Morrisson de l'Université de Glasgow (Missouri). (69-74).

Le diamètre moyen à la distance 1 est 9″,486. Il est plus grand que celui (9″,328) déduit par Bessel de ses mesures héliométriques et plus petit que celui (11″,10) employé dans les calculs du *Nautical Almanac*.

Bruns (*H.*). — Remarques sur les recherches de M. Albrecht relatives à la méthode de Bessel pour calculer la distance de deux points sur un sphéroïde. (73-74).

Seeliger (*H.*). — Notes sur les mesures d'étoiles doubles faites par Mädler. (73-76).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Note sur la position de l'étoile variable découverte dans le Petit Chien par M. Baxendell. (75-76).

Tebbutt (*J.*). — Note sur la grande comète australe de 1880. (75-76).

Oppenheim (*H.*). — Éléments paraboliques de la comète I de 1880, grande comète de février 1880. (75-76).

Holetschek (*J.*) et *Zelbr* (*K.*). — Éléments paraboliques et éphéméride de la comète II de 1880, comète Schäberle. (77-78).

Tacchini (*P.*). — Observations de la comète II de 1880, faites à l'équatorial du Collège Romain. (77-78).

Zelbr (*K.*). — Éléments paraboliques et éphéméride de la comète II de 1880. (79-80).

Peter (*B.*). — Observations de la comète II de 1880, faites à Leipzig. (79-80).

Knorre (*V.*). — Découverte de la planète (215), faite à Berlin le 7 avril 1880. (79-80).

Palisa. — Découverte de la planète (216), faite à Berlin le 10 avril 1880. (79-80).

Schmidt (*J.-F.-J.*). — Observations sur l'éclat de la planète Mars, faites à Bonn de 1848 à 1849 et à Athènes de 1864 à 1879. (81-94).

Peter (*B.*). — Observations de la comète II de 1880, comète Schäberle, faites à l'équatorial de Leipzig. (93-94).

Martin (*H.*). — Éléments et éphéméride de la comète II de 1880. (91-96).

Weiler (*A.*). — Le problème des trois corps d'après la nouvelle théorie des perturbations. (97-112).

Notice nécrologique sur le professeur C.-A.-F. Peters. (113-114).

Christian-Auguste-Frederic Peters etait ne a Hambourg le 7 septembre 1806. En 1821, H.-C. Schumacher se l'associa comme calculateur. En 1826, il prenait part a la triangulation du pays de Hambourg. En 1829-1830, il aidait son maitre dans ses observations sur le pendule.

De 1834 à 1839 il a le titre d'assistant à l'Observatoire de Hambourg et à cette dernière date il quitte sa ville natale pour être attache a l'Observatoire de Poulkova, où il fut successivement adjoint (1842) et membre de l'Académie de Saint-Pétersbourg (1847).

En 1849 il devint professeur d'Astronomie à Königsberg.

Enfin, à la mort de A.-C. Petersen, la direction de l'Observatoire d'Altona lui fut confiée; il la conserva jusqu'en 1872, époque à laquelle il se transporta à Kiel, où il est mort le 8 mai 1880.

La direction des *Astronomische Nachrichten* est maintenant confiée au professeur C.-F.-W. Peters.

Pickering (*E.-C.*). — Observations des satellites de Mars, faites en 1879 à l'observatoire de Harvard College, Cambridge (U.-S.). (115-128).

Oppenheim (*H.*). — Éléments et éphéméride de la comète II de 1880. (127-128).

Weiler (*A.*). — Le problème des trois corps d'après la nouvelle théorie des perturbations (suite). (129-144).

Pickering (*E.-C.*). — Observations des satellites de Mars, faites en 1879 à l'observatoire de Harvard College, Cambridge (U.-S.). (145).

Peters (*C.-H.-F.*). — Note sur l'éclat de Frigga (77), d'après des observations faites à Hamilton College. (147-150).

Les eclats observés pendant les oppositions qui se sont succédé depuis 1862 ayant été corrigés des variations tenant aux différences de distance et aux distances zénithales, les nombres montrent qu'il y a dans l'eclat de la planète une variation périodique certaine.

Oppolzer (*Th. v.*). — Recherches sur le mouvement de la comète périodique de Winnecke (comète III de 1819) et l'existence d'un milieu résistant. (149-154).

L'accélération de la comète de Winnecke est favorable à l'hypothèse d'un milieu resistant.

Pritchett (*C.-W.*). — Observations des conjonctions des satellites de Saturne, faites à l'Observatoire de Glasgow (U.-S.) en 1879. (153-156).

Tacchini (*P.*). — Observations de la comète II de 1880, comète de Schäberle, faites au Collège Romain en avril et mai 1880. (157-158).

Burnham (*S.-W.*). — Observations du satellite de Sirius, faites en 1879-1880 à l'Observatoire de Dearborn, Chicago. (157-158).

Millosevich (*E.*). — Éléments paraboliques de la comète II de 1880, comète de Schäberle. (159-160).

Weiler (*A.*). — Le problème des trois corps d'après la nouvelle théorie des perturbations (suite). (161-176).

Ferrero (*A.*). — Note sur un procédé pour établir l'accord entre plusieurs bases d'une triangulation. (177-182).

Börsch (*A.*). — Note sur l'influence de la position du zéro d'un cercle dans les équations de la compensation d'un réseau géodésique. (181-186).

Meyer (*M.-W.*). — Calcul d'une orbite elliptique pour la grande comète australe de 1880, comète II de 1880. (185-186).

Tacchini (*P.*). — Observations de petites planètes, faites en 1880 à l'Observatoire du Collège Romain. (189-190).

Doberck (*W.*). — Formules pour quelques étoiles doubles. (191-192).

Weiler (*A.*). — Le problème des trois corps d'après la nouvelle théorie des perturbations (suite et fin). (193-208).

Souchon (*A.*). — Note sur un point de la théorie analytique du système du monde. (209-220).

Le Mémoire de M. Souchon est relatif aux formules qui expriment la variation différentielle de l'époque due au carré des forces perturbatrices. Les formules de l'auteur, qui comprennent les termes du second ordre provenant des excentricités et des inclinaisons, sont plus complètes que celles de la *Mécanique céleste* et que celles de Pontécoulant.

Neugebauer (*P.*). — Éphéméride pour l'opposition de Fidès (37). (219-220).

Coppland (*R.*) et *Lohse* (*J.-G.*). — Observations de la comète II de 1880, comète de Schäberle; éléments et éphéméride de cette comète. (221-224).

Todd (*D.-P.*) — Fautes d'impression dans les Tables de multiplication de Crelle. (223-224).

Dans le produit de 112×437 il faut lire 489 au lieu de 499.
» 265×881 » 2334 » 2234.

Oppolzer (*Th. v.*). — Remarques sur le mouvement anormal de quelques comètes et l'existence d'un milieu résistant. (225-236).

La résistance opposée au mouvement des comètes par le milieu planétaire, résistance qui explique si bien l'accélération des comètes d'Encke et de Winnecke, ne peut suffire à identifier les grandes comètes de 1843 et 1880; elle n'explique pas non plus les anomalies du mouvement de la grande comète de 1811. Il ne reste donc qu'à chercher si la formation de la queue des comètes de 1811, 1843 et 1880 ne pourrait pas fournir une explication des irrégularités de leurs mouvements; peut-être aussi dans ces comètes le noyau visible ne représente-t-il pas le centre de gravité.

Martin. — Éléments et éphéméride de la comète II de 1880, comète de Schäberle, pour les mois de juillet et août 1880. (235-236).

Young (*C.-A.*). — Observations de la comète II de 1880, faites à l'Observatoire de Princeton (U.-S.) (237-238).

Burnham (*S.-W.*). — Note sur l'étoile double 35 de Pégase. (239-240).

L'étoile qui a un mouvement propre très considérable a un compagnon qui tourne très rapidement autour d'elle. L'angle de position aurait changé de près de 4° en un an. Les mesures sont d'ailleurs très difficiles par suite du voisinage des étoiles (1″) et par suite de leur grande différence d'éclat; le compagnon est de douzième grandeur.

Doolittle (*C.-L.*). — Observations des satellites de Jupiter, faites en 1879 à l'Observatoire Sayre, de l'Université de Lehigh (Pensylvanie). (241-252).

Palisa (*J.*). — Note sur la découverte des planètes (153) et (137). (253-254).

Oppolzer (*Th. v.*). — Note sur la planète, vue par Wartmann en 1831. (253-254).

La planète vue par Wartmann en 1831, et signalée par Arago en 1836, n'est autre chose qu'Uranus.

Gould (*B.-A.*). — Observations méridiennes des étoiles de comparaison de la comète d'Encke en 1878. (255-256).

Luther (*R.*). — Observations de petites planètes, faites à l'équatorial de Düsseldorf en 1879-1880. (257-262).

Luther (*W.*). — Éphéméride pour l'opposition de (84) Clio en décembre 1880. (263-264).

Bredikhine (*Th.*). — Note sur le calcul des forces répulsives des queues des grandes comètes de 1680, 1744, 1769 et 1880. (265-266).

Schäberle (*J.-M.*). — Éléments et éphéméride de la comète II de 1880, comète de Schäberle. (265-268).

L'éphéméride est préparée pour la réapparition de la comète en septembre, octobre et novembre 1880.

Tebbutt (*J.*). — Observations de Pallas, faites à Windsor (N.-S.-W.) pendant son opposition de décembre 1879 et janvier 1880. (269-272).

Howe (*H.-A.*). — Nouvelle solution approchée du problème de Kepler. (273-276).

M. Howe donne un procédé facile pour la solution rapide et vraiment très approchée de l'équation qui donne l'anomalie vraie et le rayon vecteur au moyen de l'anomalie moyenne.

Büttner (*H.*). — Éléments de la comète I de 1878, découverte par M. Swift le 6 juillet 1878. (277-278).

Tacchini (*P.*). — Observations de planètes et de comètes, faites en avril et mai à l'Observatoire du Collège Romain. (279-282).

Doberck (*W.*). — Éléments de ζ du Cancer. (283-286).

Les éléments sont fondés sur l'ensemble des observations faites de 1781 à 1872.

Doberck (*W.*). — Formules pour le mouvement de quelques étoiles doubles. (285-286).

Gould (*B.-A.*). — Observations de la comète périodique de Tempel, comète de six ans, faites en 1879 à l'Observatoire de Cordoba. (287-288).

Seeliger (*H.*). — Considérations sur la probabilité du partage des erreurs accidentelles. (289-304).

Fedrzejewicz. — Observations d'étoiles doubles, faites à son observatoire particulier de Plonsk. (305-318).

L'auteur fait connaître son mode d'observation et les résultats que lui a donnés l'étude des vis micrométriques de son équatorial de Merz.

Hall (*A.*). — Observations du compagnon de Sirius, faites à Washington de janvier à mai 1880. (319-320).

Ceraski (*W.*). — Découverte d'une étoile variable nouvelle. (319-320).

L'étoile du Catalogue d'Argelander qui a pour position

$$0^h 49^m 39^s$$
$$81^\circ 5', 6$$

varie de la grandeur 9 à la grandeur 7,5 dans deux heures environ.

Palisa (*J.*). — Observations de comètes et de planètes, faites à Pola pendant le second semestre de 1879. (321-334).

Kortazzi (*J.*). — Observations de la comète II de 1880, comète de Schäberle, faites en avril, mai et juin à l'Observatoire de Nicolaïef. (335-336).

Lohse (*O.*). — Observations de la tache rouge de Jupiter, faites à Potsdam en juin et juillet. (335-336).

Oppolzer (*Th. v.*). — Éléments et éphéméride de la comète périodique de Winnecke (comète III de 1819) pour son apparition de décembre 1880 à janvier 1881. (337-342).

Le calcul des éléments est fondé sur l'ensemble des observations des trois apparitions de 1858, 1869 et 1875.

Meyer (*M.-W.*). — Éléments de la grande comète de 1880. (343-346).

Le calcul est fondé sur l'ensemble des observations faites à Melbourne et Cordoba du 6 au 19 février 1880. — L'orbite est sensiblement elliptique, avec une excentricité de 88°6′56″,0 et un grand axe de 11,08653.

Strasser (*G.*). — Observations de planètes, faites en 1878 et 1879 à l'Observatoire de Kremsmünster. (347-352).

Lehmann-Filhès (*R.*). — Note sur la distribution des points radiants à la surface de la sphère céleste. (353-372).

Marth (*A.*). — Éphéméride des cinq satellites intérieurs de Saturne d'août 1880 à mars 1881. (371-384). G. R.

NIEUW ARCHIEF VOOR WISKUNDE (¹).

Tome VI; 1880.

Michaelis (*Dr G.-J.*). — Sur le principe de la conservation de l'énergie. (1-18).

L'auteur s'occupe d'abord des principaux principes mécaniques applicables à des forces qui dépendent du mouvement des particules qu'elles affectent et qui admettent une fonction des forces de Schering. Ensuite, il traite plus amplement du principe de la conservation de l'énergie et s'efforce de réunir quelques considérations de Helmholtz, Weber, etc.

Schoute (*Dr P.-H.*) — De la projection sur une surface. (19-48).

Après avoir donné un aperçu critique des différentes méthodes qui mènent à la détermination du nombre des normales à une surface qui passent par un point donné, l'auteur énonce plusieurs théorèmes nouveaux par rapport à la projection d'une courbe sur une surface, son satellite, sa surface projetante, etc. Un extrait de cette étude est inséré dans l'*Annuaire de l'Association Française pour l'avancement des Sciences* (Congrès de Montpellier, 1879).

Bierens de Haan (*D.*). — Sur quelques jeux de dés. (49-66).

L'auteur considère la probabilité de jeter le nombre p avec n dés, probabilité qu'il représente par le symbole $P_{(p,n)} : b^n$, $P_{(p,n)}$ étant le nombre des cas favorables et b^n celui des cas possibles. Il développe la valeur des expressions $P_{(p+1,n)} - P_{(p,n)}$ et $P_{(p,n+1)} - P_{(p,n)}$ en se servant de la notation

$$a^{b|c} = a(a+c)(a+2c)\ldots[a+(b-1)c],$$

nommée *faculté analytique*, et applique les résultats au jeu ordinaire à deux dés, au jeu des doubles, au jeu quinque-nove et au jeu hasard à deux dés.

Van den Berg (*F.-J.*). — Un triangle pesant donné repose avec chacun de ses sommets sur une des faces d'un angle trièdre donné : déterminer la position d'équilibre du triangle dans les deux cas où l'on néglige le frottement de ses sommets sur les faces du trièdre et où l'on en tient compte (²). (67-97).

(¹) Voir *Bulletin*, III₂, 175.

(²) Sujet de prix proposé par la Société (1878, n° 3).

Après avoir donné la solution complète du problème en question, aussi bien par la Géométrie que par l'Analyse, l'auteur considère quelques cas spéciaux. Par rapport au cas plus général d'un polygone plan dont les n sommets s'appuient sur n plans donnés, il observe que la position n'est possible qu'autant que $n < 7$, etc.

Bierens de Haan (*D.*). — Sur quelques jeux de dés (suite). (113-123).

Considération du jeu anglais *krabs* à deux dés, du jeu *passe-dix* à deux et à plusieurs joueurs, du jeu *pair ou impair*, du jeu nommé à tort *parfaite égalité* et du jeu *krabs* à trois dés.

Samot (*D.-J.-A.*). — Les principes de la science de l'assurance sur la vie (suite) ([1]). (123-143).

Moors (*B.-P.*). — Théorie de la cubature du demi-hectolitre mesure de blé. (144-170).

a. Détermination du diamètre moyen d'une mesure cylindrique à peu près circulaire, dont le bord supérieur et le fond se trouvent dans des plans parallèles. — *b*. Rapport entre une erreur du diamètre de la mesure et une erreur dans la hauteur. — *c*. Determination de la hauteur moyenne d'une mesure à bord ondulant et à fond plan. — *d*. Détermination de la hauteur moyenne d'une mesure à bord ondulant et à fond courbé. — *e*. Description des instruments de précision. — *f*. Application. — *g*. Annotations.

Kapteyn (Dr *N.-P.*). — Résumé des questions discutées dans les conférences scientifiques de la Société Mathématique (1878-1879). (170-171).

Kamerlingh Onnes (*H.*). — Sur le mouvement relatif (suite) ([2]) (173-182).

Chapitre III (suite). 10. Variation des élements des ellipses d'oscillation par rapport à d'autres axes que les axes de symétrie. — 11. Évitement des déviations du pendule de Foucault, causées par la rotation du point de suspension.

Van den Berg (*F.-J.*). — Sur l'équation de l'hyperboloïde déterminé par trois directrices, en rapport avec l'équilibre de quatre forces dans l'espace. (183-195).

L'auteur démontre par la Géométrie et par l'Analyse que quatre droites ne peuvent être les porteurs de quatre forces en équilibre dans l'espace qu'autant qu'elles sont des génératrices de même espèce d'un même hyperboloïde, théorème énoncé par Möbius.

Schaefer (*J.-H.*). — Réduction des formules qui déterminent dans

---

([1]) *Voir* t. V, p. 46.
([2]) *Voir* t. V, p. 166.

la question des inondations la quantité d'eau qui entre à d'autres qui font connaître en peu de temps le temps nécessaire à l'inondation totale pour le cas où l'eau est affectée par le flux et le reflux. (196-202).

I. Introduction. — II. Application de la méthode en se servant de déversoirs imparfaits. (*A suivre.*)

Landré (*Corn.-L.*). — De la perspective d'une sphère. (203-207).

L'auteur évalue la grandeur de l'erreur commise par le peintre qui remplace la perspective elliptique par un cercle.

Landré (*Corn.-L.*). — Sur un théorème des déterminants. (208-211).

L'auteur signale une erreur commise par M. Dostor dans ses *Éléments de la théorie des déterminants*, renfermée dans l'équation

$$\begin{vmatrix} bb'+cc' & ba' & ca' \\ ab' & cc'+aa' & cb' \\ ac' & bc' & aa'+bb' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2bcc' & -2cbb' \\ -2acc' & 0 & -2caa' \\ -2abb' & -2baa' & 0 \end{vmatrix}.$$

Landré (*Corn.-L.*). — Sur la formule d'Euler. (212-215).

Landré (*Corn.-L.*). — Bibliographie. (216-218).

Compte rendu de l'Ouvrage *Beginselen der Stereometrie* (*Éléments de Stéréométrie*) du Dr C.-J. Matthes, professeur à l'Université d'Amsterdam.

Liste par ordre de matières des articles de quelques journaux mathématiques. (98-112 et 219-223).

P.-H. Schoute.

ARCHIVES NÉERLANDAISES des Sciences exactes et naturelles, publiées par la Société Hollandaise des Sciences à Harlem et rédigées par E.-H. von Baumhauer (1).

Tome XI; 1876.

Hoorweg (*J.-L.*). — Sur la propagation du son d'après la nouvelle théorie des gaz. (131-177).

Si l'on veut établir les équations aux dérivées partielles du mouvement des fluides gazeux en prenant pour point de départ la nouvelle théorie de Clausius sur

---

(1) Voir *Bulletin*, I_2, 15.

la constitution des gaz, on rencontre des difficultés que les auteurs des Traités de Physique les plus répandus sont loin d'avoir résolues d'une manière satisfaisante. D'autre part, l'ancienne theorie a fourni tant de résultats importants, confirmés par l'expérience, qu'il serait regrettable d'être oblige de la sacrifier à la théorie nouvelle. M. Hoorweg cherche, dans son Mémoire, à concilier les deux théories.

Oudemans (*J.-A.-C.*). — Sur une meilleure méthode pour faire les mesures héliométriques, à l'occasion d'un passage de Vénus sur le Soleil. (186-196).

Stamkart (*F.-J.*). — Description de la boussole d'intensité. (197-228).

Stamkart (*F.-J.*). — Note sur l'emploi de la boussole d'intensité pour trouver la déviation de l'aiguille aimantée à bord d'un navire. (229-238).

Stamkart (*A.-A.*). — L'intensité horizontale du magnétisme terrestre, observée au moyen de la boussole d'intensité, à bord du navire *Petronella-Catharina*, capitaine C.-H. van der Veen, pendant un voyage de Batavia à Macao, suivi du retour à Batavia et de là en Hollande, en 1860 et 1861. Communiqué par F.-J. Stamkart. (239-246, Tableau).

Donders (*F.-C.*). — Essai d'une explication génétique des mouvements oculaires. (401-457).

I. Lignes de fixation parallèles. — II. Convergence. — III. Torsion parallèle. — IV. Torsion symetrique independante. — Appendices.

Grinwis (*C.-H.-C.*). — Sur les ondes sonores cylindriques. (458-466).

Bosscha (*J.*). — Sur l'équilibre d'une goutte entre deux plaques horizontales. (467-475).

Cohen Stuart (*L.*). — Sur un cas de discontinuité. (476-480, 1 pl.).

« Beaucoup de mathématiciens admettent tacitement, et quelques-uns l'énoncent en termes formels, que si, x variant d'une manière continue, $f(x)$ change subitement de valeur, cela implique toujours, pour la fonction dérivée $f'(x)$, une rupture de continuité, à savoir par le passage à l'infini; en conséquence, que $\int_a^b f'(x)dx$, regardé comme la valeur que prend $\Sigma f'(x)\Delta x$ lorsque x croît de a à b et que Δx tend indéfiniment vers zéro, pourrait être posé égal à $f(b)-f(a)$ aussi longtemps que $f'(x)$ reste fini.

» Un exemple propre à montrer que cela n'est pas vrai d'une manière absolument générale, et donnant d'ailleurs lieu à des remarques qui méritent quelque attention, est fourni par la discontinuité de

$$f(x) = e^{-e^{\frac{1}{x}}}$$

$\left(\text{comme cas particulier de } r^{-s^{\frac{1}{x}}}\right)$ pour $x = 0$. »

Tome XII; 1877.

Mees (*R.-A.*). — De l'influence du mouvement d'une source vibratoire sur l'intensité des vibrations émises. (1-16, 1 pl.).

Korteweg (*D.-J.*). — Sur la probabilité des divers résultats possibles d'une élection pour laquelle les votants de deux opinions différentes se partagent en sections par la voie du sort. (65-95).

« Lorqu'un certain nombre de personnes devant procéder à des votes ou à des nominations se partagent par la voie du sort en plusieurs sections de force numérique égale, sous la condition que chaque section émettra ensuite un seul vote ou effectuera une seule nomination, le résultat obtenu dépend en partie du hasard.

» Supposons qu'il y ait, en général, ks votants qui se répartissent en k sections, toutes également nombreuses, et que a voix appartiennent à la majorité, b à la minorité; la probabilité d'une répartition telle que dans m bureaux triomphe la majorité, dans n la minorité, sera alors une fonction de a, b, m, n, que nous représenterons dans la suite par

$$P_{m,n}^{a,b},$$

ou, lorsqu'il n'en pourra résulter aucun malentendu, par

$$P_{m\,n}.$$

C'est cette fonction que nous allons chercher à déterminer. »

Baehr (*G.-F.-W.*). — Note sur le mouvement elliptique. (97-101, 1 pl.).

Schols (*Ch.-M.*). — La formule d'interpolation de Tchebychef suivant la méthode des moindres carrés. (102-112).

Démonstration directe des formules de Tchebychef, de laquelle, en outre, ressort la signification des grandeurs qui entrent dans ces formules.

Benthem (*A.*). — Théorie des nombres complexes et bicomplexes. (113-176).

Extrait d'un Mémoire publié sous le titre de *Theorie der functiën van veranderlijke complexe getallen* (*Nieuw Archief van het Wiskundige Genootschap*, t. I, II et III). Voir *Bulletin*, I_2, 12, 13, et III_2, 170.

Chap. I. *Les fonctions algébriques de nombres complexes constants*. § 1. Les formes complexes ordinaires. § 2. Réduction des formes complexes. § 3. Autre forme des nombres complexes.

CHAP. II. *Les fonctions transcendantes.* § 4. Les fonctions exponentielles. § 5. Les fonctions logarithmiques.

CHAP. III. *Les fonctions bicomplexes.* § 6. Les fonctions bicomplexes.

CHAP. IV. *La polydromie des fonctions.* § 7. Cause de la polydromie. § 8. Fonctions algebriques monodromes. § 9. La fonction algébrique génerale. § 10. Les fonctions exponentielles et logarithmiques. § 11. Les fonctions bicomplexes.

CHAP. V. *L'analyse des fonctions de nombres complexes.* § 12. Considérations générales. § 13. Les intégrales des fonctions monodromes. § 14. Les intégrales des fonctions polydromes.

Grinwis (*C.-H.-C.*). — Sur l'absorption de la lumière d'après la théorie de M. Maxwell. (177-188).

Van der Waals (*J.-D.*). — Sur le nombre relatif des chocs que subit une molécule, suivant qu'elle se meut au milieu de molécules en mouvement ou au milieu de molécules supposées en repos, et sur l'influence que les dimensions des molécules, dans la direction du mouvement relatif, exercent sur le nombre de ces chocs. (201-216).

Van der Waals (*J.-D.*). — Sur le nombre des chocs et la distance de choc moyenne dans les mélanges gazeux. (217-228).

Van Geer (*P.*). — Sur l'emploi des déterminants dans la méthode des moindres carrés. (229-240).

Korteweg (*D.-J.*). — Sur le calcul de la distance moyenne de choc des molécules gazeuses, dans le cas où l'on tient compte de toutes leurs dimensions. (241-253).

Korteweg (*D.-J.*). — Calcul de l'accroissement de tension qu'un gaz éprouve par suite du choc des molécules. (254-261).

Rink (*H.-J.*). — Sur la propagation du son. (262-284).

Van der Berg (*F.-J.*). — Sur les écarts de la ligne géodésique et des sections planes normales entre deux points rapprochés d'une surface courbe. (353-398, 1 pl.).

Van der Waals (*J.-D.*). — L'influence de la pression sur la température du maximum de densité de l'eau. (457-469).

Tome XIII; 1878.

Heringa (*P.-M.*). — Considérations sur les phénomènes capillaires. (1-34, 1 pl.).

Examen critique des theories de Laplace, de Gauss et de Poisson.

Michaelis (*G.-J.*). — Sur quelques cas de mouvement dans un fluide incompressible. (67-90).

Donders (*F.-C.*). — La détermination numérique du pouvoir de distinguer les couleurs. (91-98).

Donders (*F.-C.*). — Une lunette pancratique. (99-109).

L'auteur indique le moyen de construire une lunette avec laquelle on puisse obtenir, par le deplacement des lentilles entre certaines limites, tous les grossissements en une serie continue.

Oudemans (*J.-A.-C.*). — Théorie de la lunette pancratique de M. Donders. (110-140).

§ 1. Problème de la lunette pancratique. Double solution, dont l'une seulement satisfait aux conditions posees. Cette solution donne encore des lunettes de deux constructions differentes. — § 2. Deplacement necessaire de l objectif ou de l'oculaire pour un deplacement fini de la lentille du milieu, celle-ci etant supposee positive. Distance focale de la lunette entiere, si ce deplacement de l'objectif ou de l'oculaire n'a pas lieu. — § 3. Considerations sur le cas où, pour les deux limites du grossissement, la longueur de la lunette est supposee la même. — § 4. Solution du problème lorsqu'on emploie l'oculaire pour corriger la distance focale. — § 5. Solution du problème en employant l'objectif pour corriger la distance focale. — § 6. Limite superieure de F. — § 7. Lunette pancratique a lentille du milieu négative. Solution du probleme. Limite inferieure de *f*. — § 8. Limite supérieure de *f*. — § 9. Exemple de calcul. — § 10. L'epaisseur des lentilles. — § 11. Déduction plus simple des equations principales du probleme. — § 12. Solution plus simple en négligeant le deplacement de l'objectif ou de l'oculaire. — § 13. Lieu des diaphragmes internes ou externes. — § 14. La lunette pancratique peut-elle être construite achromatiquement? — Appendice.

Bosscha (*J.*). — Sur des lunettes à grossissement variable. (141-148).

Oudemans (*J.-A.-C.*). — Sur la détermination des distances focales des lentilles à court foyer. (149-172).

Baehr (*G.-F.-W.*). — Note sur l'attraction. (197-212).

Van der Stok (*J.-P.*). — Sur les variations de la déclinaison magnétique en Néerlande, déduites de vingt années d'observation au Helder. (213-246).

Bosscha (*J.*). — Sur l'intensité des courants électriques du téléphone de Graham Bell. (247-256).

Bierens de Haan (*D.*). — Notice sur les intégrales

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{F(x)\,dx}{1+p\sin^2 x\cos^2 x} \quad \text{et} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{xF(x)\,dx}{1+p\sin^2 x\cos^2 x},$$

où F est une fonction goniométrique. (389-417).

Tome XIV; 1879.

Onnen (*H.*). — Notes concernant la théorie des équations essentielles des courbes planes. (1-75, 3 pl.).

1. Construction et calcul du rayon de courbure d'une ligne cycloïdale. — 2. L'équation essentielle proprement dite d'une ligne cycloïdale. — 3. Examen des cycloïdales décrites simultanement par les divers points du plan de la courbe génératrice, quand celle-ci touche la courbe directrice en un point donné. Cercle des points d'inflexion. Focale. — 4. Examen des cycloïdales décrites par les divers points d'une droite liée à la courbe génératrice. — 5. Anti-cycloïdales. Cycloïdales semblables, produites par deux courbes génératrices qui roulent sur la même directrice. — 6. La ligne génératrice ou la ligne directrice est un cercle ou une droite. — 7. Hypocycloïdes et epicycloïdes. — 8. Points d'inflexion et sommets des hypocycloïdes. — 9. Considérations géométriques. — 10. Considérations analytiques. — 11. Formes de passage fournies par les valeurs limites de $\frac{a}{b}$. — 12. Tableau des différentes formes des courbes cycloïdiques.

Rijke (*P.-L.*). — Sur le microphone. (76-96, 1 pl.).

Mees (*R.-A.*). — Sur la théorie du radiomètre. (97-129).

Grinwis (*C.-H.-C.*). — Sur une détermination simple de la fonction caractéristique. (130-142).

Il s'agit de la *fonction caractéristique* définie par Hamilton dans son célèbre Mémoire *On a general method in Dynamics*.

Oudemans (*J.-A.-C.*). — Sur l'orbite annuelle que les étoiles fixes semblent décrire au ciel par suite de l'aberration de la lumière. (143-154).

Bergsma (*P.-A.*). — L'influence des phases de la Lune sur la température de l'air à Batavia. (155-162).

Le résultat des observations semble indiquer : 1° que la température moyenne des vingt-quatre heures, la température moyenne des heures du jour (7^h avant midi et 5^h après midi) et l'oscillation diurne moyenne de la température sont plus fortes pendant la pleine lune et l'octant suivant que pendant les autres phases; 2° que, au contraire, la température moyenne des heures de la nuit (7^h après midi et 5^h avant midi) est plus basse lors des mêmes phases que lors des autres phases lunaires; 3° que cette double variation de la température de l'air, dépendante des phases de la Lune, laquelle variation doit être regardée comme un phénomène unique, ne peut être un effet direct de la chaleur rayonnée vers la Terre par la surface de la Lune, mais qu'elle est très probablement un résultat secondaire produit par une variation de la clarté du ciel, variation dépendante des phases lunaires.

Baehr (*G.-F.-W.*). — Sur le principe de la moindre action. (163-179).

Snellen (*M.*). — Sur le télémétéorographe d'Olland. (180-208).

Bierens de Haan (*D.*). — Note sur le nombre de fois qu'avec un nombre donné de dés on peut jeter une somme donnée et sur une application de cette règle. (370-392).

Seelheim (*F.*). — Les lois de la perméabilité du sol. (393-462).

Harting (*P.*). — Déterminations thermométriques faites dans un puits de 369^m de profondeur, à Utrecht. (463-480).

ATTI DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI. In-4° (¹).

Tome XXXI; 1877-1878.

Azzarelli (*M.*). — Exercices géométriques. (6-39).

1° Chercher les formules générales qui représentent les courbes dont la rectification dépend de l'arc d'une courbe donnée.

2° Chercher l'équation des courbes dont la rectification dépend de l'arc

$$ds = \frac{dz}{z}\sqrt{z^2 - a^2}.$$

3° Trouver l'équation des courbes dont la rectification dépend de l'arc

$$ds = \frac{dz}{\sqrt{a}}\sqrt{a+z}.$$

(¹) Voir *Bulletin*, II_2, 102.

4° Trouver l'équation des courbes dont la rectification dépend de celle de la cycloïde ordinaire.

Ces courbes sont des épicycloïdes et des hypocycloïdes.

5° Trouver l'équation générale de toutes les lignes dont la rectification se réduit à dépendre d'une fonction qui represente l'ordonnée d'une hyperbole conique.

6° Trouver l'équation générale des courbes dont la rectification dépend de l'ordonnée d'une ellipse.

Ces courbes sont des épicycloïdes ou des hypocycloïdes.

7° Trouver l'equation générale des courbes dont la rectification depend de l'arc de lemniscate ou d'intégrales elliptiques de première espèce.

La courbe est une lemniscate de Bernoulli, dont les coordonnées x et y sont permutées et dont l'axe est incliné par rapport à l'axe des abscisses.

8° Trouver les courbes dont la rectification dépend d'arcs d'ellipse ou d'intégrales elliptiques de seconde espèce.

9° Trouver les courbes dont la rectification dépend de celle d'une parabole conique.

Pepin (*Th.*). — Mémoire sur les lois de réciprocité relatives aux résidus de puissances. (40-148).

La question qui fait l'objet des recherches du P. Pepin a déjà été traitée partiellement par Cauchy dans le *Bulletin de Ferussac*, t. XII, et dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XVII. L'auteur, en reprenant ces recherches à un point de vue plus général, démontre successivement :

1° Que les théorèmes de Jacobi sur les résidus cubiques ne sont que des cas particuliers de théorèmes plus généraux ; que pour tout ordre $n^{\text{ième}}$ de résidus, pourvu que le nombre n soit premier, on peut former, au moyen des facteurs complexes $R_{1,1}$ des nombres premiers $n\varpi + 1$, une fonction $\psi(p)$ qui jouit de propriétés analogues à celle que présente, pour les residus cubiques, le rapport considéré par Jacobi :

$$\frac{L + 3\sqrt{-3}\,M}{L - 3\sqrt{-3}\,M};$$

2° Que les théorèmes énoncés par Cauchy, sur le même sujet, dans le *Bulletin de Férussac* sont susceptibles d'une démonstration plus générale que celle qu'a donnée le célèbre mathématicien.

Ferrari (*St.*). — Sur la relation entre les maxima et les minima des taches solaires et les perturbations magnétiques extraordinaires. VIII^{e} Communication. (168-178).

Les cinq perturbations magnétiques de l'année 1874 coïncident avec les cinq accroissements des taches pendant la même année.

Ferrari (*St.*). — Annonce de la mort du P. Secchi. (246).

Foglini (*J.*). — Mémoire sur les invariants, covariants et contravariants des fonctions homogènes. (249-316).

Azzarelli (*M.*). — Équation de la ligne géodésique et applications. (327-341).

L'auteur, après avoir démontré les propriétés principales de la ligne géodésique, applique ses formules aux surfaces du second ordre.

Azzarelli (*M.*). — Note sur la résolution de l'équation du troisième degré. (355-366).

La méthode de M. Azzarelli consiste à augmenter les racines de l'équation d'une quantité h déterminée, de manière que le premier membre

$$x^3 + 3px^2 + 3qx + r$$

de l'équation soit transformable en la somme algébrique de deux cubes, cas auquel les solutions s'expriment facilement au moyen des trois racines cubiques imaginaires de l'unité.

Cette condition pouvant toujours être remplie, la méthode de M. Azzarelli conduit à une solution simple de l'équation.

Ferrari (*St.*). — Note sur la relation entre les maxima et les minima des taches solaires et les perturbations magnétiques extraordinaires. (383-396).

Les perturbations coïncident avec le maximum d'activité solaire.

Pepin (*Th.*). — Note sur quelques équations biquadratiques et indéterminées. (397-427).

L'auteur se propose la résolution de quelques équations de la forme

$$Au^2 = Bx^4 + Cy^4,$$

où les coefficients A, B, C sont premiers entre eux deux à deux. Les exemples choisis montrent comment, dans certains cas, on peut déterminer toutes les solutions possibles de ces équations d'une manière implicite au moyen de formules qui permettent de les obtenir toutes successivement dans leur ordre croissant de grandeur.

Les équations particulières examinées par l'auteur sont les suivantes :

$$u^2 = 3y^4 - 2x,$$
$$8u^2 = 7y^4 + x^4,$$
$$5u^2 = 7x^4 - 2y^4.$$

De Rossi Re (*V.*). — Démonstration du cinquième postulatum d'Euclide. (461-473).

Tome XXXII; 1878-1879.

Ferrari (*G. St.*). — Note sur les protubérances et les taches solaires observées en 1877 à l'Observatoire du Collège Romain. (46-57).

Le nombre des protubérances et des taches est allé en diminuant d'une manière constante pendant l'année 1877. En même temps, ainsi que cela résulte des observations magnétiques de Prague et de Rome, l'amplitude des variations diurnes de la déclinaison a décru d'une manière régulière. Il y a donc corrélation directe entre les deux phénomènes.

Pepin (*Th.*). — Recherches sur quelques équations indéterminées du second et du quatrième degré. (79-128).

L'auteur a déjà communiqué à l'Académie des *Nuovi Lincei* des formules nouvelles pour réduire à un carré la valeur numérique d'un polynôme du quatrième degré, formules qui, il est vrai, ne résolvent qu'en partie le problème proposé, de trouver toutes les valeurs rationnelles de la variable x qui réduisent à un carré la valeur numérique d'un polynôme $\varphi(x)$ de la forme $a + ex^4$. Dans le Mémoire actuel il étend ses recherches au cas d'un polynôme de la forme $a + cx^2 + ex^4$.

Le problème revient alors à resoudre en nombres entiers une équation biquadratique

$$ax^4 + 2bx^2y^2 + cy^4 = u^2. \tag{1}$$

Si l'un des coefficients extrêmes est un carré, on peut transformer le problème et, quelquefois, le résoudre complètement par la méthode connue de la décomposition en facteurs. Mais cette methode n'est plus applicable quand aucun des coefficients extrêmes n'est un carré. On peut alors commencer par résoudre l'équation

$$a\xi^2 + 2b\xi\zeta + c\zeta^2 = u^2. \tag{2}$$

Si la première équation est possible et qu'elle soit vérifiée lorsqu'on pose $x = p$, $y = q$, il est evident qu'on résoudra la seconde en portant $\xi^2 = p^2$, $\zeta^2 = q^2$. Ainsi, pour que l'équation (1) soit resoluble en nombres entiers, il est, avant tout, nécessaire que l'équation (2) admette des solutions en nombres entiers. Or, dans les cas où l'équation (2) est possible, on peut en exprimer toutes les solutions par des formules générales renfermant deux nombres arbitraires. La résolution de l'équation (1) se trouve par la ramenée à celle d'un système de deux équations du second degré

$$\mu x^2 = a' f^2 + b' fg + c' g^2,$$
$$\mu y^2 = a'' f^2 + b'' fg + c'' g^2,$$

dans lesquelles $a', b', c', a'', b'', c''$ sont des nombres entiers connus, f et g deux nombres arbitraires premiers entre eux, et μ le plus grand diviseur commun des deux seconds membres.

Le P. Pepin étudie alors les conditions de possibilité de l'équation (2), puis il recherche une solution particulière de l'équation (1); cette dernière étant obtenue, il montre comment elle peut servir à la determination de l'ensemble des solutions.

Ce premier point étant acquis, l'auteur s'occupe alors de l'équation *biquadratique*

$$ax^4 + 2bx^2y^2 + cy^4 = z^2$$

qu'il résout d'une manière complète.

Ajoutons que chacune des theories générales de ce Mémoire est élucidée par l'application des formules à un exemple numerique particulier.

Ferrari (*G. St.*). — Note sur les observations de l'éclipse totale de Soleil du 29 juillet 1879. (129-138).

Le P. Ferrari analyse les observations faites aux environs de Denver (territoire de Wyoming, Colorado) par les RR. PP. Sestini, Degni, etc., professeurs au Collège de Georgetown.

Les observateurs ont constaté l'existence de la bande de lumière diffractée qui parcourt le sol avant l'éclipse totale; ils ont vu également les grains de Baily. Enfin les Rév. Pères chargés des observations spectroscopiques ont constaté un renversement complet du spectre à l'instant de la totalité.

Foglini (*G.*). — Notice nécrologique du P. Dominique Chelini (152-165).

Le P. D. Chelini, des Écoles Pies, né a Gragnano (duché de Lucques) le 18 octobre 1802 et mort à Rome le 16 novembre 1878, a publié de nombreux Mémoires de Mécanique et de Géométrie.

La Notice du P. Foglini est accompagnée d'une bibliographie complète de ses œuvres.

Pepin (*Th.*). — Sur la réduction d'une formule biquadratique à un carré. (166-203).

Les problèmes résolus par le R. P. Pepin dans le Mémoire actuel sont les suivants :

1° *Trouver une substitution rationnelle*

$$x = \frac{\alpha\theta^n + \alpha_1\theta^{n-1} + \ldots + \alpha_n}{\gamma\theta^n + \gamma_1\theta^{n-1} + \ldots + \gamma_n}$$

qui transforme en un carré un polynôme du quatrième degré $\varphi(x)$, *ou démontrer qu'il n'en existe pas.*

La solution n'est possible que si le polynôme $\varphi(x)$ a une racine double.

2° *Rendre rationnelle l'expression*

$$\sqrt{(a + 2bz + ez^2)(c' + 2b'z + c'z^2)}.$$

Ferrari (*G. St.*). — Maxima et minima des taches solaires et perturbations magnétiques extraordinaires en 1876. (225).

Les perturbations magnétiques ont principalement lieu quand des taches se forment sur le Soleil.

Ferrari (*G. St.*). — Note sur les protubérances et les taches solaires observées en 1878 à l'Observatoire du Collège Romain. (229-238).

Le nombre des protubérances, la surface du Soleil troublée par les taches et l'amplitude des variations diurnes de l'aiguille aimantée ont diminué d'une manière constante et la marche des trois phénomènes est parallèle.

Lais (*G.*). — Notes historiques sur l'Observatoire du Vatican. (239-248).

Grégoire XIII, à l'époque où il s'occupait, avec L. Lilio, I. Danti, etc., de la réforme du calendrier, avait fait construire au Vatican un petit observatoire renfermant un grand gnomon destiné à la determination de la durée de l'année. Cet observatoire, abandonné en 1787, date de la fondation de l'Observatoire du Collège Romain, a été utilisé depuis pour quelques observations meteorologiques.

Pepin (*Th.*). — Études sur quelques questions d'Arithmétique supérieure. (249).

1° *Résolution en nombres entiers d'un système d'équations du second degré.*

Le système d'équations

$$2v^2 = u^2 + t^2,$$
$$3w^2 = t^2 + 2u^2,$$

que le P. Pepin se propose de résoudre, a déjà été étudié par M. Lucas (*Nouvelles Annales de Mathematiques*, 1878); l'auteur en donne une solution plus générale et plus complète que celle des mathématiciens français.

2° *Sur une propriéte des piles de boulets à base carrée.*

M. Lucas a démontré (*Nouvelles Annales*, t. XVII) que le nombes des boulets n'est égal à un carré que dans le cas où la pile contient 24 boulets sur le côté de la base. Suivant l'auteur, le théorème de M. Lucas est probablement vrai, mais sa démonstration n'est pas complète.

3° *Observations sur un Mémoire arithmologique de Krafft.*

Krafft a publié, dans le Tome III des *Nouveaux Commentaires de Pétersbourg*, un Mémoire sur la recherche des diviseurs des nombres, où l'on trouve un théorème attribué à Euler, qui donne lieu au problème suivant, dont le P. Pepin donne une solution complète.

4° *Trouver les valeurs entières de a et de m pour lesquelles l'expression*

$$a + 1 \pm \sqrt{2a - m}$$

devient un nombre rationnel et multiple de m.

Azzarelli (*M.*). — Exposition élémentaire de la quadrature des espaces curvilignes limités par des courbes du second ordre. (331-360).

La demonstration du professeur Azzarelli est fondée sur l'expression des quantités par des formules de la forme

$$x = \cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi,$$

formules qui conduisent au théorème de Moivre, à la sommation des sinus et cosinus d'arcs en progression arithmetique, etc. Les courbes du second ordre sont d'ailleurs considérées comme des projections coniques ou cylindriques d'un cercle.

G. R.

VIERTELJAHRSSCHRIFT DER ASTRONOMISCHEN GESELLSCHAFT, herausgegeben von den Schriftführern der Gesellschaft, E. SCHOENFELD und A. WINNECKE. — Leipzig, in-8° (1).

Tome XIV; 1879.

Auwers (A.). — Corrections au Catalogue des étoiles fondamentales adoptées par la Commission des zones. (2-3).

Ces conclusions sont relatives aux ascensions droites de neuf étoiles du Catalogue publié dans le Tome XIII des *Vierteljahrsschrift*.

NOTICE nécrologique sur Friedrich Emil von Asten, par H. R. (3-10).

Von Asten, né à Cologne le 26 janvier 1842, est mort à Poulkova le 15 août 1878. Élève d'Argelander à l'Université de Bonn de 1862 à 1865, il était devenu calculateur à Poulkova en 1870. Von Asten a publié un grand nombre de Mémoires, dont les principaux sont relatifs au mouvement de la comète d'Encke, de la comète périodique de Tempel, des satellites d'Uranus.

NOTICE nécrologique sur Wilhelm Engelmann.

W. Engelmann, né à Lemgo le 1er août 1808, est mort à Leipzig le 23 décembre 1878. C'était le grand imprimeur scientifique de Leipzig.

CATALOGUE des publications reçues par la Société astronomique. (15-21).

* *Schiaparelli (G.-V.)*. — *Osservazioni*.... Observations astronomiques et physiques sur l'axe de rotation et la topographie de la planète Mars. Rome, 1878; in-4°, 136 pages et 5 planches. (22-40). [O. Struve].

* *Gerhardt (C.-G.-J.)*. — *Geschichte*.... Histoire des Mathématiques en Allemagne. Munich, 1877; XII et 307 pages. (40-48). [S. Günther].

* *Riel (C.)*. — *Der Thierkreis*.... Le Zodiaque de Dendera et la durée de l'année. Leipzig, 1878; in-4°, 100 pages et une planche lithographique. (49-52). [S. Günther].

(1) Voir *Bulletin*, III$_2$, 36. Les articles marqués d'un astérisque sont des analyses bibliographiques.

* *Lamp* (*E.*). — *Der scheinbare Ort....* La position apparente de l'étoile polaire. Kiel, 1874; in-8°, 67 pages. (52-59). [Kr.].

* *Bazley* (*Th.-S.*). — *The stars....* Les étoiles dans leur course, double série de Cartes avec un Catalogue, propres à identifier, à toute époque de l'année, toutes les étoiles au-dessus de la 5e-6e grandeur renfermées dans l'Atlas de Heiss et facilement visibles à la latitude de l'Angleterre. Londres, 1878; 46 pages et 24 Cartes in-folio. (59-66). [Sch.].

* *Oppolzer* (*Th. v.*). — *Entwickelung....* Développement du quotient différentiel de l'anomalie vraie et du rayon vecteur suivant les puissances de l'excentricité dans le cas des orbites voisines de la parabole; 8 pages in-8°. Extrait des procès-verbaux de l'Académie de Vienne pour novembre 1878. (66-68). [Sch.].

* *Günther* (*S.*). — *Studien zur Geschichte....* Études sur l'histoire de la Géographie mathématique et physique. Halle, 1877-1878; in-8°, 331 pages. (68-79). [A. Wittstein].

Nyrén (*M.*). — *Ueber die....* Note sur la cosmogonie d'E. Swedenborg, considérée au point de vue de l'histoire de l'hypothèse nébulaire de Kant et de Laplace. (80-91).

Les *Principia rerum naturalium sive novorum tentaminum phœnomena mundi elementaris philosophice explicandi* (Leipzig, 1734, 3 vol. in-folio) de Swedenborg renferment plusieurs Chapitres, entre autres le troisième : *De chao universali Solis et planetarum, deque separatione ejus in planetas et satellites*, où il montre qu'il était arrivé à une cosmogonie voisine de celle de Laplace par l'hypothèse d'une matière cosmique diffuse dans laquelle des forces internes devaient produire des tourbillons ramenant les corps à leur plus petit volume possible.

Bruhns. — Catalogue des petites planètes et comètes découvertes en 1878. (93-97).

Les planètes decouvertes sont au nombre de 12, de (180) à (191); leur eclat est variable de la 10e à la 12e grandeur.

Les comètes observees sont au nombre de trois :

Comète 1878, I, decouverte par M. Swift le 6 juillet.

Comète 1878, II, decouverte le 3 août par M. Tebbutt et le 7 août par M. Gould.

Comète 1878, III, (comète de Tempel, 1873, II) retrouvée le 19 juillet par M. Tempel.

Notice nécrologique sur V.-S.-M. van der Willigen, par H.-G. van de Sande Bakhuyzen. (98-106).

Van der Willigen, né le 9 mai 1822 à Rockanje (île de Voorne), est mort à Leyde le 19 février 1878; il était connu des astronomes pour ses travaux sur l'aberration de la lumière, la constante de la réfraction, la mesure des longueurs d'onde du spectre solaire et la détermination de l'indice de réfraction d'un très grand nombre de corps.

Compte rendu annuel des travaux des principaux observatoires (année 1878). (111-185).

A la suite des Notes sur le même sujet que nous avons publiées dans le Tome III (2e série) du *Bulletin*, nous donnons ici un résumé rapide des Communications faites à la Société astronomique par les directeurs des principaux Observatoires sur les travaux de l'année 1877-1878.

Basle (Ed. Hagenbach.). — L'Université ayant reçu en 1860 un legs de 60000fr pour la création d'un Observatoire, les constructions ont commencé en 1874 et sont aujourd'hui terminées. L'établissement renferme :

1° Un équatorial de 109mm d'ouverture libre, construit par la Société Génevoise pour la construction d'instruments de Physique, avec un objectif de Merz;

2° Un petit instrument méridien de 67mm d'ouverture;

3° Une pendule de Kloblich de Hambourg. (111-113).

Berlin (Förster.). — On a fait à Berlin de nombreuses observations méridiennes des 521 étoiles de Bradley; leur Catalogue sera prochainement publié par les soins de M. Auwers. A l'équatorial de 9 pouces, il a été déterminé 111 positions de petites planètes; à ce même instrument on a adapté un nouveau micromètre, de l'invention de M. Knorre, destiné à enregistrer rapidement la différence de déclinaison de deux étoiles.

Berlin. — *Berliner Jahrbuch* (T. Tietjen). — Le *Jahrbuch* pour 1880 a été publié; il contient les éphémérides pour 1879 des 529 étoiles fondamentales de la Société astronomique et 62 éphémérides de petites planètes.

Bonn (Schoenfeld.). — Le travail des zones a été continué activement, mais le temps a été très défavorable; les réductions sont aussi activement poussées.

Breslau (J.-C. Galle.). — L'Observatoire est surtout un établissement météorologique. M. Galle s'est occupé de la publication d'un Mémoire sur le climat de Breslau d'après les observations faites depuis 1791. (122-125).

Bruxelles (J.-C. Houzeau.). — Les observations relatives à l'étude des 10000 étoiles choisies par M. E. Quetelet ont été terminées et les réductions sont poussées avec la plus grande activité; M. de Mailly fait espérer la publication prochaine du Catalogue. Le cercle de Troughton a été pourvu d'un bain de mercure pour la détermination du nadir; un bain de mercure est également adapté à la lunette méridienne de Gambey pour l'étude des variations de l'inclinaison.

Les instruments méridiens sont actuellement employés à des observations de α et δ Petite Ourse, en vue d'une détermination nouvelle de la latitude, et à des observations des étoiles de la Lune.

Aux équatoriaux, on a observé les éclipses des satellites de Jupiter et leurs passages sur le disque de la planète.

Les *Annales* de l'Observatoire ont été divisées en deux Parties, et les Tomes I et II de la Partie astronomique sont publiés. Le Tome I renferme une *Uranométrie générale;* le Tome II, les observations méridiennes des années 1873, 1874 et 1875. (125-131).

Cincinnati (O. Stone.). — Il a été fait en 1878, par MM. Stone et Howe, environ 500 observations d'étoiles doubles. On a en outre observé les taches du Soleil, le passage de Mercure du 6 mai 1878 et l'éclipse du 29 juillet de la même année. (132-133).

Düsseldorf (R. Luther.). — Il a été fait des observations de 23 petites planètes. (133-134).

Francfort-sur-le-Mein (Epstein.). — Observations de jaugeage du ciel. (134-136).

Gotha (A. Krueger.). — Les observations de la zone entre 55° et 65° de déclinaison nord ont été poussées aussi activement que le temps l'a permis. Les Tables auxiliaires pour la réduction à 1875,0 sont calculées et un grand nombre de réductions déjà effectuées. (136-137).

Hambourg (G. Rümker.). — Observations méridiennes pour le service de l'étude des chronomètres; observations de nébuleuses. Le ciel a été très mauvais toute l'année. (137-139).

Kremsmünster (G. Strasser.). — Observations méridiennes ou équatoriales des grosses et des petites planètes. (140-141).

Leipzig (Bruhns.). — Une série d'observations méridiennes a été entreprise pour l'étude des variations de l'équation personnelle dans l'observation des passages des étoiles brillantes ou faibles. On a également déterminé la position des étoiles employées par M. Gill pour la détermination de la parallaxe de Mars. Enfin il a été fait des observations méridiennes des petites planètes.

A l'équatorial, le Dr Peter a observé 51 petites planètes et déterminé 181 de leurs positions. On a aussi suivi, au même instrument, les comètes de Tempel et celle de Swift.

Les observations météorologiques ont été continuées.

Le Dr Weinek a poursuivi la discussion des observations photographiques du passage de Vénus en 1874. (141-147).

Lund (A. Möller). — A l'équatorial, on a observé des étoiles doubles et fait plus de 1500 observations spectroscopiques d'étoiles. Au cercle méridien on a continué les observations de la zone de + 35° à + 40°. (147-148).

Mannheim (W. Valentiner.). — A l'équatorial, on a étudié les deux amas d'étoiles G. C. 4410 et G. C. 1166. Dans le premier, on a déterminé la position de 71 étoiles; dans le second, celle de 36 étoiles. (148-150).

Milan (Schiaparelli.). — M. Schiaparelli a continue les mesures d'étoiles doubles à l'équatorial de Merz et completé ses dessins de Mars. Le professeur Celoria a réduit les observations de passages faites en 1871 et 1872, et celles des différences de longitudes faites en 1875.

Le gouvernement italien a accordé les fonds nécessaires pour la construction d'un équatorial de 18 pouces français d'ouverture. L'objectif a été acquis chez Merz et la monture doit être faite à Hambourg par Repsold. (150-151).

Moscou (Th. Bredikhine.). — Observations spectrales du Soleil, observations photométriques des étoiles. Le professeur Bredikhine a continué ses études sur la chevelure des comètes. (151-153).

New-York (H. Draper.). — Le Dr Draper a continué ses photographies du spectre solaire, dans le but de confirmer l'existence de l'oxygène dans cet astre. En outre, il a obtenu de nombreuses photographies du passage de Mercure en mai 1878 et de l'éclipse de Soleil de juillet. (153-154).

Potsdam (Förster, Auwers et Kirchhoff.). — Le professeur Spoerer et le Dr Kempf ont observé les taches solaires dont la latitude paraît augmenter et les protubérances. Le Dr Vogel et le Dr Müller ont fait de nombreuses photographies du spectre solaire entre F et G; le Dr Vogel a aussi observé le spectre de l'étoile nouvelle du Cygne. Le Dr Lohse a dessiné et étudié la surface de Jupiter et de Saturne à l'aide d'un équatorial de $7\frac{1}{2}$ pieds; il s'est aussi occupé d'expériences photographiques. Le Dr Müller a mesuré avec le photomètre de Zöllner l'éclat de diverses planètes et de quelques étoiles variables.

L'Observatoire a commencé la série de ses publications, qui comprennent déjà : I. Observations de taches solaires, faites de 1871 à 1873 par le professeur Spörer; II. Observations et recherches sur la constitution physique de Jupiter, par le Dr Lohse; III. Recherches sur le spectre solaire, par le professeur Vogel. (154-162).

Stockholm (H. Gyldén). — L'étude des divisions du cercle méridien a été terminée et a prouvé que son exactitude était comparable à celle des cercles de Königsberg, Helsingfors, Dorpat et Poulkova. M. Gyldén s'est occupé d'observations sur la parallaxe des étoiles à mouvement propre rapide. (162-167).

Strasbourg (A. Winnecke.). — Les observations au chercheur de 6 pouces ont eu pour but la détermination de nébuleuses, l'observation des étoiles variables, des comètes et de quelques petites planètes. A la lunette méridienne de Cauchoix, on a observé la Lune et ses étoiles. L'héliomètre a été employé à la mesure des diamètres du Soleil, de Mars et de Vénus.

Les constructions du nouvel Observatoire ont été activement poussées; le plus grand nombre des bâtiments est terminé. La salle méridienne est, en particulier, complètement achevée. (167-171).

Vienne (E. Weiss.). — Les constructions du nouvel Observatoire ont été continuées et l'installation des instruments entreprise. Au cercle méridien de l'ancien Observatoire, on a déterminé la position des étoiles fondamentales de la zone de $+15°$ à $+18°$, que l'Observatoire s'est chargé d'observer; il a encore été fait au même instrument d'assez nombreuses observations de petites planètes. A l'équatorial de 6 pouces, on a observé des planètes et des comètes. Le vingt-septième Volume des *Annales* de l'Observatoire de Vienne a été publié. (171-172).

Wilhelmshaven (C. Borgen.).— L'Observatoire a été fondé en 1874, dans le but principal de donner l'heure et de régler les chronomètres de la marine. Ses principaux instruments sont : un cercle méridien de Repsold de $120^{mm},03$ d'ouverture, dont les cercles sont divisés de $5'$ en $5'$ et munis de quatre microscopes; un petit équatorial de $3\frac{1}{2}$ pouces d'ouverture, des appareils magnétiques, de nombreuses pendules et une étuve pour l'épreuve des chronomètres.

La position géographique de l'Observatoire est :

Longitude est de Greenwich...... ..	$0^h 32^m 35^s,2$
Latitude nord..............	$53°31'51'',8$

Les travaux de l'Observatoire ont pour but l'Astronomie nautique. (173-179).

Zurich (R. Wolf.). — Les observations des taches solaires ont été continuées; l'année 1878 paraît devoir être celle du minimum. (179-183).

* Annales de l'Observatoire de Paris, t. XI. Paris, 1876. (184-202). [H. Gyldén].

Communication de la Commission des zones. (206-207). [A. Auwers].

La Note de M. Auwers est relative à quelques erreurs qui s'étaient glissées dans l'impression des instructions sur la réduction des observations.

* *Lohrmann* (*W.-G.*). — *Mondcharte*.... Carte de la Lune en 25 planches et deux feuilles d'assemblage, avec des éclaircissements et des mesures de la position des points, publiée sous la direction de M. J.-F.-J. Schmidt. Leipzig, 1878; planches in-4°, 49 pages de texte.

Schmidt (*J.-F.-J.*). — *Charte der Gebirge*.... Carte des montagnes de la Lune d'après des observations faites de 1840 à 1874, publiée aux frais du gouvernement prussien. 25 Cartes in-folio, 304 pages de texte gr. in-4°. Berlin, 1878. (208-266). [Engelmann].

* *Fritz* (*H.*). — *Die Beziehungen* ... Rapport des taches solaires avec les périodes magnétiques et météorologiques de la Terre. Mémoire couronné par la Société des Sciences de Harlem. In-4°, 3 planches. Harlem, 1878. (266-285). [F. Deichmüller].

* *Asten* (*E. v.*). — *Untersuchungen*.... Recherches sur la théorie de la comète d'Encke (deuxième Partie). Résultats des apparitions de 1819 à 1875. Extrait du Tome XXVI de la 7e série des Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg. Saint-Pétersbourg, 1878. (285-314). [Sch.].

Société Astronomique. — Compte rendu de la réunion tenue par la Société Astronomique, à Berlin, du 5 au 8 septembre 1879. (317-435).

Dans la dernière annee, 35 membres nouveaux ont ete admis; le nombre des membres de la Societe est donc de 283.

Deux nouveaux fascicules grand in-4° ont ete publies; ils renferment : XIV. A. Auwers : Catalogue fondamental pour l'observation des zones du ciel nord. XV. E. Hartwig : Recherches sur les diametres de Venus et de Mars d apres les observations faites à l'heliometre de l'Universite de Strasbourg.

Parmi les Communications faites a la Societe dans ses diverses seances, il faut mentionner les lectures suivantes.

I. *Bruhns.* — Note sur les calculs des orbites des cometes a courtes revolutions. Les recherches sur la comete d'Encke entreprises par M. v. Asten seront continuees par le professeur Backlund, qui doit calculer les perturbations par la methode de Gylden. Aucun travail n'a ete entrepris sur la comete de Biela depuis l'averse d'etoiles filantes du 27 novembre 1872. M. A. Möller s'occupe de la comète de Faye et a deja donne son ephemeride pour 1880. Le professeur Schulze continue ses calculs sur la comete de Brorsen. Les cometes de D'Arrest et de Winnecke sont le sujet des travaux de MM. Leveau et Oppolzer. M. R. Gautier s'occupe de la comete de Tempel de 1867. La seconde comete periodique de Tempel est le sujet des calculs de M. Schulhof. M. Stone s'occupe de la comete periodique de Tuttle.

II. *Winnecke.* — Description de l'Observatoire de l'Universite de Strasbourg.

L'Observatoire de Strasbourg doit posseder les instruments suivants :

Cercle meridien de 162^{mm} d'ouverture et de 1^{mm},090 de distance focale. L'instrument se construit chez Repsold.

Altazimut de 136^{mm} d'ouverture et de 1^{mm},050 de distance focale. La construction de cet appareil, sorte d'instrument de passage universel, a egalement ete confiee a Repsold.

Un equatorial avec objectif de 487^{mm} d'ouverture libre et 7^{mm},0 de distance focale. L'objectif a ete acquis de Merz; la monture est commandee a Repsold.

Un chercheur de 163^{mm} d'ouverture de 6^{mm}.060 de distance focale.

Les bâtiments doivent se composer :

D'une maison spacieuse pour le logement du directeur ;

D'un bâtiment special pour le grand equatorial, dont la coupole, qui ne pèse pas moins de 34000^{kg}, doit tourner par suite de l'action d'un systeme de poids que l'observateur manœuvrera a l'aide d'un electro-aimant.

D'un second bâtiment astronomique renfermant deux salles méridiennes, dont la disposition est imitee de celle de Poulkova, et deux tours pour le petit equatorial et l'altazimut.

L'ensemble de l'Observatoire est situe dans un vaste terrain decouvert, au nord des glacis de la citadelle; cette partie du perimetre de Strasbourg etant sillonnee d'un très grand nombre de canaux, tous les bâtiments ont dû être sureleves de 7^{m} à 8^{m} au-dessus du sol.

III. *Auwers.* — Etat d'avancement du travail des zones.

Ainsi que cela resulte des Notes suivantes, les trois quarts du travail environ sont faits.

Poulkova. — Le Catalogue des etoiles fondamentales est termine; il ne reste plus qu'a y faire quelques corrections relatives a la position de l'equinoxe (A. Wagner).

Kazan. — Zone de 80° a 75°. Les observations des deux degres de 78° a 80° sont entierement reduites et prêtes pour l'impression. Pour les etoiles des autres points de la zone, les reductions sont très avancees. (P. Poretzki).

Dorpat. — Zone de 75° à 70°. La revision est commencee; il reste 920 étoiles à observer. La publication commencera dans le courant de l'annee. (L. Schwarz).

Christiania. — Zone de 70° a 65°. Le nombre des etoiles observees est de 9523. Quelques points speciaux des reductions demandent a etre examines. (C. Fearnley).

Gotha. — Zone de 65° a 55°. Les observations sont completement terminees, ainsi que leur reduction a 1875,0. Les astronomes observent a nouveau quelques etoiles dont la position est douteuse. (A. Krueger).

Cambridge (*U.-S.*). — Zone de 55° à 50°. Les observations sont complètement terminees. 19900 etoiles ont ete observees au moins deux fois de novembre 1870 a janvier 1879. Les reductions sont poussees activement et les constantes ont ete toutes preparees. (E.-C. Pickering).

Bonn. — Zone de 50° a 40°. 4800 etoiles ont ete observees. (F. Deichmüller).

Lund. — Zone de 40° a 35°. Les etoiles a observer sont au nombre de 11000 environ; 3000 ont ete observees dans la derniere annee. Les reductions sont faites au fur et a mesure. (N.-C. Duner).

Cambridge (Angl.). — Zone de 30° a 25°. Sur les 10299 etoiles de cette zone, 1480 n'ont point encore ete observees, 1653 ont ete observees une fois et toutes les autres au moins deux fois. Une grande partie des reductions sont deja faites. (J.-C. Adams).

Leipzig. — Zone de 15° a 5°. La partie de la zone comprise entre 10° et 15° est complètement observee et reduite. L'observation de la seconde partie de la zone est activement poussee. (C. Bruhns).

Albany. — Zone de 5° a 1°. La zone contient environ 7500 etoiles. Les observations ont commence en août 1878 et deja on a fait 3760 observations. (L. Boss).

IV. *Schröder.* — Note sur les indices de refraction de quelques verres employes à la construction des objectifs.

V. *Callandreau.* — Sur le choix de la fonction du temps qui doit figurer sous les signes sinus et cosinus dans les expressions des perturbations.

VI. *Huggins.* — Note sur le spectre photographique des etoiles.

En employant un telescope de 18 pouces anglais de diametre des prismes de spath et des lentilles de quartz, M. Huggins est parvenu a obtenir des photographies de spectres qui montrent plusieurs lignes entre H' et H'' et s'etendent jusqu a R.

Le point le plus interessant est relatif a la maniere d'être des lignes H' et H'' dans le spectre des etoiles blanches, comme α de la Lyre. Dans le spectre solaire, H' et H'' sont deux lignes fortes. Dans le cas de α Lyre, H' est une ligne forte, tandis que H'' est très faible; il en est de même dans les autres etoiles blanches. Dans les etoiles blanches, on retrouve aussi h de l'hydrogene.

VII. *H. G. v. d. Sande Bakhuyzen.* — Recherches sur les variations de l'equation personnelle dans les observations de passage avec l'intensite lumineuse des etoiles.

Les observations ont ete faites a l instrument meridien de Leyde, a l'aide d'un diaphragme qui se plaçait sur l'objectif pendant le passage de l'etoile dans la seconde partie du champ et reduisait ainsi son eclat environ de moitie. Les observations de M. v. d. Sande Bakhuyzen demontrent que, pour lui et pour ses deux aides, lorsque l eclat de l etoile est reduit de 5,4 a 2,5 :

1° Les variations de l'equation personnelle sont presque egales;

2° Que ces variations sont de même sens dans la méthode de l'enregistrement électrique et dans la méthode de l'œil et de l'oreille;

3° Que dans le cas de l'œil et de l'oreille les variations absolues sont plus grandes que dans la méthode d'enregistrement.

G. R.

GIORNALE DI MATEMATICHE AD USO DEGLI STUDENTI DELLE UNIVERSITÀ ITALIANE, pubblicato per cura del professore G. BATTAGLINI (¹).

Tome XVI; 1878.

Garbieri (*G.*). — Nouveau théorème algébrique et son application à l'étude des courbes rationnelles. (1-17, 108-147).

Si l'on pose

$$f_r(x) = a_{n,r}x^n + a_{n-1,r}x^{n-1} + \ldots + a_{1,r}x + a_{0,r},$$
$$\varphi(x) = a_m(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_m) = a_m x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \ldots + a_1 x + a_0,$$

où m est supposé $\leqq n$, si l'on représente par $[a]$ le déterminant

$$\begin{vmatrix} a_{0,1} & a_{1,1} & a_{2,1} & \ldots & a_{m,1} & a_{m+1,1} & \ldots & a_{n,1} \\ a_{0,2} & a_{1,2} & a_{2,2} & \ldots & a_{m,2} & a_{m+1,2} & \ldots & a_{n,2} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{0,m} & a_{1,m} & a_{2,m} & \ldots & a_{m,m} & a_{m+1,m} & \ldots & a_{n,m} \\ a_0 & a_1 & a_2 & \ldots & a_m & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & \ldots & a_{m-1} & a_m & \ldots & 0 \\ . & . & . & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & . \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & a_{2m-n} & a_{2m-n+1} & \ldots & a_m \end{vmatrix}$$

et par $\Delta(y_0, y_1, \ldots, y_h)$ le déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ y_0 & y_1 & \ldots & y_h \\ y_0^2 & y_1^2 & \ldots & y_h^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ y_0^h & y_1^h & \ldots & y_h^h \end{vmatrix},$$

on a

$$\Sigma \pm f_1(\alpha_1) f_2(\alpha_2) \ldots f_m(\alpha_m) = \frac{\Delta(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)}{a_m^{n-m+1}} [a].$$

L'auteur déduit de ce théorème nouveau plusieurs formules déjà connues en faisant des hypothèses particulières.

(¹) Voir *Bulletin*, II_2, 197.

Pareillement, si l'on a la fonction birationnelle $F(xy)$ du même degré par rapport à x et à y, de façon que, en écrivant

$$F(xy)=f_0(x)+f_1(x)y+f_2(x)y^2+\ldots+f_n(x)y^n,$$

les f_h soient des fonctions de x du degré n, et en posant

$$\varphi(x)=a_m(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_m)=a_0+a_1x+\ldots+a_mx^m,$$
$$\psi(x)=b_m(x-\beta_1)(x-\beta_2)\ldots(x-\beta_m)=b_0+b_1x+\ldots+b_mx^m,$$

$$[a,b]=\left|\begin{array}{cccccccccccc}
a_{0,0} & a_{1,0} & \ldots & a_{m,0} & a_{m+1,0} & \ldots & a_{n-1,0} & a_{n,0} & b_0 & 0 & \ldots & 0\\
a_{0,1} & a_{1,1} & \ldots & a_{m,1} & a_{m+1,1} & \ldots & a_{n-1,1} & a_{n,1} & b_1 & b_0 & \ldots & 0\\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & .\\
a_{0,m} & a_{1,m} & \ldots & a_{m,m} & a_{m+1,m} & \ldots & a_{n-1,m} & a_{n,m} & b_m & b_{m-1} & \ldots & b_{2m-n}\\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\
a_{0,n} & a_{1,n} & \ldots & a_{m,n} & a_{m+1,n} & \ldots & a_{n-1,n} & a_{n,n} & 0 & 0 & \ldots & b_m\\
a_0 & a_1 & \ldots & a_m & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0\\
0 & a_0 & \ldots & a_{m-1} & a_m & \ldots & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0\\
. & . & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & . & . & . & . & \ldots & .\\
0 & 0 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & a_{m-1} & a_m & 0 & 0 & \ldots & 0
\end{array}\right|,$$

on trouve la relation

$$\Sigma\pm F(\alpha_1\beta_1)F(\alpha_2\beta_2)\ldots F(\alpha_m\beta_m)=(-1)^{n+m+1}\frac{\Delta(\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_m)}{a_m^{n-m+1}}\frac{\Delta(\beta_1\beta_2\ldots\beta_m)}{b_m^{n-m+1}}[ab].$$

De ces théorèmes l'auteur se sert pour démontrer plusieurs propriétés des courbes rationnelles, et plus particulièrement des cubiques planes et gauches.

D'Arcais (Fr.). — Sur les systèmes de coordonnées. (18-25).

Lorsque l'on passe des coordonnées homogènes aux coordonnées cartésiennes et plückériennes, on suppose qu'une des droites ou un des plans fondamentaux s'éloigne indéfiniment; c'est à cause de cela que les formules en coordonnées cartésiennes et plückériennes ne sont pas en parfaite corrélation. Mais si, au contraire, on suppose, lorsqu'il s'agit des coordonnées d'un point, qu'une droite ou un plan fondamental aille à distance infinie, et que, lorsqu'il s'agit des coordonnées d'une droite ou d'un plan, ce soit un point fondamental qui va à l'infini dans une direction déterminée, on obtient pour la droite et le plan des coordonnées non homogènes différentes de celles de Plücker, mais qui sont en parfaite corrélation avec celles de Descartes. Ces coordonnees ont eté indiquées par M. Casorati. L'auteur de cette Note continue les études de M. Casorati en en faisant quelques applications.

Zanotti Bianco (O.). — Sur deux passages de l'histoire de la théorie mathématique des probabilités par M. Todhunter. (26-30).

Capelli (A.). — Sur l'isomorphisme des groupes de substitutions. (32-87).

Voici les titres des paragraphes : I. Propriétés fondamentales. — II. Applications à la permutabilité des substitutions. — III. Construction des groupes isomorphes à un groupe donné. — IV. Nouveau théorème relatif à un groupe quelconque de substitutions; on en déduit comme corollaire le théorème de Cauchy : « Un groupe dont l'ordre est divisible par un nombre premier p contient au moins une substitution d'ordre p. » — V. Si p^α est la plus haute puissance du nombre premier p qui divise l'ordre d'un groupe G, il n'y a qu'un groupe P et d'autres semblables à lui qui soient de l'ordre p^α et contenus dans G. — VI. Analyse des groupes qui ont pour ordre une puissance d'un nombre premier. — VII. Étude de la mériédrie. — VIII. Le théorème des facteurs de composition établi par de simples considérations de mériédrie.

Tirelli (*F.*). — Solution d'une question sur les nombres fractionnaires. (88-90).

Décomposition d'une fraction dans la somme de plusieurs fractions qui ont des signes et des dénominateurs donnés.

Fuortes (*T.*). — Recherches géométriques sur certaines propriétés des systèmes de droites dans un plan et des systèmes de cercles qui passent par un point sur le plan ou sur la sphère. (91-106).

Minozzi (*A.*). — Sur un déterminant. (148-151).

Développement du déterminant

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_2 & a_3 & \dots & a_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & a_1 & \dots & a_{n-1} \end{vmatrix}.$$

Torelli (*G.*). — Sur certaines propriétés numériques. (152-167).

Nécrologie du professeur Angelo Armenante.

Zanotti Bianco (*O.*). — Sur un problème de la théorie des probabilités. (169-173).

L'auteur relève l'inexactitude de la solution donnée par M. Laurent, dans son *Traité du Calcul des probabilités*, du problème suivant : « On a n boules dans une urne, on demande la probabilité qu'en en prenant un certain nombre au hasard ce nombre soit pair ou impair. »

Moreno (*G.*). — Démonstration d'un théorème d'Eisenstein. (174-176).

Démonstration du théorème : « Si m est un nombre quelconque et n un nombre entier et positif, entre le coefficient $A_{n,m}$ de x^n dans le développement de

$$(1 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots)^m$$

et les coefficients $A_{n,1}, A_{n,2}, \dots, A_{n,n}$ de la même puissance de x dans les n premières puissances de $1 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots$ a lieu la relation

$$A_{n\,m} = (m)_n A_{n,n} - (m)_{n-1}(m-n)_1 A_{n,n-1} + (m)_{n-2}(m-n+1)_2 A_{n,n-2} - \ldots + (-1)^{n-1}(m)_1(m-2)_{n-1} A_{n,1}.$$

Gebbia (*M.*). — Sur la stabilité virtuelle de l'équilibre d'un point matériel isolé. (177-197).

Rubini (*R.*). — Formules de transformation dans la théorie des déterminants. (198-208).

Lemoyne (*G.*). — Sur la moyenne géométrique des valeurs des fonctions d'une variable réelle. (209-216).

La moyenne géométrique ω des valeurs d'une fonction $f(x)$ dans l'intervalle entre a et b est donnée par l'équation

$$\omega = e^{\frac{1}{b-a}\int_a^b \log f(x)\,dx}.$$

Le but de cette Note est de montrer que cette valeur est toujours moindre que la moyenne arithmétique donnée par l'équation

$$\lambda = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx.$$

Capelli (*A.*). — Sur un point de la théorie des formes binaires. (217-224).

Clebsch, dans sa *Theorie der binären algebraischen Formen*, a donné un moyen pour construire les invariants et covariants d'une forme binaire en fonction des coefficients lorsqu'ils sont exprimés en fonction des racines. L'auteur de cette Note démontre que la méthode de Clebsch peut s'appliquer même si les racines se présentent dans les formes invariantives à un degré supérieur au premier, et en même temps il détermine la valeur de certains coefficients numériques qui se présentent dans la théorie de Clebsch.

Pittarelli (*G.*). — Note sur les *Ueberschiebungen* des formes binaires. (225-233).

L'auteur détermine le résultat de l'*Ueberschiebung* d'une somme de h formes sur une somme de k formes.

Garbieri (*G.*). — Nouvelle manière de sommer directement les fractions continues périodiques, par S. Günther. (234-242).

Traduction d'un Mémoire qui a paru dans le Tome XXII du *Zeitschrift für Math. und Physik* de Schlömilch.

Torelli (*G.*). — Sur la réforme de l'enseignement géométrique. Note de W. Fiedler. (243-255).

Traduction d'une Note publiée dans les *Vierteljahrssch. der Zürcher Naturforsch. Gesellschaft*, t. XXII, avec trois Lettres inédites de M. Fiedler.

Battaglini (*G.*). — Sur l'affinité circulaire non euclidienne. (256-262).

Möbius a appelé *affinité circulaire* (*Kreisverwandschaft*) la relation qu'on établit entre deux plans lorsque, en supposant les points du premier représentés par la variable complexe z et les points du second par la variable complexe ζ, on prend comme correspondants les points liés par la relation

$$az\zeta + bz + c\zeta + d = 0,$$

parce qu'alors aux points d'un cercle du premier plan correspondent les points d'un cercle du second et réciproquement. M. Battaglini, en partant de la définition du cercle dans la Géométrie non euclidienne, donne les formules de transformation entre deux plans lorsque, en supposant qu'à chaque point du premier corresponde un point du second et *vice versa*, aux coniques bitangentes à l'absolu dans un plan correspondent des coniques bitangentes à l'absolu dans l'autre.

Bianchi (*L.*). — Sur les transformations univoques dans le plan et dans l'espace. (263-266).

Après avoir exposé une méthode générale pour obtenir une infinité de systèmes plans homaloïdes de courbes d'ordre quelconque, l'auteur démontre le théorème suivant: « Les transformations univoques entre deux espaces pour lesquels à une étoile déterminée de l'un correspond une étoile déterminée de l'autre sont celles dans lesquelles le système homaloïde de chaque espace est formé de surfaces de l'ordre m, lesquelles ont en commun un point $(m-1)^{\text{uple}}$ et une courbe fondamentale simple de l'ordre $m(m-1)$, qui passe $(m-1)(m-2)$ fois par le point $(m-1)^{\text{uple}}$.

Bianchi (*L.*). — Sur la déformation d'une classe de surfaces. (267-269).

Si nous considérons une surface engendrée par un mouvement analogue à celui avec lequel on pourrait engendrer une surface cylindrique au moyen d'une de ses sections droites, en substituant à la directrice rectiligne une courbe C située dans un plan normal à celui de la génératrice C'; si $y = U$, $y = V$ sont les équations des courbes C et C', l'expression de l'élément linéaire de la surface en prenant les courbes C et C' pour lignes coordonnées est donnée par l'équation

$$ds^2 = du^2 + 2\,U'V'\,du\,dv + dv^2,$$

de façon que, si l'on déforme les lignes C et C' de manière que le produit U'V' ne change pas, on obtient une série de surfaces différentes qui sont applicables l'une sur l'autre.

Mugnaini (*E.*). — Sur la sphère osculatrice à l'ellipsoïde de révolution. (270-278).

Dainelli (*U.*). — Relation entre l'aire et le périmètre, entre le volume et la surface, entre les moments, entre les coordonnées des centres de gravité pour les espaces limités par lignes et surfaces qui ont les lignes et les surfaces équidistantes de la même nature. (279-297).

Frattini (*G.*). — Un cas particulier du théorème des neuf points de Feuerbach et sa généralisation dans la Géométrie non euclidienne. (298-304).

Maglioli (*F.*). — Sur la théorie des surfaces de second ordre homofocales au point de vue de la Géométrie synthétique. (305-340).

Propriétés des faisceaux de surfaces du second ordre. — Théorèmes sur les séries de surfaces de second ordre (par *série* l'auteur entend toutes les surfaces de second ordre qui ont huit plans tangents communs). — Surfaces de second ordre homofocales. — Théorèmes analogues pour les séries de coniques homofocales. — Théorèmes analogues pour les surfaces de second ordre homofocales. — Propriétés polaires d'un système de surfaces de second ordre homofocales. — Propriétés corrélatives pour les séries de surfaces homofocales. — Application des théorèmes précédents à une série de surfaces de second ordre homofocales. — Théorèmes correspondants pour les séries de coniques homofocales.

Mollame (*V.*). — Une solution de l'équation complète du troisième degré et expression des racines en fonction du discriminant de la cubique. (341-344).

Si $ax^3+3bx^2+3cx+d=0$ est l'équation donnée, Δ son discriminant et $B=2h^3-3abc+a^2d$, les racines x_1, x_2, x_3 s'obtiennent des équations

$$ax_1+b=\tfrac{1}{2}(R_1+R_2),\quad ax_2+b=\tfrac{1}{2}(\alpha R_1+\alpha^2 R_2),\quad ax_3+b=\tfrac{1}{2}(\alpha^2 R_1+\alpha R_2)$$

où α est une racine cubique de l'unité et

$$R_1^3=-4B+4a\sqrt{\Delta},\quad R_2^3=-4B-4a\sqrt{\Delta}.$$

Annonce de la mort du professeur Domenico Chelini.

Aschieri (*F.*). — Notions préliminaires pour la Géométrie projective de l'espace considéré comme lieu de droites. (346-363).

Anelli (*P.*). — Sur les cubiques planes avec un point double. (364-376).

C'est une application de la représentation symbolique des formes binaires.

Frattini (*G.*). — Équation de certaines courbes du cinquième ordre. (377).

Riccardi (*M.*). — Annonce bibliographique : Compte rendu du

Livre de M. D. Tessari : « *Applicazioni della Geometria descrittiva alla teoria delle ombre e del chiaroscuro* ». (378-380).

Tome XVII; 1879.

Bertini (*E.*). — Sur les complexes de deuxième degré. (1-8).

Bianchi (*L.*). — Recherches sur les surfaces hélicoïdales. (9-39).

Une surface quelconque etant donnee, on peut construire les deux surfaces lieux des centres de courbure principaux, c'est-à-dire ses deux developpees; on peut appeler *complementaires l'une de l'autre* ces deux developpees. L'auteur demontre que, si une surface est donnee, on peut construire sa complementaire lorsqu'on connaît le système de geodesiques auxquelles sont tangentes les normales a la developpante. Si l'on a une série de surfaces applicables l'une sur l'autre et sur une surface de revolution, en considerant chacune de ces surfaces comme une developpee et en prenant pour système de geodesiques les meridiens deformés, les surfaces complementaires sont applicables l'une sur l'autre et sur une surface de révolution. L'auteur demontre ensuite que les developpees et les developpantes des helicoides sont de nouveaux helicoides de meme axe et de même pas, pourvu que l'on prenne pour systeme de geodesiques le systeme de lignes qui vient a coïncider avec les meridiens lorsqu'on applique l'helicoide sur une surface de révolution. De ce theoreme on deduit facilement que la surface complementaire d'un helicoide (si l'on prend pour geodesiques les deformees des meridiens) est un nouvel helicoide. L'auteur considere alors des helicoides speciaux, c'est-a-dire l'helicoïde regle, celui a aire minima, celui a lignes de courbure planes.

Le lieu des centres de courbure geodesique d'un systeme de lignes de courbure d'une surface donnee est une nouvelle surface qu'on a appelee *surface des centres géodésiques* du système de lignes de courbure. M. Bianchi demontre que les surfaces des centres geodesiques d'un helicoide sont de nouveaux helicoides de même axe et de même pas que le premier. L'auteur indique aussi une construction pour obtenir des helicoides applicables sur les surfaces de revolution a courbure constante.

Enfin l'auteur demontre que le lieu des centres de courbure des helices d'un helicoide est un nouvel helicoide de même axe et de meme pas, dont la section droite est la transformee par rayons vecteurs reciproques de la section droite de l'helicoide donne.

Dans un Appendice, l'auteur demontre que, etant donnee une surface à courbure constante negative sur laquelle on connait un certain systeme de geodesiques, on peut en deduire sans aucune integration d'infinies surfaces a courbure constante negative.

Bianchi (*L.*). — Sur la transformation par rayons vecteurs réciproques dans le plan et dans l'espace. (40-42).

Demonstration des deux theoremes : « Soit dans le plan, soit dans l'espace, si l'on exclut la similitude, la seule transformation rationnelle qui conserve aux angles la meme valeur est la transformation par rayons vecteurs inverses. »

Battaglini (*G.*). — Sur le mouvement sur une conique. (43-52).

Détermination de l'expression générale de la force qui doit agir sur un point pour qu'il parcoure une conique donnée. Le théorème qui termine cette Note avait déjà été donné par M. Bonnet, et on le trouve parmi les Notes à la troisième édition de la *Mécanique analytique* de Lagrange.

Harzer (*P.*). — Mouvement d'un ellipsoïde de révolution rigide, écrasé, composé de couches de densité constante qui augmente en s'approchant du centre et qui tourne autour de l'axe de symétrie sous l'influence d'un corps qui se meut autour du centre de l'ellipsoïde suivant les lois de Kepler. (53-68, 183-201).

Capelli (*A.*). — Sur la correspondance (2, 2) ou la forme $f(x^2, y^2)$; ses invariants et covariants par rapport à deux transformations linéaires effectuées sur les deux systèmes de variables et indépendantes l'une de l'autre. (69-147).

Deux formes géométriques de première espèce étant données, si à chaque élément de l'une on fait correspondre deux éléments de l'autre, on vient à établir une correspondance (2, 2), que l'on peut représenter par $f(x^2, y^2) = 0$ si x et y sont les coordonnées qui déterminent la position des éléments de la première et de la seconde forme respectivement, ou bien encore symboliquement par

$$(a_1 x_1 + a_2 x_2)^2 (\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2)^2 = 0$$

si l'on adopte les coordonnées homogènes. L'auteur fait une étude étendue de cette correspondance en considérant d'abord les éléments de diramation, c'est-à-dire les éléments auxquels correspondent deux éléments superposés dans l'autre forme; il cherche ensuite quelles sont les transformations linéaires qui substituent aux variables x et y les nouvelles variables ξ, η, de façon que la fonction $f(x^2, y^2)$ se change en une fonction symétrique par rapport à ξ et η. Il est évident que, si après avoir transformé la fonction $f(x^2, y^2)$ en une fonction symétrique $F(\xi^2, \eta^2)$ on effectue la même substitution linéaire sur les variables ξ, η, on obtient une nouvelle fonction qui est encore symétrique; s'il est donc possible de transformer une fonction $f(x^2, y^2)$ en une fonction symétrique, ce doit être d'un nombre infini de manières. Mais on peut limiter le problème en considérant seulement les transformations qui sont indépendantes entre elles, c'est-à-dire celles qu'on ne peut déduire l'une de l'autre par une même substitution effectuée sur les deux systèmes de variables; on trouve alors que le problème admet quatre solutions. Voici les titres des paragraphes : Éléments de diramation. — Éléments doubles. — Discussion des singularités que peuvent présenter les éléments de diramation ou les éléments doubles. — Sur le cas dans lequel aux éléments d'une des formes correspondent dans l'autre des éléments en involution. — Réduction de $f(x^2, y^2)$ à une forme où x et y entrent symétriquement. — Démonstration plus rigoureuse. — Théorèmes sur la cubique plane, sa construction au moyen de deux coniques auxiliaires. — Équation du quatrième degré de laquelle dépend la réduction de $f(x^2, y^2)$ à la forme symétrique. — Tous les invariants à symboles séparés s'expriment en fonction rationnelle entière de trois d'entre eux. — Système de formes associées pour les invariants et covariants à symboles séparés — Les conditions pour que la correspondance (2, 2) se change en (1, 2) ou (2, 1) sont données par l'annulation de deux invariants à symboles séparés. — Formes superposées. — Éléments unis et éléments en involution. — Discussion des cas qui correspondent aux racines réelles ou imaginaires de $V = 0$ et $W = 0$.

Rubini (*R.*). — Un point de l'histoire des Mathématiques. (149-159).

Pittarelli (*G.*). — Sur la signification géométrique des *Ueberschiebungen* dans les formes binaires. (160-171).

Veronese (*G.*). — Théorèmes et constructions de Géométrie projective. (172-182).

Recueil d'exercices à démontrer.

Cassani (*P.*). — La surface de second ordre des douze points, et recherches qui sont liées à cette question. (202-217).

Le lieu des pôles d'une droite par rapport aux coniques d'un faisceau est une conique connue sous le nom de *conique des neuf points*. Le lieu des droites polaires des points d'une droite fixe par rapport à un faisceau de surfaces de second ordre est une nouvelle surface de second ordre que l'auteur appelle des *douze points* parce qu'elle passe par les sommets du tétraèdre conjugué par rapport aux surfaces du faisceau et par huit points déterminés de la courbe base. Ces huit points sont les points de contact de la courbe et des génératrices de la surface développable qui a pour arête de rebroussement la courbe, lesquelles rencontrent la droite fixe. L'auteur, après avoir donné quelques propriétés de cette surface de second ordre, étudie la surface enveloppée par les plans déterminés par les points de la droite fixe et par les droites correspondantes; il trouve que cette surface est de la troisième classe et du quatrième ordre. Le problème de la conique des neuf points peut être étendu à l'espace d'une façon differente, en cherchant, comme a fait M. Beltrami, le lieu des pôles d'un plan par rapport aux surfaces de second ordre assujetties à passer par sept points donnes arbitrairement; l'auteur montre qu'en ce cas on obtient une surface de troisième degré.

Crocchi (*L.*). — Sur les fonctions $\aleph$ et le déterminant de Cauchy. (218-231).

On sait que les fonctions $\aleph$ sont celles qui proviennent du développement de $(x_1+x_2+\ldots+x_m)^\omega$ quand ω est entier et positif, en remplaçant les coefficients polynômiaux par l'unité. Le déterminant de Cauchy est le déterminant

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ x_1 & x_2 & \ldots & x_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \ldots & x_n^{n-1} \end{vmatrix}.$$

L'auteur établit quelques relations entre ces fonctions, entre autres celle-ci : « Le déterminant fonctionnel des n premières fonctions $\aleph$ est égal au déterminant de Cauchy. »

Formenti (*C.*). — Mouvement des figures qui se conservent semblables à elles-mêmes. (232-243).

La relation $z = f(t, z_0)$, où t est une variable réelle, $z = x + iy$ et $z_0 = x_0 + iy_0$, peut servir à représenter les positions successives d'un point mobile qui dans un temps déterminé occupait la position (x_0, y_0); si maintenant on considère cette relation pour chaque valeur de t comme une équation qui lie les deux variables imaginaires z et z_0 lorsque z_0 parcourt une courbe, la ligne parcourue par z est semblable dans les parties infiniment petites à la première, et ces deux lignes deviennent semblables si la relation $z = f(z_0, t)$ est du premier degré par rapport à z_0. C'est en partant de ces observations que l'auteur étudie le mouvement d'une figure plane qui se déplace dans son plan de façon à rester semblable à elle-même.

Pittarelli (*G.*). — Sur un problème d'élimination dans la théorie analytique de la cubique gauche. (244-259).

On sait que les coordonnées des points d'une cubique gauche peuvent s'exprimer en fonction d'un paramètre λ, et l'on peut facilement déterminer l'équation de la corde qui joint les points de paramètres λ et μ. A chaque point μ de la cubique on peut faire correspondre deux points λ sur la courbe, qui ont pour paramètres les valeurs qui appartiennent aux deux points de la première polaire de μ par rapport à une forme cubique binaire $(\alpha\nu)^3 = 0$. Les droites qui joignent les points μ à leurs correspondants lorsqu'on fait parcourir à μ toute la cubique constituent une surface du sixième ordre, dont l'auteur détermine l'équation en se servant de la méthode symbolique d'Aronhold et de Clebsch.

Pittarelli (*G.*). — La cubique gauche et les formes binaires quadratiques et cubiques. (260-309).

§ 1. Notation symbolique. Pôles et plans polaires. Droites conjuguées. — § 2. Système complet de la forme f et de la forme $f_{\lambda\mu} = \lambda f + \mu\,Q$. Points et plans réunis. — § 3. Système simultané d'une forme quadratique et d'une cubique. Représentation typique. Observations sur les systèmes de deux formes cubiques.

D'Ovidio (*E.*). — Étude des cubiques gauches au moyen de la notation symbolique des formes binaires. (310-338).

§ 1. La cubique gauche. Ses plans sécants, tangents, osculateurs. Cordes, tangentes. — § 2. La developpable de troisième classe osculatrice à la cubique gauche. — Correspondance entre la cubique et la développable. Axes de la développable. — § 3. Rapport anharmonique de quatre points de la cubique ou de quatre plans tangents à la développable. — § 4. Foyers et plans focaux. — § 5. Correspondance des éléments de l'espace au moyen de la cubique. — § 6. Involution de points sur la cubique et de plans tangents à la développable. — § 7. Surfaces de second degré circonscrites à la cubique ou inscrites dans la développable. — § 8. Droites associées. — § 9. De certains faisceaux ou séries de surfaces de second ordre. — § 10. Cônes conjoints. Coniques conjointes. — § 11. Quelques systèmes particuliers de surfaces de second ordre. — § 12. Surfaces polaires par rapport à la développable ou à la cubique. — § 13. De certains complexes.

Padelletti (*D.*). — Études sur les diagrammes réciproques. (339-359).

L'auteur commence par démontrer qu'on peut toujours porter un corps rigide d'une position à une autre au moyen de deux rotations finies autour de deux axes; l'ordre dans lequel les deux rotations doivent être effectuées ne peut pas être interverti. Appelons *droites conjuguées* celles autour desquelles doivent avoir lieu les rotations. Il y a d'infinis systèmes de droites conjuguées par rapport à deux positions d'un corps; mais, lorsqu'une est choisie arbitrairement, l'autre est déterminée. Par *projection orthographique* il faut entendre une projection orthogonale faite sur un plan normal à l'axe central. Le théorème fondamental de cette théorie, qui, comme on le voit, est une extension de la théorie de Chasles pour les mouvements infiniment petits et de l'ordinaire théorie des figures réciproques dans la *Statique graphique* de Cremona et Maxwell, est le suivant : « Les projections orthographiques de deux droites conjuguées font entre elles un angle constant. » L'auteur fait ensuite des applications de cette théorie à la Dynamique et à la Statique.

Piuma (*C.-M.*). — Solution d'un problème élémentaire du Calcul des probabilités. (360-372).

Le problème résolu est le suivant : « Dans une urne il y a B billets numérotés progressivement de 1 à B; on en extrait trois; on additionne les numéros écrits sur ces billets : parmi les $\frac{B(B-1)(B-2)}{6}$ cas possibles, combien y en a-t-il dans lesquels la somme ainsi obtenue est égale ou moindre qu'un nombre donné C? »

La solution la plus simple de ce problème se présente lorsque C est moindre que $B+4$; il faut alors distinguer les six cas qui correspondent aux formes $6c$, $6c+1$, $6c+2$, ..., $6c+5$ de C, et, en indiquant par T_c le nombre des cas possibles, on trouve

$$T_{6c}=c\,\frac{12c^2-15c+5}{2},\qquad T_{6c+1}=c\,\frac{12c^2-9c+1}{2},$$

$$T_{6c+2}=c\,\frac{12c^2-3c-1}{2},\qquad T_{6c+3}=c\,\frac{12c^2+3c-1}{2},$$

$$T_{6c+4}=c\,\frac{12c^2+9c+1}{2},\qquad T_{6c+5}=c\,\frac{12c^2+15c+5}{2}.$$

Gerbaldi (*F.*). — Note sur le système simultané de deux formes binaires cubiques. (373-380).

E. P.

ANNALES DES MINES (1).

Tome XIII; 1er semestre 1878.

Marie (*G.*). — Étude sur la confection des outils d'ajustage. (5-38, 2 pl.).

(1) Voir *Bulletin*, I_2, 317, et II_2, 105.

Ce Mémoire est divisé en quatre Parties :

1° Étude théorique sur les outils.

Mode de travail d'un outil quelconque. Manière la plus économique d'enlever du métal sur une pièce. Manière de supporter le tranchant. Travail moteur nécessaire pour faire marcher une machine-outil. Résumé et Tableaux graphiques.

2° Application des principes aux divers genres de machines-outils.

Considérations générales et données relatives à toutes les machines-outils. Étude des diverses classes de machines-outils.

3° Organisation d'un atelier d'ajustage.

4° Étude des systèmes proposés.

Tome XIV; 2e semestre 1878.

Ledoux. — Théorie des machines à froid. (121-208, 1 pl.).

Ce travail est consacré à l'étude théorique et aux conditions de fonctionnement des machines actionnées par un gaz ou une vapeur à basse température : air froid, éther sulfurique, acide sulfureux, ammoniaque, éther méthylique.

L'auteur étudie en detail la machine à air de M. Giffard, la machine à acide sulfureux de M. Pictet, et les machines à froid, dites *à affinité*, dont le type est la machine à ammoniaque de M. Carré.

Marie (*G.*). — Étude comparée des régulateurs de vitesse, de pression, de température et des régulateurs de toutes sortes. (450-548, 2 pl.).

Ce Mémoire est surtout descriptif. Les considérations mathématiques qu'il renferme ont pour but de préciser les conditions de fonctionnement des divers régulateurs.

Tome XV; 1er semestre 1879.

Achard (*A.*). — De la transmission et de la distribution des forces motrices à grande distance au moyen de l'électricité.

Étude des conditions de transmission du travail à l'aide de machines électromagnétiques.

Tome XVI; 2e semestre 1879.

Amiot. — Influence des pentes sur le prix de revient kilométrique d'une tonne de marchandises de petite vitesse. (289-320).

Détermination fondée sur une analyse intéressante, qui offre une utilité immédiate pour l'établissement des statistiques.

Ledoux. — Mémoire sur l'emploi de la détente dans les machines d'extraction. (321-402, 1 pl.).

Les machines d'extraction employées dans les mines de houille ont subi depuis quarante ans une série de transformations commandées par le développement de la production et l'approfondissement des puits. Aux anciennes machines de Watt à balancier ont succédé les machines horizontales à un seul cylindre et à engrenages; celles-ci, à leur tour, ont été remplacées par les machines à deux cylindres conjugués, horizontaux ou verticaux, agissant directement sur l'arbre des bobines ou des tambours, au moyen de deux manivelles calées à 90° l'une de l'autre.

Ce dernier type, qui est le seul usité aujourd'hui dès que la force dépasse 50 à 60 chevaux, satisfait en effet à la plupart des conditions que doivent remplir les machines d'extraction.

Malheureusement la dépense de l'extraction tend à devenir une fraction de plus en plus importante du prix de revient des charbons, et il n'est pas étonnant que l'attention des ingenieurs se soit portée, dans ces derniers temps, sur cette question.

L'objet du présent Mémoire est de préciser le mode d'action de la vapeur dans les machines d'extraction à pleine pression et dans les machines à detente fixe ou variable; de déterminer, au moyen des données fournies par l'experience, et aussi exactement que le comporte un tel sujet, l'economie que l'on peut esperer obtenir par un règlement convenable de la distribution et par l'usage de la detente; enfin de donner une description des principaux systèmes appliqués jusqu'à ce jour pour la production de la détente variable.

Tome XVII; 1er semestre 1880.

Ce Volume ne renferme point de Mémoires ayant trait aux applications des Mathématiques.

H. B.

REVUE D'ARTILLERIE (¹).

Tome XII; avril-septembre 1878.

Deville (*R.*). — Étude sur la pratique du tir en brèche à grande distance. (203-228, 5 fig.).

Suite et fin du travail inséré dans le Tome XI.

Cette seconde Partie renferme la discussion et la solution des questions suivantes :

Choix de la trajectoire moyenne.

Calcul des éléments du tir, suivant la nature du calibre employé et les Tables de tir appropriées au calibre. Les données sont alors, soit l'angle de tir, soit l'angle de chute, soit la distance.

Réglage et conduite du tir.

Consommation de projectiles pour produire une brèche.

(¹) Voir *Bulletin*, XI, 74, et II_2, 127.

Muzeau (*E.*). — Mouvement des projectiles oblongs dans l'air. (422-443 et 495-515, 19 fig.).

Ainsi que le dit l'auteur, les considérations sur le mouvement des projectiles oblongs exposées dans ce Mémoire ne sont pas nouvelles; mais, comme jusqu'à présent elles étaient disséminées dans divers Ouvrages, il a semblé qu'il ne serait pas inutile d'en faire un nouvel exposé qui permît de les rattacher les unes aux autres.

Dans cette voie, on a résumé les travaux successivement publiés par les différents auteurs qui se sont occupés de cette question, MM. de Saint-Robert et Mayevski notamment, et l'on a fait suivre l'analyse de ces recherches, relativement anciennes, des résultats très remarquables auxquels M. Magnus de Sparre est plus récemment parvenu.

Le présent Mémoire est divisé en deux Parties. La première traite du mouvement des projectiles oblongs animés d'une grande vitesse initiale. La résistance de l'air est assez fidèlement représentée, d'après les recherches expérimentales du général Mayevsky, par la formule suivante,

$$R = A\pi R^2 \frac{\Delta}{\Delta_1} v^4,$$

dans laquelle R représente la résistance de l'air évaluée en kilogrammes, A un coefficient numérique égal à 0,00000027, R le rayon du projectile exprimé en mètres, Δ la densité de l'air au moment de l'expérience, Δ_1 la densité de l'air dans des conditions moyennes de température et de pression. La formule se simplifie en prenant $\Delta_1 = \Delta$.

L'auteur expose ensuite la méthode de détermination approximative de la résistance de l'air au mouvement des projectiles oblongs, en substituant à la surface de révolution qui limite les projectiles une série de troncs de cône et de cylindres. Il applique cette recherche à l'exemple de l'obus de $0^m,095$.

Il passe ensuite à l'établissement des équations différentielles du mouvement de translation, puis à l'intégration des équations qui donnent la projection de la trajectoire sur le plan de tir.

Le mouvement de rotation du projectile autour de son centre de gravité est étudié de la même manière; l'intégration s'opère directement et s'achève par des constructions graphiques.

Tome XIII; octobre 1878-mars 1879.

Muzeau (*E.*). — Mouvement des projectiles oblongs dans l'air. (31-63, 7 fig.).

Suite et fin du travail inséré dans le Tome XII.

La première Partie se termine par l'exposé des problèmes suivants :

Équations en termes finis de la projection de la trajectoire sur le plan horizontal.

Substitution d'une ligne plane à la courbe gauche décrite par le projectile; expression approchée de la dérivation.

Application des théories exposées dans les Chapitres précédents au calcul des Tables de tir du canon de $0^m,095$. Comparaison avec les résultats des expériences de la Commission de Calais

Remarques diverses et conclusions.

La seconde Partie est relative au mouvement des projectiles oblongs animés d'une faible vitesse initiale. Elle ne renferme que des généralités, et l'auteur rappelle aux Mémoires plus spéciaux publiés sur la question.

Deux Notes intéressantes terminent ce résumé. L'une d'elles est relative à l'évaluation des corrections rendues nécessaires par la suppression de certains termes dans les équations différentielles du mouvement de translation ; l'autre se rapporte à la détermination de la loi de la résistance de l'air lorsque la trajectoire est connue.

Terquem. — Sur l'organisation des rayures des canons. (217-227, 2 fig.).

Travail posthume, rédigé vers la fin de l'année 1873. Il a paru d'autant plus intéressant de le publier, que les considérations qu'il renferme ont puissamment servi à l'établissement de notre nouveau matériel, quant à ce qui concerne le nombre et la profondeur des rayures.

Canet (G.). — Théorie des freins hydrauliques. (436-469, 4 fig., 1 pl.).

Le frein hydraulique, dont l'idée première revient à M. W. Siemens, a été adopté par le gouvernement anglais, depuis plusieurs années, pour tous ses affûts de place et de côte, ainsi que pour plusieurs affûts de marine, conjointement avec le frein à lames.

Le présent Mémoire renferme la théorie et la description des freins des systèmes Krupp, Rendel et Vavasseur.

Page (E.). — Résistance de l'air. (531-539, 1 fig.).

Dans un travail précédent (t. XI), l'auteur a proposé d'exprimer la résistance de l'air par la formule exponentielle

$$R = P\frac{a^{\frac{v}{w}}-1}{a-1};$$

P, poids du projectile ; w, vitesse finale pour laquelle la résistance est égale au poids ; a, constante dépendant de la forme et de la densité.

Discussion de la formule en posant $a = e^{\frac{n}{w}}$ et en définissant d'autres hypothèses. Construction de la courbe de résistance.

Conséquences probables, relatives au mouvement des bolides dans l'atmosphère. Explication de l'incandescence et de la pulvérisation de ces météores.

Autres conséquences relatives à la production de véritables tempêtes, par suite de l'irruption d'énormes quantités de bolides.

Quant à l'accroissement de masse qui devrait en résulter pour le globe terrestre, l'influence de ces bolides est très faible et à peine appréciable. Si la Terre en recevait chaque jour 17 200 000^{kg}, sa masse ne s'accroîtrait pas d'un cent-millionième dans l'intervalle de cent siècles.

Tome XIV; avril-septembre 1879.

Page (E.). — Résistance de l'air. (38-44, 1 fig.).

Application de la formule précédente à l'étude de la chute libre d'un corps.

Jouart (*A.*). — Balistique des armes portatives. (89-116, 2 fig.).

Compte rendu des travaux et des tableaux comparatifs de M. Indra.

Ce travail est termine par une Note ayant pour objet la recherche de l'equation de la courbe parabolique se rapprochant le plus de la forme observee dans la pratique.

Peigné (*P.*). — Formule pratique des télémètres. (427-445; 9 fig.).

La theorie des telemètres a fait l'objet de recherches et de propositions plus ou moins ingenieuses. Les formules etablies dans cette Notice pourront guider dans leurs recherches quelques-uns des inventeurs qui desirent s'occuper de telemétrie. Il arrive malheureusement trop souvent qu'on fait construire un appareil qui ne donne pas et ne pourrait donner les resultats qu'on en attendait; il est en effet necessaire, si l'on veut eviter de nombreuses depenses et de graves deceptions, de poser d'abord les conditions mathematiques du probleme a resoudre materiellement au moyen de l'appareil. La formule pratique des telemètres est une relation simple entre les divers elements de la question; elle permet de calculer rapidement l'inconnue, base, grossissement de la lunette, approximation de mesure, etant donnes les autres elements.

L'auteur est d'avis qu'un instrument qui donnerait, avec le materiel actuel, la distance a un quarantième près, satisferait largement aux besoins de la pratique.

Il etablit qu'une base de 15^{m} a 18^{m} peut suffire pour des distances de 7^{km} a 8^{km} avec un grossissement de 12 fois, et qu'une base de $7^{m},11$ suffit pour 8^{km} avec un grossissement de 30 fois.

Il donne la description d'un double graphomètre susceptible d'être adapté aux observations de telemetrie faites en ballon captif.

Le Memoire est termine par la theorie de l'appreciation des distances, fondee sur le tirage de l'oculaire d'une lunette exactement mise au point. La formule, très simple, qui repond a cette experience, est

$$DD' = f^2,$$

D, D′ etant les distances de l'objet et de l'image au foyer le plus rapproché, f la distance focale. Cette formule a ete donnee pour la premiere fois par Newton.

Les observateurs familiarises avec l'emploi des lunettes d'approche savent combien ce mode de determination est illusoire. A partir de 100^{m}, toutes les images se forment dans un intervalle de $0^{m},001$ a $0^{m},002$. Dans ce cas, l'estimation à vue simple donnera des indications plus precises. C'est, du reste, ce que l'auteur a soin de faire remarquer.

Tome XV; octobre 1879-mars 1880.

Daubrée (*A.*). — Note sur les propriétés érosives des gaz à haute température et sous de grandes pressions. (36-47, 2 fig., 1 pl.).

La *Revue d'Artillerie* a publie deux Notes de M. Daubree, relatives :

La première, aux effets produits par les gaz de la poudre sur le grain de poudre lui-même, ainsi que sur des feuilles d'acier, et a l'action exercee par les gaz chauds et comprimés lorsqu'ils s'échappent avec une grande vitesse par un petit orifice;

La deuxième, aux effets produits par les gaz de la dynamite sur des barres d'acier.

Dans la troisième Note, qui fait l'objet de ce dernier article, l'auteur étudie plusieurs phénomènes d'érosion produits par les gaz de la poudre, en particulier sur le canal des tetes mobiles et des grains de lumière, ainsi que les effets produits par les gaz de la dynamite, de la nitroglycérine et du fulmicoton.

Lefèvre (*J.-B.-V.*). — Tracés empiriques de la trajectoire. (48-81; 14 fig.).

La théorie et l'expérience sont d'accord pour démontrer :

1° Que, lorsque la ligne de mire est horizontale, l'angle de tir est toujours plus petit que l'angle de chute;

2° Qu'il en est encore ainsi tant que l'angle d'elévation du but par rapport à l'horizontale n'atteint qu'un petit nombre de degres.

D'après cela, on a cherché à remplacer la trajectoire (en plan vertical) par une courbe simple, telle qu'une parabole du second degré, dont l'axe serait oblique sur la verticale.

Une courbe de cette espèce serait entièrement déterminée, du moment que l'on connaîtrait, par exemple, la portée, l'angle de mire et l'angle de chute.

La Commission de Calais a reconnu que les ordonnées d'une parabole du second degré, obtenues par un simple tracé graphique, pour une trajectoire d'une très grande étendue (9200^m), diffèrent fort peu de celles qu'on trouve par deux procédés plus ou moins laborieux (formule de Piton-Bressant et méthode de M. Bashforth).

L'auteur envisage plus spécialement le tir des fusils dont la portée est de 1200^m, et, dans ce cas, il est interessant de rechercher l'approximation que peut donner la substitution de la parabole à la courbe véritable.

Le problème que l'on rencontre le plus généralement dans la pratique est celui de la determination d'une parabole passant par quatre points, savoir : deux points de la trajectoire, le point de depart et le point d'arrivée.

Percin (*A.*). — Note sur une application de la loi de probabilité du tir. (341-348, 1 fig.).

Démonstration de la règle suivante : « Lorsque le but à battre se compose de deux objectifs distincts de même largeur et qu'on a même intérêt à détruire (par exemple, deux embrasures voisines d'une même batterie, deux pièces d'une même section, etc.), le maximum de l'effet possible ne s'obtient pas en visant successivement chacun des deux objectifs, mais en visant le milieu de leur intervalle, s'il est inférieur ou égal au double écart quadratique moyen en direction, dans le cas contraire un point compris entre le milieu et un des deux objectifs. »

Uchard (*A.*). — Note sur un appareil destiné à tracer des courbes du second degré d'un mouvement continu. (496-501, 8 fig.).

L'ellipsographe à molettes ou le compas à verge et à trois pointes offrent l'inconvénient que le trait du crayon est limité ou incertain, et que, si on leur adapte un tire-ligne, ce dernier ne conserve pas l'orientation voulue et ne peut donner un trait continu. L'ingénieuse solution trouvee par M. Peaucellier donne la solution complète avec un crayon; mais elle ne satisfait plus au tracé graphique si l'on substitue un tire-ligne ou porte-crayon.

L'auteur a cherché un système articulé donnant au tire-ligne l'orientation convenable pour le tracé d'un arc d'ellipse, d'hyperbole ou de parabole. La solution qu'il a trouvée paraît satisfaisante; mais il est à craindre qu'elle ne soit un peu dispendieuse dans la pratique.

Tome XVI; avril-septembre 1880.

Brongniart (*P.*). — Note sur l'exécution du tir en brèche à grande distance. (218-231, 4 fig.).

L'auteur rappelle l'étude intéressante et complète publiée par M. Deville dans les Tomes XI et XII; puis il se propose de fixer les règles à appliquer pour l'exécution du tir en brèche à grande distance, en observant les prescriptions réglementaires.

H. B.

ANNALES DES PONTS ET CHAUSSÉES (1).

Tome XV; 1er semestre, 1878.

Ce Volume ne renferme point de Mémoires ayant trait à l'étude des Mathématiques pures ou appliquées.

Tome XVI; 2e semestre, 1878.

Lavoinne. — Notice sur les principaux systèmes de locomotives sans feu. (261-309, 1 pl.).

Plusieurs articles, publiés depuis l'année 1873, ont déjà fait connaître aux lecteurs des *Annales* les tramways à traction par locomotives sans feu de la Nouvelle-Orléans.

En raison de l'intérêt que présente l'application des machines sans feu à l'exploitation des tramways dans l'intérieur des villes et des perfectionnements qu'elles ont reçus dans ces dernières années, l'auteur de la Notice a pensé qu'il y aurait utilité à faire connaître une étude plus complète des divers types de machines sans feu construites en Amérique et en France, et à indiquer, au point de vue théorique et pratique, la valeur du système et des applications qu'il comporte.

L'effet utile des machines sans feu est étudié aux titres suivants : Poids de la vapeur dépensée; travail de la vapeur à pleine pression; travail de la vapeur avec détente; limite de parcours; limites de pente et de vitesse; emploi du détendeur.

---

(1) Voir *Bulletin*, XI, 259, et II_2, 106.

Tome XVII; 1er semestre, 1879.

Clavenad. — Travaux hydrauliques de Cherbourg. (28-52, 1 pl.).

Ce Mémoire est consacré à la description des épuisements entrepris en vue de la restauration des fondations du bâtiment des subsistances de la marine à Cherbourg.

Les conditions pratiques de cet épuisement ont été déterminées par un calcul, très simple d'ailleurs, qui se trouve vérifié, d'une manière très satisfaisante, par l'expérience. Toutefois, l'étude théorique conduit à l'équation différentielle

$$a\varphi'^2(t) = f(t) - \varphi(t),$$

qui ne paraît pas susceptible d'intégration; a désigne une constante, t le temps, $f(t)$ le niveau extérieur, variant avec la marée.

Les méthodes graphiques ont avantageusement servi pour la discussion de cette question.

Pelletreau. — Barrages cintrés en forme de voûte. (198-218, 1 pl.).

Étude des conditions d'établissement d'un barrage cintré vers l'amont, présentant l'aspect d'une portion de cylindre, à axe vertical, d'une épaisseur variable depuis le haut jusqu'au bas.

Dupuy. — Viaduc de l'Erdre. (331-363, 4 fig., 2 pl.).

Détails relatifs à la construction du viaduc établi pour la traversée de l'Erdre (ligne de Nantes à Châteaubriant) et composé d'une grande travée métallique en axe de 95 mètres d'ouverture.

Des Tableaux graphiques, annexés à ce Mémoire, indiquent en vraie grandeur les courbes tracées par les crayons fixes à diverses parties du viaduc au moment des épreuves réglementaires.

Tome XVIII; 2e semestre, 1879.

Lalanne. — Évaluation expéditive des terrassements. (63-76, 1 pl.).

L'évaluation exacte des terrassements est une opération assez compliquée et qu'il y a intérêt à abréger. L'auteur de ce travail a fréquemment fait usage de diverses méthodes abréviatives pour des projets de routes ou chemins, soit en France, soit à l'étranger. Les formules indiquées mènent rapidement aux évaluations cherchées et les résultats qu'elles fournissent ne diffèrent pas de plus de 8 à 9 pour 100 du nombre exact.

Lalanne. — Méthode graphique pour la répartition des terrassements. (77-100, 1 pl.).

Moyen d'atténuer la longueur et la difficulté d'une des opérations de calcul les plus longues et les plus fastidieuses que comporte la rédaction des projets.

Du Boys (*P.*). — Le Rhône et les rivières à lit affouillable. (141-195, 1 pl.).

L'auteur commence par donner des indications générales sur le régime du Rhône, et montre comment le problème de l'amélioration des hauts-fonds le conduit à étudier les lois du transport des graviers sous l'action des eaux. Il recherche ensuite comment un courant façonne le fond suivant la disposition des berges, en supposant successivement le débit constant et variable. Enfin, il indique les confirmations de cette théorie par les faits.

Picard (*A.*). — Simplification pratique de l'appareil orthogonal convergent. (339-370, 2 pl.).

Cette Note se compose de deux Parties :

1° Appareil des ponts biais d'une faible longueur ou d'une grande longueur. Principe et caractère de l'appareil convergent simplifié.

Équations des lignes de lits, de leurs transformees et de leurs projections sur divers plans. Proprietes focales des normales aux projections des lits sur des plans parallèles aux generatrices.

2° Application de l'appareil circulaire convergent au pont souterrain des Kœurs (arrondissement de Commercy).

Choix des materiaux. Taille des voussoirs et crémaillères. Voussure ou corne de vache. Resultats du décintrement.

Tome XIX; 1er semestre, 1880.

Perrodil (*de*). — Tarage de l'hydrodynamomètre. (11-28, 1 pl.).

Cet instrument, nommé aussi *dynamomètre hydraulique*, peut servir au jaugeage des cours d'eau et à l'observation des lois de l'Hydraulique. Il pourrait encore être employé à la mesure de la vitesse du vent.

L'auteur établit une comparaison de ce nouvel instrument avec le moulinet de Woltmann et le tube de Pitot.

Perrodil (*de*). — Résistance des voûtes et des arcs métalliques. (218-232, 1 fig.).

Résumé destiné à faciliter la vulgarisation de la théorie exposée par l'auteur dans une partie de son Ouvrage sur la *Résistance des voûtes et des arcs métalliques*.

Détermination graphique et analytique de la résultante relative à chaque section normale, lorsque cette résultante est connue pour la section à la clef.

Changement de forme de la fibre moyenne produit par l'application des forces extérieures.

Durand-Claye (*A.*). — Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs. (416-440, 3 pl.).

La stabilité des voûtes en maçonnerie ou des arcs métalliques est ordinairement étudiée par voie de simple vérification. Dans la méthode graphique de Méry, on prend arbitrairement le point d'application de la poussée à la clef et le point d'application de la résultante sur un joint. La courbe des pressions se trouve ainsi déterminée arbitrairement et ne donne aucune idee precise sur la stabilité de la construction.

C'est cette indétermination que l'auteur du Mémoire a essayé de faire disparaître. Il applique ensuite sa méthode à la vérification de la stabilité des voûtes sphériques.

Baum (Ch.). — Des longueurs virtuelles d'un tracé de chemin de fer. (455-578).

L'étude du tracé d'une ligne de chemin de fer entraîne, en général, celle de deux ou plusieurs variantes de ce tracé. Toutes ces variantes satisfont à certaines conditions communes, comme, par exemple, de passer par des points déterminés, de desservir des villes ou des communes indiquées à l'avance. Elles diffèrent les unes des autres par la longueur, par le profil en long, les rampes, les rayons des courbes, le cube des terrassements, l'importance des ouvrages d'art, la dépense kilométrique, etc.

Lorsqu'on se trouve en présence de plusieurs variantes d'un même tracé de chemin de fer, il conviendrait qu'on ne se prononçât sur l'une ou sur l'autre variante qu'après avoir établi la longueur horizontale et rectiligne équivalente de chacune d'elles, ou encore la longueur virtuelle.

Les principales longueurs virtuelles d'une ligne peuvent être classées ainsi, relativement aux diverses données suivantes :

1° Travail mécanique ou résistance;
2° Dépenses de l'exploitation ;
3° Dépenses du transport proprement dit;
4° Frais de traction;
5° Prix des tarifs;
6° Vitesses.

Ces deux dernières ont été peu étudiées dans le passé.

L'auteur s'occupe surtout dans la présente étude de la longueur virtuelle relative au travail mecanique, à égalité de vitesse.

Le Mémoire renferme l'exposé et la discussion comparative des méthodes et formules employées dans les administrations françaises et étrangères.

H. B.

MATHEMATISCHE ANNALEN, begründet von A. Clebsch und C. Neumann, gegenwartig herausgegeben von F. Klein und A. Mayer ([1]).

Tome XIV; 1879.

Sturm (R.), Schröder (E.) et *Sohncke (L.).* — Hermann Grass-

([1]) Voir *Bulletin*, III_2, 175.

MANN; sa vie et ses travaux mathématiques et physiques. (1-45).

Avec une liste complète des écrits de Grassmann.

Rodenberg (*C.*). — Sur la classification des surfaces du troisième ordre. (46-100).

Ce Mémoire donne la réponse complète à cette question : « Quelles sont les espèces de surfaces du troisième ordre qui appartiennent au même pentaèdre? Et, réciproquement, quelles sont les espèces de pentaèdres (à plans réels ou imaginaires, séparés ou coïncidents) qui sont compatibles avec une même espèce de surfaces? » On rapporte ici à la même espèce toutes les surfaces qui peuvent se transformer les unes dans les autres par une variation continue des constantes, le pentaèdre restant le même, sans que, pendant cette opération, il se produise de nouvelles singularités ([1]). Si les plans du pentaèdre (réels ou imaginaires conjugués) sont séparés, l'équation de la surface prendra la forme

$$\frac{x_1^3}{\alpha_1^2}+\frac{x_2^3}{\alpha_2^2}+\frac{x_3^3}{\alpha_3^2}+\frac{x_4^3}{\alpha_4^2}+\frac{x_5^3}{\alpha_5^2}=0,$$

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5\equiv 0,$$

et la condition pour qu'il y ait un nœud est

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4+\alpha_5=0.$$

On obtient toutes les espèces qui appartiennent au pentaèdre en faisant varier successivement les coefficients de l'équation et en ayant égard aux changements qu'éprouvent les points nodaux. En un point nodal, la deformation de la surface peut s'opérer d'une manière semblable à celle d'un cône qui se change en un hyperboloïde à une nappe ou à deux nappes, ou le point nodal passe par l'état de point biplanaire. Ce dernier passage exige une étude particulière (§ 3), le pentaèdre prenant alors une forme spéciale.

Parmi les surfaces à pentaèdre complètement réel se trouvent toutes les espèces sans singularités, de plus les surfaces à nœuds coniques réels, et enfin une espèce à deux nœuds imaginaires conjugués. Dans le cas des pentaèdres à deux plans imaginaires conjugues, il manque les surfaces à vingt-sept droites réelles, etc.

Pour tous les cas où les plans du pentaèdre coïncident partiellement, l'auteur développe, par une méthode de passage à la limite (§ 8), les formes les plus simples de l'équation correspondante de la surface, de manière que, finalement, il peut indiquer, dans un Tableau très clairement disposé, quelles espèces de surfaces du troisième ordre appartiennent à chaque espèce de pentaèdre.

Klein (*F.*). — Sur la transformation des fonctions elliptiques et la résolution des équations du cinquième degré. (111-172).

Voir *Bulletin*, III$_1$, 408.

Weber (*H.*). — Application des fonctions thêta de deux variables

---

([1]) SCHLAEFLI, *Philos. Transact.*, 1863. — KLEIN, *Math. Annalen*, t. VI.

à la théorie du mouvement d'un corps solide dans un fluide. (173-206).

Les équations différentielles du problème ont été établies, sous une forme élégante, par M. Kirchhoff (*Journal de Crelle*, t. 71), et intégrées pour un solide de révolution, dans le cas où n'agit aucune force extérieure. Clebsch, dans un Mémoire publié dans les *Math. Annalen*, t. III, a développé, à l'aide du multiplicateur de Jacobi, des cas d'une plus grande généralité, dans lesquels le problème se résout par des quadratures. C'est un de ces cas que M. Weber a traité dans le présent travail, où il a réussi à obtenir une représentation explicite des équations du mouvement au moyen des fonctions thêta de deux variables, Les considérations qui conduisent à ce résultat sont tout à fait indépendantes des recherches de Clebsch.

La première voie par laquelle l'auteur parvient à la solution du problème est une voie indirecte, mais très courte et très élégante. Il remarque que, parmi les quotients de deux fonctions thêta, on peut, de plusieurs manières, en choisir qui satisfassent identiquement aux mêmes conditions que les coefficients de transformation de deux systèmes de coordonnées orthogonales. Cette remarque est importante aussi pour la théorie des fonctions thêta, une grande partie des relations qui règnent entre ces fonctions pouvant se ramener aux formules habituelles de la transformation des coordonnées. Si l'on considère maintenant les arguments des fonctions thêta comme des fonctions linéaires du temps, on obtient immédiatement les intégrales du système de Kirchhoff qui manqueraient encore, au cas où, entre les constantes du système qui entrent dans l'expression de la force vive, il existerait une relation déterminée, et où le corps n'aurait reçu qu'une vitesse de translation.

Mais l'auteur suit aussi, en second lieu, la voie directe, en effectuant successivement l'intégration du système au moyen des intégrales hyperelliptiques.

Beck (*A.*). — Sur la théorie générale des courbes et des surfaces. (207-211).

L'auteur fait voir comment, par une voie purement géométrique, sans recourir à la théorie des polaires, on peut déterminer la classe d'une courbe d'ordre n à d points doubles et r points de rebroussement. Il y parvient au moyen d'une collinéation centrale infiniment petite. Le même procédé permet de déterminer, dans l'espace, la classe de la surface et le nombre des tangentes principales qui passent par un point quelconque. Enfin l'auteur fait remarquer que les tangentes principales qui passent par un point C ont une importance pratique en Géométrie descriptive. Si C est un point lumineux, ces tangentes indiquent les points de la surface auxquels correspondent les points de rebroussement de l'ombre portée plane de la surface.

Krönig (*J.*). — Sur les fonctions rationnelles de n éléments et sur la théorie générale des courbes algébriques. (212-230).

§ 1. Substitutions isomorphes. — § 2. Fonctions de n éléments à moins de n valeurs. — § 3. Fonctions de n éléments à n valeurs. — § 4. Théorèmes généraux sur les équations algébriques. — § 5. Adjonction des racines d'une fonction auxiliaire. — § 6. Sur la résolution algébrique des équations.

Stolz (*O.*). — Sur les valeurs limites des quotients. (231-240).

Voir à ce sujet : *Du Bois-Reymond*, Sur l'intégration et la différentiation des relations infinitaires (*Math. Annalen*, t. XIV, p. 498). — *Stolz*, Sur les valeurs-limites des quotients (*Math. Annalen*, t. XV, p. 556). — *Du Bois-Reymond*, Sur le théorème $\lim f'(x) = \lim \frac{f(x)}{x}$.

M. Stolz démontre le théorème suivant : « Si pour la fonction

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{\varphi(x+h)-\varphi(x)},$$

où h désigne une constante quelconque différente de zéro, il existe, lorsqu'on fait à la limite $x=+\infty$ une valeur limite k, il existera aussi pour $\lim x=+\infty$ une valeur limite du quotient $\frac{f(x)}{\varphi(x)}$, et cette limite sera égale à k. » Les conditions de ce théorème sont que $f(x)$ et $\varphi(x)$ soient continues, et que $\varphi(x)$, à partir d'une valeur finie $x=x_0$, devienne infinie en croissant toujours dans le même sens.

A l'aide de ce théorème, on détermine à quelles conditions on peut, de l'existence d'une valeur limite pour $\lim\limits_{x=\infty} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$, conclure l'égalité

$$\lim \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}.$$

Ces conditions sont définies par ce théorème :

« Si la fonction uniforme $f(x)$ est continue à partir d'une valeur déterminée $x=x_1$ pour toutes les valeurs de $x>x_1$; si, de plus, la dérivée $f'(x)$ est une fonction continue ayant pour $x=\infty$ une valeur limite déterminée, il existera aussi une valeur limite pour la fraction $\frac{f(x)}{x}$, et l'on aura

$$\lim \frac{f(x)}{x} = \lim f'(x) \quad \text{pour } x=\infty. \text{ »}$$

Dans la démonstration, au moyen de ce théorème, de l'égalité

$$\lim \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} \quad (^1),$$

il faut introduire la supposition que $\varphi(x)$ varie constamment dans le même sens.

M. du Bois-Reymond montre comment le théorème en question peut se démontrer à l'aide du Calcul infinitaire, fondé par lui.

Faà de Bruno (F.) — Sur la partition des nombres. (241-247; fr.).

L'auteur donne une nouvelle solution de ce problème : « Déterminer le nombre des solutions en nombres entiers de l'équation

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = p,$$

où $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont des nombres donnés. » La méthode se fonde sur une nouvelle représentation indépendante pour les formes établies par Brioschi (*Annali di Matem.*, 2e série, t. VII).

---

(1) *Voir* Rouquet, *Nouv. Ann. de Math.*, 2e série, t. XVI, p. 113.

Nöther (*M.*). — Sur la théorie des fonctions thêta de quatre arguments. (248-293).

Dans ce Mémoire, l'auteur résout le problème de représenter sous forme implicite le théorème d'addition relatif aux fonctions ϑ générales de quatre arguments. On connaît jusqu'ici le théorème pour les fonctions ϑ hyperelliptiques, d'après Weierstrass ([1]), et pour les fonctions ϑ générales de trois arguments, d'après Weber ([2]). Il s'agissait maintenant de pousser plus loin la théorie du groupement des caractéristiques des diverses fonctions ϑ, qui, dans les deux cas en question, a conduit à la détermination des coefficients dans le théorème.

M. Weber a rangé les caractéristiques

$$(\alpha)=\begin{pmatrix} n_1^\alpha & n_2^\alpha & n_3^\alpha \\ m_1^\alpha & m_2^\alpha & m_3^\alpha \end{pmatrix},$$

où les symboles n_i^α, m_i^α prennent les seules valeurs 0 ou 1, en systèmes de 7, jouissant des propriétés suivantes : La somme de 3 ou de 7 nombres quelconques du système doit être paire, chaque nombre et chaque somme de 5 nombres doivent être impairs. On doit entendre ici par somme de deux caractéristiques une somme dont les éléments sont les sommes (mod. 2) des éléments correspondants de ces caractéristiques, et (α) est pair ou impair, suivant que $\sum_{i=1}^{i=3} n_i^\alpha m_i^\alpha$ est paire ou impaire.

Ce caractère de parité ou d'imparité pour la somme d'un nombre impair quelconque de caractéristiques est maintenant en général la propriété essentielle de tous les systèmes de caractéristiques. L'auteur forme d'après cela le système — 7 et le système — 8 de caractéristiques impaires à quatre rangs

$$(\alpha)=\begin{pmatrix} n_1^\alpha & n_2^\alpha & n_3^\alpha & n_4^\alpha \\ m_1^\alpha & m_2^\alpha & m^\alpha & m_4^\alpha \end{pmatrix},$$

qui ont exactement les mêmes propriétés que les systèmes — 7 de caractéristiques à trois rangs dont il vient d'être question. Pour les sommes d'un nombre *impair* de caractéristiques, il n'existe entre deux pareilles sommes qu'une seule relation de groupement essentielle; on arrive ainsi à $\frac{255.64}{2}$ systèmes, chacun de 28 caractéristiques impaires, qui sont complètement identiques dans leurs groupements avec ceux des 28 caractéristiques impaires à trois rangs qui existent généralement. Parmi les systèmes — 8 dont nous avons parlé, il existe 255.64.36 systèmes, qui se décomposent en 255 groupes, de 36 classes chacun, et, pour exprimer *toutes* les caractéristiques, il a suffi de connaître *un seul* système — 8, qui exige la recherche d'une racine quelconque de chacune des trois équations des degrés 255, 36, 64, et la résolution d'une équation du huitième degré.

En se fondant sur les fonctions ϑ dont les indices dépendent de ce système — 8, le théorème d'addition prend maintenant une forme très simple. On obtient le produit

$$\vartheta(u+v+w).\vartheta(u-v),$$

([1]) Königsberger, *Journal f. Math.*, t. LXIV.

([2]) *Theorie der Abelschen Functionen vom Geschlecht* 3. Berlin, 1876.

exprimé linéairement au moyen de 16 produits de ϑ,

$$\vartheta_\alpha(u+w).\vartheta_\alpha(u),$$

avec des coefficients de la forme

$$\mathrm{B}.\vartheta_\beta(v+w).\vartheta_\beta(v)+\mathrm{C}.\vartheta_\gamma(v+w).\vartheta_\gamma(v),$$

B et C ne dépendant que de w. En particularisant w, on peut aussi réduire tous les 16 coefficients à des *monômes*, ce qui complète l'analogie avec les théorèmes déjà connus. Pour la fonction octuplement périodique

$$\frac{\vartheta_\alpha(u+v)}{\vartheta(u+v)},$$

on ne peut plus, au contraire, obtenir ces expressions monômes pour tous les coefficients du numérateur et du dénominateur, si l'on veut que le numérateur des expressions de tous les 256 indices α soit *le même*.

Parmi les formules particulières que fournit la théorie générale, il faut remarquer spécialement les relations entre quatre produits de thêta d'arguments zéro. Elles font voir, par exemple, que l'évanouissement de *trois* fonctions ϑ paires d'arguments zéro, pour lesquelles la somme des trois caractéristiques est impaire, entraîne déjà l'évanouissement de sept autres semblables fonctions, et par suite est suffisante pour que les fonctions ϑ deviennent *hyperelliptiques* (¹).

Krause (*R.*). — Sur une figure de la Géométrie analytique de l'espace, qui correspond au connexe de second ordre et de première classe. (294-322).

Si l'on désigne les coordonnées d'un point x par x_1, x_2, x_3, x_4, celles d'un plan par u_1, u_2, u_3, u_4, si de plus l'equation $f(x^m, u^n)=0$ renferme sous forme homogène x au $m^{\text{ième}}$ degré et u au $n^{\text{ième}}$, l'ensemble de tous les points et de tous les plans dont les coordonnées satisfont à l'équation constitue une figure que, par analogie avec la figure plane à laquelle Clebsch (²) a donné le nom de *connexes*, M. Krause a nommée *connexe dans l'espace* de $m^{\text{ième}}$ ordre et de $n^{\text{ième}}$ classe.

L'auteur etudie le connexe de deuxième ordre et de première classe, et dans cette étude il répond aux questions qui ont été posées par les recherches de Clebsch. A chaque point x correspond ici un faisceau de plans, dont le centre est dit le *point correspondant à* x; à chaque plan correspond une surface du second ordre. Il détermine les points qui coïncident avec leurs correspondants et les lieux des points qui correspondent aux points d'une droite ou d'un plan. Il résout ensuite la question des enveloppes des plans dont les surfaces correspondantes du connexe touchent une droite ou un plan. A cela se rattache la détermination de l'enveloppe des plans dont les surfaces correspondantes du connexe sont des cônes, et de celle du lieu des sommets de ces cônes. Ces deux surfaces, la première de quatrième classe, la seconde de quatrième ordre, sont étudiées en détail. L'auteur construit ensuite la forme appelée par Clebsch le *connexe conjugué*, et enfin il traite

(¹) Extrait du *Repertorium der Mathematik*.

(²) *Math. Annalen*, t. VI.

de la *coïncidence principale* (*Hauptcoincidenz*), c'est-à-dire de la figure $f(x, u) = 0$, $u = 0$.

Les recherches sur la coïncidence principale des connexes dans l'espace peuvent servir de base à l'étude des équations aux dérivées partielles du quatrième ordre. Les formes à une série de coordonnées de points et une série de coordonnées de lignes conduisent aux équations aux différentielles totales.

Kantor (*S.*). — Sur la géométrie des groupes de points sur le cercle (323-330).

Lie (*S.*). — Contributions à la théorie des surfaces minima. — I. Recherches projectives sur les surfaces minima algébriques. (331-416).

Voir *Bulletin*, III_2, 186 et 189.

Klein (*F.*). — Sur l'abaissement des équations modulaires. (417-427).

Klein (*F.*). — Sur la transformation du septième ordre des fonctions elliptiques. (428-471).

Voir *Bulletin*, III_2, 408.

Burmester (*L.*). — Sur la fixation de systèmes plans variables projectivement. (472-497).

Dans ce Mémoire, l'auteur établit les conditions pour qu'un système plan variable, dont les phases sont des systèmes doués de l'affinité collinéaire ou semblables, ait sa mobilité restreinte ou annulee. Les résultats et les moyens de determiner ces conditions sont exprimés par ce théorème fondamental :

« Si trois points d'un système plan collinéairement variable sont fixes, toutes les trajectoires des points mobiles du système sont des courbes correspondantes dans un système plan collinéaire et qui ont les trois points fixes pour points correspondants à eux-mêmes. »

L'auteur résout ensuite linéairement, dans l'ordre génétique, les problèmes suivants : « Fixer, sous des conditions suffisantes données, un système collinéairement variable, ou semblablement variable par affinité, ou semblablement variable. » Il démontre par là en même temps les propositions suivantes : « Un système plan, collinéairement variable, est en général immobile, 1° lorsque trois points du système sont fixes et que deux points sont assujettis à rester sur deux droites fixes; 2° lorsque deux points sont fixes et que quatre points sont assujettis à rester sur quatre droites fixes; 3° lorsqu'un point est fixe et que six points sont assujettis à rester sur six droites fixes; 4° lorsque huit points sont assujettis à rester sur huit droites. »

Outre les relations dualistiques fixes, l'auteur étudie les cas spéciaux les plus divers pour les positions particulières des droites et des points, ainsi que pour le système variant par affinité ou variant par similitude. Pour le système variable par affinite, le problème suivant est resolu par construction :

« Six points d'un système-plan variable par affinité étant donnés, on demande de déterminer une phase de ce système dont les points homologues se trouvent respectivement sur six droites données. »

Pour terminer ce Mémoire, l'auteur résout ce problème plus spécial, proposé par Newton : « Étant donnés quatre points d'un système plan semblablement variable, déterminer une phase de ce système dont les points homologues soient respectivement situés sur quatre droites données. »

Du Bois-Reymond (*P.*). — Sur l'intégration et la différentiation des relations infinitaires. (498-506).

Voir la remarque précédente, relative à l'article de M. Stolz.

König (*J.*). — Démonstration du théorème de multiplication des déterminants. (507-509).

Lommel (*E.*). — Sur la théorie des fonctions de Bessel. (510-536).

I. Sur les équations différentielles linéaires du second ordre, qui s'intègrent par les fonctions de Bessel. — II. Sur les intégrales contenant des produits de deux fonctions de Bessel.

Dans la première Partie du Mémoire, l'auteur démontre ce théorème : « L'équation différentielle linéaire du second ordre

$$\frac{d^2 y}{dz^2} - \frac{\varphi'}{\varphi}\frac{dy}{dz} + \left[\frac{1}{4}\left(\frac{\varphi'}{\varphi}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{d}{dz}\frac{\varphi'}{\varphi} - \frac{1}{4}\left(\frac{\psi''}{\psi'}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{d}{dz}\frac{\psi''}{\psi'} + \left(\psi^2 - \frac{4\nu^2-1}{4}\right)\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2\right] y = 0,$$

où φ et ψ désignent des fonctions de z tout à fait arbitraires, est complètement vérifiée par l'intégrale

$$y = \sqrt{\frac{\varphi\psi}{\psi'}}\,[\mathrm{A}\mathrm{J}^{\nu}(\psi) + \mathrm{B}\mathrm{J}^{-\nu}(\psi)]. \text{ »}$$

De ce théorème, on déduit une suite de théorèmes particuliers, par exemple lorsqu'on suppose φ constant. Ce même théorème sert aussi à établir une formule d'une grande généralité, au moyen de laquelle on peut développer l'intégrale du produit de deux fonctions de Bessel.

Gierster (*J.*). — Note sur les équations modulaires dans les transformations composées. (537-544).

Dans son Mémoire *Sur la transformation des fonctions elliptiques* (¹), M. F. Klein a établi quelles sont, parmi toutes les équations de transformation entre les invariants J, J' qui correspondent à des degrés de transformation égaux à des nombres premiers, toutes celles qui sont du genre $p = 0$. En se fondant sur les méthodes employées dans ces recherches, M. Gierster détermine, parmi les transformations de degré composé, toutes celles pour lesquelles le genre est $p = 0$, et donne pour ces transformations les équations complètement calculées, savoir, pour les degrés $n = 4, 6, 8, 9, 10, 12, 16, 18, 25$.

(¹) *Math. Ann.*, t. XIV. Voir *Bulletin*, III, 419, octobre 1879.

Thaer (*A.*). — Sur la possibilité de décomposer une ligne plane du troisième ordre en trois lignes droites. (545-556).

Les conditions nécessaires et suffisantes pour la décomposition d'une ligne plane du troisième ordre $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ en trois droites sont

$$\begin{aligned} \mathrm{T}f(y_1, y_2, y_3) - \mathrm{S}\Delta(y_1, y_2, y_3) &= 0, \\ \mathrm{S}f^2(y_1, y_2, y_3) - 6\Delta^2(y_1, y_2, y_3) &= 0, \\ 3\varphi(y_1, y_2, y_3) f(y_1, y_2, y_3) - \Delta^3(y_1, y_2, y_3) &= 0, \end{aligned}$$

y désignant un point quelconque n'appartenant pas à la courbe.

Braunmühl (*A. v.*). — Sur les enveloppes des lignes géodésiques. (557-566).

Jacobi, dans ses *Vorlesungen über Dynamik* (p. 46), a le premier fait remarquer que les lignes géodésiques partant d'un même point peuvent avoir une enveloppe, et qu'aux points de contact avec cette enveloppe la ligne géodésique perd sa propriété d'être la ligne la plus courte, parce qu'en ces points la variation seconde s'évanouit; il indique en même temps que, sur les surfaces de courbure négative, il n'existe généralement aucune enveloppe. L'auteur du présent Mémoire examine d'abord comment les enveloppes peuvent exister sur une surface de révolution, et, en particulier, sur une surface de révolution du second degré, en considérant l'équation des lignes géodésiques sous la forme

$$\varphi = \nu \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r} \sqrt{\frac{1 + f'^2}{r^2 - \nu^2}},$$

$y = f(r)$ étant l'équation de la courbe méridienne, φ l'angle de rotation du plan méridien, r_0 le rayon du cercle parallèle auquel commence la ligne géodésique, et ν le rayon d'un cercle parallèle tangent à cette ligne dans son parcours. La quantité r est le paramètre du système de lignes géodésiques partant du point (r_0, $\varphi = 0$), et l'enveloppe de ce système s'obtient au moyen de l'équation

$$\mathrm{J} = \int_{r_0}^{r} \frac{r\,dr\sqrt{1 + f'^2}}{\sqrt{(r^2 - \nu^2)^3}}.$$

Les valeurs réelles de r tirées de cette équation déterminent, conjointement avec la première, un point de l'enveloppe.

L'auteur discute d'abord les solutions sur l'ellipsoïde allongé et sur l'ellipsoïde aplati, et détermine ensuite la forme et la position de la courbe sur l'hyperboloïde à deux nappes, sur le cône et sur l'hyperboloïde à une nappe, à l'aide d'une déformation de la surface. Sur les hyperboloïdes, il ne se produit d'enveloppes qu'après que la courbe a passé par un point infiniment éloigné, de telle sorte que, dans le sens qu'y attache Jacobi, il n'existe pas d'enveloppe dans la partie de la ligne géodésique située à distance finie.

L'auteur étudie le paraboloïde, en le faisant résulter de l'ellipsoïde allongé; l'enveloppe se change alors dans le cercle parallèle à l'infini.

Neumann (*F.*). — Sur une nouvelle propriété des $\mathrm{Y}^{(n)}$ de Laplace, et son application à la représentation analytique des phénomènes qui sont fonctions de la longitude et de la latitude géographiques. (567-576).

Cet article a été publié la première fois en 1838, dans les *Astronomische Nachrichten*, de Schumacher. L'auteur y indique la méthode qu'il faut suivre pour qu'une fonction dont on a obtenu par l'observation certaines valeurs pour des valeurs déterminées de la longitude et de la latitude puisse être représentée par une série procédant suivant les fonctions $Y^{(n)}$. En terminant, l'auteur montre comment la représentation, contenue dans sa méthode, d'une fonction d'une seule variable au moyen des fonctions sphériques conduit immédiatement à la formule donnée par Gauss pour le calcul approximatif d'une intégrale (¹).

Ax. H.

SITZUNGSBERICHTE DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN ZU WIEN. — Mathematisch-naturwissenschaftliche Classe (²).

Tome LXXVI; juin-décembre 1877.

Finger (*J.*). — Sur l'influence de la rotation de la Terre sur les mouvements progressifs parallèlement à la surface sphéroïdale de la Terre suivant des trajectoires quelconques, en particulier sur les courants des rivières et sur les vents. (67-103).

Hornstein (*C.*). — Sur la dépendance probable du vent et des périodes des taches solaires. (104-116, 1 pl.).

Pelz (*K.*). — Sur une nouvelle démonstration du théorème fondamental de Pohlke. (123-138, 1 pl.).

L'énoncé de ce théorème est le suivant :

« Trois droites de longueurs quelconques, menées dans un plan par un même point et faisant entre elles des angles quelconques, forment une projection parallèle de trois segments égaux pris sur trois axes rectangulaires à partir de l'origine, à la condition qu'une seule des longueurs ou un seul des angles puisse s'annuler. »

Igel (*B.*). — Théorèmes et démonstrations sur la théorie des résultantes. (145-168).

Winckler (*Ant.*). — Sur une relation correspondante aux équations différentielles linéaires du second ordre. (173-178).

(¹) *Comm. Soc. Reg. Göt. recent.*, t. III.

(²) Voir *Bulletin*, II_2, 228.

Jacobi a établi (*Mathem. Werke*, t. II, p. 13) que les propriétés des fonction Θ, qui servent de numérateurs et de dénominateurs dans les expressions des fonctions elliptiques, peuvent se déduire immédiatement de l'équation aux dérivées partielles

$$-4q\frac{\partial\Theta}{\partial q}=\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2},$$

à laquelle elles satisfont. On peut se demander s'il n'existe pas des transcendantes plus compliquées dont l'étude puisse se ramener pareillement à celle d'une équation aux dérivées partielles simple. M. Winckler détermine, pour l'intégrale de l'équation différentielle linéaire générale du second ordre, l'équation aux dérivées partielles correspondante.

Loschmidt (*J.*). — Sur l'état d'équilibre thermique d'un système de corps, en ayant égard à la pesanteur. (209-225).

Puluj (*J.*). — Un radiomètre. (226-230, 1 pl.).

Gruss (*G.*). — Sur l'orbite de la planète Loreley (165). (263-274).

Schuhmeister (*J.*). — Expériences sur la conductibilité pour la chaleur du coton, de la laine et de la soie. (283-302).

Seewald (*Ed.*). — Calcul simple des arcs d'ellipse. (365-372).

Boltzmann (*L.*). — Sur la relation entre le second théorème fondamental de la Théorie mécanique de la chaleur et le Calcul des probabilités, ainsi que les théorèmes sur l'équilibre de la chaleur. (373-435).

I. Le nombre des forces vives est un nombre discret. — II. Les forces vives se transforment continuellement les unes dans les autres. — III. Considération des molécules gazeuses polyatomiques et des forces extérieures. — IV. Sur les conditions du maximum du produit, dégagé d'exposants de puissances, de toutes les valeurs de la fonction determinant la distribution dans l'état actuel. — V. Relation de l'entropie avec la quantité que l'auteur a designée par *probabilité de la distribution*.

Ciamician (*G.*). — Sur les spectres des éléments chimiques et de leurs combinaisons. (499-517, 3 pl.).

Exner (*K.*). — Sur les anneaux de Fraunhofer, les bandes de Quetelet et les phénomènes qui s'y rattachent. (522-550, 2 pl.).

Pfaundler (*L.*). — Sur le nombre absolu minimum d'impulsions sonores nécessaire pour la production d'un son. (561-572).

Handmann (*R.*), S. J. — Rapport sur le moteur électromagnétique d'Egger. (573-634, 1 pl.).

Schell (*A.*). — Le baromètre anéroïde absolu. (635-669, 2 pl.).

Hann (*J.*). — Sur la température de Vienne, d'après cent années d'observations. (685-736).

Hočevar (*Fr.*). — Sur une équation aux différentielles partielles du premier ordre. (748-846).

Il s'agit de l'équation

$$[b + b_1 x + b_2 y + b_3 z - x(a + a_1 x + a_2 y + a_3 z)] \frac{\partial z}{\partial x}$$
$$+ [c + c_1 x + c_2 y + c_3 z - y(a + a_1 x + a_2 y + a_3 z)] \frac{\partial z}{\partial y}$$
$$= e + e_1 x + e_2 y + e_3 z - z(a + a_1 x + a_2 y + a_3 z),$$

que l'on peut considérer comme une généralisation de l'équation de Jacobi. En posant

$$x = \frac{u}{t}, \quad y = \frac{v}{t}, \quad z = \frac{w}{t},$$

l'intégration de cette équation se ramène à celle du système d'équations simultanées

$$\frac{dt}{at + a_1 u + a_2 v + a_3 w} = \frac{du}{bt + b_1 u + \ldots} = \frac{dv}{ct + \ldots} = \frac{dw}{et + \ldots}.$$

Kantor (*S.*). — I. Sur la dépendance de n droites quelconques dans le plan. (753-757). — II. Sur les propriétés du triangle et sur deux théorèmes de Steiner qui s'y rattachent. (758-767). — III. Sur une extension de théorèmes connus sur le triangle aux polygones complets quelconques de n sommets inscrits à une conique. (768-773). — IV. Sur le tétragone et le quadrilatère inscrits au cercle, et sur le quadrilatère complet en général. (774-792).

Lang (*V. v.*). — Grandeur et position des axes d'élasticité dans le gypse. (793-811).

Boltzmann (*L.*). — Sur quelques problèmes de la théorie de la réaction élastique et sur une nouvelle méthode pour observer les oscillations au moyen d'une lecture dans un miroir, sans charger le corps oscillant d'un miroir de masse sensible. (815-842).

I. Sur la théorie de la reaction élastique. — II. Sur la méthode de lecture par reflexion dans de très petits miroirs.

Zelbr (*K.*). — Sur l'orbite de la planète (162) Laurentia. (843-851).

Pfaundler (*L.*). — Sur l'application du principe de Doppler au mouvement de translation des molécules de gaz lumineuses. (852-858).

Weyr (*Ed.*). — Détermination des surfaces dont des portions quelconques sont projetées de deux points fixes par des cônes dont les ouvertures sont dans des rapports donnés. (859-864).

Hann (*J.*). — Sur la pression atmosphérique à Vienne, avec un Appendice sur la température à Vienne. (895-926).

Streintz (*H.*) et *Streintz* (*Fr.*). — Les contre-courants électriques des tiges de fer magnétisées transversalement. (946-962).

Tome LXXVII; janvier-mai 1878.

Mach (*E.*), *Tumlirz* (*O.*) et *Kögler* (*C.*). — Sur la vitesse de propagation des ondes des étincelles. (7-34).

Wenzel (*Ed.*). — Détermination de l'orbite de la comète II de l'année 1874. (93-108).

Ettingshausen (*A. v.*). — Sur les expériences électrodynamiques fondamentales d'Ampère. (109-134, 1 pl.).

Drasch (*H.*). — Construction des tangentes à la ligne de contact d'une surface de révolution avec la développable circonscrite menée par un de ses points. (174-182, 1 pl.).

Haberditzl (*A.*). — Sur le ton variable observé par Dvořák. (204-206).

Pelz (*C.*). — Compléments ou méthode générale pour déterminer les foyers des contours des surfaces du second degré. (259-288, 1 pl.).

Suite d'un Mémoire publié par l'auteur au Tome LXXV des *Sitzungsberichte*.

Mach (*E.*). — Nouvelles expériences pour la vérification de la théorie de Doppler sur la variation de ton et de couleur produite par le mouvement. (293-310).

Liznar (*J.*). — Sur la déclinaison et l'inclinaison magnétiques à Vienne, de 1852 à 1871. (311-333).

Stefan (*J.*). — Sur la diffusion de l'acide carbonique à travers l'eau et l'alcool. (371-409).

Streintz (*Fr.*). — Sur la force électromotrice des métaux dans les solutions aqueuses de leurs sulfates, nitrates et chlorures. (410-420).

Gruss (*G.*) et *Biermann* (*O.*). — Sur la détermination des résistances de conductibilité par la méthode électrostatique. (463-470).

Puschl (*C.*). — Principes de la théorie actinique de la chaleur. (471-500).

Kostlivy (*St.*). — Marche diurne et annuelle de la température à Port-Saïd et à Suez. (533-568).

Kostlivy (*St.*). — Moyennes normales de cinq jours, en degrés Réaumur, pour vingt-quatre stations, rapportées à la période des vingt années 1848-1867. (569-580, 3 pl.).

Sterneck (*R. v.*). — Sur les propriétés spéciales de certains instruments astronomiques. (581-591).

Haberditzl (*A.*). — Sur la rotation acoustique continue et ses relations avec le principe des aires. (641-646).

Strasser (*P.-G.*). — Sur la température moyenne de Kremsmünster. (703-728).

Wächter (*Fr.*). — Sur le volume relatif des atomes. (729-745).

Bečka (*G.*). — Sur l'orbite de la comète II de l'année 1873. (751-761).

Igel (*B.*). — Sur les invariants simultanés dont se compose la résultante de trois formes quadratiques ternaires. (783-804).

« Depuis la découverte de Sylvester, on sait que la résultante de trois formes quadratiques ternaires se compose comme il suit :

$$(1) \qquad 12R = 16C_{12} - C_6^2,$$

C_{12} et C_6 étant des combinants, l'un du douzième, l'autre du sixième degré.

» Cayley et Hermite ont fait connaître la formation de ces combinants (*Journal de Borchardt*, t. 57, p. 139 et 371). Pour C_6, ils parviennent, par des voies différentes, au même invariant, et pour C_{12} à des invariants différents. Tous deux se servent du même mode de démonstration, reposant sur ce principe que tout invariant d'un système simultané de trois formes quadratiques doit se changer en une forme cubique ternaire de même nature, si l'on veut que les trois formes soient les dérivées de celle-là. Maintenant, d'après Aronhold, le discriminant d'une forme cubique étant formé au moyen de ses invariants fondamentaux d'après la formule

$$(2) \qquad \Delta = T^2 - 64 S^3,$$

il ne s'agit plus, en vertu du principe que nous venons de rappeler, que de faire voir que (1) se change en (2), si l'on introduit à la place des trois formes les dérivées d'une forme cubique. Cayley démontre qu'il en est ainsi, en prenant le cas particulier des formes

$$f_1 = x_1^2 + 2lx_2x_3,$$
$$f_2 = x_2^2 + 2lx_1x_3,$$
$$f_3 = x_3^2 + 2lx_1x_2,$$

calculant pour ces formes les invariants C_{12} et C_6, et arrivant de cette manière à la relation (1). Mais Cayley, non plus qu'Hermite, n'ayant pas suffisamment mis en lumière la véritable nature et l'etroite liaison de leurs formations d'invariants avec les cas analogues de la théorie des formes cubiques ternaires, et justifiant leurs lois de formation par la simple démonstration de la formule (1), il m'a semble préférable de suivre la marche inverse et de demontrer l'exactitude des formations d'invariants en partant de leur dépendance avec les formations analogues dans la théorie des formes cubiques ternaires, pour en déduire ensuite la relation (1). »

Margules (*Max.*). — Sur la théorie et l'application des rotations électromagnétiques. (805-818).

Mach (*E.*). — Sur la marche des ondes d'étincelles dans le plan et dans l'espace. (819-838).

Ciamician (*G.*). — Sur l'influence de la pression et de la température sur les spectres des vapeurs et des gaz. (839-841).

Tome LXXVIII; juin-décembre 1878.

Boltzmann (*L.*). — Nouvelles remarques sur certains problèmes de la Théorie mécanique de la chaleur. (7-46).

I. Sur la relation entre le deuxième théorème fondamental et les théorèmes sur la probabilité de la distribution de la force vive. — II. Sur l'équilibre de la chaleur dans un gaz pesant.

Hočevar (*Fr.*). — Sur l'intégration d'un système d'équations simultanées. (47-58).

« Lorsqu'on veut généraliser, en augmentant le nombre des variables indépendantes, les résultats obtenus par l'intégration d'une équation aux différentielles ordinaires du premier ordre, on parvient soit à une équation aux différentielles totales, soit à une équation linéaire aux différentielles partielles du premier ordre, ces deux sortes d'équations contenant l'équation primitive comme cas particulier. Ainsi l'équation intégrée par Jacobi au Tome 24 du *Journal de Crelle* a été changée par Hesse, au Tome 25 du même Journal, en une équation aux différentielles partielles, et par Radau, au Tome LXVI des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, en une équation aux différentielles totales.

» Le présent travail part de l'équation qui a été intégrée par Minding en 1863, dans les *Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, et qui diffère de celle de Jacobi en ce que, au lieu de fonctions linéaires des variables, elle contient des fonctions homogènes de deux degrés différents. Cette équation différentielle a été changée en une équation linéaire aux différentielles partielles du premier ordre dans la supposition que l'un des deux degrés des fonctions homogènes est égal à l'unité, l'autre restant quelconque. »

Ditscheiner (*L.*). — Sur le mouvement de l'électricité dans l'espace et sur les anneaux de Nobili. (93-112).

Přibram (*R.*) et *Handl* (*Al.*). — Sur la viscosité spécifique des fluides, et ses rapports avec la constitution chimique. (113-164, 3 pl.).

Kantor (*S.*). — Sur le pentagramme complet. (165-172). — Sur le tétragone complet en général et le tétragone complet inscrit au cercle (suite). (173-192). — Sur une espèce de droites et de points remarquables dans les polygones complets de n sommets inscrits au cercle. (193-203). — La géométrie des tangentes dans l'hypocycloïde de Steiner. (204-233).

Gruss (*G.*). — Détermination de l'orbite de la comète V, 1874. (266-278).

Puluj (*J.*). — Sur le frottement des vapeurs. (279-311, 1 pl.).

Kunerth (*Ad.*). — Méthode pratique pour la résolution numérique des équations indéterminées du second degré en nombres rationnels. (327-337). — Résolution numérique des congruences du second degré pour chaque module simple. (338-346).

Exner (*Fr.*). — Sur la nature de la polarisation galvanique. (347-395).

Weyr (*Em.*). — Représentation sur une conique d'une courbe gauche du quatrième ordre, douée d'un point cuspidal. (396-398).

Mach (*E.*) et *Gruss* (*G.*). — Étude optique des ondes d'étincelles. (467-480).

Klemenčič (*I.*). — Observations sur la réaction élastique dans le verre. (481-499, 1 pl.).

Mach (*E.*) et *Weltrubský* (*J. v.*). — Sur les formes des ondes d'étincelles. (551-560).

Exner (*Fr.*) et *Goldschmiedt* (*G.*). — Influence de la température sur la conductibilité galvanique des fluides. (575-585, 4 pl.).

Lecher (*E.*). — Détermination expérimentale de la chaleur de combinaison de l'acide carbonique et de l'ammoniaque dans le carbaminate d'ammoniaque. (711-728).

Mach (*E.*) et *Doubrava* (*S.*). — Sur le passage violent de l'électricité à travers le verre. (729-732).

Boltzmann (*L.*). — Sur la relation des phénomènes de diffusion avec le second théorème fondamental de la Théorie mécanique de la chaleur. (733-763).

Gegenbauer (*L.*). — Sur la théorie des quadratures mécaniques. (768-778).

$F(x)$ etant une fonction développable suivant les puissances entières et positives de x, on se propose de calculer approximativement la valeur de l'intégrale

$$\int_a^b \chi(x)\,F(x)\,dx,$$

au moyen des valeurs que la fonction $F(x)$ prend pour les n valeurs de l'argument $x = x_1, x_2, \ldots, x_n$. Les r quantités $x_1, x_2, \ldots, x_r$ sont données; les autres $x_{r+1}, x_{r+2}, \ldots, x_n$ doivent être déterminées de manière que l'erreur commise en faisant usage de la formule d'approximation obtenue s'annule pour des fonctions $F(x)$ du degré le plus elevé possible. Tel est le problème traité dans cette Note.

Margules (*Max.*). — Remarque sur les formules fondamentales d'électrodynamique de Stefan. (779-788).

Kantor (*S.*). — Sur la dépendance de n droites quelconques dans le plan. I (suite). (789-796). — Sur le pentagramme complet et certaines séries de courbes qui s'y rapportent. II (suite). (797-825).

Ciamician (*G.*). — Sur l'influence de la densité et de la température sur les spectres des vapeurs et des gaz. (867-890, 5 pl.).

Weyr (*Em.*). — Représentation sur une conique d'une courbe gauche de quatrième ordre avec un point double. (891-895).

Kantor (*S.*). — Formules métriques relatives au faisceau de coniques à quatre points fondamentaux réels. (905-915).

Holetschek (*J.*). — Détermination de l'orbite de la comète VI de l'année 1874. (916-934).

Klemenčič (*I.*). — Contribution à la connaissance du frottement intérieur dans le fer. (935-942).

Stefan (*J.*). — Sur la diffusion des fluides. (957-975).

Zelbr (*K.*). — Détermination de l'orbite de la comète III de l'année 1877. (976-984).

Lang (*V. v.*). — Nouvelles observations sur les colonnes d'air résonnantes. (988-999, 1 pl.).

Kühnert (*Fr.*). — Sur l'orbite de la planète (153) Hilda. (1013-1042).

Peschka (*G.*). — Démonstration élémentaire du théorème fondamental de l'axonométrie de Pohlke. (1043-1055, 1 pl.).

COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES (¹).

Tome XCI; 1880, 2e semestre.

N° 1; 5 juillet.

Lœwy. — Étude de la variation de la ligne de visée, faite au grand cercle méridien de l'Observatoire de Paris, construit par M. Eichens, au moyen d'un nouvel appareil. (6).

(¹) Voir *Bulletin*, IV$_2$, 89.

Janssen. — Sur la photographie de la chromosphère. (12).

Villarceau (*Y.*). — Sur l'intégration des équations linéaires au moyen des sinus des ordres supérieurs. (13).

Jamin. — Sur les conséquences de l'expérience de MM. Lontin et de Fonvielle. (14).

Chevreul. — Sur la vision des couleurs. (16).

Le Clerc et *de Bernardières.* — Détermination de la différence de longitude entre Paris et Bonn. (36).

Escary. — Sur quelques remarques relatives à l'équation de Lamé. (40).

Turquan (*L.*). — Intégration d'un nombre quelconque d'équations simultanées entre un même nombre de fonctions de deux variables indépendantes et leurs dérivées partielles du premier ordre. (43).

Thalén (*R.*). — Sur les raies brillantes spectrales du métal scandium. (45).

Trouvé (*G.*). — Perfectionnements apportés aux bobines du genre Siemens. (48).

N° 2; 12 juillet.

Tisserand et *Bigourdan.* — Observations de la comète *b* 1880 (Schæberle), faites à l'Observatoire de Paris. Éléments de la comète *b* 1880; par M. Bigourdan. (71).

Faye. — Sur le pendule. (75).

Pepin (le P.). — Nouveaux théorèmes sur l'équation $ax^4+by^4=z^2$. (100).

Ces théorèmes ont pour objet des cas fort étendus, où l'équation précédente est impossible en nombres entiers, tandis que l'équation quadratique correspondante admet une infinité de solutions. Chacun d'eux comprend une série indéfinie d'équations de la forme indiquée, ayant un coefficient commun, et dont l'autre coefficient est successivement égalé à tous les nombres premiers renfermés dans une même forme quadratique.

Escary. — Sur quelques remarques relatives à l'équation de Lamé. (102).

Govi (*G.*). — Nouvelle méthode pour déterminer la longueur du pendule simple. (105).

Viry (*C.*). — Méthode synthétique rapide pour établir les formules fondamentales relatives aux changements d'état. (106).

Crookes. — Sur la constitution de la matière et l'état ultra-gazeux. (108).

Laurent (*L.*). — Sur les lampes monochromatiques. (112).

Ader. — Effets téléphoniques résultant du choc des corps magnétiques. (115).

N° 3; 19 juillet.

Bigourdan (*G.*). — Éphéméride de la comète *b* 1880 (Schæberle). (153).

Dedekind (*R.*). — Réponse à une remarque de M. Sylvester, concernant les Leçons sur la théorie des nombres de Dirichlet. (154).

Tacchini. — Sur la cause des spectres fugitifs observés par M. Trouvelot sur le limbe solaire. (156).

Mascart. — Sur l'électricité atmosphérique. (158).

Joubert (*J.*). — Sur les courants alternatifs et la forme électromotrice de l'arc électrique. (161).

Wite (*A.*). — Sur un nouveau thermomètre à air. (164).

N° 4; 26 juillet.

Villarceau (*Y.*). — Note sur la théorie des sinus des ordres supérieurs. (195).

Farkas (*J.*). — Sur la théorie des sinus des ordres supérieurs. (209).

Appell. — Sur la transformation des équations différentielles linéaires. (211).

Si $\frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + a_n y = 0$ est une équation différentielle linéaire dont

$y_1, y_2, \ldots, y_n$ constituent un système fondamental d'intégrales, on peut former l'équation différentielle linéaire qui admet pour intégrale la fonction z, définie par l'équation

$$z = f\left(y_1, \frac{dy_1}{dx}, \ldots, \frac{d^{m_1} y_1}{dx^{m_1}}, y_2, \frac{dy_2}{dx}, \ldots, \frac{d^{m_2} y_2}{dx^{m_2}}, \ldots, y_n, \frac{dy_n}{dx}, \ldots, \frac{d^{m_n} y_n}{dx^{m_n}}\right),$$

où f est une fonction algébrique entière des fonctions $y_1, y_2, \ldots, y_n$ et de leurs dérivées ayant pour coefficients des fonctions données de x. M. Appell applique à quelques cas simples cette transformation.

Picard (*E.*). — Sur une propriété des fonctions et des courbes algébriques. (214).

Existe-t-il d'autres courbes algébriques que celles du genre 0 ou 1, dont les coordonnées soient susceptibles de s'exprimer par des fonctions uniformes d'un paramètre à discontinuités exclusivement polaires? Telle est la question que se pose l'auteur : il démontre que la réponse est négative dans le cas des courbes hyperelliptiques.

Lodin. — Sur les causes d'altération intérieure des chaudières à vapeur. (217).

Martin (*A.*). — Sur une méthode d'autocollimation directe des objectifs et son application à la mesure des indices de réfraction des verres qui les composent. (219).

Martin (*A.*). — Sur l'emploi du sphéromètre. (221).

Lemström (*S.*). — Sur les causes du magnétisme terrestre. (223).

Gérard-Lescuyer. — Sur un paradoxe électrodynamique. (226).

N° 5; 2 août.

Farkas (*J.*). — Sur la théorie des sinus des ordres supérieurs. (278).

Hautefeuille et *Chappuis* (*J.*). — Recherches sur l'effluve électrique. (281).

Arsonval (*A. d'*). — Recherches sur les piles. (284).

Dufet (*H.*). — Sur les propriétés optiques des mélanges de sels isomorphes. (286).

N° 6; 9 août.

Tacchini (*P.*). — Résultats des observations de taches et facules solaires pendant les deux premiers trimestres de 1880. (316).

Brioschi. — Sur une classe d'équations linéaires du second ordre. (317).

Cette classe d'équations contient, entre autres, l'équation de Lamé, celles de M. Hermite et de M. Gyldén, celles enfin étudiées par l'auteur dans deux articles publies dans les *Annali di Matematica* (t. IX, X).

On les obtient comme il suit :

$$y'' + py' + qy = 0$$

étant une équation différentielle linéaire, dont y_1, y_2 sont deux solutions particulières, si l'on pose $y_1 y_2 = z$, on a

$$y_1 = \sqrt{z}\, e^{\frac{1}{2}CZ(x)}, \quad y_2 = \sqrt{z}\, e^{-\frac{1}{2}CZ(x)},$$

où C est une constante et où

$$Z(x) = \int \frac{e^{-\int p\,dx}}{z}\,dx.$$

Soit maintenant $\varphi(x) = 4x^3 - g_2 x - g_3$ et e une racine quelconque de l'équation $\varphi(x) = 0$, on fera

$$p = \frac{1}{2}\left(\frac{\varphi'}{\varphi} + \frac{\rho}{x-e}\right), \quad q = \frac{\alpha x + \beta}{\varphi},$$

ρ, α et β désignant trois indéterminées.

Righi. — Expériences sur la décharge dans les gaz raréfiés. (319).

Neyreneuf. — Sur quelques propriétés des flammes. (321).

N° 7; 16 août.

Appell. — Sur quelques formules relatives aux fonctions hypergéométriques de deux variables. (364).

Suite des Communications insérées dans les *Comptes rendut* (t. XC, p. 296, 731, 977). L'auteur donne une suite de formules analogues à celles que Gauss (*Werke*, III Bd, p. 28, 220, ...) a donnees pour les fonctions hypergéométriques d'une seule variable.

Pepin (le P.). — Sur quelques tentatives de démonstration du théorème de Fermat. (366).

Cette Note est relative à la Communication du 14 juin 1880; elle rappelle le jugement porté il y a longtemps par Libri (*Journal de Crelle*, t. 9), sur les démonstrations ayant la même base que celle qui fait l'objet de cette Communication.

Thollon (*L.*). — Observation faite sur un groupe de raies dans le spectre solaire. (368).

Crafts (*J.*). — Sur la cause des variations des points fixes dans les thermomètres. (370).

N° 8; 23 août.

Mouchez. — Observations méridiennes des petites planètes, faites à l'Observatoire de Greenwich (transmises par l'Astronome Royal, M. Airy) et à l'Observatoire de Paris pendant le deuxième trimestre de l'année 1880. (402).

Quet. — Le Soleil induirait sensiblement la Terre, alors même que son pouvoir magnétique serait simplement égal à celui de notre globe. Induction de la Lune par la Terre et variation diurne lunaire des boussoles terrestres. (409).

Picard (*P.*). — Note relative au mouvement alternatif d'une machine magnéto-électrique actionnée par le courant d'une machine dynamo-électrique. (411).

Crafts (*J.*). — Sur les variations du coefficient de dilatation du verre. (413).

N° 9; 30 août.

Amagat (*E.*). — Sur la dilatation et la compressibilité des gaz sous de fortes pressions (428).

Thollon (*L.*). — Observation d'une protubérance solaire le 30 août 1880. (432).

N° 10; 6 septembre.

Stephan. — Planète (217), découverte par M. Coggia, à l'Observatoire de Marseille, le 30 août 1880. (459).

Tacchini (*P.*). — Observations des protubérances, des facules et des taches solaires pendant le premier semestre de l'année 1880 (466).

Joubert (*J.*). — Sur la loi des machines magnéto-électriques. (468).

Pernet (*J.*). — Sur les variations des points fixes dans le thermomètre à mercure et sur le moyen d'en tenir compte dans l'évaluation des températures.

N° 11; 13 septembre.

Bigourdan (*G.*). — Observations de la comète Faye et de la comète *b* 1880 (Schæberle), faites à l'Observatoire de Paris. (483).

Cruls (*L.*). — Sur le mouvement orbital probable de quelques systèmes binaires du ciel austral. (485).

Cruls (*L.*). — Recherches spectroscopiques sur quelques étoiles non encore étudiées. (486).

Thollon (*L.*). — Sur quelques phénomènes solaires observés à Nice. (487).

Joubert (*J.*). — Sur la loi des machines électromagnétiques. (503).

N° 12; 20 septembre.

Bigourdan. — Observations de la nouvelle planète Coggia (217), faites à l'Observatoire de Paris. (516).

Govi (*G.*). — Sur une nouvelle expérience destinée à montrer le sens de la rotation imprimée par les corps à la lumière polarisée. (517).

Thollon (*L.*). — Étude sur les raies telluriques du spectre solaire. (520).

N° 13; 27 septembre.

Perrier (*L.*). — Manomètre à tension de vapeur pour analyser les liquides et mesurer les pressions. (538).

Gilbert (*Ph.*). — Sur une propriété de la fonction de Poisson et sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre. (541).

Soient $x_1, x_2, \ldots, x_n, p_1, p_2, \ldots, p_n$, $2n$ variables quelconques entre lesquelles existent m équations

$$F_1 = 0, \quad F_2 = 0, \quad \ldots, \quad F_m = 0,$$

d'où l'on tire les valeurs de m quantités $p_1, p_2, \ldots, p_m$ en fonction des autres, sous la forme

$$p_1 = \lambda_1(x_1, x_2, \ldots, x_n, p_{m+1}, \ldots, p_n),$$
$$p_2 = \lambda_2, \quad \ldots, \quad p_m = \lambda_m.$$

Désignons par Δ le déterminant fonctionnel

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial p_1} & \frac{\partial F_2}{\partial p_1} & \cdots & \frac{\partial F_m}{\partial p_1} \\ \frac{\partial F_1}{\partial p_2} & \frac{\partial F_2}{\partial p_2} & \cdots & \frac{\partial F_m}{\partial p_2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial F_1}{\partial p_m} & \frac{\partial F_2}{\partial p_m} & \cdots & \frac{\partial F_m}{\partial p_m} \end{vmatrix},$$

et par Δ_{ik}^{rs} le mineur de ce déterminant résultant de la suppression des colonnes de rang r et s et des lignes de rang i et k. On a, pour deux indices quelconques i et k pris dans la suite $1, 2, \ldots, m$, l'égalité

$$(p_i - \lambda_i, p_k - \lambda_k) = \frac{(-1)^{i+k}}{\Delta} \mathop{\mathrm{S}}_{r,s} \Delta_{ik}^{rs}(F_r, F_s),$$

où le symbole (φ, ψ) désigne la fonction de Poisson, formée avec deux fonctions φ, ψ des $2n$ variables, et $\mathop{\mathrm{S}}\limits_{r,s}$ une somme qui s'étend à toutes les combinaisons deux à deux des indices r, s pris dans la suite $1, 2, \ldots, m$.

Dans une Communication postérieure, M. Gilbert expose le parti qu'on peut tirer de cette égalité pour l'exposition de la méthode qu'a donnée Jacobi pour l'intégration d'une équation différentielle aux dérivées partielles du premier ordre.

Farkas. — Sur la théorie des sinus des ordres supérieurs. (545).

Govi. — Sur l'inventeur des lunettes binoculaires. (547).

J. T.

JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK, herausgegeben von C.-W. BORCHARDT.

Tome LXXXVII; 1879.

Boldt (*G.-G.*). — Mémoire sur les équations résolubles algébriquement. (1-25).

I. Des équations dont le degré μ est un nombre premier.

Après avoir démontré trois théorèmes sur les racines de ces équations, l'auteur fait voir que l'expression

$$s = \frac{1}{\mu^\mu}(x_0 + \alpha^{-1}x_1 + \alpha^{-2}x_2 + \ldots + \alpha^{-(\mu-1)}x_{\mu-1})^\mu,$$

où α est une racine quelconque de l'équation $\alpha^\mu - 1 = 0$ et $x_0, x_1, \ldots, x_{\mu-1}$ sont les racines de l'équation proposée, n'admet que $\mu - 1$ valeurs pour toutes les valeurs dont les radicaux sont susceptibles. Ces valeurs sont, par conséquent, racines d'une équation du degré $\mu - 1$ dont les coefficients sont des fonctions rationnelles des quantités qui entrent dans l'équation proposée. D'ailleurs, on voit aisément que chacune des $\mu - 1$ valeurs en question s'exprime rationnellement par une quelconque d'entre elles et que s est racine d'une équation abélienne dont le degré est $\mu - 1$ ou un diviseur de $\mu - 1$.

II. Des équations dont le degré est $\mu^i \mu_1^{i_1} \mu_2^{i_2} \ldots \mu_n^{i_n}$, les nombres $\mu, \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ étant premiers et différents entre eux.

III. Des équations dont le degré est μ^n, μ étant un nombre premier.

IV. Résumé simple : « Toutes les fois qu'une équation irréductible du degré μ^n est résoluble algébriquement, elle peut ou être décomposée en μ^p équations, chacune du degré μ^{n-p}, dont les coefficients sont respectivement des fonctions rationnelles d'une même racine d'une équation dont les coefficients sont des fonctions rationnelles des quantités données qui entrent dans l'équation proposée, ou, si cela n'a pas lieu, l'équation proposée peut être décomposée en μ équations, chacune du degré μ^{n-1}, dont les coefficients sont respectivement des fonctions rationnelles d'une même racine d'une équation du degré μ dont les coefficients sont des fonctions rationnelles d'une racine d'une équation du degré $\frac{\mu^n - 1}{\mu - 1}$, dont les coefficients sont des fonctions rationnelles des quantités données qui entrent dans l'équation proposée. Dans ce dernier cas, on peut représenter les racines sous la forme

$$a_0 + r_1^{\frac{1}{\mu}} + r_2^{\frac{1}{\mu}} + \ldots + r_{\mu^n-1}^{\frac{1}{\mu}},$$

où a_0 désigne une fonction rationnelle des quantités données qui entrent dans l'équation proposée, et où $r_1, r_2, \ldots, r_{\mu^n-1}$ sont racines d'une équation du degré $\mu^n - 1$ dont les coefficients sont des fonctions rationnelles des quantités données qui entrent dans l'équation proposée. »

Thomae (*J.*). — Sur les fonctions qui sont représentées par des séries de la forme

$$1+\frac{p}{1}\frac{p'}{q'}\frac{p''}{q''}+\frac{p}{1}\frac{p+1}{2}\frac{p'}{q'}\frac{p'+1}{q'+1}\frac{p''}{p''}\frac{p''+1}{q''+1}+\ldots.$$

(26-73).

La recherche de fonctions définies par des postulats quelconques analytiques tend à gagner des représentations explicites ou à développer les propriétés qu'on appelle *discontinuités* et *périodicité des fonctions*. Une telle recherche n'atteint un terme entièrement satisfaisant que quand elle réussit à établir un système de propriétés qui définissent complètement la fonction sans supposer qu'il soit possible de la représenter. C'est ce qui a eu lieu dans plusieurs cas avec un plein succès depuis la découverte de la methode de Cauchy, et, si une telle definition, par des discontinuités et par la périodicité, a été suffisante, elle a eu l'effet d'éclaircir amplement l'essentiel des fonctions considérées, d'ouvrir des points de vue dominants pour les représentations, s'il y en avait, et d'augmenter, dans beaucoup de cas, l'effectif des formules.

C'est d'après cette méthode que M. Thomae aborde la recherche de la série qu'il désigne par la lettre F. Après un résumé des propriétés qui servent à définir les fonctions à rechercher (n° 1), il montre (n° 2) que la fonction tellement défini satisfait à une formule de récursion de second ordre à coefficients complètement déterminés. Mais, comme les intégrales de cette formule récurrente possèdent aussi les proprietés demandées, l'existence de la fonction, qui dépend d'une manière linéaire et homogène de deux fonctions periodiques arbitraires, se trouve être demontrée par là. Dans le n° 3, l'auteur effectue l'intégration de la formule récurrente au moyen des séries F et gagne des représentations pour chacune des douze branches définies dans une proposition precédente. Cependant ces représentations ne sont pas toujours convergentes et ne peuvent donc être employées en tous cas; aussi les n^{os} 4, 5, 6 donnent-ils pour chaque branche dix représentations différentes, en somme cent vingt séries, dont soixante-quatre sont convergentes pour toutes les valeurs de la variable *n*, tandis que les paramètres sont tenus a satisfaire différentes conditions. Selon leur caractère à l'infini, les branches se divisent en deux classes, nommées *positive et négative*. Le n° 7 montre la connexion qui existe entre les branches d'une même classe, et le n° 8 celle qui existe entre des branches de classes différentes. Le n° 9 a pour objet la recherche des valeurs de la série F lorsque quelques-uns des paramètres tendent à croître au-dessus de toute limite : les valeurs asymptotiques d'une fonction étant des propriétés les plus importantes, l'auteur en établit un grand nombre dans ce numéro. Une méthode très analogue à celle appliquée par Riemann à la recherche des séries de Gauss conduit (n° 10) au théorème général que « trois séries F, dont les paramètres ne diffèrent que de nombres entiers, sont liées par une relation linéaire homogène à coefficients rationnels », et le n° 11 développe quelques-unes de ces relations. Si les différences des paramètres sont des nombres entiers *indéterminés*, il n'est pas, en général, possible de représenter les coefficients explicitement. Toutefois, le n° 12 est consacre à un cas où ces coefficients sont fournis par les réduites d'une fraction continue qui, sous certaines conditions, représente le quotient de deux series F. Enfin le n° 13 fait voir comment la série F se prête à être mise sous la forme d'intégrales définies.

Ainsi les séries F présentent un parallelisme frappant avec les fonctions représentées par les séries de Gauss et traitées d'après les méthodes de Riemann, et encore avec celles définies par la série de Heine, recherchées par M. Thomae.

Cayley (A.). — Sur les fonctions ϑ doubles. (74-81).

Le Mémoire se rapporte à l'équation différentielle

$$\frac{dx}{\sqrt{(a-x)(b-x)(c-x)(d-x)}}+\frac{dy}{\sqrt{(a-y)(b-y)(c-y)(d-y)}}=0$$

et en développe l'intégrale sous une forme propre à servir dans la théorie des fonctions ϑ doubles.

Cayley (A.). — Sur un théorème relatif aux covariants. (82-83).

Hermes. — Réduction à des équations linéaires du problème de la division du cercle (pour des nombres premiers de la forme 2^m+1). (84-113).

Le Mémoire enseigne à trouver directement, et sans trop de travail, certains nombres dont on a besoin pour effectuer la division du cercle en n parties égales, où $n=2^m+1$, $m=2^\mu$. Les résultats obtenus par l'auteur ne se prêtent pas à être vérifiés immédiatement par les formules connues pour les petits nombres n, parce que, dans ces cas, il faut les modifier préalablement. L'analogie des polygones réguliers pour $\mu=0, 1, 2$ n'a donc pu rien faire deviner pour les nombres $n=257$ et 65537, et il est probable que cette circonstance a empêché les géomètres de découvrir les formules inconnues jusqu'à présent dans une théorie qui a éte approfondie par beaucoup d'auteurs.

Kiepert (L.). — Résolution des équations du cinquième degré. (114-133).

Voici les résultats obtenus par M. Kiepert :

Soit proposée l'équation

$$x^5+Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx+E=0.$$

Posons

$$x^2-ux+v=z\quad\left(=-\frac{\alpha+\beta y}{3+\Delta y^2}\right),$$

et déterminons les inconnues u et v de manière à faire évanouir les coefficients de z^4 et z^3 dans l'équation du degré 5 pour z. Cela conduit aux équations

$$(2A^2-5B)u^2+(4A^3-13AB+15C)u+(2A^4-8A^2B+10AC+3B^2-10D)=0,$$
$$5v=-Au-A^2+2B.$$

On obtiendra cette équation pour z

$$z^5+5lz^2-5mz+n=0,$$

où

$$5l=-C(u^3+Au^2+Bu+C)+D(4u^2+3Au+2B)-E(5u+2A)-10v^3,$$
$$5m=-D(u^4+Au^3+Bu^2+Cu+D)+E(5u^3+4Au^2+3Bu+2C)+5v^4+10lv,$$
$$n=-E(u^5+Au^4+Bu^3+Cu^2+Du+E)-v^5-5lv^2+5mv.$$

Après avoir cherché une valeur α de l'équation quadratique

$$(l^4 - lmn + m^3)\alpha^2 + (11 l^3 + ln^2 - 2m^2 n)\alpha - 27 l^3 n + 64 l^2 m^2 + mn^2 = 0,$$

calculons

$$\begin{aligned} \pm 12 g_2 &= l\alpha^2 + 3m\alpha - n, \\ \pm \Delta &= l^2[(ln - m^2)\alpha + mn], \\ \beta^2 &= \pm l^3(l^2\alpha^2 + 11 lm\alpha + 64 m^2 - 27 ln), \end{aligned}$$

et cherchons, au moyen de l'invariant absolu $J = \frac{g_2^3}{\Delta}$, la grandeur $e^{\frac{\omega' \pi i}{\omega}}$ (q de Jacobi). Déterminons f et f_r $(r = 0, 1, 2, 3, 4)$ à l'aide des équations

$$B.f = \sqrt{5} \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^\lambda h^{\frac{5(6\lambda+1)^2}{12}}, \quad B.f_r = -\sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^\lambda \varepsilon^{r(6\lambda+1)^2} h^{\frac{(6\lambda+1)^2}{60}}.$$

$$B = \Delta^{\frac{1}{6}} \sum_{-\infty}^{+\infty} (-1)^\lambda h^{\frac{(6\lambda+1)^2}{12}}.$$

Posant

$$y = \frac{1}{\sqrt{5}} [(f^2 - f_r^2)(f_{r+2}^2 - f_{r+3}^2)(f_{r+4}^2 - f_{r+1}^2)]^{\frac{1}{2}},$$

on aura

$$z_r = -\frac{\alpha + \beta y_r}{3 + \Delta y_r^2}.$$

Les racines de l'équation générale du cinquième degré seront

$$x_r = -\frac{E + (z_r - v)(u^3 + Au^2 + Bu + C) + (z_r - v)^2(2u + A)}{u^4 + Au^3 + Bu^2 + Cu + D + (z_r - v)(3u^2 + 2Au + B) + (z_r - v)^2} \quad (r = 0, 1, 2, 3, 4).$$

Cette résolution, tout intéressante qu'elle soit, dépend encore de la résolution d'une équation quadratique en u et ne satisfait donc pas encore, à cet égard, aux conditions posées par M. Kronecker.

Cayley (*A.*). — Sur les fonctions ϑ triples. (134-138).

Schwarz (*H.-A.*). — Sur les équations algébriques à deux variables qui sont susceptibles de se changer en elles-mêmes au moyen d'une infinité de transformations rationnelles et uniformément invertibles. (139-145).

Le Mémoire a pour objet ce théorème : « Si une équation algébrique irréductible, à deux variables, jouit de la propriété de se changer en elle-même par un faisceau de transformations rationnelles et uniformément invertibles, le nombre des fonctions intégrales qui sont indépendantes les unes des autres, qui restent partout finies et qui se ramifient de la même manière que les fonctions algébriques qui appartiennent, d'après les définitions de Riemann, à la même classe que l'équation considérée, sera ou zéro ou l'unité. » On tire de ce théorème, entre autres, la proposition suivante : « Si deux courbes algébriques ont une relation, l'une avec l'autre, telle qu'il soit possible, d'une infinité de manières, d'établir entre les points des deux courbes une correspondance mutuelle et uniforme au moyen d'équations algébriques, les coordonnées d'un point quelconque de l'une et de l'autre sont ou fonctions rationnelles ou fonctions elliptiques uniformes d'un paramètre. »

Schwarz (*H.-A.*). — Sur quelques surfaces minima non algébriques qui contiennent un faisceau de courbes algébriques. (146-160).

Le Mémoire fait suite à deux autres du même auteur et publiés au Tome 80 du *Journal*. Il s'agit ici du problème de déterminer toutes les surfaces minima qui contiennent un faisceau de courbes algébriques. Ce n'est qu'une partie de la solution de la question générale que développe M. Schwarz. Cependant son analyse est assez générale pour qu'il soit possible d'en tirer toutes les surfaces minima jouissant de la propriété demandée et que l'on connaît jusqu'à présent.

Cayley (*A.*). — Sur le tétraédroïde comme cas particulier de la surface à seize points nodaux du quatrième ordre. (161-164).

M. Cayley développe la condition nécessaire et suffisante pour qu'une surface kummérienne à seize points nodaux se réduise à un tétraédroïde (c'est-à-dire surface changeable, par une transformation projective, en une surface des ondes de Fresnel), condition qui fait voir que, pour cette surface particulière, les seize plans singuliers se partagent en quatre systèmes chacun de quatre plans, tels que les quatre plans d'un même système se coupent dans un seul point. L'auteur s'est occupé du même problème dans un autre Mémoire, publié au Tome 65 du Journal, sans s'apercevoir alors du simple résultat qu'il vient de trouver maintenant : c'était qu'il ne possédait pas encore la forme simplifiée de l'équation de la surface communiquée par lui au Tome 73 du Journal.

Cayley (*A.*). — Algorithme pour les caractéristiques des fonctions ϑ triples. (165-169).

Borchardt (*C.-W.*). — Addition au Mémoire précédent. (169-171).

Baltzer (*R.*). — Observation sur un théorème de Fermat. (172).

Fermat a cru que, m étant une puissance de 2, 2^m+1 serait un nombre premier; toutefois il s'exprime sur cet objet avec précaution (*Œuvres*, p. 162). « Mais je vous avoue tout net (car par avance je vous avertis que, comme je ne suis pas capable de m'attribuer plus que je ne sais, je dis avec la même franchise ce que je ne sais pas) que je n'ai pu encore démontrer l'exclusion de tous les diviseurs en cette belle proposition que je vous avais envoyée, et que vous m'avez confirmée touchant les nombres 3, 5, 7, 257, 65537, etc.; car, bien que je réduise l'exclusion à la plupart des nombres, et que j'aie même des raisons probables pour le reste, je n'ai pu encore démontrer nécessairement la vérité de cette proposition. »

Königsberger (*L.*). — Sur l'extension du principe de transformation de Jacobi. (173-189).

Le principe employé par Jacobi pour transformer une différentielle elliptique de première espèce en une autre de même nature semblait être susceptible d'être étendu aux transcendantes ultérieures, car Jacobi lui-même avait engagé Richelot à rechercher des substitutions quadratiques qui transforment une intégrale hyperelliptique en une somme de deux intégrales de même nature. M. Königsberger, reprenant la question générale d'un plus haut point de vue, démontre que la transformation générale, prise dans le sens défini par Jacobi, n'est possible que pour les intégrales elliptiques et pour les intégrales hyperelliptiques de premier ordre, les solutions du polynôme $R(z)$ étant arbitraires. Une Communication faite à l'auteur de la part de M. Weierstrass mentionne que ce géomètre avait, lui aussi, prouvé d'une manière différente l'impossibilité de la transformation pour les cas de $p > 2$, où p est l'ordre de la transformation.

Cayley (*A.*). — Sur les fonctions $\mathfrak{S}$ triples. (190-198).

Kiepert (*L.*). — Sur la théorie de la transformation des fonctions elliptiques. (199-216).

Jacobi a énoncé (t. III, p. 308) le théorème que « le multiplicateur M qui se présente à l'occasion de la transformation du degré n, n étant premier, satisfait à une équation du degré $n+1$, dont les coefficients sont des fonctions rationnelles de k, et que, $M, M', M'', \ldots, M^{(n)}$ étant les racines de cette équation, il existe $\frac{1}{2}(n+1)$ relations linéaires entre les quantités $\sqrt{M}, \sqrt{M'}, \sqrt{M''}, \ldots \sqrt{M^{(n)}}$ ». Jacobi tient ce théorème pour un des plus importants de toute la théorie de la transformation, et en effet les recherches de M. Kiepert montrent que l'emploi du multiplicateur M, ou bien d'une quantité jouissant de la même propriété que M, simplifie de beaucoup le problème, sans cela si compliqué, de la transformation. Cette nouvelle grandeur, appelée f, se définit par l'equation

$$f = e^{-\frac{\eta\omega(n^2-1)}{n}} \sigma\left(\frac{2\omega}{n}\right) \sigma\left(\frac{4\omega}{n}\right) \cdots \sigma\left(\frac{n-1}{n}\omega\right),$$

où les lettres du second membre s'expliquent dans la théorie des fonctions elliptiques de M. Weierstrass.

§ 1. Déduction des grandeurs f. — § 2. Représentation de f comme quotient de deux séries développées suivant les puissances de h. — § 3. Représentation des autres racines de l'equation de transformation. — § 4. On établit les relations de Jacobi. — § 5. On établit l'équation de transformation.

Sylvester (*J.-J.*). — Note sur une propriété des équations dont toutes les racines sont réelles. (217-219).

« Soient f une forme binaire qui a toutes ses racines réelles et φ un de ses covariants du second degré; dans les coefficients, φ sera d'un signe invariable, c'est-à-dire si toutes les racines de f sont réelles, toutes les racines de tous les quadricovariants (c'est-à-dire des covariants du second degré) de f sont imaginaires. »

Souillart. — Observation relative à l'article de M. Sourander (t. 85 de ce Journal). (220-221).

Thomé (*L.-W.*). — Contribution à la théorie des équations différentielles linéaires (suite; *voir* t. 83 de ce Journal). (222-349).

Si l'on développe, pour deux points du plan de construction, deux systèmes d'intégrales linéairement indépendantes, et qu'on poursuive, tout le long d'une ligne, l'un des deux systèmes jusque dans le domaine de développement de l'autre, alors chaque intégrale du premier système se changera en une fonction homogène et linéaire, à coefficients constants, des intégrales du second système. Déterminer ces coefficients constants, voilà le problème traité par M. Thomé dans ce nouveau Mémoire.

Supposons qu'on ait trouvé l'expression linéaire et à coefficients constants d'une intégrale par un système d'intégrales linéairement indépendantes; différentions cette équation autant de fois qu'il en résulte un système d'équations linéaires dont le nombre égale le nombre des coefficients inconnus : les inconnues s'obtiendront par la résolution de ce système. Si une intégrale, développée dans le voisinage d'un point a, est à exprimer par un système d'intégrales développées dans le voisinage du point b, ce procédé peut être mis en usage, pourvu qu'on puisse faire passer par le point b une circonférence qui renferme a, et en dehors de laquelle se trouvent tous les autres points singuliers de l'équation différentielle. A cet effet, M. Thomé tire profit d'une substitution $x = \mathrm{R}(\xi)$ rationnelle et de premier degré, laquelle représente ce cercle d'une manière conforme sur le cercle situé dans le plan des ξ et décrit autour du point $\xi = 0$ comme centre avec l'unité comme rayon, de façon à faire correspondre le point $x = a$ au point $\xi = 0$, le point $x = b$ au point $\zeta = 1$. Alors l'équation différentielle qui dépend de ξ a tous ses points singuliers, excepté $\xi = 0$ et $\xi = 1$, situés à l'extérieur de la circonférence décrite autour de $\xi = 0$ comme centre avec l'unité comme rayon. Les séries ordonnées suivant les puissances de la variable dans les développements des intégrales seront donc convergentes, au moins à l'intérieur de cette circonférence. Quand $x = b$, et partant $\xi = 1$, serait non singulier, elles le seraient encore au delà de ce cercle. Ce qu'il faut signaler de remarquable, c'est le cas où l'indice caractéristique est nul près de $x = a$ et $x = b$, par suite aussi près de $\xi = 0$ et $\xi = 1$. Dans ce cas, les constantes cherchées s'obtiennent par des séries ordonnées suivant des puissances à exposants positifs et entiers, et convergentes à l'intérieur du cercle avec le rayon 1, à savoir par les valeurs de ces séries pour $\xi = 1$. Pour prouver que ces séries sont encore convergentes pour $\xi = 1$ et qu'elles représentent aussi les constantes cherchées, l'auteur a recours à la série de Fourier, et sa recherche s'étend aussi sur le cas où la fonction à représenter possède, dans le voisinage d'une valeur, une infinité de maxima et de minima. La représentation des intégrales le porte à établir et à démontrer le théorème suivant, qui est fondamental pour les équations différentielles homogènes linéaires à coefficients rationnels : « Si l'équation différentielle possède dans le voisinage de $x = a$ une intégrale de la forme

$$(x-a)^r \{ \varphi_1 + \varphi_2 \log(x-a) + \ldots + \varphi_q [\log(x-a)]^{q-1} \},$$

où φ est uniforme et continu pour le domaine de ce point, abstraction faite de $(x = a)$, on peut, en fixant les nombres q et $\mathfrak{b}$, déduire de l'équation différentielle originaire une autre à coefficients rationnels et ayant l'unité pour coefficient de la dérivée la plus élevée, équation à laquelle satisfait $(x-a)^r \varphi_{\mathfrak{b}}$; ce qui s'achève, sans qu'on sache rien sur les valeurs des fonctions $(x-a)^r \varphi$, par des opérations qui se présentent en différentiant des fonctions rationnelles. »

Le procedé developpé par l'auteur pour determiner les relations qui subsistent entre les intégrales d'une equation différentielle linéaire est enfin appliqué à l'équation différentielle de la série hypergéometrique, et le Mémoire se termine par une discussion complète des relations lineaires entre ses integrales.

Biehler. — Sur une classe d'équations algébriques dont toutes les racines sont réelles. (350-353). E. Lampe.

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA (1).

L'idée de la fondation d'une Académie hongroise date du dernier quart du XVIIIe siècle. Elle fut émise pour la première fois par Georg Beseneyi, garde du corps royal à la cour de Marie-Thérèse, et poursuivie par Nicolaus Révay, le fondateur de la philologie hongroise. Le Reichstag de 1790-91 vota une loi spéciale (1791, 17 janvier).

Mais la mise à exécution de ce projet était réservée au Reichstag de 1825. Il est probable, toutefois, que l'idée n'aurait pas abouti à un résultat pratique sans l'intervention du jeune comte Stefan Szécsényi, qui mit une année entière de ses revenus (150000fr) à la disposition du nouvel établissement, en ajoutant qu'il avait assez d'amis pour prendre soin de lui pendant un an.

Les articles de loi ordonnant la fondation de l'Académie reçurent leur effet en novembre 1827. Le Comité institué, sous la présidence de l'archiduc palatin Joseph, pour diriger les travaux préparatoires, s'occupa activement de sa tâche, et le 17 novembre 1830 l'Académie Hongroise fut constituée avec une dotation de près de 750 000fr.

La destination spéciale de l'Académie Hongroise est surtout le perfectionnement de la langue magyare, et depuis sa fondation elle a tourné vers ce but la meilleure partie de ses efforts. A cette époque, la langue de l'administration, de la législation, de l'enseignement public était encore le latin.

A l'origine, l'Académie se composait de six classes, sous les titres

(1) *L'Académie Hongroise des Sciences.*

suivants : Linguistique, Esthétique, Philosophie, Histoire, Jurisprudence, Sciences mathématiques et naturelles. En 1834, l'Académie publia un Dictionnaire philosophique et un Dictionnaire mathématique (Terminologie).

Par des souscriptions volontaires, on réunit, en 1857, une somme de 2 250 000$^{\text{fr}}$, avec laquelle fut bâti le palais de l'Académie Hongroise, sous la direction de l'architecte berlinois A. Stieller.

Après le rétablissement de la Constitution hongroise, en 1867, les Statuts de l'Académie furent revisés. La réorganisation définitive eut lieu en 1869.

Les Membres de l'Académie sont divisés en trois classes, savoir :

(*a*) Classe de la Philologie et des Beaux-Arts, comprenant six membres honoraires et douze ordinaires;

(*b*) Classe des Sciences philosophiques, historiques et sociales; neuf membres honoraires et vingt-quatre ordinaires;

(*c*) Classe des Sciences mathématiques et naturelles; neuf membres honoraires et vingt-quatre ordinaires.

A ces classes sont subordonnées diverses Commissions permanentes, dans lesquelles peuvent aussi être admises des personnes autres que les membres de l'Académie. Les travaux de ces Commissions paraissent dans des publications séparées. Ces Commissions sont :

(1) Commission philologique;

(2) Commission historique;

(3) Commission archéologique;

(4) Commission de Statistique et d'Économie nationale;

(5) Commission des Sciences mathématiques et naturelles, dont les travaux paraissent dans les *Mathematikai és természettudományi kozlemények* (Communications de Mathématiques et de Sciences naturelles); depuis 1861 jusqu'à ce jour, il a paru seize Volumes in-8°, contenant principalement des travaux d'Histoire naturelle;

(6) Enfin la Commission de publication, qui n'est subordonnée à aucune classe, mais qui dépend de l'Académie tout entière.

Les publications périodiques régulières de l'Académie sont :

(α) *Évkönyvek* (Annuaire), in-4°; le Tome I a paru en 1833 : le Tome XVI est actuellement sous presse. Ces Annuaires contiennent des Mémoires étendus de chacune des trois classes; les travaux mathématiques qui ont paru dans ce Recueil datent des premières années de la publication.

(β) *Értekezések* (Mémoires), in-8°, en Volumes composés chacun de fascicules détachés et paginés séparément. Chaque classe publie isolément ses travaux, de sorte qu'il paraît trois séries séparées d'*Értekezések*. Ce Recueil a commencé en 1867.

(γ) *Értesitö* (Bulletin), in-8°. Il en a paru, de 1840 à 1860, dix-neuf Volumes. De 1861 à 1866, le Recueil a été publié en trois séries séparées, correspondant aux trois classes de l'Académie. Depuis 1867, ce Bulletin contient de courts extraits des lectures faites et des comptes rendus des événements académiques.

(δ) Enfin les Commissions indiquées sous les numéros de (1) à (5) publient leurs travaux dans leurs *Közlemények* (Communications).

Les travaux mathématiques de l'Académie hongroise paraissent depuis la réorganisation, c'est-à-dire depuis 1867, sous le titre suivant, indiqué en (β) :

Értekezések a mathematikai tudományok köréböl kiadja a Magyar Tudomanyos Akademia a III osztály rendeletéböl szerkeszti Szabó Josef *osztalytitkár 8-adrét* (Mémoires de Sciences mathématiques publiés par la troisième classe, par *Joseph Szabó*, secrétaire de cette classe; in-8°).

Chaque Volume se compose de fascicules détachés et paginés séparément.

Tome I; 1867-1871 (17 feuilles $\frac{1}{4}$) (1).

1. *Szily Kálmán.* — Sur la forme générale des équations de la théorie mécanique de la chaleur. 1867. (20 p.).

2. *Hunyady Jeno* (2). — Le pôle et les polaires; le principe des polaires réciproques. 1867. (30 p.).

---

(1) En langue magyare, les lettres *a, b, d, e, f, g, h. i, j, k, l, m, n, o, ö, p, r, t, u, ü* se prononcent comme en allemand; *v, z*, comme en français; *cs = ts = tch* français; *cz = ts* français; *s = ch* français; *y = i* faible; *ny = gn* français dans *signe*. Les voyelles accentuées sont longues.

Les prénoms se placent après le nom patronymique.

(2) Eugène.

3. *Vész János Ármin* (¹). — Sur les prêts d'assurances (nouvelle espèce d'assurances sur la vie). 1867. (20 p.).

4. *Kruspér István* (²). — L'emploi modifié du comparateur de Schwerd. 1869. (13 p., 1 pl.).

5. *Vész János Ármin.* — Les plus courtes distances sur le cône circulaire. 1869. (9 p., 4 pl.).

6. *Tóth Ágoston* (³). — La mesure européenne internationale du degré de méridien et les travaux géodésiques qui s'y rapportent. 1870. (48 p., 1 carte).

7. *Kruspér Istvan.* — Le mètre prototype de Paris. 1871. (13 p.).

8. *Konig Gyula* (⁴). — Sur l'application des fonctions elliptiques à la théorie des équations de degré supérieur. 1871. (34 p.).

9. *Murmann Ágost.* — Les éléments de la planète Europa, d'après les dix premières oppositions observées. 1871. (36 p.).

10. *Szily Kálmán.* — Le principe d'Hamilton et le second théorème fondamental de la théorie mécanique de la chaleur. 1871. (8 p.).

11. *Toth Ágoston.* — L'état actuel de la Cartographie (tracé des Cartes terrestres), tel qu'il était représenté à l'Exposition d'Anvers. 1871. (26 p.).

Tome II; 1872-1873 (13 feuilles $\frac{5}{8}$).

1. *Murmann Ágost.* — Mémoire sur la planète Freia. 1871. (61 p.).

2. *Kruspér István.* — Sur les comparateurs. 1873. (19 p., 1 pl.).

3. *Kruspér István.* — La comparaison des règles divisées pour la mesure des longueurs dans un fluide. 1873. (9 p.).

4. *Fést Vilmós* (⁵). — Les moyens de transport et les lignes de commerce. 1873. (45 p.).

(¹) Jean Armin. (²) Étienne. (³) Auguste. (⁴) Jules. (⁵) Guillaume.

5. *Murmann Ágost.* — Détermination de l'orbite de la grande comète de 1861. 1873. (65 p.).

6. *Kruspér István.* — L'étalon métrique des Archives de Paris. 1873. (9 p.).

Tome III; 1874 (20 feuilles).

1. *Vész János Ármin.* — Contributions à la théorie des séries récurrentes. 1874. (15 p.).

2. *Konkoly Miklós* (1). — La description de l'Observatoire astronomique d'Ó-Gyalla, et les observations faites dans cet établissement des taches solaires, avec quelques observations spectroscopiques fragmentaires dans l'année 1872-1873. 1874. (67 p., 3 pl.).

3. *Kondor Gusztáv.* — Éloge de John Herschel, membre étranger de l'Académie. 1874. (14 p.).

4. *Eötvös Lorand* (baron). — L'intensité des vibrations, en ayant égard au mouvement de la source de vibration et de l'observateur. 1874. (23 p.).

5. *Réthy Mor* (2). — Sur la théorie de la diffraction. 1874. (19 p.).

6. *Martin Lajos* (3). — Surfaces hélicoïdales mécaniques. 1874. (92 p.). — Théorie du ventilateur horizontal. 1874. (56 p., fig. dans le texte).

7. *Réthy Mór.* — Sur la théorie des intégrales dans une aire réductibles à des intégrales sur le contour. 1874. (20 p.).

8. *Galgóczy Karoly* (4). — Éloge du membre étranger Anton Vállas. 1874. (15 p.).

Tome IV; 1875-1876 (16 feuilles $\frac{3}{8}$).

1. *Schulhof Lipót* (5). — Détermination définitive de l'orbite de la comète IV 1870. 1875. (32 p.).

---

(1) Nicolas. (2) Maurice. (3) Louis. (4) Charles. (5) Léopold.

2. *Schulhof Lipót.* — Détermination définitive de l'orbite de la comète II, 1871. 1875. (32 p.).

3. *Szily Kálmán.* — Le deuxième théorème fondamental de la théorie mécanique de la chaleur, déduit du premier. 1875. (15 p.).

4. *Konkoly Miklós.* — Ses observations astronomiques pendant les années 1874 et 1875. 1876. (41 p., 3 pl.).

5. *Konkoly Miklós.* — Observations de taches solaires à l'Observatoire d'Ó-Gyalla. 1876. (51 p., 1 pl.).

6. *Hunyady Jeno.* — Sur les diverses formes des équations de condition de six points situés sur une conique. 1876. (23 p.).

7. *Réthy Mór.* — La Trigonométrie plane de l'espace homogène à trois dimensions, dit *non euclidien*. 1876. (25 p.).

8. *Réthy Mór.* — Sur la théorie des surfaces propellères et péripellères. 1876. (49 p.).

9. *Fést Vilmós.* — A la mémoire du chevalier Franz von Temes, membre de l'Académie. 1876. (12 p.).

Tome V; 1876-1877 (16 feuilles $\frac{1}{8}$).

1. *Kondor Gusztáv.* — Notice sur Nagy Károly, membre ordinaire de l'Académie. 1876. (24 p.).

2. *Kenessy Albert.* — Données sur l'hydrographie de nos rivières. 1877. (9 p., 4 pl.).

3. *Hoitsy Pál* (¹). — Observations d'étoiles dans la ligne est-ouest. 1877. (58 p., 1 tableau).

4. *Hunyady Jeno.* — Sur les différentes formes des équations de condition entre six points situés sur une section conique (suite du Mémoire 6, du Tome IV). 1877. (20 p.).

5. *Hunyady Jenö.* — Le problème d'Apollonius sur la surface de la sphère. 1877. (16 p.).

(¹) Paul.

6. *Gruber Lajos.* — Sur le mouvement de l'étoile double 24 η Cassiopée. 1877. (19 p.).

7. *Martin Lajos.* — Application du Calcul des variations au développement de l'équation de la surface propellère. 1877. (30 p.).

8. *Konkoly Miklós.* — L'éclipse totale de Lune du 27 février 1877, et l'observation du spectre de la comète I (Borelly) de 1877, à l'Observatoire d'Ó-Gyalla. 1877. (7 p.).

9. *Konkoly Miklós.* — Les taches du Soleil et la forme de la surface solaire pendant l'année 1876. 1877. (41 p., 3 pl.).

10. *Konkoly Miklos.* — Le spectre de 140 étoiles filantes, observé à l'Observatoire d'Ó-Gyalla, en 1876. 1877. (34 p.).

Tome VI; 1877-1878 (15 feuilles $\frac{1}{8}$).

1 et 2. *Konkoly Miklós.* — Observations d'étoiles filantes sur le territoire du royaume de Hongrie. I^re Partie : 1871 à 1873. (35 p.). — II^e Partie : 1874 à 1876. (39 p.). 1877.

3. *Gruber Lajos* et *Kurländer Ignácz.* — Détermination définitive de l'orbite de la comète V (Borelly) de 1874. 1878. (21 p.).

4. *Schenzl Guido.* — Détermination de l'inclinaison à Budapest et dans le sud-ouest de la Hongrie. 1878. (25 p., 1 carte).

5. *Gruber Lajos.* — Sur les étoiles filantes du mois de novembre. 1877. (36 p.).

6. *Kruspér István.* — Nouveau système de balance. 1878. (20 p., 1 pl.).

7. *Hunyady Jenö.* — Notice nécrologique sur J.-V. Poncelet. 1878. (15 p.).

8. *Konkoly Miklós.* — Observations d'étoiles filantes sur le territoire du royaume de Hongrie. III^e Partie : 1877. 1878. (9 p.).

9. *Konkoly Miklós.* — Les taches solaires et l'aspect de la surface du Soleil en 1877. 1878. (35 p.).

10. *Konkoly Miklós.* — Le passage de Mercure sur le disque du Soleil, observé à l'Observatoire d'Ó-Gyalla, le 6 mai 1878. (7 p.).

Tome VII; 1879-1880.

1. *Konkoly Miklós.* — Observation de la surface de Mars à l'Observatoire d'Ó-Gyalla, après l'opposition de 1877. 1879. (8 p., 1 pl.).

2. *Konkoly Miklós.* — Mesure du spectre des étoiles fixes, et méthode pour observer ces spectres. 1879. (6 p.).

3. *Konkoly Miklós.* — Observations d'étoiles filantes sur le territoire du royaume de Hongrie. IVe Partie : 1878. 1879. (11 p.).

4. *Konkoly Miklós.* — Observations de la surface du Soleil en 1878, à l'Observatoire d'Ó-Gyalla. 1879. (22 p.).

5. *Hunyady Jeno.* — Sur la théorie des surfaces du second degré. 1879. (36 p.).

6. *Hunyady Jenö.* — Les critériums de Möbius dans la théorie des sections coniques. 1879. (15 p.).

7. *Konkoly Miklós.* — Observations spectroscopiques à l'Observatoire d'Ó-Gyalla :

   (*a*) Le spectre de la comète de Brorsen;
   (*b*) Spectres d'étoiles filantes;
   (*c*) Spectre de la comète de Palisa;
   (*d*) Spectre des éclipses de Lune, et son observation astronomique le 12-13 août 1878.

   1880. (18 p.).

8. *Weinek Ladislas.* — Influence de la réfraction des instruments dans le dessin photographique d'un passage de Vénus. 1880. (22 p.).

9. *Suppan Vilmós.* — Les surfaces cylindriques et coniques en projection oblique. 1880. (14 p., 2 pl.).

10. *Konek Alexander*. — Nécrologie de Vincent Weninger, membre correspondant de l'Académie. 1880. (14 p.).

11. *Konkoly Miklós*. — Observations d'étoiles filantes sur le territoire du royaume de Hongrie, en 1879. 1880. (18 p.).

12. *Konkoly Miklós*. — Points radiants des étoiles filantes, déduits des observations faites en Hongrie, de 1871 à 1878. 1880. (27 p.).

13. *Konkoly Miklós*. — Observations des taches solaires à l'Observatoire d'Ó-Gyalla, en 1879. 1880. (23 p., 1 pl.).

14. *Konkoly Miklós*. — Contributions à la physique des planètes Jupiter et Mars dans l'année 1879. (23 p.).

15. *Réthy Mór*. — Réfraction et réflexion de la lumière aux limites d'un corps transparent homogène et isotrope, avec la généralisation et l'extension de la méthode de Neumann. 1880. (20 p.).

16. *Réthy Mór*. — Explication de la rotation d'une vibration lumineuse polarisée à travers un réseau d'inflexion. 1880. (17 p.).

17. *Szily Kálmán*. — Sur la loi de la pression de la vapeur saturée. 1880. (8 p.).

18. *Hunyady Jeno*. — Détermination des courbes et des surfaces du second degré. 1880. (30 p.).

19. *Hunyady Jeno*. — Théorèmes sur les déterminants dont les éléments sont composés au moyen de ceux des systèmes adjoints. 1880. (27 p.). Fr. Schmidt.

ARCHIV der Mathematik und Physik; gegründet von J.-A. Grunert, fortgesetzt von R. Hoppe (¹).

Tome LXV; 1880.

Grunert (*J.-A.*). — Sur la méthode de Newton pour la description

(¹) Voir *Bulletin*, IV_2, 114.

d'une conique passant par quatre points donnés et touchant une droite donnée de position. (1-18).

Memoire posthume du fondateur de l'*Archiv*.

L'auteur appelle l'attention sur la belle construction donnée dans les *Principia*, I, sect. V, prop. XXIII.

Husman. — Sur les distributions équipotentielles des masses. (19-56).

« Si l'on suppose des forces agissant suivant la loi de la gravitation de Newton, une masse sphérique dont la densité est une fonction du rayon seulement a, par rapport à un point exterieur, le même potentiel qu'aurait son centre si toute la masse y etait condensée.

» On peut donc substituer une distribution de la masse à une autre sans changer son action sur des points extérieurs à la sphère; on dit alors que ces deux distributions sont *équipotentielles* relativement à ces points. Il est possible, d'après cela, de remplacer un corps quelconque, dans son action sur des points extérieurs, par un nombre illimité d'autres distributions de la masse. On n'a, pour cela, qu'à le décomposer en éléments infiniment petits, à décrire autour de ces éléments des sphères de rayons arbitraires et à distribuer la masse de chaque élément dans toute la sphère correspondante, de manière que la densité de celle-ci soit une fonction du rayon. Les sphères dans l'espace peuvent empiéter les unes sur les autres; on supposera alors, aux points communs, la densité égale à la somme des densités des sphères auxquelles ils appartiennent. On peut ensuite opérer inversement par concentration. »

L'auteur étudie ces *transpositions équipotentielles* de masses pour diverses figures du corps attirant : points massifs isolés, courbes massives, distribution des masses sur une surface, dans un solide ; corps et courbes équipotentiels (la droite, le cercle), etc.

Hoppe (*R.*). — Potentiel du triangle sphérique. (57-64).

On partage le triangle en trois triangles ayant pour sommet commun l'intersection de la sphère avec le diamètre mené du point attiré, et considérant comme négatif un de ces triangles partiels lorsque ce sommet est hors du triangle donné. La question se ramène alors à calculer le potentiel d'un triangle partiel. Le résultat dépend des intégrales elliptiques.

Hoppe (*R.*). — Éléments de la théorie des déterminants. (65-72).

L'auteur part de ce point de vue que les propriétés générales et importantes qui résultent de la théorie des déterminants constituent la structure intime de ces expressions, et ne doivent pas être masquées par des calculs de détail. Il faut éviter toute décomposition inutile, et l'auteur fait voir que l'emploi des déterminants mineurs n'est nécessaire pour la demonstration d'aucun theorème élémentaire.

Ameseder (*Ad.*). — La surface réglée du quatrième degré avec deux droites doubles. (73-109).

Ligowski. — Détermination directe de l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \log \sin x\, dx$. (110-111).

Meissel. — Propriété remarquable de l'intégrale de l'équation

$$\frac{dy}{dx} = +\sqrt{y^2 - \cos 2x}.$$

(111).

Hain (*Em.*). — Nouvelle manière d'établir l'équation de la tangente au cercle. (112).

Winterberg. — Sur l'attraction des points matériels, au point de vue particulier des déviations du fil à plomb. (113-160).

Jeřábek (*W.*). — Sur le lieu géométrique du centre de collinéation entre une surface non réglée du second ordre et un système de surfaces sphériques. (161-170).

Appell (*P.*). — Développement en série entière de $(1 + ax)^{\frac{1}{x}}$. (171-175; fr.).

Hoppe (*R.*). — Le secteur sphérique excentrique. (176-187).

« Si par un point quelconque de l'intérieur d'une sphère on mène trois plans à volonté, ces plans partageront le volume de la sphère en huit secteurs dont il faut calculer les volumes. » M. Hoppe reprend ce problème, résolu pour la première fois par Crelle; il en a simplifié la solution et en tire des conséquences pratiques.

Dostor (*G.*). — Relations entre les lignes trigonométriques des angles d'un triangle [1]. (188-192; fr.).

Dostor (*G.*). — Extension du théorème d'Hippocrate, et détermination du centre de gravité de ses lunules. (193-203; fr.).

Dostor (*G.*). — Détermination algébrique très simple du centre de gravité du trapèze et du centre de gravité du tronc de pyramide à base quelconque. (204-207; fr.).

Streissler (*J.*). — Sur l'Axonométrie orthogonale. (208-211).

---

[1] Rectiligne.

Lorenz (*N. von*). — Addition au problème sur le triangle, t. LXIII, p. 300. (212-215).

Voir *Bulletin*, IV_2, 120.

Jeřábek (*W.*). — Remarque sur la Note intitulée : « Contribution à l'ellipse », t. LXIII, p. 443. (215-218).

Voir *Bulletin*, IV_2, 122.

Noeggerath (*E.*). — Sur le centre de gravité du quadrilatère. (218-221).

Jolmen (*P.*). — Centre de gravité du quadrilatère. (221).

Kapteyn (*W.*). — Théorème de Géométrie plane. (221-223; fr.).

Israel (*C.*). — Sur les cas théoriquement possibles de la détermination de la hauteur du pôle. (225-238).

« La détermination astronomique et la détermination mathématique de la hauteur du pôle sont deux problèmes très différents. Souvent une méthode qui n'offre aucune difficulté au mathématicien en offre de presque insurmontables à l'astronome. Dans tous les cas, on est forcé de convenir que, lorsqu'il s'agit d'un procédé rationnel, la solution mathématique doit précéder la solution astronomique. Car ce n'est qu'après avoir établi toutes les méthodes *possibles* (ce qui ne peut se faire évidemment que par la voie mathématique) que l'on peut convenablement poser et décider la question de savoir lesquelles de ces méthodes peuvent s'adapter aux usages astronomiques et lesquelles y sont impropres. L'objet du présent travail est de donner une telle exposition systématique du problème de la hauteur du pôle. »

A. Méthodes où l'on suppose connues la déclinaison et la position du plan méridien. — B. Méthodes fondées sur la connaissance de la déclinaison. — C. Méthodes fondées sur la connaissance de la position du méridien. — D. Méthodes indépendantes de la connaissance de la declinaison et du méridien.

Ameseder (*Ad.*). — Sur les surfaces réglées rationnelles du quatrième degré. (239-286).

Dans le premier paragraphe de ce travail, l'auteur traite, d'une manière assez abrégée, la surface réglée générale du quatrième degré, n'ayant pas pu être renseigné sur ce que l'on connaît déjà sur cette surface, ni se procurer, en particulier, le Mémoire de Cremona sur ce sujet : *Sulle superficie gobbe di quarto grado* (*Mem. dell' Acc. di Bologna*, 1868).

Il a pris pour point de départ de ses recherches le mode de génération de la surface au moyen de deux systèmes projectifs de plans tangents de deuxième classe, celui qui se prête le mieux à ce but.

Il démontre, entre autres choses, qu'il existe sur la surface réglée une infinité de coniques dont les plans enveloppent une surface développable générale de troisième classe; cette propriété lui sert à passer à l'étude de la surface réglée du quatrième degré à droite directrice simple; il montre en même temps que, lorsqu'une conique inscrite à la surface dégénère en deux droites, il en est de même aussi pour toutes les autres, et toutes ont pour une de leurs droites constituantes cette même directrice simple.

Il s'occupe ensuite de la description d'une surface plus intéressante, la surface réglée réciproque à droite triple. Dans le dernier paragraphe, il expose les propriétés distinctives de ces deux surfaces, à droite simple et à droite triple.

Hoppe (*R.*). — Sur la détermination des courbes au moyen de la relation entre l'angle de contingence et l'angle de torsion. (287-305).

§ 1. Calcul de la courbe au moyen d'une solution de son équation différentielle. — § 2. Éléments réels. — § 3. Courbes correspondant aux cas simples de l'équation spécifique. — § 4. Séries d'équations spécifiques résolubles. — § 5. Emploi d'autres courbes accompagnantes.

Spitzer (*S.*). — Note sur les équations différentielles linéaires. (306-320).

§ 1. Ramener l'équation $y'' + X_1 y' + X_0 y = 0$ à la forme

$$(y' + Ly)' + M(y' + Ly) = 0.$$

§ 2. Intégration de l'équation $x^2 y''' = xy' + \mu y$. — § 3. Intégration de l'équation

$$x(1-x)y'' + \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{6}x\right)y' + \frac{1}{48}y = 0.$$

Spitzer (*S.*). — Construction de quelques équations différentielles linéaires d'ordre supérieur. (321-328).

Ligowski. — Détermination de la somme Σx^ν. (329-334).

Haussner (*A.*). — Problèmes de construction. (334-336).

1. Construire un triangle, connaissant les trois hauteurs. — 2. Construire un quadrilatère inscriptible au cercle, connaissant les quatre côtés. — 3. Démonstration des théorèmes les plus importants sur le pantographe.

Hempel (*A.*). — Sur l'état de température de la Terre. (337-362).

Bessel (*Fr.*). — Triangles sphériques rationnels. (363-372).

Triangles dont les angles et les côtés ont leurs sinus et leurs cosinus exprimés par des nombres rationnels.

Hoppe (*R.*). — Sur les courbes à triple courbure et leurs parallèles. (373-384).

Herz (*N.*). — Quelques propriétés des faisceaux de sphères et des groupes de sphères. (385-393).

Siebel (*A.*). — Recherches sur les équations algébriques. (394-419).

Suite du Mémoire publié t. LXI, p, 122. Voir *Bulletin*, II_2, 6.
VII. Détermination des racines reelles, où le $F(x)$ du § 2 est de la forme b^{x} ^{h}.

Sidersky (*D.*). — Nouvel ellipsographe. (420-422).

Hoppe (*R.*). — Remarques touchant le dénouement d'un nœud dans la quatrième dimension. (423-426).

Ligowsky. — Réduction de l'équation complète du quatrième degré à une équation réciproque du second degré. (426-429).

Meissel. — Résolution d'une classe de problèmes de Trigonométrie sphérique. (429-433).

Farkas (*J.*). — La somme des puissances semblables des racines d'une équation algébrique en fonction des coefficients de cette équation, et réciproquement. (433-435).

Farkas (*J.*). — Pression verticale moyenne du pendule symétrique sur son axe. (435-438).

Hermes. — Type de calcul pour le développement d'une racine carrée en fraction continue. (438-443).

Hain (*Em.*). — Sur la loi d'amincissement des colonnes. (443-445).

Stoll. — Sur le centre de gravité du quadrilatère. (445-446).

Englert (*F.*). — Le nombre S_n des intersections des diagonales d'un polygone de n côtés, qui tombent à l'intérieur de ce polygone. (446-447).

Kapteyn (*W.*). — Nouvelle démonstration. (448).

Si l'on a, quel que soit φ, l'egalite

$$a_0 + a_1 \sin\varphi + a_2 \sin 2\varphi + \ldots + a_n \sin n\varphi = 0,$$

tous les coefficients a sont egaux a zero.

NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES, rédigées par MM. GERONO et CH. BRISSE ([1]). — 2^e série.

Tome XIX; 1880, 2^e semestre.

D'Ocagne (M.). — Applications de Géométrie cinématique plane. (289-303).

Continuation et fin de l'article publié dans le même Volume et dont nous avons précédemment rendu compte (voir *Bulletin*, IV_2, 153). Les sujets traités dans ce dernier Article sont les suivants : Sur les courbes classiques du troisième ordre. — Sur la spirale d'Archimède. — Sur les caustiques. — Sur les anamorphoses. — Sur les podaires.

D'Ocagne (M.). — Démonstrations de théorèmes énoncés dans les *Nouvelles Annales*. (304-307).

Ces théorèmes de Géométrie se rapportent à la question proposée à l'admission à l'École Polytechnique en 1878.

Candèze. — Sur une règle de M. Laguerre. (307-311).

Il s'agit de la limite supérieure du nombre des racines d'une équation supérieures à un nombre donné. Comparaison des résultats que donne la règle de M. Laguerre avec ceux qu'on obtient au moyen de la règle de Budan ou de Fourier.

Biehler (Ch.). — Sur les équations linéaires. (311-331, 356-362).

Ces deux Articles contiennent une application des déterminants à la résolution d'un système d'équations linéaires. L'auteur a divisé son travail de la manière suivante : I. Le nombre des inconnues est égal à celui des équations. II. Le nombre des équations surpasse celui des inconnues. III. Le nombre des inconnues surpasse celui des équations. IV. Application de la théorie des equations linéaires aux fonctions homogènes du second degré.

UN ABONNÉ. — Remarque sur la composition de Mathématiques proposée en 1879 pour l'admission à l'École Polytechnique. (331-332).

Propriétés des coniques.

CORRESPONDANCE. — M. Biehler : « A propos d'un Article de lui *Sur un procédé d'élimination.* » (332-334).

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE (1880). — Énoncés des compositions. (334-335).

([1]) Voir *Bulletin*, IV_2, 146.

Questions retirées, au Concours général de 1879 et de 1880, en Mathématiques spéciales. (336).

Un ancien élève de Mathématiques spéciales. — Composition mathématique pour l'admission à l'École Polytechnique en 1880. Exposition sommaire d'une solution géométrique. (337-340).

Problème relatif à l'hyperbole équilatère.

Legoux (*A.*). — Sur les trajectoires d'un point matériel soumis à l'action d'une force centrale. (340-347).

M. Legoux étudie le cas d'une attraction proportionnelle à la $n^{ième}$ puissance du rayon vecteur. Sans intégrer l'équation différentielle de la trajectoire, il montre comment on peut, au moyen de cette équation, indiquer la forme générale de la courbe, trouver ses sommets, le sens de sa concavité, ses asymptotes et son rayon de courbure. L'Article se termine par l'examen de cas particuliers.

Laguerre. — Sur les coniques qui passent par trois points et ont un double contact avec un cercle donné. (347-350).

Solution physique, pour ainsi dire, du problème proposé, suivie d'une vérification analytique. Voir du même auteur une Note « sur la Géométrie de direction », communiquée à la Société mathématique, le 4 juin 1880.

Saint-Germain (*A. de*). — Des courbes algébriques qui ont plusieurs axes de symétrie. (350-355).

Recherche d'une forme caractéristique de l'équation des courbes algébriques qui admettent un nombre donné μ d'axes de symétrie. Détermination des foyers de ces courbes.

Dostor (*G.*). — Formules de réduction trigonométrique. (362-367).

Démonstration de vingt formules, déduites essentiellement du théorème que voici et par lequel débute l'Article : « Dans toute relation qui a lieu entre les trois angles A, B, C d'un triangle, on peut remplacer ces angles : 1° par les compléments de leurs moitiés ; 2° par les suppléments de leurs doubles ».

Weill. — Théorèmes sur la parabole. (367-378, 442-450).

Cette étude, fort intéressante, comprend douze théorèmes relatifs aux propriétés d'un triangle qui se déplace en restant inscrit à une conique et circonscrit à une parabole. C'est un chapitre des travaux de l'auteur sur les polygones inscrits et circonscrits à deux coniques. Elle se termine par cette propriété, très simple et digne d'attention : « Lorsqu'un triangle se déplace en restant inscrit dans une parabole, et circonscrit à une parabole ayant même axe que la première et de paramètre quadruple, la somme des carrés des côtés du triangle reste constante. »

Concours d'admission a l'École Polytechnique (1880). — Énoncés des compositions. (379-380).

Correspondance. — M. H. Laurent : « Sur une propriété des polynômes de M. Laguerre. » (380-382).

Publications récentes. — 1. Éléments de la théorie des déterminants, par P. Mansion; 3e édition; Mons, Paris, 1880. — 2. Trois Lettres inédites de Jean Ier Bernoulli à Léonard Euler; Stockholm, 1880. — 3. Huygens et Roberval; documents nouveaux, par C. Henry; Leyde, 1880. — 4. Études nouvelles des lignes et surfaces du second degré, par Émile Sourander; Helsingfors, 1879. (382-384).

Resal (*H.*). — Théorie élémentaire des brachistochrones. (385-397).

Reprenant une question précédemment traitée dans le même Recueil d'une façon sommaire, l'éminent auteur de cet article s'est proposé d'établir la théorie des brachistochrones sans faire usage du calcul des variations et en s'appuyant sur des considérations analogues à celles qu'a employées Jean Bernoulli. Après avoir tout d'abord établi quelques théorèmes fondamentaux, il arrive à donner les équations générales des brachistochrones en coordonnées rectangulaires lorsque le mobile n'est pas assujetti à rester sur une surface. Il examine ensuite le cas où le mobile est soumis à l'action d'une force centrale fonction de la distance au centre, puis enfin l'hypothèse d'un mobile assujetti à rester sur une surface. Pour cette dernière partie, on peut consulter aussi une Thèse de M. Roger, insérée au Tome XIII du *Journal de Mathématiques pures et appliquées* (1re série).

Lucas (*Éd.*). — Sur un théorème de M. Chasles concernant les coniques homofocales. (397-401).

Le théorème en question se rapporte à un cercle variable passant par deux points fixes d'une conique. M. Lucas en déduit plusieurs formules et propriétés nouvelles.

Lucas (*Éd.*). — Sur trois coniques confocales deux à deux. (401-403).

L'auteur démontre ce théorème : « Si trois coniques sont deux à deux bitangentes à un même cercle, leurs cordes communes concourent trois à trois en un même point. »

Chefik-Bey (du Caire). — Solution des exercices sur le tétraèdre proposés par M. Genty. (403-411).

Ce sont des propriétés intéressantes du tétraèdre dont les arêtes opposées sont égales et qu'on peut appeler tétraèdre « isoscèle ».

Moret-Blanc. — Solution de questions proposées par M. H. Faure. (411-421).

Il s'agit de questions touchant les surfaces du second ordre et se rapportant à la théorie des indices, publiée par M. Faure dans les *Nouvelles Annales*.

Govi (*G.*). – Sur quelques Lettres inédites de Lagrange, publiées par M. Balthasar Boncompagni. (421-428).

Cet article, traduit par M. Aristide Marre, reproduit une Notice lue à l'Académie des Sciences de Naples le 5 juin 1880. Il concerne, entre autres, onze Lettres autographes de Lagrange, dont les originaux se trouvent dans les archives de l'Académie des Sciences de Saint-Petersbourg. Cette correspondance, très digne d'intérêt au point de vue scientifique et historique, est adressée à Euler, à Laplace, à Canterzani, à M. de la Garde, etc. Il est également question, dans la Notice, d'une Lettre de Gauss à Sophie Germain.

Correspondance. — M. Dewulf : « Sur le tracé des tangentes aux ovales de Descartes. » (428-429).

Publications récentes. — 1. Questions de Géométrie élémentaire, par Desboves ; 3^e^ édition ; Paris, 1880. — 2. Traité élémentaire d'Algèbre, par A. Boset ; Bruxelles, Paris, 1880. — 3. Il Carteggio di Sofia Germain e Carlo Federico Gauss ; Nota di A. Genocchi ; Torino, 1880. (429-430).

Fauquembergue (*E.*). – Solution de la question 1297. (430-431).

Décomposition du quadruple et du carré de $4p^6 + 27q^6$ en une somme de deux cubes.

Rochetti (*M.*). — Solution de la question 1313. (431).

p étant donné, faire que p^2q soit une somme de n cubes.

Questions proposées : 1344 à 1347. (432).

Amigues (*E.*). — Recherches sur deux modes de transformation des figures solides. (433-442, 481-492).

Suite et fin de l'étude antérieurement publiée dans le même Recueil (voir *Bulletin*, IV_2, 70). A cette occasion, nous renouvellerons une critique déjà formulée en d'autres occasions : il est profondément regrettable que la suite d'une étude dont la publication est entreprise en décembre 1879 ne paraisse qu'en octobre 1880 ; c'est vouloir rendre illisibles les articles les plus dignes d'intérêt. Ici, l'auteur énonce et démontre un certain nombre de propriétés curieuses, notamment sur la quartique de Steiner.

Voir aussi, de M. Amigues, ses Recherches sur les transformations du second ordre dans les figures planes (*Nouvelles Annales*, 1877).

Moret-Blanc. — Solution de questions proposées par M. Moreau. (450-454).

Il s'agit de trois développements en séries, s'appliquant aux fonctions circulaires et aux fonctions Γ.

Henry (*C.*). — Remarque sur un article des *Nouvelles Annales*. (454-455).

A propos de la somme des puissances semblables des x premiers nombres, M. Henry attire, avec juste raison, l'attention sur les formules de M. Ed. Lucas contenues dans ses « Recherches sur l'analyse indéterminée ».

Lionnet. — Note relative aux intersections intérieures des diagonales d'un polygone convexe. (456-457).

L'auteur établit que le nombre de ces intersections est égal à celui des combinaisons des sommets quatre à quatre.

Publications récentes. — 1. Œuvres complètes de Laplace, publiées par les Secrétaires perpétuels de l'Académie des Sciences; t. IV; Paris, 1880. — 2. Cours de Calcul infinitésimal, par J. Hoüel; t. III, 2e fascicule; Paris, 1880. — 3. Sur l'origine de quelques notations mathématiques, par C. Henry; Paris, 1880. (457).

Sondat. — Solution de la question 1296. (458-459).

Sur les solutions de l'équation $Ax^3 + By^3 + Cz^3 = 0$.

Rochetti (*M.*). — Solution de la question 1312. (459-460).

Transformation d'un produit en une somme de trois cubes.

Fauquembergue (*E.*). — Solution de la question 1320. (460-461).

Lieu géométrique relatif au cercle.

Moret-Blanc. — Solution de la question 1324. (461-462).

Sur les solutions de certaines équations biquadratiques indéterminées.

Moret-Blanc. — Solution de la question 1326. (462-464).

Problème relatif au triangle.

Moret-Blanc. — Solution de la question 1327. (464-467).

Résolution d'un triangle rectangle, connaissant les bissectrices des deux angles aigus.

Arnaud (*V.-M.*). — Solution de la question 1329. (467-468).

Exercice sur la série de Fibonacci.

Robaglia. — Solution de la question 1332. (468-470).

Propriétés de la parabole.

Droz (*A.*). — Solution de la question 1334. (470-472).

Sur un quadrilatère circonscrit à un cercle.

Lissençon (*J.*). — Solution de la question 1339. (472-473).

« Trouver un nombre qui soit, ainsi que son bicarré, la somme des carres de deux entiers consécutifs. »

Fauré (*J.-M.*). — Solution de la question 1340. (473-475).

Problème sur les aires, relatif au triangle.

Bresson (*Éd.*). — Solution de la question 1341. (475-479).

Normales abaissees d'un point donné à une conique ou à une surface du second ordre.

Dufaur. — Solution de la question 1342. (479).

Propriete de deux normales à une parabole.

Questions proposées : 1348 à 1351. (480).

Biehler (*Ch.*). — Théorie des points singuliers dans les courbes algébriques. (492-507).

L'auteur, dans cette étude, suppose le point singulier à l'origine et coupe la courbe par la droite $y = \lambda x$. Supprimant le facteur x^p dans l'equation aux abscisses qui en resulte, il obtient une relation

$$\varphi_p(\lambda) + x\varphi_{p+1}(\lambda) + \ldots + x^{m-p}\varphi_m(\lambda) = 0,$$

m étant le degre de la courbe. C'est de l'examen de cette dernière equation que découlent les resultats obtenus.

Lannes. — Solution des questions de Mathématiques élémentaires proposées au Concours général de 1879. (508-513).

1° Sur un quadrilatère circonscriptible a deux cercles.
2° Sur un système de deux equations.

Leinekugel (*A.*). — Solution des questions proposées au Concours d'admission à l'École spéciale militaire en 1879. (513-517).

1° Sur un cylindre et un cône droits ayant même volume et même surface.
2° Resolution d'un triangle dont la base egale la hauteur.

Henry (*C.*). — Généralisation d'un théorème d'Arithmétique. (517-518).

Le théorème que M. Henry généralise est celui-ci : « Le carre d'un nombre impair est la difference de deux nombres triangulaires premiers entre eux. »

Concours d'admission a l'École Normale supérieure (1879). — Énoncé de la composition de Mathématiques. (518-519).

Publications récentes. — 1. Bullettino di bibliografia e di storia delle Scienze matematiche e fisiche, da B. Boncompagni; t. XII; Roma, 1879. — 2. American Journal of Mathematics; editor in chief, J.-J. Sylvester; Cambridge, New-York, Philadelphia, London, Paris, Berlin; mars 1879. — 3. Mémoire sur les résidus des puissances n et sur la résolution de l'équation $x^n + y^n = z^n$ en nombres entiers, par A. Lefébure; Paris, 1880. (519-524).

Pisani (F.). — Solution de la question 1318. (524-526).

« Trouver un nombre $N = x^2 + (x+1)^2 = y^2 + (y+1)^2 + (y+2)^2$. »

Droz (A.). — Solution de la question 1333. (526-527).

Enveloppe se rapportant à la spirale logarithmique.

Questions proposées : 1352, 1353. (527-528).

Maleyx (L.). — Sur l'évaluation de certains volumes. (529-551).

Cette Note est relative à diverses expressions du volume compris entre une surface et deux plans parallèles, quand l'aire interceptée par la surface sur un plan parallèle variable est une fonction rationnelle et entière de degré m de la distance d'un point fixe à ce plan variable.

L'auteur étudie d'abord les cas où $m = 2$, $m = 3$, puis il montre qu'on peut faire des transformations analogues, quel que soit m. Il éclaircit les considérations présentées par quelques applications. Il démontre enfin la proposition suivante : « Si l'on coupe une surface réglée par un plan déterminant une section fermée, l'aire de cette section est une fonction rationnelle du second degré de la distance du plan sécant à un point fixe de l'espace. »

Concours d'admission à l'École Centrale des Arts et Manufactures (1879). — Première et deuxième sessions : Énoncés des compositions. (551-556).

Moret-Blanc. — Solution de la question 1336. (556-557).

Sur un système de droites enveloppant une conique; lieu géométrique.

Fauquembergue. — Solution de la question 1346. (557-558).

Sur des parallélogrammes construits sur les côtés d'un triangle comme diagonales.

Correspondance. — M. S. Realis : « Sur une propriété de certaines équations irréductibles, dont la découverte, attribuée à A.-J.-H. Vincent, appartient à Legendre. » (558-562).

Bibliographie. — Digression historique sur les quantités négatives, à propos de la Théorie des quantités négatives de M. de Campou; Paris, 1879; par M. Georges Dostor. (562-565).

QUESTIONS PROPOSÉES : 1354, 1355. (565-566).

Supplément.

Tissot (A.). — Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des Cartes géographiques. (40 pages).

Ce Supplément, que nous avions annoncé (voir *Bulletin*, IV_2, 66), contient la fin du remarquable Mémoire de M. Tissot, qui avait commencé à paraître dans les *Nouvelles Annales* en 1878, puis en 1879.

Le Chapitre III se termine par l'examen des projections aphylactiques et des projections centrales.

Le Chapitre IV et dernier comprend : 1° Résultats numériques relatifs aux Cartes de portions du globe moindres qu'un hémisphère; 2° Choix d'un mode de projection.

L'ensemble du Mémoire de M. Tissot forme, à la fois au point de vue théorique aussi bien qu'au point de vue des applications, un veritable Traité, rationnel et excellemment ordonné, sur la question des projections des Cartes géographiques. Il contient une classification aussi complète que possible des procédés en usage et une judicieuse discussion des avantages et des inconvénients que présente chacun d'eux.

A. L.

JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES, fondé par J. LIOUVILLE et continué par H. RESAL. – 3e série (1).

Tome VI. — Année 1880.

Hermite. — Sur une formule d'Euler. (5-18).

M. Hermite étudie et généralise une remarque d'Euler, qu'une Lettre de M. Fuss a fait connaître aux lecteurs du *Bulletin* (2e série, t. III, p. 226); elle consiste en ce que la substitution

$$x = \frac{\sqrt{1+p^2}+\sqrt{1-p^2}}{p\sqrt{2}}$$

rend rationnelle la différentielle

$$\frac{\sqrt{1+x^4}}{1-x^4}\,dx.$$

(1) Voir *Bulletin*, III_2, 214.

Un calcul direct montre d'abord que, si la fonction $f(x^2)$ jouit de la propriété

$$f(x^2) = -f\left(\frac{C}{Ax^2}\right),$$

la substitution

$$p = \frac{\sqrt{Ax^4 + 2Bx^2 + C}}{x\sqrt{2}}$$

rend rationnelle la différentielle

$$\frac{f(x^2)\,dx}{\sqrt{Ax^4 + 2Bx^2 + C}}.$$

La méthode de décomposition en éléments simples conduit à ce même résultat et à d'autres analogues. La condition précédente, appliquée à l'intégrale

$$\int \frac{f(x^2)\,dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)}},$$

qui devient

$$\int F(\xi)\,d\xi$$

par la substitution $x = \operatorname{sn}\xi$, est remplacée par la condition $F(\xi + iK') = -F'(\xi)$. Si, généralement, on considère des fonctions doublement périodiques $F(\xi)$, $F_1(\xi)$, $F_2(\xi)$ satisfaisant aux conditions respectives

$$\begin{aligned} F(\xi + 2K) &= F(\xi), & F(\xi + iK') &= -F(\xi);\\ F_1(\xi + K + iK') &= -F_1(\xi), & F_1(\xi + K - iK') &= -F_1(\xi),\\ F_2(\xi + K) &= -F_2(\xi), & F_2(\xi + 2iK') &= +F_2(\xi), \end{aligned}$$

les quantités $D_\xi \log \operatorname{sn}\xi$, $D_\xi \log \operatorname{cn}\xi$, $D_\xi \log \operatorname{dn}\xi$ joueront respectivement le rôle d'éléments simples par rapport à ces fonctions, et l'on trouvera les formules de décomposition par le procédé habituel; en prenant successivement pour p la valeur d'un de ces éléments simples, on arrive à la conclusion suivante : soient les fonctions $f(x^2), f_1(x^2), f_2(x^2)$ jouissant respectivement des proprietés

$$f(x^2) = -f\left(\frac{1}{k^2x^2}\right),$$

$$f_1(x^2) = -f_1\left[\frac{1 - k^2x^2}{k^2(1 - x^2)}\right],$$

$$f_2(x^2) = -f_2\left(\frac{1 - x^2}{1 - k^2x^2}\right);$$

les différentielles

$$\frac{f(x^2)\,dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)}}, \quad \frac{f_1(x^2)\,dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)}}, \quad \frac{f_2(x^2)\,dx}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)}}$$

seront rendues rationnelles par les substitutions

$$p = \frac{\sqrt{(1 - x^2)(1 - k^2x^2)}}{x}, \quad p = \frac{x\sqrt{1 - k^2x^2}}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad p = \frac{x\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - k^2x^2}}.$$

Saint-Germain (*A. de*). — Sur le parallélogramme de Watt. (19-26).

Calcul de la déviation de l'extrémité de la tige. — Démonstration simple des régles de M. Tchebycheff.

André (*D.*). — Intégration, sous forme finie, de trois espèces d'équations différentielles linéaires à coefficients variables. (27-48).

Soit une équation différentielle linéaire d'ordre ω entre la fonction Y et la variable indépendante x; désignons par $Y_0, Y_0^{(1)}, Y_0^{(2)}, \ldots$ les valeurs pour $x = 0$ de Y et de ses dérivées; que l'on prenne les dérivées d'un ordre suffisamment élevé des deux membres, et que l'on fasse $x = 0$ dans le résultat, on arrivera à une équation dont le premier membre sera la somme des quantités $Y_0^{(n)}, Y_0^{(n-1)}, \ldots$ multipliées par des fonctions de n; et cette équation subsistera pour toutes les valeurs de n supérieures à un certain nombre ν; l'auteur la désigne sous le nom d'*équation dérivée*. Les équations différentielles linéaires dont il s'occupe sont telles que leur équation dérivée (dite *régulière*) soit de la forme

$$K_0 F(n) Y_0^{(n)} + K_1 F(n-1) Y_0^{(n-1)} + \ldots + K_k F(n-k) Y_0^{(n-k)} = 0,$$

$F(n)$ étant une fonction quelconque de n, et les quantités K et k des constantes.

Les trois espèces étudiées par M. André sont caractérisées par les égalités

$$F(n) = \frac{1}{n!\,f(n)}, \quad F(n) = \frac{(n+s)!}{n!\,f(n)},$$
$$F(n) = \frac{(n+s)(n+s+1)\ldots(n+s+t-1)}{n!\,f(n)},$$

où t est un entier supérieur à zéro, s est un nombre entier positif, nul ou négatif, et $f(n)$ un polynôme entier par rapport à n et à des exponentielles de la forme a^n.

La méthode d'intégration consiste à développer l'intégrale suivant la série de Maclaurin; naturellement les quantités $Y_0, Y_0^{(1)}, Y_0^{(\omega-1)}$ jouent le rôle de constantes arbitraires. On commence par calculer, au moyen de ces quantités, les valeurs de $Y_0^{(\omega)}, \ldots, Y_0^{(\nu)}$; posant ensuite

$$F(n) Y_0^{(n)} = v_n,$$

l'équation dérivée donne

$$K_0 v_n + K_1 v_{n-1} + \ldots + K_k v_{n-k} = 0,$$

qui montre que v_n est le terme général d'une série récurrente proprement dite. Si l'on sait sommer la série de Maclaurin, en se fondant sur les propriétés des suites récurrentes, on aura l'intégrale sous forme finie. Les types étudiés par M. André correspondent aux cas où l'on sait faire cette sommation, soit d'après des résultats antérieurement acquis, soit d'après les propres recherches de l'auteur.

Les équations du premier type admettent une intégrale composée uniquement de fonctions algébriques rationnelles. Dans les intégrales des équations du deuxième et du troisième type entrent en outre respectivement des exponentielles de la forme a^x et des logarithmes de la forme $\log(1 - ax)$.

Resal. — Note sur les différentes branches de la Cinématique. (49-50).

Zolotareff. — Sur la théorie des nombres complexes. (51-73; 129-145).

L'auteur fait la théorie des nombres de la forme

$$b_0 + b_1 x_0 + \ldots + b_{n-1} x_0^{n-1},$$

$b_0, b_1, \ldots b_{n-1}$ étant des nombres entiers ordinaires et x_0 une racine d'une équation irréductible de degré n, à coefficients entiers. Cette théorie, pour le cas des équations binômes, a été, comme on sait, constituée par M. Kummer; M. Zolotareff retrouve, comme cas particulier de son analyse, les résultats de M. Kummer.

Resal. — Sur l'Astronomie nautique. (85-88).

Boussinesq (J.). — Sur la manière de présenter la théorie des potentiels d'attraction dans l'hypothèse, généralement admise, de la discontinuité de la matière. (89-98).

Laguerre. — Sur la réduction en fractions continues de $e^{F(x)}$, $F(x)$ désignant un polynôme entier. (99-110).

Posant

$$e^{F(x)} = \frac{\varphi_n(x)}{f_n(x)} + (x^{2n+1}),$$

où (x^{2n+1}) désigne une série de puissances entières de x, ordonnée suivant les puissances croissantes et commençant par un terme en x^{2n+1}, M. Laguerre commence par montrer que $f_n(x)$ satisfait à l'équation différentielle linéaire du second ordre

$$y'' - \left[\frac{2n}{x} + \frac{\Theta'_n(x)}{\Theta_n(x)} - F'(x)\right] - \frac{H_n(x)}{x\Theta_n(x)} y = 0,$$

où Θ_n et H_n désignent des polynômes de degrés $m-1$ et $2(m-1)$, m étant le degré de $F(x)$; une autre solution de cette équation est $\varphi_n(x)e^{-F(x)}$; c'est cette dernière propriété qui le conduit à une méthode pour la détermination du coefficient de φ_n et f_n, méthode qu'il applique au cas où $F(x)$ est du second degré.

Schwarz. — Essai d'une démonstration d'un théorème de Géométrie, rédigé sur l'invitation de M. Charles Hermite. (111-114).

Les coordonnées d'une courbe plane de degré n qui a précisément

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} - 2$$

points doubles différents s'expriment rationnellement par un paramètre et par une racine carrée d'une fonction entière du cinquième ou du sixième degré de ce paramètre.

Resal. — Sur les propriétés d'une courbe qui roule sur une droite. (115-128).

Déterminer la forme d'une courbe telle que, si elle roule sur une droite, un point relativement fixe de son plan décrive une courbe donnée par son équation différentielle.

Maximovitch (*W. de*). — Conditions pour que les constantes arbitraires d'une expression générale soient distinctes. (167-176).

« Afin que les constantes arbitraires $a_1, a_2, \ldots, a_m$ d'une expression F soient distinctes, il faut et il suffit qu'il n'existe entre les fonctions

$$\frac{\partial F}{\partial a_1}, \frac{\partial F}{\partial a_2}, \ldots, \frac{\partial F}{\partial a_m}$$

aucune relation linéaire homogène à coefficients constants (indépendants de x_1, $x_2, \ldots, x_n$, mais pouvant dépendre de $a_1, a_2, \ldots, a_m$).

» Pour cela, il faut et il suffit que, parmi les dérivées partielles de F par rapport aux variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et dont les ordres ne surpassent pas $(m-1)$, il se trouve au moins un seul système de m fonctions entre lesquelles il n'existe aucune relation où $a_1, a_2, \ldots, a_m$ ne figurent pas explicitement. »

Boussinesq. — Sur les problèmes des températures stationnaires, de la torsion et de l'écoulement bien continu dans les cylindres ou les tuyaux dont la section normale est un rectangle à côtés courbes ou est comprise entre deux lignes fermées. (177-186).

David. — Sur la transformation des fonctions Θ. (187-214).

L'auteur s'occupe de la transformation des fonctions intermédiaires du premier ordre; ces fonctions s'exprimant au moyen des fonctions Θ, pour lesquelles la théorie de la transformation est faite, la question se trouve résolue, théoriquement du moins; toutefois, son étude directe conduit à des formules remarquables par leur symétrie et leur généralité; dans le courant de ses recherches, l'auteur a été conduit à donner la somme de la série

$$U = \sum_{\rho=0}^{\rho=q-1} e^{(\rho m+\rho^2 p)\frac{\pi i}{q}},$$

dans le cas où, p et q étant premiers entre eux, les nombres m et pq sont de même parité.

Léauté. — Sur l'établissement des formules données par M. Resal pour représenter le mouvement d'une courbe funiculaire plane. (215-234).

Après avoir établi ces équations (*Traité de Mécanique générale*, t. I, p. 321), M. Resal les applique au cas du mouvement lent d'une corde dont un point est fixe; toutefois, M. Resal n'a voulu traiter que le cas où la corde est très voisine de la ligne droite et a négligé d'indiquer explicitement cette restriction. M. Léauté aborde le problème dans toute sa généralité, afin d'établir les équations des petites oscil-

lations d'une corde inextensible dans l'espace; les formules auxquelles il parvient se réduisent à celles de M. Resal dans le cas de la courbe plane.

Méray (*Ch.*). — Démonstration générale de l'existence des intégrales des équations aux dérivées partielles. (235-266).

Considérons un système d'equations differentielles simultanées du premier ordre. Exprimant immédiatement quelques derivées premières des fonctions inconnues en fonction composée de ces fonctions inconnues, d'autres derivees premières de ces fonctions et des variables independantes, on distinguera d'abord celles des variables (dites *principales*) par rapport auxquelles sont prises les derivees qui figurent dans les premiers membres de celles (dites *paramétriques*) qui sont etrangères a la formation de ces derivees; une variable peut d'ailleurs être a la fois principale pour quelque fonction et parametrique pour quelque autre; on distinguera de meme les derivees parametriques, prises uniquement par rapport a des variables paramétriques, des derivees principales qui interessent au moins quelque variable principale, en sorte que les equations considerees expriment les derivees principales premières des fonctions inconnues en fonctions composees des variables independantes, de ces mêmes fonctions inconnues et de leurs derivees parametriques premières; imaginant ensuite les equations rangees dans les compartiments d'un Tableau divise en cases en nombre egal au produit du nombre de fonctions inconnues par celui des variables indépendantes, de façon que les cases d'une même colonne contiennent toutes les équations dont les premiers membres sont les derivees d'une même fonction inconnue et celles d'une même ligne toutes les equations où les derivees sont prises par rapport à une même variable, et supposant que les seconds membres des équations d'une colonne quelconque ne contiennent aucune derivee de toute fonction inconnue dont quelque variable principale serait parametrique pour la fonction dont les equations considerees expriment les derivees principales, le système d'equations differentielles satisfaisant a cette condition est dit *système immédiat* par M. Meray.

Les integrales d'un tel système, conçues comme *holotropes* dans les limites des valeurs des variables où elles peuvent exister, sont dites *ordinaires* lorsque, pour les valeurs correspondantes des variables desdites integrales et de leurs derivees paramétriques premières, les seconds membres des equations differentielles deviennent toutes fonctions holotropes de ces trois sortes de quantites, considerees un instant comme autant de variables independantes.

Dans une derivee principale d'ordre n, le *genre* est defini par le nombre de différentiations principales qui concourent a leur formation.

Ces definitions posees, on voit facilement que, quand un système immediat possède quelque groupe d'integrales ordinaires, leurs derivees principales d'ordre n et de genre ν sont indefiniment exprimables en fonctions composees holotropes des variables, des integrales considerees elles-memes, de leurs derivees (quelconques) d'ordre inferieur a n et de leurs derivees d'ordre n, mais de genres inferieurs a ν; plus particulierement, elles s'expriment, sans distinction de genres, en fonctions composees holotropes des variables independantes, des integrales elles-mêmes et de leurs derivees parametriques d'ordres egaux ou inferieurs a n; si maintenant x_0, y_0, z_0, ... sont des valeurs particulières attribuees aux variables independantes x, y, z, ... dans les limites d'holotropie d'un groupe donne d'integrales ordinaires du système immediat, si l'on connait seulement les valeurs que prennent ces integrales et leurs derivees parametriques de tous ordres pour $x=x_0$, $y=y_0$, $z=z_0$, ..., on pourra calculer les valeurs correspondantes de leurs derivees principales de tous ordres, et par suite construire les developpements de ces intégrales en séries entières par rapport a $x - x_0, y - y_0, z - z_0, \ldots$; de même, si l'on appelle *détermination initiale d'une intégrale* cette fonction des variables parametriques a laquelle elle se reduit quand ses variables principales prennent leurs valeurs initiales. il est clair qu'on pourra former les developpements d'un groupe d'integrales dont on connaît seulement les determinations initiales.

Si maintenant on effectue les calculs precedents en partant d'un groupe de fonctions arbitrairement choisies en même nombre que les fonctions inconnues du systeme immediat et ne dependant respectivement que des variables paramétriques de ces dernieres, sans savoir si ces fonctions arbitraires sont les determinations initiales de quelque groupe d'integrales ordinaires, il y a lieu de se demander si les developpements obtenus convergeront et representeront des integrales simultanees du systeme immediat propose. Pour cela, une première condition (dite de *passivite*) est tout d'abord necessaire.

Quand, dans les calculs precedemment decrits, la derivee dont on veut avoir l'expression au moyen des variables independantes, des integrales et de leurs dérivees parametriques est complexe, c'est-a-dire provient de differentiations interessant a la fois plusieurs variables principales distinctes, il est aise de voir qu'on peut arriver a la valeur de cette derivee par des voies differentes, qui, d'ailleurs, si l'on part d'integrales effectivement connues, ne peuvent conduire qu'a la même determination; mais si, dans les expressions obtenues ainsi par des differentiations d'equations differentes pour une meme derivee, on remplace les variables principales par leurs valeurs initiales et les integrales, ou plutôt les fonctions inconnues, par des fonctions arbitraires des variables parametriques, regardees comme les déterminations initiales de ces integrales, il est evidemment necessaire, pour que les calculs decrits aient un sens, que les valeurs numeriques ainsi obtenues pour les deux expressions soient egales; si cette equivalence a lieu, en vertu de la constitution du systeme, independamment de toute hypothèse sur la nature des fonctions arbitraires et sur les valeurs initiales des variables, le système est dit *passif*. Pour cela, il est d'ailleurs necessaire et suffisant que les deux expressions obtenues pour toute derivee complexe *seconde* d une fonction inconnue quelconque, au moyen des variables independantes $x, y, z, \ldots$ des fonctions inconnues et de leurs dérivees parametriques premières et secondes, soient, dans tous les cas, des fonctions identiquement egales de ces trois sortes de quantites, regardees, pour un moment, comme autant d autres variables independantes. On a alors la proposition suivante, dont l etablissement est le principal objet du Memoire de M. Meray :

« Considerons un instant dans le système (a) les variables, les fonctions inconnues et leurs derivees parametriques premières, comme autant de variables independantes distinctes, representees graphiquement, selon l'usage, par des points en même nombre, rapportes, chacun dans son plan, a un couple d'axes rectangulaires.

» Si, pour toutes les valeurs de ces quantites tombant a l'interieur d'aires limitatives (S) donnees dans les plans coordonnes, les seconds membres des équations (a) en sont fonctions holotropes, et si les conditions de passivite sont satisfaites, ces equations admettent en $x_0, y_0, z_0, \ldots$, valeurs initiales des variables prises à volonte dans celles des aires (S) qui leur correspondent, un groupe (unique) d'integrales ordinaires (holotropes), ayant pour determinations initiales des fonctions holotropes de leurs variables parametriques, choisies arbitrairement sous la simple condition que leurs valeurs initiales et celles de leurs derivees premières tombent dans celles des aires (S) qui sont relatives aux fonctions inconnues et à leurs dérivees parametriques premieres. »

De Maupeou. — Note relative au pulsomètre de Hall. (267-282).

Radau (*R.*). — Étude sur les formules d'approximation qui servent à calculer la valeur numérique d'une intégrale définie. (283-336).

Étude d'ensemble et comparaison des diverses méthodes connues; pour chaque méthode, le degré de précision est marqué avec soin ; de plus, l'auteur a réuni toutes les constantes dont on peut avoir besoin dans l'application, en sorte que son travail présente un double intérêt théorique et pratique.

Souchon (*A.*). — Sur une grande inégalité du moyen mouvement de la planète Concordia. (337-342).

Dostor (*G.*). — Théorie générale des polygones étoilés. (343-360).

Germain (*S.*). — Mémoire sur l'emploi des surfaces élastiques. (1-66).

Mémoire de la célèbre mathématicienne, présenté à l'Académie des Sciences (8 mars 1824), non publié, retrouvé dans les papiers de Prony à la Bibliothèque de l'École des Ponts et Chaussées.

FIN DE LA SECONDE PARTIE DU TOME QUATRIÈME.